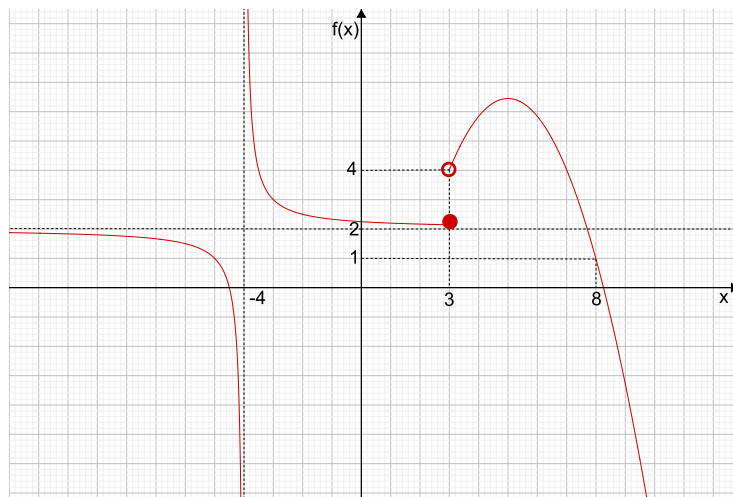


## Függvények határértéke

1. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

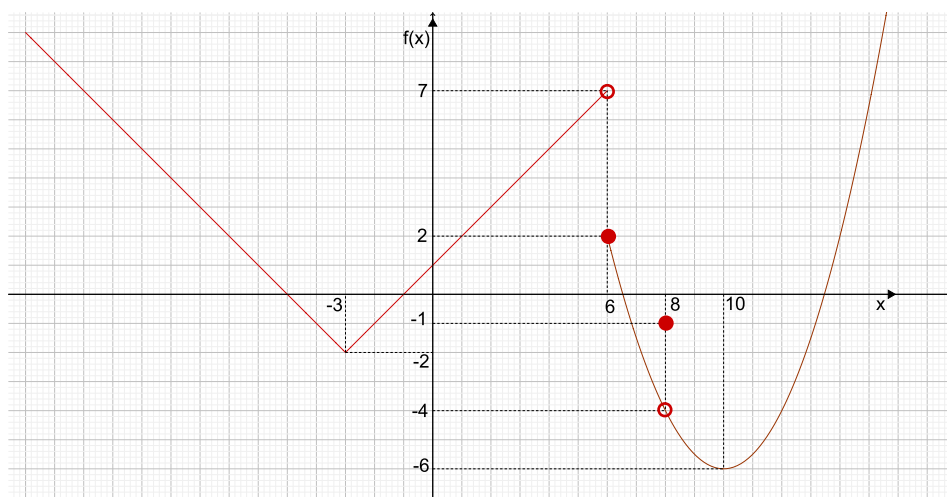
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x), \lim_{x \rightarrow -4} f(x), \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 8} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



$$[\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -4} f(x) \text{-nem létezik}, \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4, \lim_{x \rightarrow 8} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty]$$

2. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

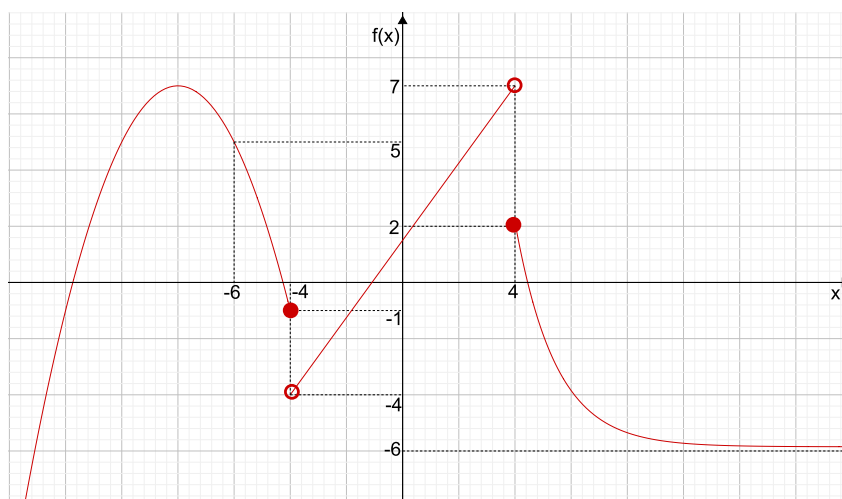
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -3} f(x), \lim_{x \rightarrow 6} f(x), \lim_{x \rightarrow 8} f(x), \lim_{x \rightarrow 10} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



$$\left[ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 6} f(x) \text{-nem létezik}, \lim_{x \rightarrow 8} f(x) = -4, \right. \\ \left. \lim_{x \rightarrow 10} f(x) = -6, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \right]$$

3. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

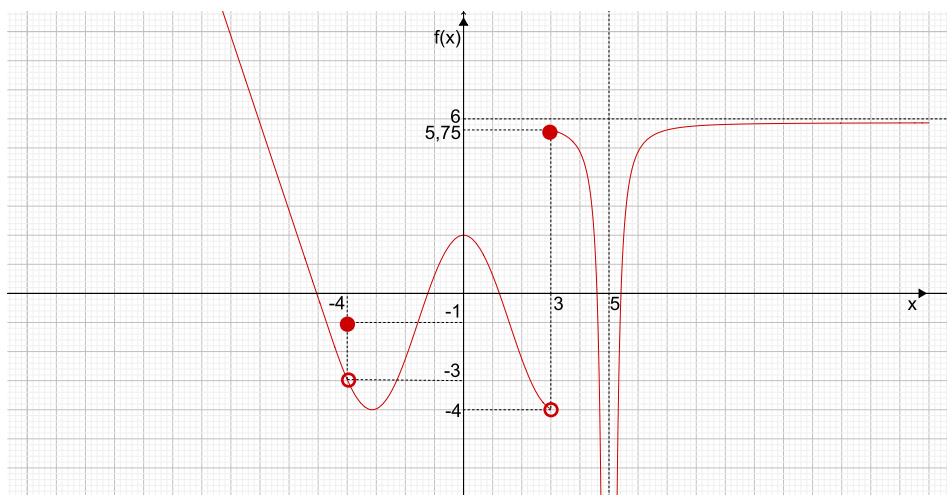
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -6} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x), \lim_{x \rightarrow -4} f(x), \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x), \\ \lim_{x \rightarrow 4} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



$$\left[ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -6} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -4, \lim_{x \rightarrow -4} f(x) \text{-nem} \right. \\ \left. \text{létezik}, \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 7, \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 4} f(x) \text{-nem létezik}, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -6 \right]$$

4. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -4} f(x), \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 3} f(x), \\ \lim_{x \rightarrow 5} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



[ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -3$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5,75$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ -nem létezik,  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 6$ ]

5. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (x^5 - 4x^7 + 4) & [-\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 4x^7 + 4) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -1} (x^5 - 4x^7 + 4) & [7] \end{aligned}$$

6. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+1}{5-x} & [-4] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{5-x} & [-4] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{4x+1}{5-x} & [\infty] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{4x+1}{5-x} & [-\infty] \end{aligned}$$

7. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [\infty] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [-\infty] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & \left[\frac{1}{2}\right] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & \left[-\frac{8}{5}\right] \\ \text{V } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [\text{nem létezik}] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [\infty] \end{aligned}$$

8. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & [1] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & [1] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & [4] \\ \text{V } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & \left[\frac{7}{4}\right] \\ \text{V } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3} & [\text{nem létezik}] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3} & [-\infty] \end{aligned}$$

9. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 8x + 6}{x^2 - x^4 + 6}$   $[-\infty]$
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 7}{5x^3 + 7x^5 + 2}$   $[0]$
- (c) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4}{4x^2 - 7x^3 + 1}$   $[-\frac{2}{7}]$
- (d) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x^6 + 4x}{x^2 + 5x}$   $[\infty]$
- (e) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x^4 + 4}{8x^3 - 5x^4 + 7}$   $[\frac{2}{5}]$
- (f) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{10} - x}{x - x^3}$   $[\infty]$
- (g) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{3x + \sqrt{4x^2 + 3}}$   $[\frac{2}{5}]$
- (h) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^3 + x^2 + 13}}{\sqrt{7x^2 + 3x + 4}}$   $[\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{7}}]$
- (i) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{7x^6 + x^4 - 5x^2 - 3}}{4x^2 + x - 11}$   $[0]$
- (j) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 10x^3 - 4}{\sqrt[3]{5x^4 + 8x - 9} + 6x}$   $[-\infty]$
- (k) **V**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - x - 3}{\sqrt{6x^3 + 5x} + 10x^2 + 5}$   $[\frac{3}{5}]$
- (l) **V**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^4 + 1} + \sqrt[3]{8x^6 + x^2}}{8x^2 - 11}$   $[\frac{5}{8}]$
- (m) **V**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{32x^6 + x^4 + 13x}}{\sqrt[3]{8x^4 + 3x^3 + 7x + 12}}$   $[0]$

10. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - 2x}{4x - 8}$   $[\infty]$
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{8 + 3x}{6 - 2x}$   $[-\infty]$
- (c) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 2}{\ln x}$   $[\infty]$
- (d) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x^2 + \sqrt{x}}{\ln x}$   $[-\infty]$
- (e) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2}{\sin x}$   $[-\infty]$
- (f) **B**  $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{1 - x}{(x + 4)^2}$   $[\infty]$

- (g) **B**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2-x}{(x-3)^2}$   $[-\infty]$
- (h) **V**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x+3}{(x+2)^2}$   $[-\infty]$
- (i) **B**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5-x}{(x+1)^3}$   $[-\infty]$
- (j) **B,V**  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{8}{\cos x}$   $[\infty]$
- (k) **V**  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{3+x}{(x+5)^3}$  [nem létezik]
- (l) **B**  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-2x+1}{x^2-3x-4}$   $[\infty]$
- (m) **B**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3-x^2}{2x^2-3x-2}$   $[-\infty]$
- (n) **V**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2+3x}{x^2-2x-3}$  [nem létezik]

11. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7}{3 \sin x}$   $[\infty]$
- (b) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{-2 \sin x}$   $[-\infty]$
- (c) **V**  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{-1}{-3 \cos x}$   $[-\infty]$
- (d) **V**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+1}{\ln(x-1)}$   $[-\infty]$
- (e) **V**  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+5}{\ln(x+3)}$   $[\infty]$
- (f) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x+1}{2e^x-2}$   $[\infty]$
- (g) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7}{1-2^x}$   $[-\infty]$
- (h) **V**  $\lim_{x \rightarrow 25^-} \frac{7-e^x}{\sqrt{x}-5}$   $[\infty]$
- (i) **V**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2-x^3}{\sqrt{x}-3}$   $[-\infty]$
- (j) **V**  $\lim_{x \rightarrow 16^-} \frac{12}{5 \log_2 x - 20}$   $[-\infty]$
- (k) **V**  $\lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{15}{4 \log_3 x - 8}$   $[\infty]$

12. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$  [ $\frac{2}{5}$ ]
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3x - 18}$  [1]
- (c) **B**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3x - 18}$  [ $\frac{0}{-18} = 0$ ]
- (d) **B**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 8}{x^2 - 2x - 8}$  [ $\frac{1}{3}$ ]
- (e) **B**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - 4x}$  [ $\frac{9}{4}$ ]
- (f) **B**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x + 3}$  [-1]
- (g) **B**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{7x - x^2 - 10}{x^2 - 25}$  [ $-\frac{3}{10}$ ]

13. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} (7^{-x} + 2 \cdot 8^{x+1} - 42)$  [ $\infty$ ]
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7^{-x} + 2 \cdot 8^{x+1} - 42)$  [ $\infty$ ]
- (c) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} (8 + 3^{-x} - 21^x)$  [ $-\infty$ ]
- (d) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (8 + 3^{-x} - 21^x)$  [ $\infty$ ]
- (e) **B**  $\lim_{x \rightarrow 0} (8 + 3^x - 21^x)$  [8]

14. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^{x+2} - 2 \cdot 4^{2x+1}}{5^{2x-1} + 2^{2+2x}}$  [0]
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^{2x+2} + 3 \cdot 6^{x-1}}{3 \cdot 4^{x-2} + 2^{1+4x}}$  [8]
- (c) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8^{2x+1} - 3 \cdot 5^{x+2}}{6^{x+1} + 4 \cdot 2^{3x+2}}$  [ $\infty$ ]
- (d) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 8^{x+1} - 3}{9 - 2^{3x+4}}$  [-1]
- (e) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6^x - 7^{-x}}{9^{2x} + 4}$  [0]
- (f) **V**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 9^{x-2} - 4^{2x+1} + 5}{10^{-x} + 6^{x+2}}$  [ $-\infty$ ]
- (g) **V**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 8^{x+1} - 3^{x-2} + 13}{5^x - 2^{3x+4}}$  [-1]

15. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x+3} - \sqrt{5x-7})$   $[-\infty]$
- (b)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2-8} - \sqrt{5x^2+2})$   $[0]$
- (c)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^4-12+5x} - \sqrt{5x+8x^4-2})$   $[0]$
- (d)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^4-2x+3} - \sqrt{5+5x^4-4x^2})$   $[\frac{2}{\sqrt{5}}]$
- (e)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+7x+9} - \sqrt{3x^2+9x-5})$   $[-\frac{1}{\sqrt{3}}]$
- (f)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^2+13} - \sqrt{9x^2+7})$   $[-\infty]$
- (g)  $\nabla \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{x^2-4x-13} - \sqrt{x^2+x+2}}$   $[-\frac{4}{5}]$