

8. RUDAK ÖSSZETETT IGÉNYBEVÉTELEI

8.1. Tönkremeneteli elméletek

a) Speciális eset: az $\underline{\underline{F}}$ -nak csak egy eleme nem nulla

$$\sigma_z \leq \sigma_{\text{meg}} \quad \tau_{\varphi z} \leq \tau_{\text{meg}}$$

Itt nincs probléma, mert az anyagjellemzők ezekre az egyszerű esetekre rendelkezésre állnak.

b) Általános eset:

$$\left[\underline{\underline{F}} \right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Probléma:

Nem tudom, hogy melyik feszültségkoordinátát hasonlítsam össze a σ_{meg} - tel!

Redukált feszültség:

Olyan feszültség, amely a pontbeli feszültségi állapotot tönkremenetel szempontjából egyértelműen jellemzi.

A redukált feszültség bevezetésével az általános térbeli feszültségállapotot visszavezettük a speciális egyszerű esetre.

A redukált feszültség meghatározására különböző elméletek vannak.

- Coulomb elmélet

Egy feszültségi állapot akkor nem okoz károsodást, ha a feszültségi állapothoz tartozó legnagyobb normál feszültség kisebb az anyag szakítószilárdságánál.

Redukált feszültség:

$$\sigma_{\text{red}} (\text{Coulomb}) = \max(|\sigma_1|, |\sigma_3|)$$

- Mohr elmélet

Egy feszültségi állapot akkor nem okoz károsodást, ha a feszültségi állapothoz tartozó legnagyobb és legkisebb főfeszültség különbsége kisebb, mint az anyag folyáshatára / szakítószilárdsága

Redukált feszültség:

$$\sigma_{\text{red}} (\text{Mohr}) = (\sigma_1 - \sigma_3)$$

- Huber – Mises – Hencky elmélet

-

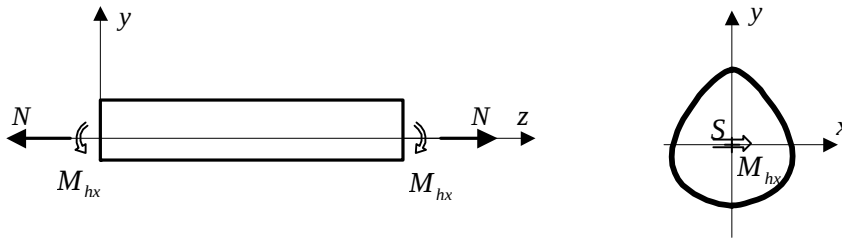
Két feszültségi állapot akkor egyformán veszélyes, ha a hozzájuk tartozó torzulási energia azonos

Redukált feszültség (arányos a torzulási energiával)

$$\sigma_{\text{red}} (\text{HMH}) = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

$$\sigma_{\text{red}} (\text{HMH}) = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]}$$

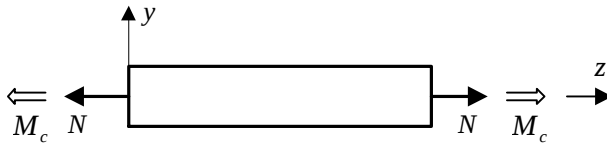
8.2. Húzás – nyomás + egyenes hajlítás



$$\begin{bmatrix} F \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \sigma_z &= \sigma'_z + \sigma''_z \\ \sigma_z &= \frac{N}{A} + \frac{M_{hx}}{I_x} y \end{aligned}$$

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az x tengelytől legtávolabb levő pontja, ahol a σ'_z és σ''_z összeadódik.

8.3. Húzás – nyomás + csavarás (kör, körgyűrű)



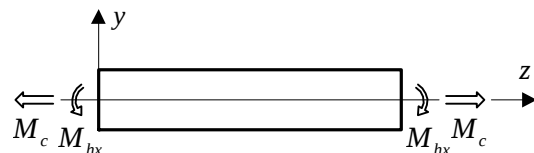
$$\begin{bmatrix} F \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi z} \\ 0 & \tau_{z\varphi} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{N}{A} & \tau_{\varphi z} &= \frac{M_c}{I_p} R \end{aligned}$$

kör, körgyűrű keresztmetszet.

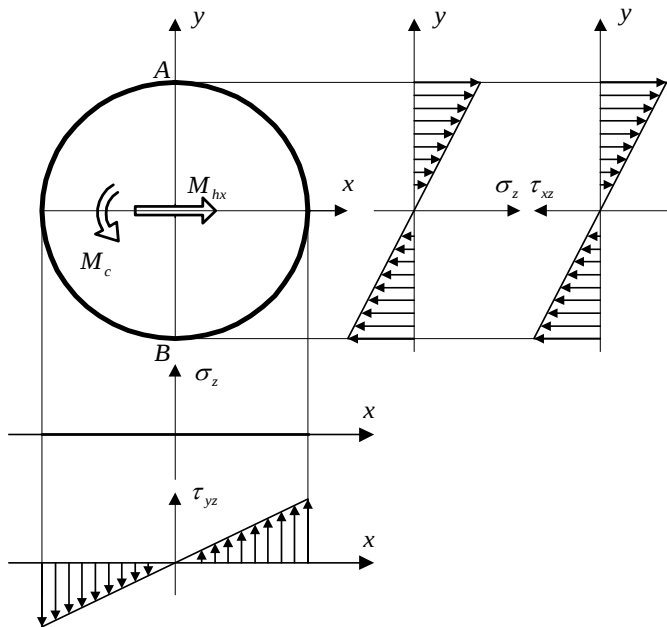
$$\sigma_{\text{red}} (\text{Coulomb}) = \frac{|\sigma_z|}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{\varphi z}^2} \quad \text{veszélyes: kerületi pontok}$$

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_z^2 + \beta \tau_{\varphi z}^2} \quad \begin{cases} \beta = 3 & \text{HMH} \\ \beta = 4 & \text{Mohr} \end{cases}$$

8.4. Hajlítás + csavarás (kör, körgyűrű)



$$\begin{bmatrix} F \\ R\varphi z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi z} \\ 0 & \tau_{z\varphi} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \tau_{\varphi z} &= \frac{M_c}{I_p} R \\ \sigma_z &= \frac{M_{hx}}{I_x} y \end{aligned}$$



Veszélyes pontok: A, B

$$|\sigma_{z \max}| = \frac{|M_{hx}|}{I_x} \frac{D}{2} = \frac{|M_{hx}|}{K_x}$$

$$|\tau_{\varphi z \max}| = \frac{|M_c|}{I_p} \frac{D}{2} = \frac{|M_c|}{K_p}$$

Kör és körgyűrű
keresztmetszet esetén:

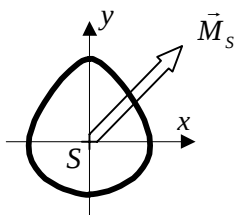
$$I_p = 2I_x \Rightarrow K_p = 2K_x$$

Redukált feszültség:

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_z^2 + \beta \tau_{\varphi z}^2} \quad \begin{cases} \beta = 3 & \text{HMH} \\ \beta = 4 & \text{Mohr} \end{cases}$$

$$\sigma_{\text{red max}} = \sigma_{\text{red}}(A) = \sigma_{\text{red}}(B)$$

8.5. Ferde hajlítás



Ferde hajlítás esetén az $\vec{M}_S$ nyomatékvektor nem párhuzamos valamelyik S ponti tehetetlenségi főtengellyel.

Tehetlenségi főtengely:

$$I_{xy} = I_{yx} = 0$$

$$\vec{M}_S = (M_{hx} \vec{e}_x - M_{hy} \vec{e}_y)$$

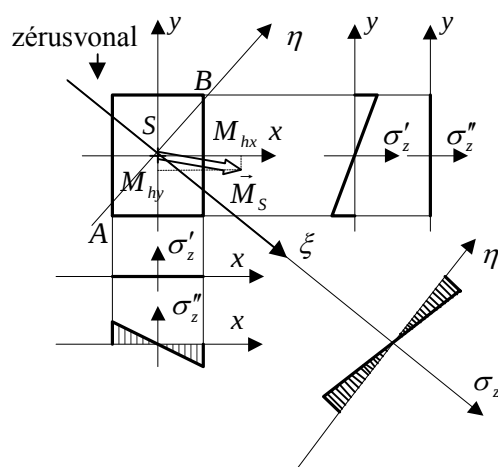
A ferde hajlítás $\equiv$ két egyenes hajlítás szuperpozíciója (összege)

$$\begin{bmatrix} F \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \sigma_z &= \sigma'_z + \sigma''_z \\ \sigma_z &= \frac{M_{hx}}{I_x} y + \frac{M_{hy}}{I_y} x \end{aligned}$$

Zérusvonal:
$$\sigma_z = 0 = \frac{M_{hx}}{I_x} y + \frac{M_{hy}}{I_y} x$$

$$y = -\frac{M_{hy}}{M_{hx}} \frac{I_x}{I_y} x \quad - \text{ a zérusvonal nem párhuzamos a nyomatékkal}$$

Feszültségeloszlás:



Veszélyes pontok: A, B

8.6. Nyírás + hajlítás

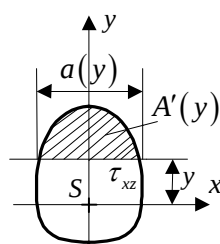
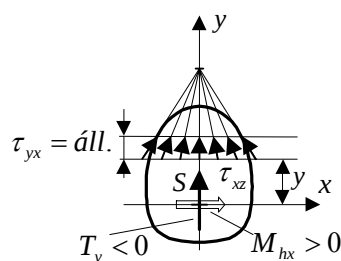
A nyírás rúdszerkezeteknél általában hajlítással együtt lép fel.

A nyírás és hajlítás kapcsolata:

$$\frac{dM_{hx}(z)}{dz} = -T_y(z) \quad , \quad M_{hx}(z) - M_{hx}(z=0) = -\int_{\zeta=0}^z T_y(\zeta) d\zeta$$

Közelítő megoldás:

- σ_z úgy számítható, mint tiszta hajlításnál.
- x, y a keresztmetszet S ponti tehetetlenségi főtengelyei.
- a $\bar{\tau}_z$ feszültségek az y tengelyen egy pontban metsződnek.
- az x tengellyel párhuzamos egyenes mentén a τ_{yz} állandó.



$$\sigma_z = \frac{M_{hx}}{I_x} y$$

$$\tau_{yz} = -\frac{T_y S_x(A')}{I_x a(y)}$$

τ_{xz} irányból

$$[F] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Közepes nyírófeszültség

$$\tau_{köz} = \frac{|T_y|}{A}$$

Téglalap keresztmetszet:

$$\tau_{yz}(y) = -\frac{6T_y}{A} \left(\frac{1}{4} - \frac{y^2}{b^2} \right) \quad \text{parabola}$$

$$A = a \cdot b$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \tau_{\text{köz}}$$

Kör keresztmetszet:

$$\tau_{yz}(y) = -\frac{4}{3} \frac{T_y}{A} \frac{4}{d^2} \left(\frac{d^2}{4} - y^2 \right) \quad \text{parabola}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \tau_{\text{köz}}$$