

MECHANIKA-SZILÁRDSÁGTAN

9. hét gyakorlati anyaga

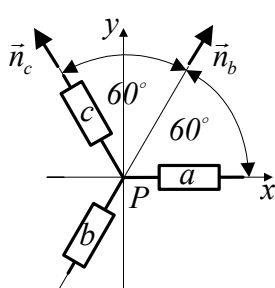
(kidolgozta : dr. Nagy Zoltán egy.adjunktus,
Bojtár Gergely egy.tanársegéd)

9.1 feladat : *Fajlagos nyúlás meghatározása nyúlásmérő bélyeggel.*

Mérőeszköz: 60°-os nyúlásmérő bélyeg(rozetta).

Adott : Ismertek egy szilárd test felületének egy adott P ponti, az a, b, c irányokban mért nyúlásai.

Feladat : Határozza meg az x, y, z irányú fajlagos $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ nyúlásokat, továbbá az x és y tengelyek között értelmezett γ_{xy} szögtorzulást.



$$\vec{n}_b = \left(\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right),$$

$$\vec{n}_c = \left(-\frac{1}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j} \right).$$

a) Az "a" jelű nyúlásmérő bélyeg hatásvonalában mért nyúlás :

$$\varepsilon_a = \varepsilon_x.$$

b) A "b" jelű nyúlásmérő bélyeg hatásvonalában mért nyúlás:

$$\varepsilon_b = \vec{n}_b \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{n}_b = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\varepsilon_x + \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy} + \frac{3}{4}\varepsilon_y.$$

c) A "c" jelű nyúlásmérő bélyeg hatásvonalában mért nyúlás:

$$\varepsilon_c = \vec{n}_c \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{n}_c = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\varepsilon_x - \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy} + \frac{3}{4}\varepsilon_y.$$

d) Az egyes irányokban mért nyúlások :

$$I. \varepsilon_a = \varepsilon_x,$$

$$II. \varepsilon_b = \frac{1}{4}\varepsilon_x + \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy} + \frac{3}{4}\varepsilon_y,$$

$$III. \varepsilon_c = \frac{1}{4}\varepsilon_x - \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy} + \frac{3}{4}\varepsilon_y.$$

e) Az x, y, z irányú fajlagos $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ nyúlások, továbbá az x és y tengelyek között értelmezett γ_{xy} szögtorzulás:

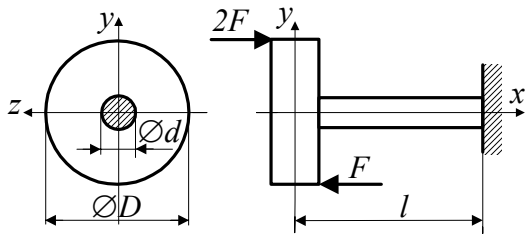
$$II.-III. \Rightarrow \begin{aligned} \varepsilon_b - \varepsilon_c &= \frac{\sqrt{3}}{2} \gamma_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(\varepsilon_b - \varepsilon_c)}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

$$II.+III. \Rightarrow \begin{aligned} \varepsilon_b + \varepsilon_c &= \frac{1}{2} \varepsilon_x + \frac{3}{2} \varepsilon_y, \\ \varepsilon_y &= \frac{2(\varepsilon_b + \varepsilon_c) - \varepsilon_x}{3} = \frac{2(\varepsilon_b + \varepsilon_c) - \varepsilon_a}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Továbbá : } \varepsilon_z = -\frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y).$$

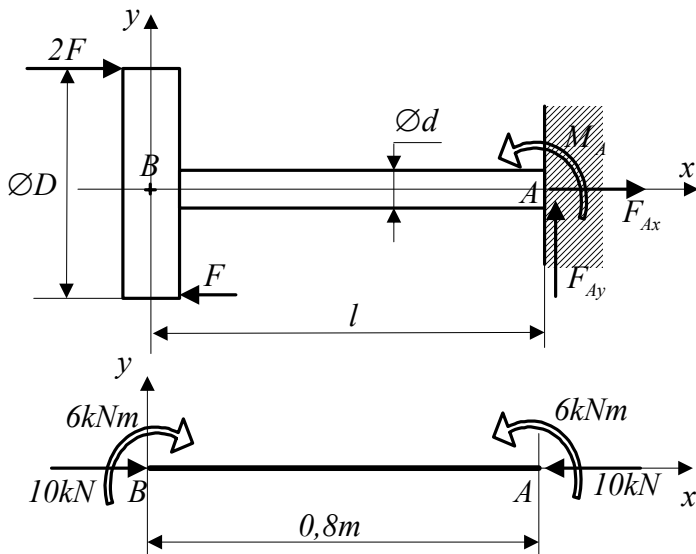
9.2 feladat : Kör keresztmetszetű prizmatikus rúd hajlítása

Adott : $\sigma_{meg} = 120 \text{ MPa}$, $l = 80 \text{ cm}$, $D = 40 \text{ cm}$, $d = 10 \text{ cm}$, $F = 10 \text{ kN}$.



- Feladat : a) A tartó igénybevételi ábráinak megrajzolása.
 b) Veszélyes keresztmetszet meghatározása.
 c) Feszültségeloszlás ábrázolása a veszélyes keresztmetszet z és y tengelyei mentén.
 d) Veszélyes pont meghatározása.
 e) Végezze el a tartó szilárdságtani ellenőrzését.

a) Befalazott tartó igénybevételi ábrái :



Támasztó erőrendszer :

$$F_y = F_{Ay} = 0.$$

$$F_x = F_{Ax} + 2F - F = 0,$$

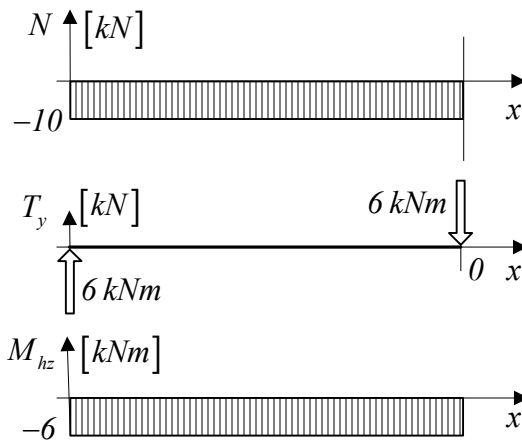
$$F_{Ax} = -10 \text{ kN} (\leftarrow).$$

$$M_a = -\frac{D}{2} 2F - \frac{D}{2} F + M_A = 0,$$

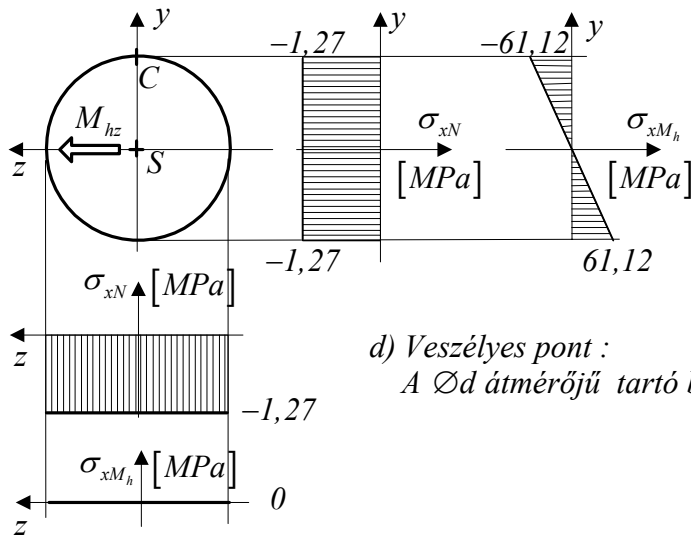
$$M_A = 1,5 D F = 1,5 \cdot 0,4 \cdot 10 = 6 \text{ kNm}.$$

b) Veszélyes keresztmetszet:

A rúd A és B jelű keresztmetszete között lévő összes keresztmetszet, így az A és B jelű keresztmetszet is.



c) Feszültségeloszlás ábrázolása a veszélyes keresztmetszet z és y tengelyei mentén :



d) Veszélyes pont :

A $\varnothing d$ átmérőjű tartó bármelyik keresztmetszetének C pontja.

e) A tartó szilárdságtani ellenőrzése :

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{100^2 \pi}{4} = 7853,98 \text{ mm}^2,$$

$$\sigma_{xN} = \frac{N}{A} = \frac{-10 \cdot 10^3}{7853,98} = -1,27 \text{ MPa}.$$

$$I_z = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{100^4 \pi}{64} = 4908738,52 \text{ mm}^4,$$

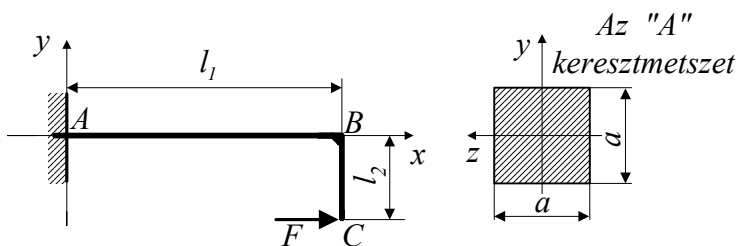
$$\sigma_{xM_h} = \frac{M_{hz}}{I_z} y_C = \frac{-6 \cdot 10^6}{4908738,52} 50 = -61,12 \text{ MPa},$$

$$\sigma_x(C) = \sigma_{xN} + \sigma_{xM_h} = -1,27 - 61,12 = -62,39 \text{ MPa}.$$

$$|\sigma_x(C)| = 62,39 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 120 \text{ MPa}, \text{ a tartó megfelel!}$$

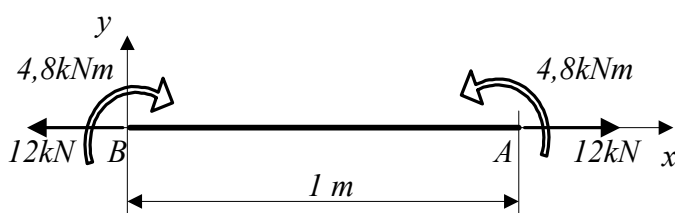
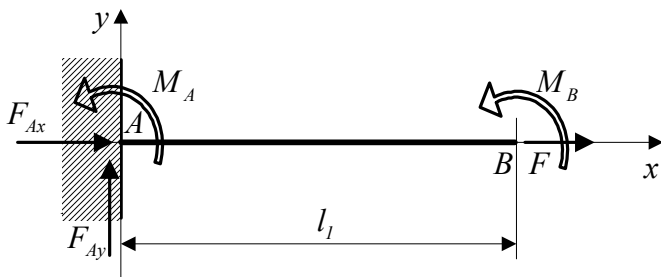
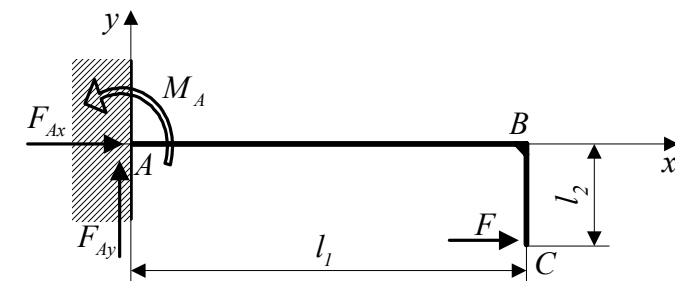
Feladat : Négyzet keresztmetszetű prizmatikus rúd hajlítása

Adott : $R_{p0,2} = 150 \text{ MPa}$, $l_1 = 1 \text{ m}$, $l_2 = 0,4 \text{ m}$, $n = 1,2$, $F = 12 \text{ kN}$.



- Feladat : a) Rajzolja meg a tartó A-B szakaszának igénybevételi ábráját.
 b) Rajzolja meg a tartó A keresztmetszetének feszültségeloszlási ábráit.
 c) A keresztmetszet "a" méretének meghatározása.
 d) Végezze el a tartó szilárdságtani ellenőrzését.

a) A tartó igénybevételi ábrái :



Helyezzük át a C pontban ható F erőt a B pontba :

$$M_B = l_2 F = 0,4 \cdot 12 = 4,8 \text{ kNm}.$$

Támasztó erőrendszer :

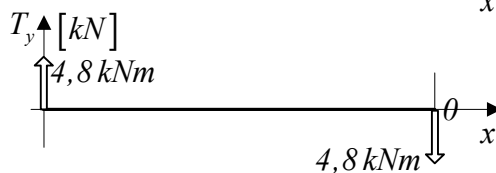
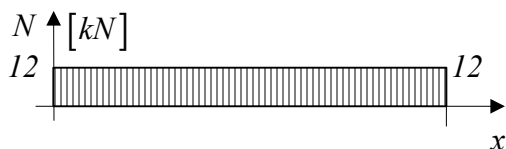
$$F_y = F_{Ay} = 0.$$

$$F_x = F_{Ax} + F = 0,$$

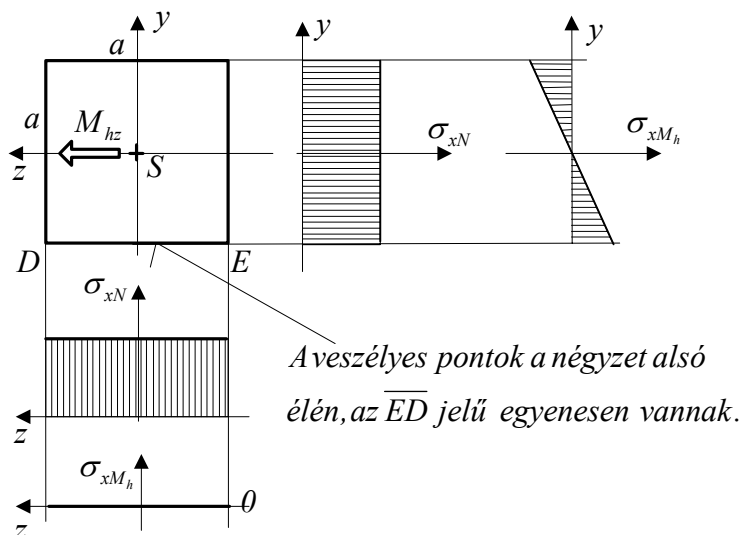
$$F_{Ax} = -F = -12 \text{ kN} (\leftarrow).$$

$$M_a = M_A + M_B = 0,$$

$$M_A = -M_B = -4,8 \text{ kNm}.$$



b) A tartó "A" jelű keresztmetszetének feszültségeloszlási ábrái, veszélyes pontok :



c) A keresztmetszet "a" méretének meghatározása :

Geometriai jellemzők : $A = a^2$, $I_z = \frac{a^3 a}{12} = \frac{a^4}{12}$.

Maximális feszültség : $\sigma_{x\max} = \sigma_x(E) = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} \left(-\frac{a}{2} \right) = \frac{12000}{a^2} + \frac{2,88 \cdot 10^7}{a^3} \leq \sigma_{meg}$,

ahol a megengedett feszültség : $\sigma_{meg} = \frac{R_{p0,2}}{n} = \frac{120}{1,2} = 100 \text{ MPa}$.

$\sigma_{x\max} = \frac{12000}{a^2} + \frac{2,88 \cdot 10^7}{a^3} \leq 100 \text{ MPa}$.

A megoldásra harmadfokú egyenletet kaptunk. Az egyenlet megoldásakor a tartót alapvetően hajlításra méretezzük, de a keresztmetszet méreteit 5-10% -al megnöveljük. A számítás után a megnövelt keresztmetszetű tartót szilárdságtanilag ellenőrizzük !

$\sigma_{xM_h} = \frac{2,88 \cdot 10^7}{a_H^3} \leq 100 \text{ MPa}$,

$a_H = \sqrt[3]{2,88 \cdot 10^5} = 66,04 \text{ mm}$.

A keresztmetszet méreteit 5%-al megnövelve : $a = 1,05 a_H = 1,05 \cdot 66,04 = 69,34 \text{ mm} \Rightarrow a = 70 \text{ mm}$.

d) A tartó szilárdságtani ellenőrzése:

$\sigma_x(E) = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} \left(-\frac{a}{2} \right) = \frac{12000}{70^2} + \frac{2,88 \cdot 10^7}{70^3} = 2,45 + 83,97 = 86,42 \text{ MPa}$.

Mivel $\sigma_x(E) = 86,42 \text{ MPa} \leq \sigma_{meg} = 100 \text{ MPa}$ a tartó szilárdságtanilag megfelel!

A tényleges biztonsági tényező : $n_t = \frac{\sigma_{meg}}{\sigma_x(E)} = \frac{120}{86,42} = 1,38$.