MECHANIKA - SZILÁRDSÁGTAN	**Elméleti kérdések és válaszok egyetemi alapképzésben (BSc képzésben) résztvevő mérnökhallgatók számára**

(1) Mi a szilárdságtan tárgya?

A szilárdságtan tárgya a terhelés előtt és után is tartós nyugalomban levő, alakváltozásra képes testek kinematikájának, dinamikájának és anyagszerkezeti viselkedésének leírása.

(2) Mi a terhelés?

A terhelés az általunk vizsgált rendszerhez nem tartozó testektől származó ismert nagyságú hatások (ismert erőhatások).
Terhelés ≡ ismert külső erőrendszer.

(3) Definiálja az alakváltozás fogalmát!

Alakváltozásról beszélünk, ha a test pontjai terhelés hatására egymáshoz képest úgy mozdulnak el, hogy a test anyagi geometriai alakzatai (pl. hossz, szög, felület, térfogat) megváltoznak.

(4) Mit értünk a szilárdságtanban a kinematikán?

A szilárdságtanban a kinematika leírja a test pontjainak a terhelés hatására bekövetkező elmozdulásait és a test alakváltozásait.

(5) Mit értünk a szilárdságtanban a dinamikán?

A szilárdságtanban a dinamika leírja a terhelés hatására a testben fellépő belső erőrendszert.

(6) Mit értünk a szilárdságtanban anyagszerkezeti viselkedésen?

A test anyagszerkezeti viselkedése határozza meg az alakváltozás és a belső erőrendszer közötti kapcsolatot.

(7) Definiálja a test modell fogalmát!

A test modell olyan idealizált tulajdonságokkal rendelkező test, amely a valóságos testnek a vizsgálat szempontjából leglényegesebb tulajdonságait tükrözi.

(8) Definiálja a merev test fogalmát!

Olyan test modell, amelyben bármely két pont távolsága állandó - a pontok távolsága terhelés hatására sem változik meg.

(9) Definiálja a szilárd test fogalmát!

Olyan test modell, amely alakváltozásra képes - pontjainak távolsága terhelés hatására megváltozik.

(10) Mi jellemzi a merevtestszerű mozgást? Milyen merevtestszerű mozgásokat ismer?

A merevtestszerű mozgás során a test pontjai úgy mozdulnak el, hogy távolságuk nem változik meg.
Merevtestszerű mozgások: - merevtestszerű haladó mozgás,
- merevtestszerű forgó mozgás.

(11) Milyen esetben beszélünk rugalmas alakváltozásról és képlékeny alakváltozásról?

- Rugalmas az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a terhelés megszüntetése után visszanyeri eredeti alakját.
- Képlékeny az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a tehermentesítés után nem nyeri vissza eredeti alakját.

(12) Adja meg a kis elmozdulások és a kis alakváltozások értelmezését!

- Kis elmozdulás esetén a test pontjainak elmozdulása nagyságrendekkel kisebb a test jellemző geometriai méreteinél.
- Kis alakváltozások esetén a test alakváltozását jellemző mennyiségek lényegesen kisebbek, mint egy: $\varepsilon << 1$, $\gamma << 1$.

(13) Adja meg az ε_y fajlagos nyúlás geometriai jelentését és előjelének értelmezését!

ε_y - az y irányú egységnyi hossz terhelés hatására történő megváltozása.

$\varepsilon_y > 0$ - megnyúlás, $\varepsilon_y < 0$ - rövidülés.

(14) Adja meg a γ_{xz} fajlagos szögváltozás geometriai jelentését és előjelének értelmezését!

γ_{xz} - az egymással 90°-os szöget bezáró *x* és *z* irányok szögének a terhelés hatására bekövetkező megváltozása.

$\gamma_{xz} > 0$ - a 90°-os szög csökken, $\gamma_{xz} < 0$ - a 90°-os szög nő.

(15) Írja fel a P pontbeli alakváltozási tenzor diadikus alakját és a mátrixát!

- diadikus alak: $\underline{\underline{A}}_P = (\vec{\alpha}_x \circ \vec{i} + \vec{\alpha}_y \circ \vec{j} + \vec{\alpha}_z \circ \vec{k})$,

  ahol $\vec{\alpha}_x$, $\vec{\alpha}_y$ és $\vec{\alpha}_z$ az *x, y* és *z* irányokhoz tartozó alakváltozási vektorok.

- mátrixos alak: $\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$.

(16) Adja meg a feszültségvektor értelmezését, jelölését és SI mértékrendszer szerinti mértékegységét?

1. definíció: A feszültségvektor a testben terhelés hatására fellépő, felület mentén megoszló belső erőrendszer sűrűségvektora (intenzitásvektora). Jele: $\vec{\rho}_n$.

2. definíció: $\vec{\rho}_n = \dfrac{d\vec{F}_b}{dA}$ - a feszültségvektor a testben terhelés hatására fellépő egységnyi (metszet)felületre eső belső erő.

SI mértékrendszer szerinti mértékegysége: $N/m^2 = Pa$ (Pascal).

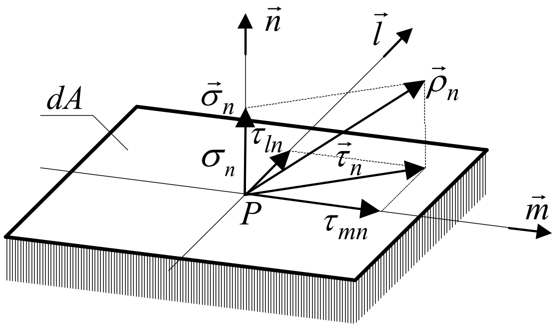
(17) Adja meg a σ_n és a τ_{mn} feszültségkoordináta elnevezését és fizikai jelentését!

A σ_n normálfeszültség az $\vec{n}$ normálisú elemi felületen fellépő $\vec{n}$ irányú feszültségkoordináta.
A τ_{mn} csúsztatófeszültség az $\vec{n}$ normálisú elemi felületen fellépő $\vec{m}$ irányú feszültségkoordináta.

(18) Írja fel a P pontbeli feszültségi tenzor diadikus alakját és a mátrixát!

- diadikus alak: $\underline{\underline{F}}_P = (\vec{\rho}_x \circ \vec{i} + \vec{\rho}_y \circ \vec{j} + \vec{\rho}_z \circ \vec{k})$,
  ahol $\vec{\rho}_x$, $\vec{\rho}_y$ és $\vec{\rho}_z$ az *x, y* és *z* normálisú elemi felületen fellépő feszültségvektor.
- mátrixos alak: $\left[\underline{\underline{F}}_P\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$.

(19) A pontbeli feszültségi tenzor ismeretében hogyan számítható ki az $\vec{n}$ normálisú elemi felületen fellépő $\vec{\rho}_n$ feszültségvektor és a feszültségvektor koordinátái?



- a feszültségvektor: $\vec{\rho}_n = \underline{\underline{F}}_P \cdot \vec{n}$.
- a normál feszültség: $\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{\rho}_n = \vec{n} \cdot \vec{\sigma}_n$.
- a csúsztató feszültségek: $\tau_{mn} = \vec{m} \cdot \vec{\rho}_n = \vec{m} \cdot \vec{\tau}_n$,
  $\tau_{ln} = \vec{l} \cdot \vec{\rho}_n = \vec{l} \cdot \vec{\tau}_n$.

(20) Adja meg a rúd és a rúdkeresztmetszet értelmezését!

Rúd: olyan test (alkatrész), amelynek egyik mérete lényegesen kisebb, mint a másik kettő.
Keresztmetszet: a rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.

(21) Adja meg a rúd középvonalának definícióját! A rúdnak mi a mechanikai modellje?

Középvonal (súlyponti szál): a rúdkeresztmetszetek súlypontjai által megadott vonal.
A rúd mechanikai modellje egy vonal, a rúd középvonala, amelyhez a rúd mechanikai viselkedését jellemző mennyiségeket kötjük.

(22) Definiálja a prizmatikus rúd fogalmát!

1. definíció: Prizmatikus rúdról beszélünk abban az esetben, ha a rúd keresztmetszeteinek alakja és térbeli elhelyezkedése a rúd hossza mentén nem változik.
2. definíció: Prizmatikus az az egyenes középvonalú rúd, amelynek keresztmetszetei állandóak és a középvonal mentén párhuzamos eltolással egymásba tolhatók.

(23) Adja meg rúd igénybevételének értelmezését!

A rúd keresztmetszetén megoszló belső erőrendszernek (a feszültségeknek) a keresztmetszet *S* súlypontjába redukált vektorkettőse, illetve ennek a vektorkettősnek a skaláris koordinátái.

(24) Mikor beszélünk tiszta húzás-nyomásról?

Tiszta húzás-nyomás: a rúd valamennyi keresztmetszetének igénybevétele csak (kizárólag) rúderő.

(25) Írja fel tiszta húzás-nyomás esetén a rúd P pontjában a feszültségi tenzort!

$$\left[\underline{\underline{F}}_P\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \sigma_x = \frac{N}{A} = \text{ állandó.}$$

Az összefüggésben *A* a rúd keresztmetszetének területe, *N* a rúderő.

(26) Írja fel tiszta húzás-nyomás esetén a rúd P pontjában z alakváltozási tenzort!

$$\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Hosszirányú nyúlás: $\varepsilon_x = \dfrac{l'-l}{l} =$ állandó.

Keresztirányú nyúlások: $\varepsilon_k = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\, \varepsilon_x =$ állandó.

l – a rúd terheletlen hossza, l' - a rúd alakváltozott hossza,
ν – a Poisson tényező (anyagjellemző).

(27) Hogyan számítható ki tiszta húzás-nyomás esetén a fajlagos alakváltozási energia és az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia?

- a fajlagos (egységnyi térfogatra eső) alakváltozási energia: $u = \dfrac{1}{2}\varepsilon_x\, \sigma_x$.
- az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia: $U = \displaystyle\int_{(V)} u\, dV = \frac{1}{2}\frac{N^2}{AE} l$,

$V = Al$ - a rúd térfogata.

(28) Definiálja az egytengelyű feszültségi állapotot! Milyen egyszerű igénybevétel esetén alakul ki a rúdban egytengelyű feszültségi állapot?

Egy *P* pontbeli feszültségi állapot egytengelyű, ha a feszültségi tenzorban csak egy elem különbözik nullától és a nem zérus elem a főátlóban áll.
Egytengelyű feszültségi állapot húzás-nyomásnál és hajlításnál alakul ki.

(29) Írja fel az egyszerű Hooke törvényt húzás-nyomásra!

$\sigma_x = E\varepsilon_x$ és $\varepsilon_z = \varepsilon_y = \varepsilon_k = -\nu\varepsilon_x$,

ahol: σ_x a rúdirányú normálfeszültség, ε_x a rúdirányú fajlagos nyúlás,
$\varepsilon_z = \varepsilon_y = \varepsilon_k$ a keresztirányú fajlagos nyúlás,
E az anyag rugalmassági modulusa, ν a Poisson tényező.

(30) Fogalmazza meg általánosan a szilárdságtani méretezés feladatát rúdszerkezetek esetén!

Adott: a rúd anyaga és terhelése (igénybevételei).
Feladat: A rúd keresztmetszeti méreteinek meghatározása úgy, hogy a rúd az adott terhelést kellő biztonsággal elviselje.

(31) Fogalmazza meg általánosan a szilárdságtani ellenőrzés feladatát rúdszerkezetek esetén!

Adott: a rúd anyaga, keresztmetszetének méretei és terhelése (igénybevételei).
Feladat: Annak eldöntése, hogy a rúd az adott terhelést kellő biztonsággal elviseli-e?
- Ha elviseli, akkor a rúd szilárdságtani szempontból megfelel.
- Ha nem viseli el, akkor a rúd szilárdságtani szempontból nem felel meg.

(32) Milyen esetben beszélünk tiszta hajlításról és homogén igénybevételről (hajlításról)?

Tiszta hajlítás: ha a rúd keresztmetszetének igénybevétele kizárólag hajlító-nyomaték.
Homogén igénybevétel (hajlítás): ha az igénybevétel (a hajlító nyomaték) a rúd hossza mentén nem változik.

(33) Ismertesse a Bernoulli-hipotézist!

Tiszta homogén hajlítás esetén a rúd keresztmetszetei síkok maradnak és merőlegesek maradnak a rúd alakváltozott középvonalára.

(34) Írja fel tiszta hajlítás esetén a rúd P pontjában a feszültségi tenzort!

$$\left[\underline{\underline{F}}_P\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \sigma_x = \sigma_x(y) = \frac{M_{hz}}{I_z} y .$$

Az összefüggésben M_{hz} a hajlító nyomaték, I_z a rúd keresztmetszetének z tengelyre számított másodrendű nyomatéka, y annak a pontnak a helykoordinátája, ahol a feszültséget meg akarjuk határozni.

(35) Írja fel tiszta hajlítás esetén a rúd P pontjában az alakváltozási tenzort!

$$\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Hosszirányú nyúlás: $\varepsilon_x = \kappa y = \frac{1}{R} y = \frac{\sigma_x}{E}$.
Keresztirányú nyúlások: $\varepsilon_k = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\,\varepsilon_x$
κ a középvonal görbülete, R a középvonal görbületi sugara,
E a rugalmassági modulus, ν a Poisson tényező.

(36) Milyen esetben beszélünk egyenes hajlításról?

Ha az $\vec{M}_h$ hajlító nyomaték vektor párhuzamos a keresztmetszet valamelyik *S* ponti tehetetlenségi főtengelyével.

(37) Hogyan számítható ki tiszta egyenes hajlítás esetén a legnagyobb feszültség? Definiálja a keresztmetszet veszélyes pontját!

$$\sigma_{x\max} = \frac{|M_{hz}|}{I_z}|e_{\max}| = \frac{|M_{hz}|}{K_z},$$

$e_{\max}$ a keresztmetszet *z* tengelytől legtávolabb levő pontjának *y* koordinátája,

K_z a keresztmetszet *z* tengelyre számított keresztmetszeti tényezője.

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az a pontja, ahol a $\sigma_{x\max}$ fellép.

(38) Hogyan számítható ki tiszta egyenes hajlítás esetén a fajlagos alakváltozási energia és az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia?

- a fajlagos (egységnyi térfogatra eső) alakváltozási energia: $u = \dfrac{1}{2}\varepsilon_x \sigma_x$.
- az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia: $U = \int\limits_{(V)} u\,dV = \dfrac{1}{2}\dfrac{M_{hz}^{\ 2}}{I_z E} l$,

V a rúd térfogata, *l* a rúd hossza, M_{hz} a hajlító nyomaték, I_z a rúdkeresztmetszet *z* tengelyre számított másodrendű nyomatéka, *E* a rugalmassági modulus.

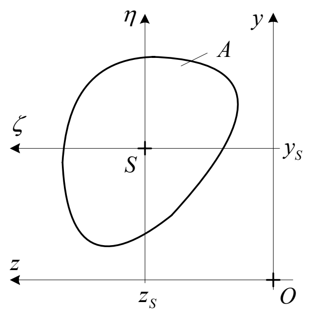
(39) Értelmezze keresztmetszet tengelyre, tengelypárra számított és poláris másodrendű (tehetetlenségi) nyomatékait!

$I_z = \int\limits_{(A)} y^2 dA > 0$, $I_y = \int\limits_{(A)} z^2 dA > 0$ - a keresztmetszet *z* és *y* tengelyre számított másodrendű (tehetetlenségi) nyomatéka,

$I_{yz} = I_{zy} = \int\limits_{(A)} y\,z\,dA = \int\limits_{(A)} z\,y\,dA$ - a keresztmetszet *yz*, vagy *zy* tengelypárra számított másodrendű (tehetetlenségi) nyomatéka.

$I_p = \int\limits_{(A)} r^2 dA = \int\limits_{(A)} (x^2 + y^2)\,dA > 0$ - a keresztmetszet poláris másod-rendű nyomatéka.

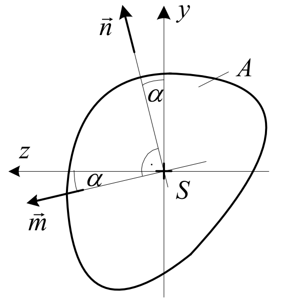
(40) Ismertesse a Steiner-tételt!



$$I_y = I_\eta + A z_S^2,$$
$$I_z = I_\zeta + A y_S^2,$$
$$I_{yz} = I_{\eta\zeta} + A z_S y_S.$$

A Steiner-tétel az S ponti és az azzal párhuzamos tengelyekre számított tehetetlenségi nyomatékok közötti összefüggést adja meg.

(41) A keresztmetszet S ponti xy koordináta-rendszerében vett tehetetlenségi tenzora ismeretében hogyan számíthatók ki a keresztmetszet S ponti n,m tengelyeire számított tehetetlenségi nyomatékok?



$$\underline{\underline{I}}_S = \begin{bmatrix} I_y & -I_{yz} \\ -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$

$$I_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{I}}_S \cdot \vec{n} \ ,$$
$$I_m = \vec{m} \cdot \underline{\underline{I}}_S \cdot \vec{m} \ .$$
$$I_{nm} = I_{mn} = -\vec{n} \cdot \underline{\underline{I}}_S \cdot \vec{m} = -\vec{m} \cdot \underline{\underline{I}}_S \cdot \vec{n}$$

(42) Adja meg keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyeinek és fő tehetetlenségi nyomatékainak értelmezését!

Tehetetlenségi főirány az az 1 és 2 jelű irány (tengely), amelyekre a tengelypárra számított tehetetlenségi nyomatékok eltűnnek: $I_{12} = I_{21} = 0$. Az *1* és *2* jelű tengelyek (főtengelyek) mindig merőlegesek egymásra.

Fő tehetetlenségi nyomatékok az *1* és *2* jelű főtengelyekre számított másodrendű nyomatékok.

(43) Ismertesse a tehetetlenségi főtengelyekre vonatkozó tételeket!

- Minden keresztmetszet esetén létezik legalább egy tehetetlenségi főtengely-pár.
- A keresztmetszet szimmetria-tengelye mindig tehetetlenségi főtengely. A szimmetria-tengelyre merőleges *S* ponti tengely is mindig tehetetlenségi főtengely.
- Ha a keresztmetszetnek kettőnél több *S* ponti tehetetlenségi főtengelye van, akkor a keresztmetszet *S* pontján átmenő minden tengely tehetetlenségi főtengely, amelyekre számított tehetetlenségi nyomaték megegyezik: $I = I_1 = I_2$.

(44) Milyen esetben beszélünk tiszta csavarásról? Milyen keresztmetszetű rudak tiszta csavarásával foglalkozunk?

Tiszta csavarás: a rúd valamennyi keresztmetszetének igénybevétele kizárólag csavarás. Csak kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak csavarásával foglalkozunk.

(45) Írja fel henger koordináta-rendszerben kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak tiszta csavarása esetén a rúd P pontjában a feszültségi tenzort!

$$\underset{(R\varphi x)}{\left[\underline{\underline{F}}_P\right]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi x} \\ 0 & \tau_{x\varphi} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \tau_{x\varphi}(R) = \tau_{\varphi x}(R) = \frac{M_c}{I_p} R \ .$$

Az összefüggésben M_c a csavaró nyomaték, I_p a rúd keresztmetszetének poláris másodrendű nyomatéka, *R* annak a pontnak a helykoordinátája, ahol a feszültséget meg akarjuk határozni.

(46) Írja fel henger koordináta-rendszerben kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak tiszta csavarása esetén a rúd P pontjában az alakváltozási tenzort!

$$\underset{(R\varphi x)}{\left[\underline{\underline{A}}\right]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\gamma_{\varphi x} \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma_{x\varphi} & 0 \end{bmatrix}$$

$\gamma_{\varphi x}(R) = \gamma_{x\varphi}(R) = \vartheta R = \dfrac{\tau_{\varphi x}}{G}$

R annak a pontnak a helykoordinátája, ahol az alakváltozást meg akarjuk határozni, $\vartheta =$ állandó - fajlagos szögelfordulás, G a csúsztató rugalmassági modulus.

(47) Hogyan számítható ki kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak tiszta csavarása esetén a fajlagos alakváltozási energia és az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia?

- a fajlagos (egységnyi térfogatra eső) alakváltozási energia: $u = \dfrac{1}{2}\gamma_{x\varphi}\,\tau_{x\varphi}$.
- az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia: $U = \int\limits_{(V)} u\,dV = \dfrac{1}{2}\dfrac{M_c^2}{I_p G} l$,

V a rúd térfogata, l a rúd hossza, M_c a csavaró nyomaték, I_p a rúdkeresztmetszet poláris-másodrendű nyomatéka, G a csúsztató rugalmassági modulus.

(48) Hogyan számítható ki csavarás esetén a legnagyobb feszültség? Definiálja a keresztmetszet veszélyes pontját!

$$\left|\tau_{\varphi x}\right|_{\max} = \tau_{\max} = \frac{M_c}{I_p}\frac{D}{2} = \frac{M_c}{K_p},$$

D a keresztmetszet külső átmérője, K_p a keresztmetszet poláris keresztmetszeti tényezője.

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az a pontjai, ahol a $\tau_{\varphi x \max}$ fellép.

(49) Adja meg prizmatikus rudak szabad és gátolt csavarásának definícióját!

Szabad csavarás esetén a rúd pontjainak középvonal irányú elmozdulását semmi nem akadályozza.

Gátolt csavarás esetén a rúd pontjai nem mozdulhatnak el tetszőlegesen a középvonal irányában.

(50) Milyen esetben beszélünk stabilitásvesztésről, mi a kritikus erő?

Stabilitásvesztés: A rudat az egyenes helyzetből kis hatással kimozdítva, a rúd nem tér vissza az egyenes alakhoz.

Kritikus erő: Az az erő, amelynél a stabilitásvesztés bekövetkezhet.

(51) Írja fel az Euler-féle hiperbola és a Tetmajer-féle egyenes egyenletét:

Euler-féle hiperbola: $\sigma_{krit} = \sigma_{krit}(\lambda) = \pi^2 \dfrac{E}{\lambda^2}$.

Tetmajer-féle egyenes: $\sigma_{krit} = \sigma_{krit}(\lambda) = -\dfrac{R_{p0,2} - R_A}{\lambda_A}\lambda + R_{p0,2}$.

λ a rúd karcsúsági tényezője, E a rúd anyagának rugalmassági modulusa, $R_{p0,2}$ a rúd anyagának folyáshatára, R_A a rúd anyagának arányossági határa.

(52) Értelmezze szilárd test P pontjának (a P pont elemi környezetének) feszültségi állapotát!

A P pont (a P pont elemi környezetének) feszültségi állapotát az adott P ponton átmenő valamennyi $\vec{n}$ normálisú síkon ébredő $\vec{\rho}_n$ feszültségvektorok összessége, halmaza alkotja.

(53) Hogyan adható meg egyértelműen P pont feszültségi állapota?

- A P pontbeli feszültségi állapotot a feszültségi tenzor egyértelműen meghatározza:

$$\left[\underline{\underline{F}}_P\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

- A P pontbeli feszültségállapotot három, egymásra kölcsönösen merőleges elemi felületen fellépő feszültségvektor egyértelműen meghatározza. (Pl. $\vec{\rho}_x, \vec{\rho}_y, \vec{\rho}_z$)

(54) Ismertesse a τ csúsztató feszültségek dualitásának tételét!

Bármely két, egymásra merőleges síkon, a síkok metszésvonalára merőleges τ feszültségek egyenlő nagyságúak és mindkettő egyformán vagy a metszésvonal felé, vagy azzal ellentétes irányban mutat.

$\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$.

(55) Adja meg feszültségi főirány, főfeszültség, főfeszültségi sík definícióját!

Ha az $\vec{e}$ egységvektorra merőleges felületen $\vec{\tau}_e = \vec{0}$, azaz $\vec{\rho}_e = \sigma_e \vec{e}$,akkor az $\vec{e}$ irány feszültségi főirány (feszültségi főtengely), a σ_e főfeszültség és az $\vec{e}$ -re merőleges elemi sík főfeszültségi sík.

(56) Értelmezze szilárd test P pontjának (a P pont elemi környezetének) alakváltozási állapotát!

Elemi környezet (pont) alakváltozási állapotát a ponton átmenő valamennyi $\vec{n}$ irányú egységnyi hossz és valamennyi $\vec{n} \cdot \vec{m} = 0$ (egymásra merőleges) irányok által bezárt 90°-os szög megváltozásának összessége, halmaza alkotja.

(57) Hogyan adható meg egyértelműen P pont alakváltozási állapota?

- A P pontbeli alakváltozási állapotot az alakváltozási tenzor egyértelműen meghatározza:

$$\left[\underline{\underline{A}}_P\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{z} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

- A P pontbeli alakváltozási állapotot a P pontban felvett három, egymásra kölcsönösen merőleges egységnyi hossz végpontjainak elmozdulásai egyértelműen meghatározzák.

(58) Adja meg a homogén, izotróp, lineárisan rugalmas test (anyag) definícióját!

Homogén: Az anyagi tulajdonságok a test minden pontjában azonosak.

Izotróp: Az anyagi tulajdonságok nem függnek az iránytól.
Lineárisan rugalmas: A feszültségek és az alakváltozási jellemzők között lineáris függvénykapcsolat áll fenn.

(59) Írja fel az általános Hooke törvényt és adja meg az összefüggésekben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2G}\left(\underline{\underline{F}} - \frac{\nu}{1+\nu} F_I \underline{\underline{E}}\right), \qquad \underline{\underline{F}} = 2G\left(\underline{\underline{A}} + \frac{\nu}{1-2\nu} A_I \underline{\underline{E}}\right)$$

$\underline{\underline{A}}$ - az alakváltozási tenzor, $\underline{\underline{F}}$ - a feszültségi tenzor,

G – a csúsztató rugalmassági modulus, ν - a Poisson tényező

$F_I = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ -- a feszültségi tenzor első skalár invariánsa,

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ -- főfeszültségek,

$A_I = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ -- az alakváltozási tenzor első skalár invariánsa,

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ -- főnyúlások,

$\underline{\underline{E}}$ - az egységtenzor (az egység tenzor mátrixa: $\left[\underline{\underline{E}}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$).

(60) Adja meg a redukált feszültség definícióját!

Redukált feszültség / összehasonlító feszültség / egyenértékű feszültség: olyan feszültség, amely a pontbeli feszültség állapotot a károsodás szempontjából egyértelműen jellemzi.

A redukált feszültség bevezetésével a tetszőleges térbeli feszültségi állapotot egytengelyű feszültségi állapotra vezetjük vissza.

(61) A Coulomb-elmélet szerint mikor következik be tönkremenetel? Hogyan értelmezzük a Coulomb-féle redukált feszültséget? Milyen anyagok esetén adja meg jól a Coulomb-elmélet a tönkremenetel bekövetkezését?

- Tönkremenetel az anyag egy pontjában akkor következik be, ha ott a legnagyobb normálfeszültség eléri a szakító, vagy a nyomó szilárdság értékét.
- $\sigma_{red}(Coulomb) = \max\left(|\sigma_1|, |\sigma_3|\right)$.
- A Coulomb-elmélet rideg anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekövetkezését abban az esetben, ha van egy domináns főfeszültség, amihez képest a másik két főfeszültség kicsi.

(62) A Mohr-elmélet szerint két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából mikor azonosan veszélyes? Hogyan értelmezzük a Mohr-féle redukált feszültséget? Milyen anyagok esetén adja meg jól a Mohr-elmélet a tönkremenetel bekövetkezését?

- Két általános térbeli feszültségállapot tönkremenetel szempontjából akkor azonosan veszélyesség, ha a hozzájuk tartozó legnagyobb Mohr kör átmérője megegyező.
- $\sigma_{red}(Mohr) = \sigma_1 - \sigma_3$.
- A Mohr-elmélet alakítható anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekövetkezését.

(63) A Huber-Mises-Hencky-elmélet szerint két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából mikor azonosan veszélyes? Hogyan értelmezzük a Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültséget? Milyen anyagok esetén adja meg jól a Huber-Mises-Hencky-féle a tönkremenetel bekövetkezését?

- Két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából akkor azonosan veszélyes, ha u_T torzulási alakváltozási energiájuk megegyezik.
- $\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2\right]}$, vagy

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2\right)\right]}.$$

- A Huber-Mises-Hencky elmélet alakítható anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekövetkezését. A Mohr és a Huber-Mises-Hencky elmélet szerint számított redukált feszültség csak kis mértékben tér el egymástól.

(64) Írja le rúdszerkezetek esetén a feszültségcsúcsra történő szilárdságtani méretezés, ellenőrzés általános gondolatmenetét!

- A rúdszerkezet veszélyes keresztmetszetének (keresztmetszeteinek) megkeresése. Az a keresztmetszet a veszélyes, amelyben az igénybevételek a legnagyobbak.
- A veszélyes keresztmetszeten a veszélyes pontok megkeresése. Az a pont veszélyes, ahol a σ_{red} redukált feszültség a legnagyobb.
- A veszélyes pontban (pontokban) a méretezés, ellenőrzés elvégzése. $\sigma_{red\,\max} \le \sigma_{meg}$.

(65) Milyen esetben beszélünk összetett igénybevételről? Ismertesse a szuperpozíció elv rudak összetett igénybevételeire vonatkozó alakját!

- Összetett igénybevétel: ha a rúdban legalább két igénybevételi koordináta különbözik nullától.
  Ilyen eset például: $N, M_h \neq 0$, vagy $M_h, M_c \neq 0$, stb.
- Összetett igénybevételek esetén az egyszerű igénybevételek szilárdságtani állapotai összegződnek.

(66) Definiálja a zérusvonal fogalmát és írja fel a zérusvonal egyenletét húzás-nyomás és egyenes hajlítás esetén!

Zérusvonalról egytengelyű feszültségállapot esetén beszélhetünk. A zérusvonalat a keresztmetszet azon pontjai alkotják, ahol a σ_x feszültség zérus.

A zérusvonal egyenlete húzás-nyomás és egyenes hajlítás esetén:

$$\sigma_x = 0 = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y_0 \quad \Rightarrow \quad y_0 = -\frac{N}{M_{hz}} \frac{I_z}{A}.$$

(67) Írja le a ferde hajlítás mindkét értelmezését!

Ha az $\vec{M}_h$ nyomatékvektor nem párhuzamos a keresztmetszet egyik főtengelyével sem.

Ha az $\vec{M}_h$ nyomatékvektor nem párhuzamos a zérusvonallal.

(68) Hogyan határozható meg ferde hajlítás esetén a rúdban fellépő σ_x feszültség és a zérusvonal?

A rúdban fellépő feszültség: $\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z$, ahol z és y a keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyei.

A zérusvonal egyenlete: $\sigma_x = 0 = \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z \quad \Rightarrow \quad y = y(z) = -\frac{M_{hy}}{M_{hz}} \frac{I_z}{I_y} z$.

(69) Milyen esetben beszélünk külpontos húzásról (nyomásról)?

Ha a keresztmetszetre ható erőrendszer eredője a rúd tengelyével párhuzamos egyetlen olyan erő, amelynek hatásvonala nem megy át a keresztmetszet S súlypontján.

(70) Hogyan határozható meg excentrikus (külpontos) húzás-nyomás esetén a rúdban fellépő σ_x feszültség és a keresztmetszet veszélyes pontjai?

- A rúdban fellépő feszültség: $\sigma_x = \sigma_{x_N} + \sigma_{x_H} = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z$, ahol z és y a keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyei.
- Excentrikus (külpontos) húzás-nyomás esetén a veszélyes pontok a keresztmetszetnek a zérusvonaltól legtávolabb levő pontjai.

(71) Adja meg excentrikus (külpontos) húzás-nyomás esetén a magidom (a keresztmetszet belső magja) definícióját!

A magidom azon támadáspontok mértani helye, amelyeken ható F erő esetén a keresztmetszeten csak egyféle előjelű feszültségek keletkeznek.

(72) Milyen feltételezések mellett érvényes a prizmatikus rúd hajlítás és nyírására kapott közelítő megoldás?

- A z és y a keresztmetszet S ponti tehetetlenségi főtengelyei és egyenes hajlításról van szó.
- A z tengellyel párhuzamos egyenes mentén a nyírásból származó $\vec{\tau}_x$ feszültségek az y tengelyen egy pontban metszik egymást.
- A z tengellyel párhuzamos egyenes mentén τ_{xy} állandó.

(73) Hogyan határozhatók meg hajlítás és nyírás esetén a rúdban fellépő feszültségek?

Hajlításból: $\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y$, nyírásból: $\tau_{yx} = -\frac{T_y S_{1z}(y)}{I_z a(y)}$, ahol

T_y – a nyíróerő, M_{hz} - a hajlító nyomaték,

I_z – a keresztmetszet z tengelyre számított tehetetlenségi nyomatéka,

$S_{1z}(y)$ - a keresztmetszet $y =$ áll. egyenes fölötti részének statikai nyomatéka a z tengelyre és $a(y)$ - az $y =$ áll. egyenes keresztmetszetre eső metszetének hossza.

(74) Definiálja keresztmetszet nyírási középpontját és ismertesse a nyírási középpont szerepét a keresztmetszet igénybevételeinek meghatározásánál!

A nyírási középpont a keresztmetszeten fellépő τ csúsztató feszültségek eredőjének támadáspontja.

Ha a terhelés eredőjeként adódó nyíróerő nem megy át a keresztmetszet C_T nyírási középpontján, akkor a keresztmetszet nemcsak hajlítva és nyírva, hanem csavarva is van. A csavaró nyomatékot a terhelés eredőjének a nyírási középpontra számított nyomatéka adja.

(75) Hogyan számítható az alakváltozási energia rúdszerkezetek esetén?

$$U = \int_{(V)} u\,dV = \underbrace{U_N}_{\substack{\text{húzás–nyomási}\\ \text{alakváltozási}\\ \text{energia}}} + \underbrace{U_H}_{\substack{\text{hajlítási}\\ \text{alakváltozási}\\ \text{energia}}} + \underbrace{U_C}_{\substack{\text{csavarási}\\ \text{alakváltozási}\\ \text{energia}}} + \underbrace{U_T}_{\substack{\text{nyírási}\\ \text{alakváltozási}\\ \text{energia}}}$$

Ha $U_T \approx 0$, akkor $U = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{(l)} \left(\frac{N^2}{AE} + \frac{M_{hz}^2}{I_z E} + \frac{M_{hy}^2}{I_y E} + \frac{M_c^2}{I_p G} \right) dx$, ahol

E - a rugalmassági modulus, G – a csúsztató rugalmassági modulus,
A – a keresztmetszet területe,
I_z, I_y - a keresztmetszet z és y tehetetlenségi főtengelyeire számított másodrendű nyomatékok, I_p – a keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka,
N – a rúderő, M_{hz}, M_{hy} – hajlító nyomatékok, M_c – csavaró nyomaték.

(76) Ismertesse a Betti-tétel leggyakrabban használt alakját!

$W_{21} = U_{12}$.

A 2. erőrendszer munkája az 1. erőrendszer által okozott alakváltozásokon egyenlő az alakváltozási energia „vegyes” részével.

$W_{21} = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i'' \cdot \vec{t}_i' + \sum_{j=1}^{m} \vec{M}_j'' \cdot \vec{\varphi}_j'$ a 2. erőrendszer munkája az 1. erőrendszer által okozott alakváltozáson.

$U_{12} = \displaystyle\int_{(l)} \left(\frac{N'N''}{AE} + \frac{M_{hz}'M_{hz}''}{EI_z} + \frac{M_{hy}'M_{hy}''}{EI_y} + \frac{M_c'M_c''}{I_p G} \right) dx$ az alakváltozási energia „vegyes” része.

(77) Ismertesse a Castigliano tétel síkbeli esetre vonatkozó alakját!

$$u_i = \frac{\partial U}{\partial F_{xi}}, \quad v_i = \frac{\partial U}{\partial F_{yi}}, \quad \varphi_i = \frac{\partial U}{\partial M_{zi}}.$$

Az 1. és 2. összefüggés: A szerkezetet terhelő F_i erő támadáspontjának az F_i erő irányba eső elmozdulása egyenlő a szerkezet alakváltozási energiájának az F_i erő szerint vett deriváltjával.

A 3. összefüggés: A szerkezetet terhelő M_{z_i} nyomaték támadáspontjá-ban levő keresztmetszet φ_i szögelfordulása egyenlő az alakváltozási energiának a φ_i szögelfordulással megegyező irányú M_{z_i} nyomaték szerint vett deriváltjával.

(78) Írja le a statikailag határozott és a statikailag határozatlan szerkezet definícióját!

Statikailag határozott szerkezet:
A szerkezetre felírható, egymástól független statikai egyensúlyi egyenletek száma megegyezik a szerkezet ismeretlen belső és támasztó erő koordinátáinak (a statikai ismeretlenek) számával.

Statikailag határozatlan szerkezet:
A szerkezetre felírható, egymástól független statikai egyensúlyi egyenletek száma kisebb, mint a szerkezet ismeretlen belső és támasztó erő koordinátáinak száma.

(79) Írja le statikailag határozatlan szerkezet támasztó erőrendszere meghatározásának gondolatmenetét!

- A tartó statikailag határozottá tétele kényszer(ek) elhagyásával .
- Olyan kinematikai korlátozás előírása, ami az elhagyott kényszert helyettesíti.
- A Castigliáno tétel alkalmazása a kinematikai korlátozásnál fellépő támasztóerő / támasztónyomatéki koordináta meghatározására.
- Statikai egyensúlyi egyenletekből a többi támasztóerő / támasztónyomatéki koordináta meghatározása.