

MECHANIKA - REZGÉSTAN

**Elméleti kérdések és válaszok
egyetemi alapképzésben (BSc képzésben)
résztevő mérnökhallgatók számára**

(1) *Adja meg az anyagi pont definícióját!*

1. definíció: Olyan test, amelynek méretei elhanyagolhatóak a mozgás leírása szempontjából.

2. definíció: Olyan test, amelynek mozgása (helyzete) egyetlen pontjának mozgásával (helyzetével) egyértelműen megadható.

(2) *Adja meg a merev test definícióját!*

Olyan test, amelyben bármely két pont távolsága állandó (a pontok távolsága terhelés/erő hatására sem változik meg).

(3) *Adja meg a szilárd test definícióját!*

Olyan test, amely alakváltozásra képes (a szilárd test pontjainak távolsága terhelés/erő hatására megváltozhat).

(4) *Adja meg a kontinuum definícióját!*

Olyan szilárd test, amelynek tömegeloszlása és mechanikai viselkedése folytonos függvényekkel leírható.

(5) *Adja meg a rúd definícióját!*

Olyan test, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő. (A Statikában merev, a Szilárdságtanban szilárd rudakat vizsgáltunk.)

(6) *Adja meg a rezgőmozgás definícióját!*

Rezgőmozgásnál a vizsgált tömegpont/test valamely egyensúlyi (nyugalmi) helyzet közelében fellépő, szabályosan, ellentétes irányokban bekövetkező kitérésekkel mozog.

(7) *Adja meg a kitérés definícióját!*

Az egyensúlyi (nyugalmi) helyzettől mért, a t időtől függő, $y = y(t)$ előjeles skaláris koordináta). A kitérés lehet elmozdulás, vagy szögelfordulás is.

(8) *Definiálja a periodikus rezgést!*

A kitérések megadott T időszakonként (időintervallumonként) szabályosan, periodikusan változnak: $y(t) = y(t + T)$.

(9) *Definiálja a harmonikus rezgést!*

Olyan rezgés, amelynél a kitérések $y = y(t)$ időbeni lefolyása $\sin$, vagy $\cos$ függvényekkel, vagy ezek kombinációival írható le. Pl. $y(t) = A \sin \omega t$, $y(t) = A \cos \omega t$; $y(t) = A \sin(\omega t + \varepsilon)$, vagy $y(t) = A \cos(\omega t + \varepsilon)$.

(10) *Definiálja a rezgésidőt (periódus időt) és adja meg az SI mértékegységét!*

A rezgésidő a kitérések ismétlődési ideje. Jele T , SI mértékegysége szekundum: [s].

(11) *Definiálja a frekvenciát és adja meg az SI mértékegységét!*

A frekvencia a periodikus mozgás időegység alatti ismétlődésének száma. Jele ν , SI mértékegysége $\left[\frac{1}{s}\right] = [\text{Hz}]$.

(12) Definiálja a körfrekvenciát és adja meg az SI mértékegységét!

A körfrekvencia a frekvencia 2π -szerese: $\omega = 2\pi\nu$, SI mértékegysége $\left[\frac{\text{rad}}{s}\right]$.

(13) Adja meg az általános koordináta definícióját!

Az általános koordináták azok a skaláris paraméterek (koordináták), amelyek a rendszer mozgását (helyzetét) egyértelműen meghatározzák az idő függvényében. Az általános koordináta elmozdulás, vagy szögelfordulás is lehet. Jele: $q = q(t)$.

(14) Definiálja az általános koordinátasebességet és általános koordinátagyorsulást!

Általános koordinátasebesség az általános koordináta idő szerinti első deriváltja:

$$\dot{q} = \dot{q}(t) = \frac{dq}{dt}.$$

Általános koordinátagyorsulás az általános koordináta idő szerinti második deriváltja:

$$\ddot{q} = \ddot{q}(t) = \frac{d\dot{q}}{dt}.$$

(15) Definiálja a szabadságfokot!

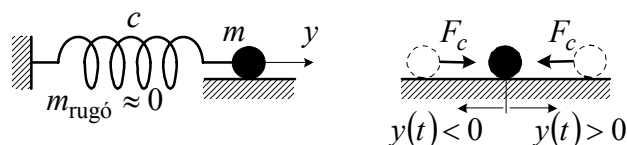
Azoknak az egymástól független általános koordinátáknak a száma, amelyek a rendszer mozgását (helyzetét) egyértelműen meghatározzák.

(16) Adja meg az F_c visszatérítő erő értelmezését és tulajdonságait! Készítsen magyarázó ábrát!

A visszatérítő erő értelmezése: $F_c = -\frac{1}{c}y$, ahol c a rugóállandó (arányossági tényező).

Tulajdonságai:

- Az F_c visszatérítő erő mindig az egyensúlyi helyzet felé mutat.
- A visszatérítő erő iránya ellentétes a kitéréssel.
- A visszatérítő erő nagysága arányos a kitéréssel.



(17) Definiálja a kis rezgés fogalmát!

- A rezgések amplitúdója a vizsgált szerkezet méreteihez képest kicsi,
- A rezgés amplitúdója a rugó karakterisztika lineáris szakaszán belül marad,
- A rezgés során fellépő szögelfordulások és az elmozdulások között lineáris kapcsolat áll fenn.

(18) Definiálja az U rugópotenciált!

$U = -W_c = -\frac{1}{2}F_c y = \frac{y^2}{2c}$, ahol $-W_c$ a visszatérítő erő munkája,

- F_c a visszatérítő erő,
- y a kitérés,
- c a rugóállandó.

(19) Hogyan származtatható az F_c visszatérítő erő az U rugópotenciálból?

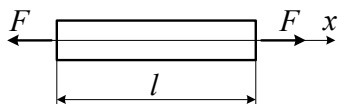
A visszatérítő erő a rugópotenciálból negatív gradiens képzéssel származtatható:

$$F_c = -\frac{dU}{dy} = -\frac{d}{dy}\left(\frac{y^2}{2c}\right) = -\frac{y}{c}.$$

(20) Fogalmazza meg az egy szabadságfokú rendszerhez tartozó rugalmas elemekre vonatkozó tételt!

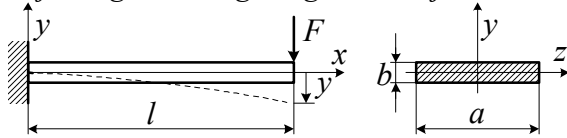
Az egy anyagi ponthoz, egy merev testhez kapcsolódó rugalmas elemek mindig modellezhetők (helyettesíthetők) egyetlen rugóval.

(21) Adja meg a húzott-nyomott (longitudinális) rugó rugóállandóját! Készítsen magyarázó ábrát!



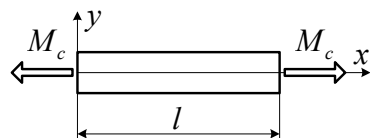
$$\lambda = l\varepsilon_x = l \frac{\sigma_x}{E} = \frac{l}{AE} F \quad \Rightarrow \quad c = \frac{l}{AE}$$

(22) Adja meg lemeZRUGÓ rugóállandóját! Készítsen magyarázó ábrát!



$$y = \frac{l^3}{3I_z E} F \quad \Rightarrow \quad c = \frac{l^3}{3I_z E}, \text{ ahol } I_z = \frac{ab^3}{12}.$$

(23) Adja meg csavarásra igénybevett rugó (tengely, csőtengely) torziós rugóállandóját! Készítsen magyarázó ábrát!



$$\psi = \vartheta l = \frac{M_c}{I_p G} l = \frac{l}{I_p G} M_c \quad \Rightarrow \quad \text{a torziós rugóállandó: } \gamma = \frac{l}{I_p G}.$$

Kör keresztmetszetre: $I_p = \frac{D^4 \pi}{32}$, körgyűrű keresztmetszet esetén: $I_p = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{32}.$

(24) Definiálja a folyadékfék típusú csillapító erőt és adja meg a csillapítóerő legfontosabb tulajdonságát!

$$F_k = -k v_d = -k \dot{y},$$

ahol k csillapítási tényező v_d a dugattyú relatív sebessége a hengerhez képest

Tulajdonság: A csillapító erő teljesítménye mindig negatív.

(25) Hogyan írható fel általánosan a gerjesztő erő / gerjesztő nyomaték harmonikus gerjesztés esetén?

$$F_g = F_{g0} \sin(\omega t + \varepsilon), \text{ vagy } F_g = F_{g0} \cos(\omega t + \varepsilon),$$

$$M_g = M_{g0} \sin(\omega t + \varepsilon), \text{ vagy } M_g = M_{g0} \cos(\omega t + \varepsilon), \text{ ahol}$$

F_{g0} , M_{g0} a gerjesztő erő/nyomaték amplitúdója,
 ω a gerjesztés körfrekvenciája, mértékegység: [rad/s].
 ε a gerjesztés fázisszöge.

(26) Írja fel a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletet és adja meg az egyenletben szereplő mennyiségek jelentését!

A mozgásegyenlet: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E}{\partial q} = Q$, ahol

t az idő, d a differenciálás jele, ∂ a parciális differenciálás jele,
 E a kinetikai energia, $\dot{q}$ az általános koordináta sebesség, q az általános koordináta, Q az általános erő: egységnyi koordináta sebességhez tartozó teljesítmény.

(27) Adja meg az általános erő kiszámításának módját merev test esetén!

$$Q = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \vec{\beta}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j \cdot \vec{b}, \text{ ahol}$$

n – az erőrendszerhez tartozó koncentrált erők száma,

m – az erőrendszerhez tartozó koncentrált nyomatékok száma,

$\vec{\beta}_i = \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial \dot{q}}$ - az $\vec{F}_i$ erő támadáspontjának az egységnyi koordináta sebességhez tartozó sebessége,

$\vec{b} = \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial \dot{q}}$ - a merev testnek az egységnyi koordináta sebességhez tartozó szögsebessége.

(28) Adja meg a Q_c általános visszatérítő erő meghatározásának módját!

$$Q_c = -\frac{dU}{dq} = -\frac{1}{c_r} q, \text{ ahol}$$

U a rugópotenciál, q az általános koordináta és c_r a q általános koordináta választáshoz tartozó redukált rugóállandó.

(29) Adja meg a Q_k általános csillapító erő meghatározásának módját!

$Q_k = \vec{F}_k \cdot \vec{\beta}_k$, ahol $\vec{F}_k$ a csillapító erő, $\vec{\beta}_k = \frac{\partial \vec{v}_k}{\partial \dot{q}}$, és $\vec{v}_k$ a csillapító erő támadáspontjának sebessége.

(30) Adja meg a Q_g általános gerjesztő erő meghatározásának módját!

$$Q_g = \vec{F}_g \cdot \vec{\beta}_g + \vec{M}_g \cdot \vec{b}_g, \text{ ahol}$$

$\vec{F}_g$ a gerjesztő erő és $\vec{M}_g$ a gerjesztő nyomaték,

$\vec{\beta}_g = \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \dot{q}}$, és $\vec{v}_g$ a gerjesztő erő támadáspontjának sebessége,

$\vec{b}_g = \frac{\partial \vec{\omega}_g}{\partial \dot{q}}$, és $\vec{\omega}_g$ annak a testnek a szögsebessége, amelyre a gerjesztő nyomaték hat.

(31) Ismertesse rezgőrendszerek osztályozását!

1. Szabad rezgőrendszerek (szabad rezgések) $Q_g = 0$.

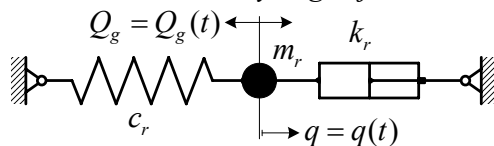
a) Szabad, csillapítatlan rezgőrendszerek

- (szabad, csillapítatlan rezgések) $Q_g = 0$ és $Q_k = 0$.
- b) Szabad, csillapított rezgőrendszerek
(szabad, csillapított rezgések) $Q_g = 0$ és $Q_k \neq 0$.
2. Gerjesztett rezgőrendszerek (gerjesztett rezgések) $Q_g \neq 0$.
- a) Gerjesztett, csillapítatlan rezgőrendszerek
(gerjesztett, csillapítatlan rezgések) $Q_g \neq 0$ és $Q_k = 0$.
- b) Gerjesztett, csillapított rezgőrendszerek
(gerjesztett, csillapított rezgések) $Q_g \neq 0$ és $Q_k \neq 0$.

(32) Írja le az útgerjesztés értelmezését!

Útgerjesztésről akkor beszélünk, ha a gerjesztés nem erővel/nyomatékkal történik, hanem a rezgőrendszer adott pontját (pontjait) előírt módon, időben periodikusan mozgatjuk, vagy a rezgőrendszer adott merev testét (testeit) előírt módon, időben periodikusan forgatjuk.

(33) Rajzolja le egy szabadságfokú rezgőrendszer redukált mechanikai modelljét és ismertesse az ábrán látható mennyiségek jelentését!



m_r a rezgőrendszer redukált tömege,

c_r a rezgőrendszer redukált rugóállandója,

k_r a rezgőrendszer redukált csillapítási tényezője,

q a rezgőrendszer mozgását leíró általános koordináta,

$Q_g(t) = Q_{g0} \sin(\omega t + \varepsilon)$ az általános gerjesztő erő.

(34) Adja meg a komplex változóra vonatkozó mozgásegyenletet, valamint a komplex változó és az általános koordináta kapcsolatát egy szabadságfokú rezgőrendszer esetében!

$$m_r \ddot{z} + k_r \dot{z} + \frac{1}{c_r} z = P_g, \text{ ahol}$$

$z = x + iq$, $P_g = P_{g0} e^{i\omega t}$ az általános komplex gerjesztő erő és ω a gerjesztés körfrekvenciája.

(35) Adja meg egy szabadságfokú rezgőrendszer mozgásegyenletének homogén megoldását komplex alakban és írja le a megoldásban szereplő mennyiségek jelentését!

$$z_h(t) = (a + ib) e^{-\beta t} e^{i\nu t}, \text{ ahol}$$

a és b a $q_h(t)$ -re megadott kezdeti feltételből számítható állandók,

$$\beta = \frac{k_r}{2m_r} \text{ a rendszer csillapítását jellemző mennyiség,}$$

$$\nu = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \text{ a csillapított, szabad rendszer saját körfrekvenciája és}$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{m_r c_r}} \text{ a csillapítatlan, szabad rendszer saját körfrekvenciája.}$$

(36) Adja meg egy szabadságfokú rezgőrendszer mozgásegyenletének partikuláris megoldását komplex alakban és írja le a megoldásban szereplő mennyiségek jelentését!

$$z_p(t) = \frac{P_0}{i\omega Z} e^{i\omega t}, \text{ ahol}$$

$P_0 = Q_{g0} e^{i\epsilon}$ a gerjesztő erő komplex amplitúdója,

ω a gerjesztés körfrekvenciája,

$$Z = k_r + i \left(\omega m_r - \frac{1}{\omega c_r} \right) \text{ a rezgőrendszer komplex ellenállása.}$$

(37) Írja fel csillapítatlan, szabad rendszer mozgásegyenletének megoldását és kezdeti feltételekből határozza meg a megoldásban szereplő állandókat!

A mozgásegyenlet általános megoldása: $z(t) = A e^{i\lambda t} = (a + ib) e^{i\alpha t}$.

Az általános megoldásban szereplő állandók meghatározása:

$$z(t) = (a + ib) e^{i\alpha t}, \quad \dot{z}(t) = i\alpha (a + ib) e^{i\alpha t} = i\alpha z(t).$$

Kezdeti feltételek:

$$q(t=0) = q_0 = y_0 = \text{Im}[z(t=0)] = b \quad \Rightarrow \quad b = y_0,$$

$$\dot{q}(t=0) = \dot{q}_0 = v_0 = \text{Im}[\dot{z}(t=0)] = \alpha a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_0}{\alpha}.$$

(38) Írja fel csillapított, szabad rendszer mozgásegyenletének megoldását és kezdeti feltételekből határozza meg a megoldásban szereplő állandókat ha ν valós mennyiség!

Ha ν valós mennyiség, akkor rezgések alakulnak ki:

$$z(t) = A e^{(-\beta + i\nu)t} = A e^{-\beta t} e^{i\nu t} = \underbrace{(a + ib) e^{-\beta t}}_{\text{komplex amplitúdó}} \cdot \underbrace{e^{i\nu t}}_{\nu \text{ szögsebességgel forgó egységvektor}}.$$

A komplex sebességvektor: $\dot{z}(t) = (a + ib)(-\beta + i\nu) e^{(-\beta + i\nu)t}$.

Kezdeti feltételek:

$$q(t=0) = q_0 = y_0 = \text{Im}[z(t=0)] = b \quad \Rightarrow \quad b = y_0,$$

$$\dot{q}(t=0) = \dot{q}_0 = v_0 = \text{Im}[\dot{z}(t=0)] = -b\beta + a\nu \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_0}{\nu} + q_0 \frac{\beta}{\nu}.$$

(39) Adja meg a logaritmikus dekrementum értelmezését, fizikai tartalmát és az értelmezésben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\text{Értelmezés: } \Lambda = \ln \frac{q_1}{q_2} = \ln \left(e^{\frac{2\pi\beta}{\nu}} \right) = 2\pi \frac{\beta}{\nu}, \text{ ahol}$$

q_1, q_2 két, egymást követő legnagyobb kitérés,

$\beta = \frac{k_r}{2m_r}$ a rendszer csillapítását jellemző mennyiség,

$\nu = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ a csillapított, szabad rendszer saját körfrekvenciája és

$\alpha = \frac{1}{\sqrt{m_r c_r}}$ a csillapítatlan, szabad rendszer saját körfrekvenciája.

Fizikai tartalom: a rezgőrendszer csillapítására jellemző mennyiség.

(40) Definiálja gerjesztett rezgőrendszer állandósult rezgéseit, írja fel az állandósult rezgésekre vonatkozó megoldást és adja meg a benne szereplő mennyiségek jelentését!

Állandósult rezgés: a rezgőmozgásnak az a része, ami a szabad rezgések lecsengése (elhalása) után megmarad.

A gerjesztett, csillapított rezgőrendszer differenciál egyenletének általános megoldása:

$$z(t) = z_h(t) + z_p(t) = \underbrace{Ae^{-\beta t} e^{i\omega t}}_{\text{időben lecsengő rezgési rész}} + \underbrace{\frac{P_0}{i\omega Z} e^{i\omega t}}_{\text{állandósult rezgési rész}}, \text{ ahol}$$

$P_0 = Q_{g0} e^{i\varepsilon}$ a gerjesztő erő komplex amplitúdója,

ω a gerjesztés körfrekvenciája,

$Z = k_r + i \left(\omega m_r - \frac{1}{\omega c_r} \right)$ a rezgőrendszer komplex ellenállása.

(41) Adja meg a rezgés kialakulásának feltételét szabad, csillapított rezgőrendszer esetében!

Ha $\alpha > \beta$, akkor kialakul rezgés.

Ha $\alpha = \beta$, akkor aperiodikus rezgés alakulhat ki (egyetlen előjelváltás lehetséges).

Ha $\alpha < \beta$, nem alakul ki rezgés.

(42) Írja fel egy szabadságfokú rezgőrendszer rezonancia görbeseregének egyenletét, adja meg az összefüggésben szereplő mennyiségek jelentését és vázolja a rezonancia görbesereget!

A rezonancia görbe (rezonancia függvény): $\frac{q_{\max}}{q_{st}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\xi^2)^2 + 4\frac{\beta^2}{\alpha^2}\xi^2}}$, ahol

$q_{\max}$ a maximális kitérés,

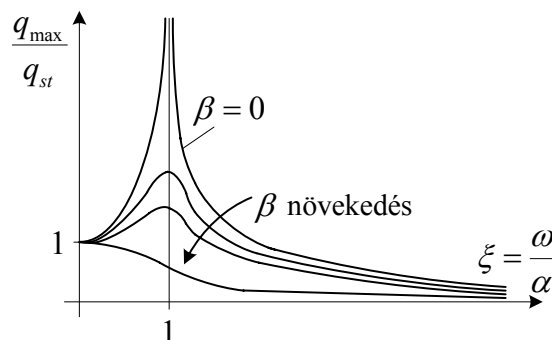
$q_{st} = c_r Q_{g0}$ az általános gerjesztő erő Q_{g0} amplitúdójának hatására bekövetkező kitérés,

$\xi = \frac{\omega}{\alpha}$ új változó,

ω - a gerjesztés körfrekvenciája,

α - a csillapítatlan, szabad rendszer körfrekvenciája,

$\beta = \frac{k_r}{2m_r}$ a rendszer csillapítását jellemző mennyiség.



(43) Miért veszélyes a rezonancia jelensége és hogyan kerülhető el?

A csillapítatlan ($\beta = 0$) esetben $\xi = 1$ -nél, azaz az $\omega = \alpha$ -nál végtelen nagy elmozdulások lépnek fel $\Rightarrow$ a rezgőrendszer (a szerkezet) tönkremegy!

A valóságos szerkezetekben mindig van kisebb, vagy nagyobb mértékű csillapítás, ezért végtelen nagy kitérések nem fognak fellépni. Viszont felléphetnek olyan nagy kitérések, amelyek a rendszer tönkremeneteléhez vezetnek.

A rezonancia jelenség a rezgőrendszer elhangolásával kerülhető el:

- Megváltoztatjuk a gerjesztés ω körfrekvenciáját.
- Megváltoztatjuk a rezgőrendszer $\alpha = \frac{1}{\sqrt{m_r c_r}}$ sajátfrekvenciáját.

(44) Mit szemléltet a vektorábra?

A vektorábra a $t=0$ időpillanatban az állandósult rezgést jellemző komplex mennyiségeket szemlélteti:

- a komplex gerjesztő erő $P_0 = Q_{g0} e^{i\varepsilon}$ komplex amplitúdóját,
- a rezgőrendszer $Z = k_r + i \left(\omega m_r - \frac{1}{\omega c_r} \right)$ komplex ellenállását,
- a z_g komplex kitérést,
- a $\dot{z}_g$ komplex sebességet és
- a $\ddot{z}_g$ komplex gyorsulást.

(45) Mit határoz meg a fáziskésés szöge és hogyan lehet kiszámítani?

A komplex kitérés φ szöget késik a komplex gerjesztő erőhöz képest.

$$\text{Kiszámítása: } \varphi = \frac{\pi}{2} + \psi, \text{ ahol } \operatorname{tg} \psi = \frac{\omega m_r - \frac{1}{\omega c_r}}{k_r}$$

(46) Hogyan változik az időben a komplex gerjesztő erő, a komplex kitérés, a komplex sebesség és a komplex gyorsulás.

A komplex gerjesztő erő, a komplex kitérés, a komplex sebesség és a komplex gyorsulás egymáshoz mereven rögzítve, az óramutató járásával ellentétesen forog ω szögsebességgel.

(47) Hogyan határozható meg állandósult rezgés esetén a maximális kitérés és a maximális sebesség?

$$\text{A maximális kitérés: } q_{g \max} = \frac{|P_0|}{\omega Z} = \frac{Q_{g0}}{\omega \sqrt{k_r^2 + \left(\omega m_r - \frac{1}{\omega c_r} \right)^2}},$$

$$\text{A maximális sebesség: } v_{g \max} = \dot{q}_{g \max} = \omega q_{g \max}.$$

(48) Hogyan határozható meg állandósult rezgés esetén a maximális gyorsulás, a rugóban fellépő maximális erő és a csillapításban fellépő maximális erő?

$$\text{A maximális gyorsulás: } a_{g \max} = \ddot{q}_{g \max} = \omega^2 q_{g \max}.$$

A rugóban fellépő maximális erő: $F_{c\max} = \frac{q_{g\max}}{c_r}$.

A csillapításban fellépő maximális erő: $F_{k\max} = k_r \dot{q}_{g\max} = k_r \omega q_{g\max}$.

(49) *Adja meg a több szabadságfokú diszkrét rezgőrendszer definícióját!*

A diszkrét rezgőrendszer merev testekből, tömegpontokból és az ezeket összekapcsoló rugókból álló rendszer, amely tartalmazhat csillapító elemeket és gerjesztéseket is.

(50) *Írja fel a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenlet-rendszernek azt az alakját, amely több szabadságfokú rezgőrendszerekre alkalmazható!*

A mozgásegyenlet-rendszer: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_i} = Q_i, \quad (i=1, 2, \dots, n)$, ahol

t az idő, d a differenciálás jele,

∂ a parciális differenciálás jele,

n a rezgőrendszer szabadságfoka,

E a rendszer kinetikai energiája,

$\dot{q}_i$ az i -edik általános koordináta sebesség,

q_i az i -edik általános koordináta,

Q_i a q_i általános koordináta-hoz tartozó általános erő.

(51) *Adja meg a longitudinális rezgőrendszer definícióját!*

A rezgőrendszer tömegei egy egyenes mentén hosszirányú rezgéseket végeznek.

(52) *Írja fel mátrix alakban longitudinális rezgőrendszerek mozgásegyenletét és adja meg az egyenletben szereplő mennyiségek jelentését!*

$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{q}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{q}} = \underline{\underline{f}}(t)$, ahol

$\underline{\underline{M}}$ a rendszer tömegmátrixa,

$\underline{\underline{K}}$ a rendszer rugó (merevségi) mátrixa,

$\underline{\underline{q}}^T = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]$ a rendszer mozgását leíró ált. koordinátákat tartalmazó oszlop mátrix,

$\underline{\underline{f}}(t)$ a gerjesztéseket tartalmazó oszlop mátrix.

(53) *Hogyan modellezzük tengelyek hajlító rezgéseit?*

Modellezés: - a tengelyek tömegét elhanyagoljuk a fogaskereket tömegéhez képest,
- a tengelyeket rugalmas elemként kezeljük,
- a fogaskerekeket tömegpontokkal, vagy merev tárcsákkal modellezzük.

(54) *Írja fel mátrix alakban tengelyek szabad hajlító rezgéseinek mozgásegyenletét és adja meg az egyenletben szereplő mennyiségek jelentését!*

$\underline{\underline{D}} \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{q}}} + \underline{\underline{E}} \underline{\underline{q}} = \underline{\underline{0}}$, ahol

$\underline{\underline{D}}$ a tengely *Maxwell*-féle hatásmátrixa,

$\underline{\underline{M}}$ a rendszer tömegmátrixa,

$\underline{\underline{E}}$ az egység mátrix,

$\begin{bmatrix} q \\ \vdots \end{bmatrix}^T = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]$ a rendszer mozgását leíró ált. koordinátákat tartalmazó oszlopmátrix.

- (55) *Alakítsa át tengelyek hajlító rezgéseinek mátrix mozgásegyenletét a longitudinális rezgőrendszerekénél kapott alakra!*

Kiindulás: $\underline{\underline{D}} \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{E}} \underline{q} = \underline{0}$.

Átalakítás: $\underbrace{\underline{\underline{D}}^{-1} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{M}}}_{\underline{\underline{E}}} \ddot{\underline{q}} + \underbrace{\underline{\underline{D}}^{-1} \underline{\underline{E}}}_{\underline{\underline{D}}^{-1} \equiv \underline{\underline{K}}} \underline{q} = \underline{0}, \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{K}} \underline{q} = \underline{0}.$

- (56) *Írja fel n szabadságfokú diszkrét rezgőrendszer karakterisztikus egyenletét! Mire használható a karakterisztikus egyenlet?*

Karakterisztikus egyenlet: $\det[\underline{\underline{K}} - \alpha^2 \underline{\underline{M}}] = 0$.

A karakterisztikus egyenlet a rezgőrendszer α_i^2 , ($i=1, 2, \dots, n$) sajátfrekvenciáira nézve n -ed fokú algebrai egyenlet.

A karakterisztikus egyenletből a rezgőrendszer sajátfrekvenciái határozhatók meg.

- (57) *Írja fel a Dunkerley formulát és adja meg a benne szereplő betűk jelentését! Milyen rezgőrendszerekre érvényes a formula?*

$\alpha_{\min}^2 \approx \frac{1}{c_{01}m_1 + (c_{01} + c_{12})m_2 + \dots + (c_{01} + c_{12} + \dots + c_{n-1n})m_n}$, ahol

m_1, m_2, m_n az n szabadságfokú kötött longitudinális rezgőrendszer tömegei,

c_{01}, c_{12}, c_{n-1n} a tömegek között levő rugók rugóállandói.

A formula kötött longitudinális rezgőrendszerekre érvényes.

- (58) *Mi számítható ki a Dunkerley formulával?*

- A Dunkerley formulával a kötött longitudinális rezgőrendszer legkisebb sajátfrekvenciájának közelítő értéke határozható meg.

- A Dunkerley formula a legkisebb sajátfrekvenciának mindig egy alsó közelítését adja meg.

- (59) *Adja meg a kontinuum rezgések definícióját!*

Kontinuum rezgés: folytonos tömegeloszlású rugalmas testek rezgései.

- (60) *Hány sajátfrekvenciája van folytonos tömegeloszlású rugalmas testekből álló rezgőrendszereknek?*

Kontinuum rendszereknek ∞ sok saját körfrekvenciája van.