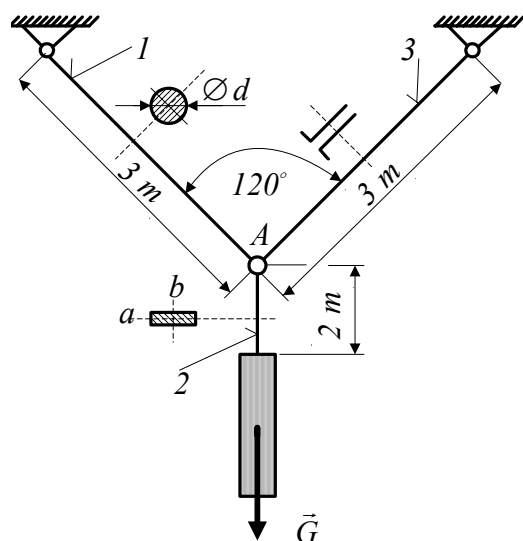


MECHANIKA-SZILÁRDSÁGTAN

4. hét gyakorlati anyaga

(kidolgozta : dr. Nagy Zoltán egy.adjunktus,
Bojtár Gergely egy.tanársegéd)

4.1. feladat : Rúdszerkezet szilárdságtani méretezése



Adott : $G=150 \text{ kN}$, $d=40 \text{ mm}$, $b=2a$.

A 3 jelű rúd 2 darab L55x45x5 méretű L szelvényből áll.

Mindhárom rúdra : $E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}$.

Feladat : a) Az 1, 2, és a 3 jelű rúd igénybevételeinek meghatározása.

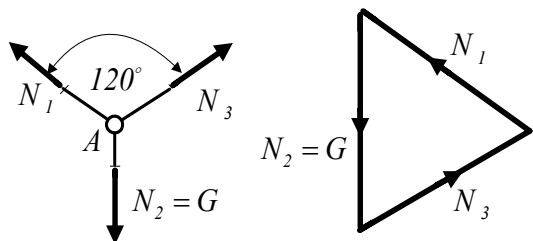
b) Az 1 jelű rúd szilárdságtani ellenőrzése.

c) A 2 jelű rúd szilárdságtani ellenőrzése.

d) A 3 jelű rúd szilárdságtani ellenőrzése.

e) A rúdszerkezetben felhalmozódó rugalmas energia meghatározása.

a) Az 1, 2, és a 3 jelű rúd igénybevételeinek meghatározása :



Az A jelű csomópont egyensúlyára vonatkozó vektorháromszög.
Mindhárom rúd húzott : $N_1 = N_2 = N_3 = G = 150 \text{ kN}$.

b) Az 1 jelű rúd szilárdságtani ellenőrzése :

$$A_1 = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{40^2 \pi}{4} = 1256,6 \text{ mm}^2, \quad \sigma_x = \frac{N_1}{A_1} = \frac{150 \cdot 10^3}{1256,64} = 119,37 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_x = 119,37 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}, \text{ tehát az 1 jelű rúd megfelel !}$$

c) A 2 jelű rúd szilárdságtani ellenőrzése :

Megfelel a rúd, ha a $\sigma_x = \frac{N_2}{A} \leq \sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}$ feltétel teljesül.

$$A_{\text{szüks}} = \frac{N_2}{\sigma_{\text{meg}}} = \frac{150 \cdot 10^3}{120} = 1250 \text{ mm}^2.$$

$$A_{\text{szüks}} = ab = a(2a) = 2a^2 = 1250 \text{ mm}^2 \quad \Rightarrow \quad a \geq \sqrt{\frac{1250}{2}} = 25 \text{ mm}.$$

A 2 jelű rúd szükséges méretei : $a \geq 25 \text{ mm}$ és $b = 2a \geq 50 \text{ mm}$.

d) A 3 jelű rúd szilárdságtani ellenőrzése :

Az MSz 329 szabványból egy darab L55x45x5 szelvény keresztmetszetének területe : $A = 630 \text{ mm}^2$.

A 3 jelű rúd kettő darab ilyen szelvényű rúdból áll, így az együttes keresztmetszetük területe :

$$A_{\text{tényleg}} = 2 A = 1260 \text{ mm}^2.$$

$$A_{\text{szüks}} = \frac{N_3}{\sigma_{\text{meg}}} = \frac{150 \cdot 10^3}{120} = 1250 \text{ mm}^2.$$

$$A_{\text{tényleg}} = 1260 \text{ mm}^2 \geq A_{\text{szüks}} = 1250 \text{ mm}^2, \text{ így a 3 jelű rúd megfelel !}$$

e) A rúdszerkezetben felhalmozódó rugalmas energia meghatározása :

$$U = U_1 + U_2 + U_3.$$

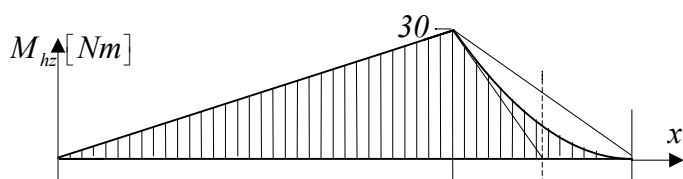
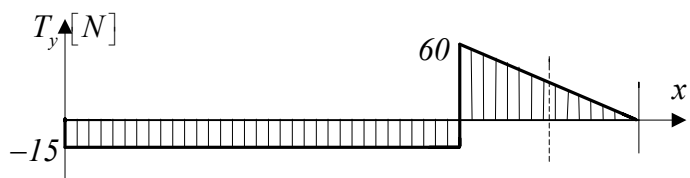
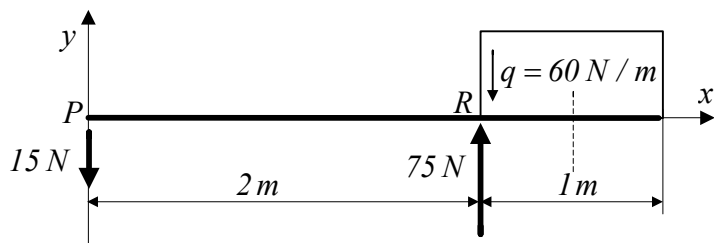
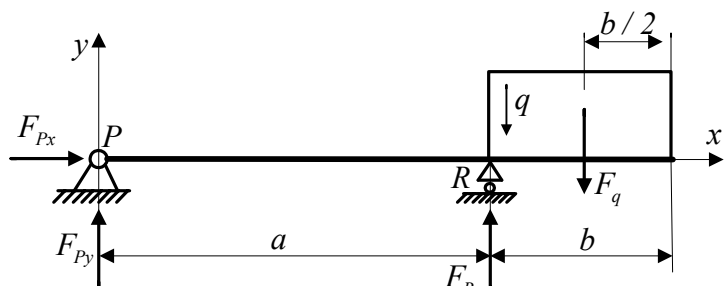
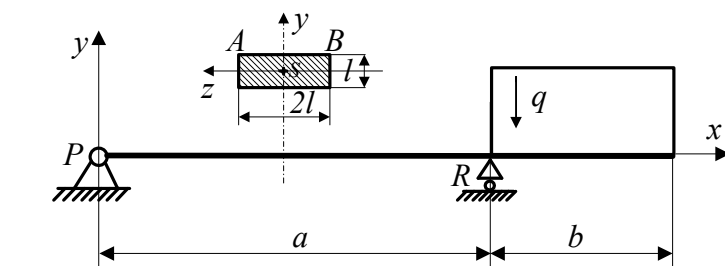
$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{N_1^2 l_1}{A_1 E} = \frac{1}{2} \frac{(150 \cdot 10^3)^2 3000}{1256,64 \cdot 2 \cdot 10^5} = 134286,7 \text{ Nmm} \approx 134,3 \text{ Nm} = 134,3 \text{ J}.$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{N_2^2 l_2}{A_2 E} = \frac{1}{2} \frac{(150 \cdot 10^3)^2 2000}{1250 \cdot 2 \cdot 10^5} = 90000 \text{ Nmm} = 90 \text{ Nm} = 90 \text{ J}.$$

$$U_3 = \frac{1}{2} \frac{N_3^2 l_3}{A_3 E} = \frac{1}{2} \frac{(150 \cdot 10^3)^2 3000}{1260 \cdot 2 \cdot 10^5} = 133928,6 \text{ Nmm} \approx 133,9 \text{ Nm} = 133,9 \text{ J}.$$

$$\text{A szerkezetben felhalmozott rugalmas energia : } U = U_1 + U_2 + U_3 = 134,3 + 90 + 133,9 = 358,2 \text{ J}.$$

4.2. feladat : Prizmatikus rúd hajlítása.



Adott : $a = 2 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $q = 60 \text{ N/m}$,
 $l = 10 \text{ mm}$, $\sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}$.

- Feladat: a) A tartó igénybevételi ábráinak meg-
 rajzolása, veszélyes keresztmetszet
 meghatározása.
 b) Feszültségeloszlás megrajzolása a ve-
 szélyes keresztmetszet y és z tengelye
 mentén. Veszélyes pontok meghatáro-
 zása.
 c) Végezze el a tartó szilárdságtani
 ellenőrzését !
 d) Feszültségi tenzor meghatározása a
 veszélyes keresztmetszet A és B
 pontjaiban.

- a) A tartó igénybevételi ábráinak megrajzolása,
 veszélyes keresztmetszet meghatározása.

Támasztó erőrendszer:

$$F_q = q \cdot a = 60 \cdot 1 = 60 \text{ N} (\downarrow).$$

$$M_p = F_{Ry} \cdot a - F_q \left(a + \frac{b}{2} \right) = 0 \Rightarrow F_{Ry} = 75 \text{ N} (\uparrow).$$

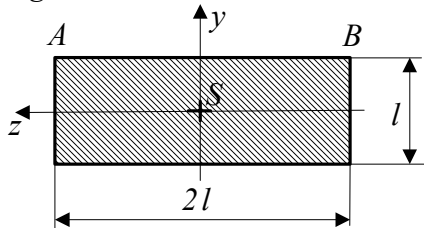
$$M_r = -(F_{Py} \cdot a) - \left(F_q \frac{a}{2} \right) = 0 \Rightarrow F_{Py} = -15 \text{ N} (\downarrow).$$

$$F_x = F_{Px} = 0.$$

$$M_{hz}(R) = M_{hz}(P) - \int_{x_p}^{x_R} T_y(x) dx = 0 - (-15a) = 30 \text{ Nm}$$

Veszélyes keresztmetszet az R keresztmetszet.

- b) Feszültségeloszlás megrajzolása a veszélyes keresztmetszet y és z tengelye mentén, a veszélyes pontok meghatározása :

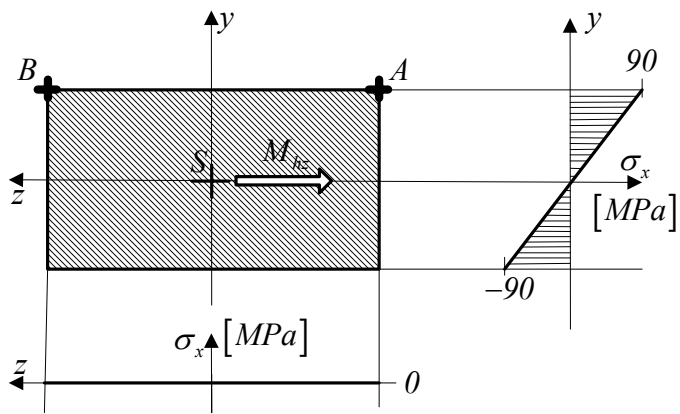


$$\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y \Rightarrow \text{A veszélyes pontok az } y = \pm y_{\text{max}} \text{ helyen.}$$

Veszélyes pontnak minősül így az A és a B pont is !

A keresztmetszet z tengelyre számolt másodrendű nyomatéka:

$$I_z = \frac{2l \cdot l^3}{12} = \frac{2l^4}{12} = \frac{2 \cdot 10^4}{12} = 1666,67 \text{ mm}^4$$



$$\sigma_x(A) = \sigma_x(B) = \frac{M_{hz}}{I_z} \frac{l}{2} = \frac{3 \cdot 10^4}{1666,67} \frac{10}{2} = 90 \text{ MPa}.$$

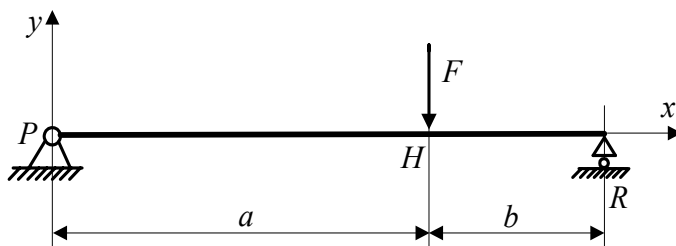
c) A tartó szilárdságtani ellenőrzése :

$$\sigma_{x\max} = |\sigma_x(A)| = |\sigma_x(B)| = 90 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}, \text{ a tartó megfelel!}$$

d) Feszültségi tenzor meghatározása a veszélyes keresztmetszet A és B pontjaiban :

$$[F_A] = [F_B] = \begin{bmatrix} 90 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}.$$

4.3. feladat : Prizmatikus rúd hajlítása.



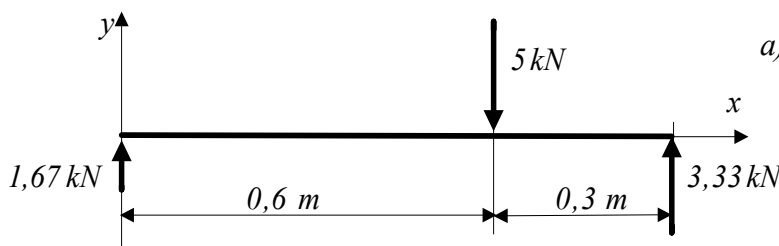
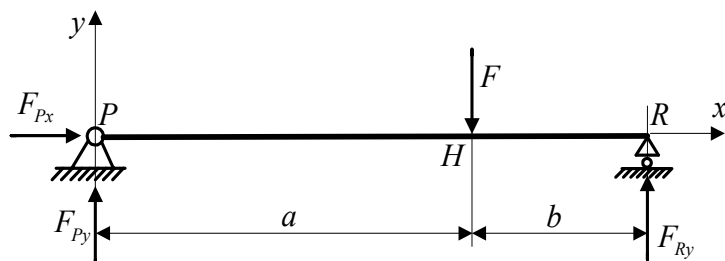
Adott: $R_{p0,2} = 150 \text{ MPa}$, $D = 1,5 d$, $n_{bíz} = 1,4$,
 $F = 5 \text{ kN}$, $a = 600 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$.

Feladat: a) A tartó igénybevételi ábráinak megrajzolása, veszélyes keresztmetszet meghatározása.

b) Feszültségeloszlás megrajzolása a veszélyes keresztmetszet y és z tengelye mentén, veszélyes pontok meghatározása.

c) Végezze el a tartó szilárdságtani méretezését !

d) Feszültségi tenzor meghatározása a veszélyes keresztmetszet A és B pontjaiban.



a) A tartó igénybevételi ábráinak megrajzolása, veszélyes keresztmetszet meghatározása :

Támasztó erőrendszer:

$$M_p = F_{Ry}(a+b) - Fa = 0,$$

$$F_{Ry} = F \frac{a}{a+b} = 5 \frac{0,6}{0,6+0,3} = 3,33 \text{ kN} (\uparrow).$$

$$M_r = Fb - F_{Py}(a+b) = 0,$$

$$F_{Py} = F \frac{b}{a+b} = 5 \frac{0,3}{0,6+0,3} = 1,67 \text{ kN} (\uparrow),$$

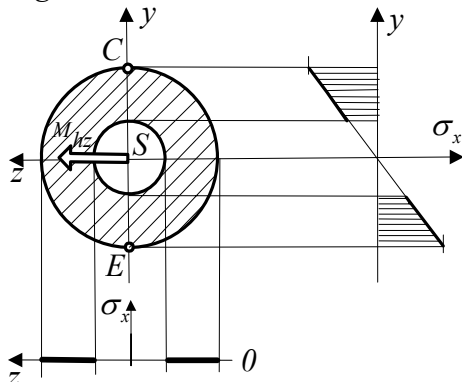
$$F_x = F_{Px} = 0 \text{ N}.$$

$$M_{hz}(H) = M_{hz}(P) - \int_{x_p}^{x_H} T_y(x) dx = 0 - (1,67 \cdot a) =$$

$$M_{hz}(H) = -1,67 \cdot 0,6 = -1 \text{ kNm}.$$

Veszélyes keresztmetszet : H .

b) Feszültségeloszlás megrajzolása a veszélyes keresztmetszet y és z tengelye mentén. Veszélyes pontok meghatározása :



A veszélyes pontok az $y = \pm y_{max} = \pm \frac{D}{2}$ helyen.

Veszélyes pontnak minősül a C és az E pont !

A keresztmetszet z tengelyre számolt másodrendű nyomatéka :
 $D = 1,5 d$,

$$I_z = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{64} = \frac{([1,5d]^4 - d^4) \pi}{64} = \frac{4,0625 d^4 \cdot \pi}{64}.$$

c) A tartó szilárdságtani méretezése :

$$\text{A megengedett feszültség : } \sigma_{meg} = \frac{R_{p0,2}}{n_{b\acute{z}t}} = \frac{150}{1,4} = 107,1 \text{ MPa.}$$

A tartó szilárdságtanilag megfelel, ha teljesül a következő feltétel : $\sigma_{x\max} \leq \sigma_{meg}$.

$$\sigma_{x\max} = |\sigma_x(C)| = |\sigma_x(E)| = \frac{|M_{hz}|}{I_z} |y_{\max}| = \frac{|M_{hz}|}{\frac{4,0625 d^4 \pi}{64}} 0,75 d \leq \sigma_{meg} = \frac{R_{p0,2}}{n_{b\acute{z}t}} = \frac{150}{1,4} = 107,1 \text{ MPa.}$$

$$\frac{|M_{hz}|}{\frac{4,0625 d^4 \pi}{64}} 0,75 d \leq \sigma_{meg} ,$$

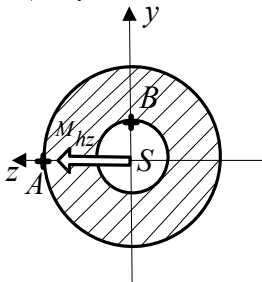
$$\sqrt[3]{\frac{48 |M_{hz}|}{4,0625 \pi \sigma_{meg}}} \leq d ,$$

$$\sqrt[3]{\frac{1 \cdot 10^6 \cdot 48}{4,0625 \cdot 3,141 \cdot 107,1}} \leq d ,$$

$$32,75 \text{ mm} \leq d .$$

A kerekítéssel a cső méretei legyenek : $\varnothing d = 33 \text{ mm}$, $\varnothing D = 1,5 d = 49,5 \text{ mm}$.

d) Feszültségi tenzor meghatározása a veszélyes keresztmetszet A és B pontjaiban :
(A nyírásból származó igénybevételt elhanyagoljuk)



Az A és S pontokhoz tartozó feszültségi tenzor mátrixa :

$$\begin{bmatrix} F_{\equiv S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\equiv A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

$$\sigma_x(B) = \frac{M_{hz}}{I_z} \frac{d}{2} = \frac{(-1 \cdot 10^6)}{236493^4} \frac{(+33)}{2} = -69,77 \text{ MPa.}$$

$$\begin{bmatrix} F_{\equiv B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -69,77 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$