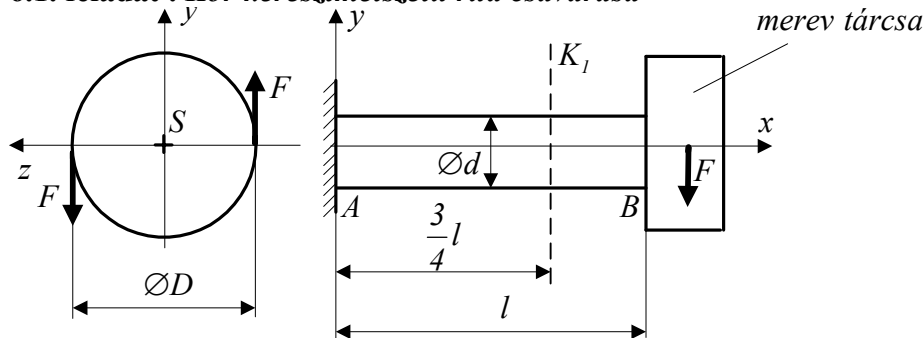


MECHANIKA-SZILÁRDSÁGTAN

6. hét gyakorlati anyaga

(kidolgozta : dr. Nagy Zoltán egy.adjunktus,  
Bojtár Gergely egy.tanársegéd)

6.1. feladat : Kör keresztmetszetű rúd csavarása



Adott :  $F=27 \text{ N}$  ,  $D=600 \text{ m}$  ,  $d=10 \text{ mm}$  ,  $l=1 \text{ m}$  ,  $\tau_{\text{meg}}=80 \text{ MPa}$  ,  $G=0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ .

Feladat : a) Rajzolja meg a rúd igénybevételi ábráit !

b) A  $K_I$  keresztmetszet  $D$  pontjához tartozó  $\left[ \underline{\underline{F}}_D \right]$  feszültségi tenzor felírása.

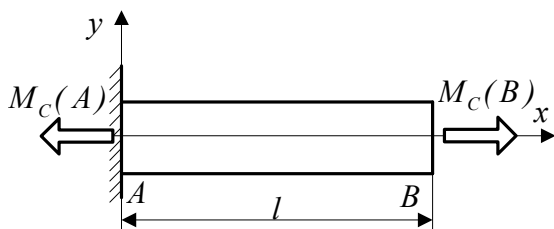
c) Feszültségeloszlás megrajzolása a keresztmetszet  $R$  ,  $y$  és  $z$  tengelye mentén !

d) A rúdban felhalmozott alakváltozási energia meghatározása .

e) A rúd B keresztmetszetének  $\psi_B$  szögelfordulásának meghatározása.

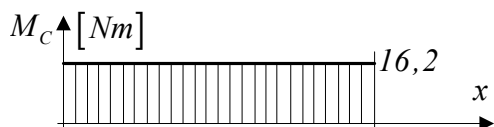
f) A rúd szilárdságtani ellenőrzése.

a) A rúd igénybevételi ábrái :

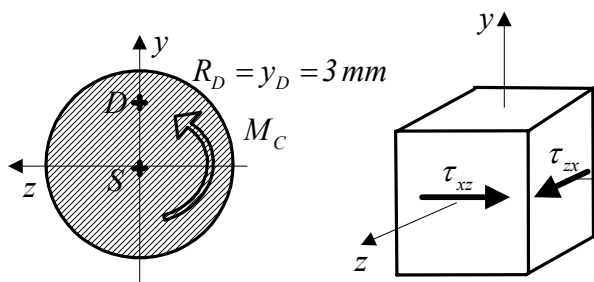


A rúd igénybevétele csavarás :

$$M_C = F D = 27 \cdot 0,6 = 16,2 \text{ Nm}.$$



b) A  $K_I$  keresztmetszet  $D$  pontjához tartozó  $\left[ \underline{\underline{F}}_D \right]$  feszültségi tenzor :



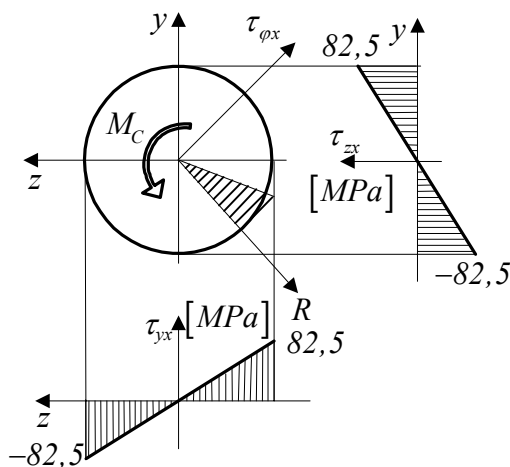
$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{10^4 \pi}{32} = 981,75 \text{ mm}^4 ,$$

$$\tau_{\varphi x}(D) = \frac{M_c}{I_p} R_D = \frac{16,2 \cdot 10^3}{981,75} 3 = 49,5 \text{ MPa} ,$$

$$\tau_{zx}(D) = \tau_{xz}(D) = 49,5 \text{ MPa} .$$

A D pont feszültségi állapotát jellemző tenzor : 
$$[F_D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 49,5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 49,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa.}$$

c) Feszültségeloszlás a keresztmetszet R, y és z tengelyei mentén :



$$\tau_{max} = \frac{M_c}{K_p} = \frac{M_c}{I_p} \frac{d}{2} = \frac{16,2 \cdot 10^3}{981,75} \cdot 5 = 82,5 \text{ MPa.}$$

d) A rúdban felhalmozott alakváltozási energia :

$$U = \frac{1}{2} \frac{M_c^2 l}{I_p G},$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{(16,2 \cdot 10^3)^2 \cdot 1000}{981,75 \cdot 0,8 \cdot 10^5} = 1670,74 \text{ Nmm} = 1,67 \text{ J.}$$

e) A rúd B keresztmetszetének  $\psi_B$  szögelfordulása :

$$\text{A rúd fajlagos szögelfordulása } \vartheta = \frac{M_c}{I_p G} = \frac{16,2 \cdot 10^3}{981,75 \cdot 0,8 \cdot 10^5} = 2,063 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{mm}},$$

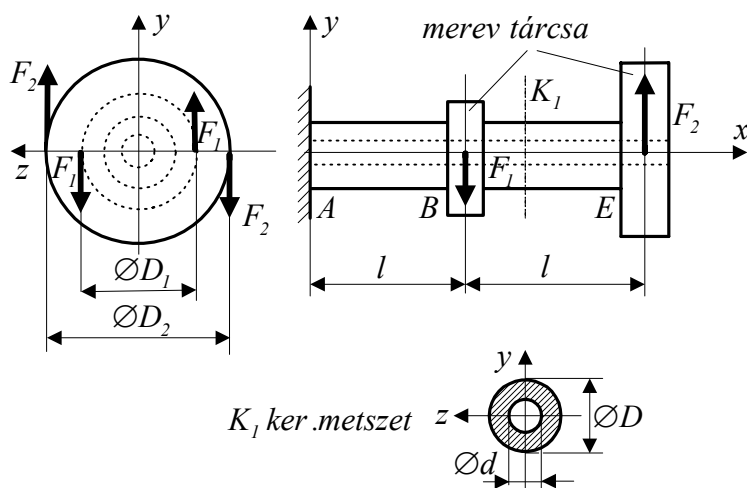
$$\text{Az A és B keresztmetszetek közötti szögelfordulás } \psi_{AB} = \vartheta l = 2,063 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 = 0,2063 \text{ rad.}$$

f) A rúd szilárdságtani ellenőrzése :

A rúd szilárdságtanilag megfelel, ha  $\tau_{max} \leq \tau_{meg}$  feltétel teljesül.

$$\tau_{max} = 82,5 \text{ MPa} > \tau_{meg} = 80 \text{ MPa}, \text{ tehát a rúd nem felel meg !}$$

## 6.2. feladat : Körgyűrű keresztmetszetű prizmatikus rúd csavarása



Adott :  $G = 80 \text{ GPa}$  ,  $\tau_{\text{meg}} = 60 \text{ MPa}$  ,

$D_1 = 0,4 \text{ m}$  ,  $D_2 = 0,6 \text{ m}$  ,  $l = 0,5 \text{ m}$  ,

$F_1 = 10 \text{ kN}$  ,  $F_2 = 8 \text{ kN}$  ,  $D = 1,5 d$  .

Feladat : a) Rajzolja meg rúd igénybevételi ábráit.

b) Határozza meg a rúd veszélyes keresztmetszeteit.

c) Feszültségeloszlás megrajzolása a veszélyes keresztmetszet  $R$  ,  $y$  és  $z$  tengelyei mentén !

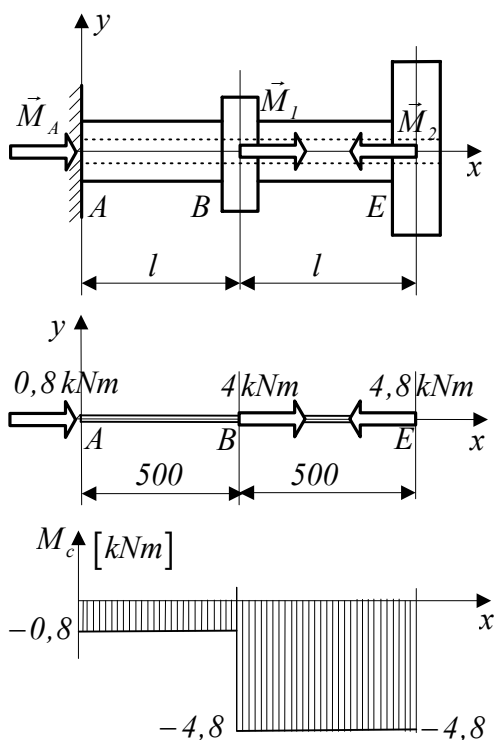
d) Határozza meg a veszélyes keresztmetszet veszélyes pontjait.

e) Végezze el a rúd szilárdságtani méretezését.  $\varnothing D = ?$  ,  $\varnothing d = ?$

f) A rúd  $E$  jelű keresztmetszetének  $\psi_E$  szögelfordulásának kiszámítása .

g) Határozza meg a rúdban felhalmozott alakváltozási energiát.

a) A rúd igénybevételi ábrái :



A rúd igénybevétele csavarás.

$$M_2 = F_2 D_2 = 8 \cdot 0,6 = 4,8 \text{ kNm} ,$$

$$\vec{M}_2 = (-4,8 \vec{i}) \text{ kNm} .$$

$$M_1 = F_1 D_1 = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ kNm} ,$$

$$\vec{M}_1 = (4 \vec{i}) \text{ kNm} .$$

A rúd befogásánál ébredő nyomaték :

$$\vec{M}_2 + \vec{M}_1 + \vec{M}_A = \vec{0} ,$$

$$\vec{M}_A = -\vec{M}_2 - \vec{M}_1 = -(-4,8 \vec{i}) - (4 \vec{i}) = (0,8 \vec{i}) ,$$

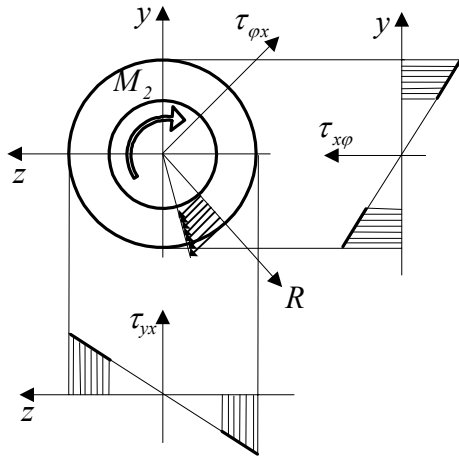
$$\vec{M}_A = (0,8 \vec{i}) \text{ kNm} .$$

b) A rúd veszélyes keresztmetszetei :

A rúd  $B$  és  $E$  jelű keresztmetszetei között lévő keresztmetszetek.

b) A rúd veszélyes keresztmetszetei :

A rúd  $B$  és  $E$  jelű keresztmetszetei között lévő keresztmetszetek .



c) Feszültségeloszlás a veszélyes keresztmetszet  $R$ ,  $y$  és  $z$  tengelyei mentén.

d) A veszélyes keresztmetszet veszélyes pontjai :  
A rúd  $R = D/2$  hengerfelületén lévő pontok.

e) A rúd szilárdságtani méretezése, a szükséges  $D$  és  $d$  átmérők meghatározása :

A rúd szilárdságtanilag megfelel, ha  $\tau_{max} \leq \tau_{meg}$  feltétel teljesül.

$$\tau_{max} = \frac{M_c}{K_p} = \frac{M_c}{I_p} \frac{D}{2} = \frac{M_2}{I_p} \frac{D}{2} \leq \tau_{meg}, \text{ ahol } I_p = \frac{(D^4 - d^4)\pi}{32} = \frac{[(1,5d)^4 - d^4]\pi}{32} = \frac{4,0625 d^4 \pi}{32}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_c}{I_p} \frac{D}{2} = \frac{M_2}{\frac{4,0625 d^4 \pi}{32}} \left( \frac{1,5d}{2} \right) \leq \tau_{meg} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{M_2}{\frac{4,0625 d^3 \pi}{24}} \leq \tau_{meg},$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{24 M_2}{\tau_{meg} \pi \cdot 4,0625}} = \sqrt[3]{\frac{24 \cdot 4800000}{60 \cdot 3,141 \cdot 4,0625}} \geq \sqrt[3]{150466,53} \geq 53,188 \text{ mm.}$$

Felfelé kerekítve :  $d = 54 \text{ mm}$ .

A cső külső átmérője :  $D = 1,5d = 81 \text{ mm}$ .

$$\text{A végleges átmérők alapján : } I_p = \frac{(D^4 - d^4)\pi}{32} = \frac{(81^4 - 54^4)\pi}{32} = 3,391 \cdot 10^6 \text{ mm}^4.$$

f) A rúd  $E$  jelű keresztmetszetének  $\psi_E$  szögelfordulása :

A rúd fajlagos elcsavarodási szöge szakaszonként változik.

$$\psi_{AE} = \int_{2l}^l \vartheta dx + \int_{l_{AB}}^l \vartheta dx + \int_{l_{BE}}^l \vartheta dx = \psi_{AB} + \psi_{BE} = \frac{M_A l}{I_p G} + \frac{M_2 l}{I_p G} = \frac{l}{I_p G} (M_A + M_2),$$

$$\psi_{AE} = \frac{l}{I_p G} (M_A + M_2) = \frac{500}{3,391 \cdot 10^6 \cdot 80 \cdot 10^3} (-0,8 \cdot 10^6 - 4,8 \cdot 10^6) = -1,032 \cdot 10^{-2} \text{ rad.}$$

g) A rúdban felhalmozott alakváltozási energia :

$$U = U_{AB} + U_{BE} = \frac{1}{2} \frac{M_A^2 l}{I_p G} + \frac{1}{2} \frac{M_2^2 l}{I_p G} = \frac{l}{2 I_p G} (M_A^2 + M_2^2),$$

$$U = \frac{500}{2 \cdot 3,391 \cdot 10^6 \cdot 80 \cdot 10^3} [(-0,8 \cdot 10^6)^2 + (-4,8 \cdot 10^6)^2] = 21820 \text{ Nmm} = 21,82 \text{ J.}$$