SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM | **ALKALMAZOTT MECHANIKA TANSZÉK**

MECHANIKA-MOZGÁSTAN
1. hét gyakorlati anyaga
kidolgozta : Németh Imre tudományos munkatárs

1., FELADAT

Adott egy tömegpont mozgástörvénye $\vec{r} = \vec{r}(t) = \vec{b}_1 t^2 + \vec{b}_0 - 2c\vec{b}_1$ szerint , ahol

$\vec{b}_0 = (\vec{i} + 2\vec{j})\ m$; $\vec{b}_1 = -(4\vec{i} + 2\vec{j})\ m/s^2$; c = 1 s^2

Feladat :

a., Határozza meg (tetszőleges t időpillanatra) a tömegpont mozgását jellemző $\vec{v} = \vec{v}(t)$ sebességfüggvényt , illetve az $\vec{a} = \vec{a}(t)$ gyorsulástörvényt !

b., Számítsa ki $\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0)$, $\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1)$, $\vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$, $\vec{v}_1 = \vec{v}(t_1)$, $\vec{a}_0 = \vec{a}(t_0)$, $\vec{a}_1 = \vec{a}(t_1)$ értékét !
($t_0 = 0\ s$ és $t_1 = 10\ s$)

c ., Ábrázolja a hodográfot !

Megoldás :

a.,

Mozgástörvény (mozgásfüggvény) :

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \vec{b}_1 t^2 + \vec{b}_0 - 2c\vec{b}_1 = \vec{i} + 2\vec{j} + (4\vec{i} + 2\vec{j})(2 - t^2) = (9 - 4t^2)\vec{i} + (6 - 2t^2)\vec{j}$$

Sebességtörvény (sebességfüggvény) :

$$. \ \vec{v} = \frac{d\,\vec{r}(t)}{dt} = 2\vec{b}_1 t = 2(-(4\vec{i} + 2\vec{j}))t = -(8\vec{i} + 4\vec{j})t$$

Gyorsulástörvény (gyorsulásfüggvény)

$$\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}(t)}{dt} = -(8\vec{i} + 4\vec{j})\quad m/s^2$$

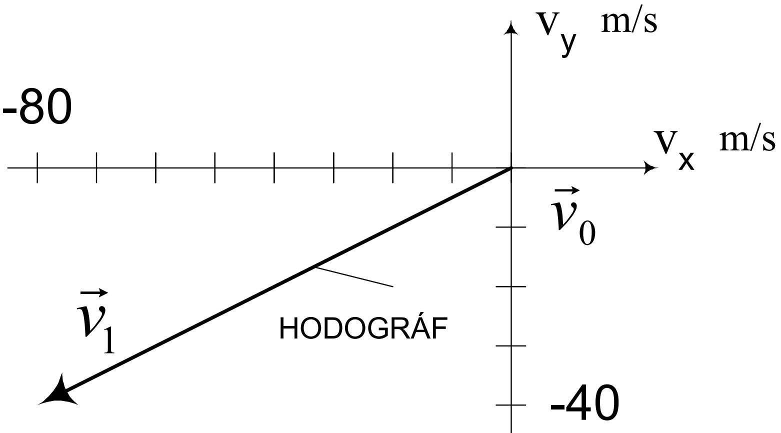
b.,

$\vec{r}_0 = \vec{r}(t=0) = 9\vec{i} + 6\vec{j}\quad m$, $\qquad \vec{r}_1 = \vec{r}(t=10) = -394\vec{i} - 194\vec{j}\quad m$

$\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0) = -(8\vec{i} + 4\vec{j})0 = \vec{0}$ m/s $\qquad \vec{v}_1 = \vec{v}(t=10) = -(8\vec{i} + 4\vec{j})10 = -80\vec{i} - 40\vec{j}\quad m/s$

$\vec{a}_0 = \vec{a}(t=0) = -(8\vec{i} + 4\vec{j})\quad m/s^2$ $\qquad \vec{a}_1 = \vec{a}(t=10) = -(8\vec{i} + 4\vec{j})\quad m/s^2$

c.,



Megjegyzés : az $\vec{a} = -(8\vec{i} + 4\vec{j})\quad m/s^2$ gyorsulásvektor valóban érinti a hodográf görbét

2., FELADAT

Egy tömegpont az A, B, C, D, E pontokat érintve az A pontból $v_A = 0$ kezdősebességgel induló és egyesvonalú,
az AC és CE pontok közti pályaszakaszokon egyenletesen gyorsuló mozgást végez, miközben a mozgáspálya A pontjában az s_A mozgási ívkoordináta értéke $s_A = 4{,}0$ m.

a., A tömegpont mozgását leíró foronómiai függvények pirossal jelölt, adott szakaszaiból határozza meg a függvények hiányzó szakaszait!

b., Határozza meg az AC , BD, BE távolságokat!

c., Állapítsa meg a mozgáspálya egymástól legtávolabbi pontjai közti távolságot !

. A B C D E

Megoldás

a., : $0 < t < 4$ tartományra

$$v(t) = v(t=0) + a(t)t$$

$$v(t) = 0 - 1t = -t$$

$$s(t) = s(t=0) + \int_0^t v(t)dt$$

$$s(t) = 4 + \int_0^t (-t)dt = 4 - t^2/2$$

Az s(t) parabola szerkesztése : :

$$s(t=4) = s(t=0) + \int_0^4 (-t)dt = -4\ m$$

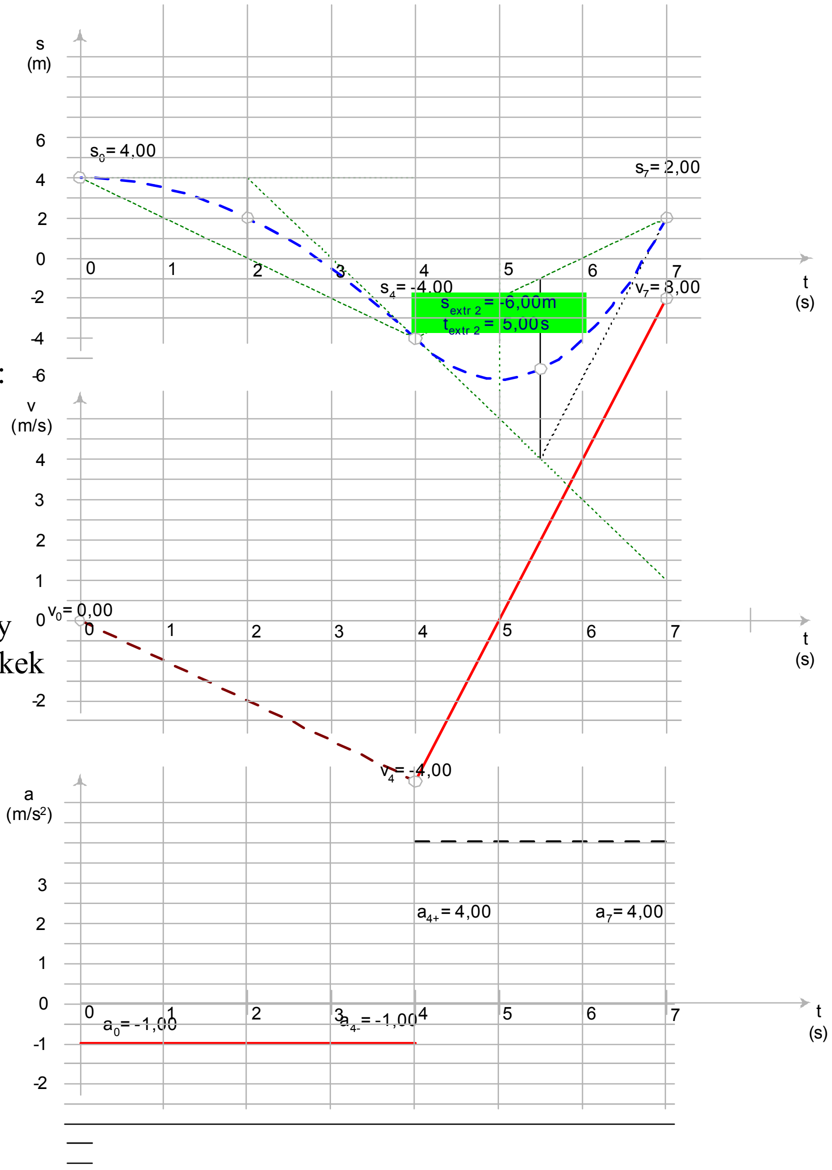
s(t=0s)=4m és s(t=4s) = -4m pontokból
=> parabola húr
=> húrt felező pont (HFP)
=> az s(t) függvény érintői a tartomány kezdő- és végpontjában (iránytangens értékek a v(t=0)=0 és a v(t=4)= -4 m/s)
=> az érintők metszéspontja (ÉFP)
=> (HFP)- (ÉFP) szakasz felezőpontja
=> a parabola közbenső pontja
(e pontban a parabolát érinti a húrjával párhuzamos egyenes)

a., : $4s < t \le 7s$ tartományra

$v(t) = -20 + 4t$ az ismertként adott függvénygörbe (egyenes) egyenlete

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 4 \quad \text{m/s}^2$$

$$s(t) = s(t=4) + \int_4^t v(t)dt$$



$$s(t=7) = s(t=4) + \int_4^7 (-20 + 4t)dt = -4 - 20 \cdot 7 + 20 \cdot 4 + 2 \cdot 7^2 - 2 \cdot 4^2 = 2m$$

Az s(t) parabola szerkesztése $4s < t \le 7s$ tartományban az $s(t=4) = -4\ m$ és $s(t=7) = 2\ m$ pontok által meghatározott parabola húrból indulva hasonló a $0s \le t \le 4s$ tartományra érvényes eljáráshoz

azzal a lényeges különbséggel, hogy az iránytangens értékeket az új tartománynak megfelelelően v(t = 4s) és v(t = 7s) értékek szerint választjuk

Az $s(t) = s(t=4) + \int_4^t v(t)dt$ függvény szélső értéke az $t_0 = 5$ s (seb.függvény zérushelye)

$$s(t=5s) = s(t=4) + \int_4^5 v(t)dt = -6\,m \quad .$$

b.,

Az s(t) ábrából :

s(A)= s(t=0s)= 4 m s(B)= s(t=2s)= 2 m s(C)= s(t=4s)= -4 m s(D)= s(t=5s)= -6 m s(E)= s(t=7s)= 2 m

AB távolság | s(B) - s(A) | = | 2 – 4 | = 2 m
BD távolság | s(D) - s(B) | = | -6 – 2 | = 8 m
BE távolság | s(E) - s(B) | = | 2 – 2 | = 0 m

c.,

AD a két, egymástól legtávolabbi pont . AD távolságuk | s(D) - s(A) | = | -6 – 4 | = 10 m

3., FELADAT:

Egy tömegpont egyenesvonalú mozgása során a mozgáspálya C (t = 4 s) pontjában az s(C) mozgási ívkoordináta ismert értéke s(C) = 4,0 m., ismert továbbá a pályagyorsulás a(t) = 1 m/s^2 értéke a $0s \le t < 4s$ tartományban , továbbá a pályasebesség v(t = 4s) = 2 m/s és v(t = 7s) = -0,4 m/s értéke , és az , hogy a $4s \le t \le 7s$ tartományban a v(t) pályasebesség függvénye lineáris.
Ismert , hogy a mozgáspálya jellemző A,B,C,D,E pontjai a t = 0 s ; 2 s ; 4 s ; 6,5 s; 7 s időpillanatokhoz tartoznak

Feladat : :
a., Határozza meg az AC , BD, BE távolságokat!
b., Állapítsa meg a mozgáspálya egymástól legtávolabbi pontjai közti távolságot !
c., A mozgáspálya legtávolabbi pontjai közti pályaszakasz befutásához szükséges időt !
d., Szerkessze meg a foronómiai függvények hiányzó szakaszait !

Megoldás :

a., AB távolság | s(t = 2 s) - s(t = 0 s) | = | 2 – 4 | = 2 m
BD távolság | s(t = 6,5 s) - s(t = 2s) | = | 6,5 – 2 | = 4,5 m
BE távolság | s(t = 7 s) - s(t = 2 s) | = | 6,4 – 2 | = 4,4 m

b., B és D az egymástól legtávolabb elhelyezkedő pontok .
Távolságuk | s(t = 6,5 s) - s(t = 2s) | = | 6,5 – 2 | = 4,5 m

c., A legtávolabbi pontok közti pályaszakasz befutásához szükséges idő :
t (D) – t (B) = 6.5 – 2 = 4,5 s

d., A foronómiai függvénygörbék :