SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
MŰSZAKI TUDOMÁNYI KAR

ALKALMAZOTT MECHANIKA
TANSZÉK

RUGALMASSÁGTAN	**Elméleti kérdések és válaszok mesterképzésben (MSc) résztvevő mérnökhallgatók számára**

(1) Adja meg a tenzor értelmezését és tulajdonságait!

Értelmezés: A tenzor homogén, lineáris, vektor-vektor függvény által megvalósított leképezés (hozzárendelés): $\vec{w} = f(\vec{v}) = \underline{\underline{T}} \cdot \vec{v}$

Tulajdonságok: Homogén, lineáris, ha $\vec{v} = \vec{0}$, akkor $\vec{w} = \vec{0}$ és ha a $\vec{w}_1 = f(\vec{v}_1)$ és $\vec{w}_2 = f(\vec{v}_2)$ jelölést bevezetve, fennáll az alábbi összefüggés:
$\vec{w} = f(\lambda_1\vec{v}_1 + \lambda_2\vec{v}_2) = \lambda_1 f(\vec{v}_1) + \lambda_2 f(\vec{v}_2) = \lambda_1\vec{w}_1 + \lambda_2\vec{w}_2$.

(2) Adja meg a $\underline{\underline{T}}$ tenzor és a $\underline{\underline{T}}^T$ transzponált tenzor diadikus értelmezését derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

Tenzor: $\underline{\underline{T}} = (\vec{a} \circ \vec{e}_x + \vec{b} \circ \vec{e}_y + \vec{c} \circ \vec{e}_z)$,
Transzponált tenzor: $\underline{\underline{T}}^T = (\vec{e}_x \circ \vec{a} + \vec{e}_y \circ \vec{b} + \vec{e}_z \circ \vec{c})$,
ahol $\vec{a}$ az $\vec{e}_x$, $\vec{b}$ az $\vec{e}_y$, és $\vec{c}$ az $\vec{e}_z$ vektorok kép vektorai.

(3) Adja meg a szimmetrikus és a ferdeszimmetrikus tenzor értelmezését!

Szimmetrikus a tenzor, ha egyenlő a transzponáltjával: $\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{T}}^T$.
Ferdeszimmetrikus a tenzor, ha egyenlő a transzponáltja mínusz egyszeresével
$\underline{\underline{T}} = -\underline{\underline{T}}^T$.

(4) Ismertesse a tenzorok felbontásának tételét!

Minden tenzor felbontható egy szimmetrikus és egy ferdeszimmetrikus rész összegére:
$$\underline{\underline{T}} = \underline{\underline{T}}_{sz} + \underline{\underline{T}}_{fsz} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{T}} + \underline{\underline{T}}^T) + \frac{1}{2}(\underline{\underline{T}} - \underline{\underline{T}}^T).$$

(5) Adja meg a mechanikai test modell értelmezését!

Olyan, idealizált tulajdonságokkal rendelkező test, amely a valóságos testnek a vizsgálat szempontjából leglényegesebb tulajdonságait tükrözi.
A test lényegesnek tartott tulajdonságait megtartjuk, a lényegtelennek ítélt tulajdonságokat pedig elhanyagoljuk.

(6) Adja meg a merev test értelmezését!

A merev test egy olyan test modell, amelyben bármely két pont távolsága állandó, a pontok távolsága a terhelés hatására sem változik meg.

(7) Adja meg szilárd test értelmezését!

A szilárd test olyan test modell, amely alakváltozásra képes. A szilárd test pontjainak távolsága, egyeneseinek egymással bezárt szöge terhelés hatására megváltozik.

(8) Mi a szilárdságtan?

A terhelés előtt és terhelés után is tartós nyugalomban levő, alakváltozásra képes testek kinematikája, dinamikája és anyagszerkezeti viselkedése.

(9) Mi a terhelés?

A terhelés az általunk vizsgált rendszerhez nem tartozó testekről származó ismert nagyságú hatás. Ez a hatás szilárd halmazállapotú testeknél általában felületi érintkezéssel valósul meg.

A terhelés a testre ható ismert külső erőrendszer.

(10) Adja meg a tartós nyugalom feltételeit!

- A testre ható erőrendszer egyensúlyi.
- A test megtámasztása nem enged meg merevtestszerű elmozdulást.

(11) Mi a kinematika feladata a szilárdságtanba?

A kinematika a szilárdságtanban leírja a terhelés hatására bekövetkező elmozdulásokat, alakváltozásokat.

(12) Mi a dinamika feladata a szilárdságtanban?

A dinamika a sziládságtanban leírja a terhelés hatására a testben fellépő belső erőrendszert, a feszültségi állapotot.

(13) Mi az anyagszerkezeti viselkedés a szilárdságtanban?

Az anyagszerkezeti viselkedés a szilárdságtanban megadja az alakváltozás és a hozzá tartozó belső erőrendszer közötti kapcsolatot.

(14) Definiálja az alakváltozás fogalmát!

Alakváltozásról beszélünk, ha terhelés hatására a test pontjai egymáshoz képest elmozdulnak és ezért anyagi geometriai alakzatai (pl. hossz, szög, felület, térfogat) megváltoznak.

(15) Milyen esetben beszélünk rugalmas, illetve képlékeny alakváltozásról?

Rugalmas az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a terhelés megszüntetése (a tehermentesítés) után visszanyeri eredeti alakját.

Képlékeny az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a tehermentesítés után nem nyeri vissza eredeti alakját.

(16) Adja meg a kis elmozdulások és a kis alakváltozások értelmezését!

Kis elmozdulás esetén a test pontjainak elmozdulása nagyságrendekkel kisebb a test jellemző geometriai méreteinél.

Kis alakváltozások esetén a test alakváltozását jellemző mennyiségek lényegesen kisebbek, mint egy: $\varepsilon \ll 1$, $\gamma \ll 1$.

(17) Két erőrendszer szilárdságtani szempontból mikor egyenértékű egymással?

Két, ugyanarra a testre ható erőrendszer szilárdságtani szempontból egyenértékű, ha azok - a test kis részétől (a terhelés közvetlen környezetétől) eltekintve - a testnek ugyanazt az alakváltozási állapotát hozzák létre.

(18) Ismertesse a Saint Venant elvet!

Szilárd test alakváltozásakor a test valamely ugyanazon kis felületén ható, nyomatéki terük vonatkozásában egyenértékű erőrendszerek - a kis felület közvetlen környezetének kivételével - jó közelítéssel ugyanazt az alakváltozási állapotot hozzák létre.

(19) Milyen mennyiséggel adható meg egyértelműen test P pontja elemi környezetének fajlagos, relatív elmozdulási állapota? Adja meg a jellemző mennyiséget diadikus alakban!

A P pont elemi környezetének fajlagos, relatív elmozdulási állapotát a derivált tenzor jellemzi egyértelműen.

A derivált tenzor értelmezése: $\underline{\underline{D}} = (\vec{u}_x \circ \vec{e}_x + \vec{u}_y \circ \vec{e}_y + \vec{u}_z \circ \vec{e}_z)$,

ahol az $\vec{u}_x$, az $\vec{u}_y$ és az $\vec{u}_z$ az $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ elemi triéder végpontjainak fajlagos, relatív elmozdulás-vektorai és $\circ$ a diadikus szorzás jele.

(20) Adja meg a derivált tenzor szimmetrikus és ferdeszimmetrikus részének kinematikai tartalmát!

A derivált tenzor felbontása: $\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{\Psi}} = \dfrac{1}{2}(\underline{\underline{D}} + \underline{\underline{D}}^T) + \dfrac{1}{2}(\underline{\underline{D}} - \underline{\underline{D}}^T)$.

ahol a szimmetrikus rész az $\underline{\underline{A}}$ alakváltozási tenzor és

a ferdeszimmetrikus rész a $\underline{\underline{\Psi}}$ forgató tenzor.

(21) Adja meg az alakváltozási jellemzők értelmezését!

a) ε_x, ε_y, ε_z - fajlagos nyúlások.

Pl. az ε_x az egységnyi, x irányú hossznak a terhelés hatására bekövetkező megváltozása.

Az ε_x akkor pozitív, ha az egységnyi hossz a terhelés hatására megnövekszik.

b) $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$, $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$, $\gamma_{zx} = \gamma_{zx}$ - fajlagos szögtorzulások (szögváltozások).

Pl. az γ_{xy} az egymással 90^o-os szöget bezáró x és y irányok szögének a terhelés hatására bekövetkező megváltozása.

Az γ_{xy} akkor pozitív, ha a 90^o-os szög a terhelés hatására csökken.

(22) Adja meg az alakváltozási tenzor definícióját diadikus alakban és írja fel az alakváltozási tenzor mátrixát derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

a) Az alakváltozási tenzor diadikus alakban: $\underline{\underline{A}} = (\vec{\alpha}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\alpha}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\alpha}_z \circ \vec{e}_z)$,

ahol az alakváltozási vektorok az alábbi alakúak:

$$\vec{\alpha}_x = \varepsilon_x \vec{e}_x + \frac{1}{2}\gamma_{yx}\vec{e}_y + \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_z,$$

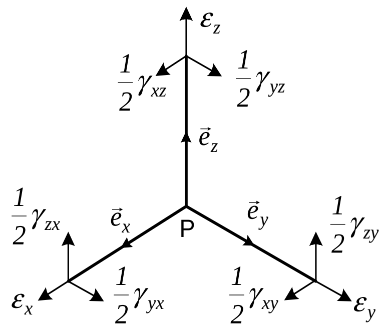
$$\vec{\alpha}_y = \frac{1}{2}\gamma_{xy}\vec{e}_x + \varepsilon_y\vec{e}_y + \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_z,$$
$$\vec{\alpha}_z = \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_x + \frac{1}{2}\gamma\vec{e}_y + \varepsilon_z\vec{e}_z.$$

és $\circ$ a diadikus szorzás jele.

b) Az alakváltozási tenzor mátrixa:

$$[\underline{\underline{A}}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

(23) Szemléltesse az alakváltozási tenzort az elemi triéderen!



(24) Hogyan számíthatók az alakváltozási tenzorból az adott $\vec{n}$ és $\vec{m}$ ($\vec{n} \cdot \vec{m} = 0$) egységvektorokkal megadott irányokhoz tartozó fajlagos nyúlások és szögtorzulások?

A fajlagos nyúlások számítása: $\varepsilon_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{n}, \quad \varepsilon_m = \vec{m} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{m}.$

A fajlagos szögtorzulások számítása: $\frac{1}{2}\gamma_{nm} = \frac{1}{2}\gamma_{mn} = \vec{n} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{m} = \vec{m} \cdot \underline{\underline{A}} \cdot \vec{n}.$

Az összefüggésekben $\cdot$ a skaláris szorzás jele.

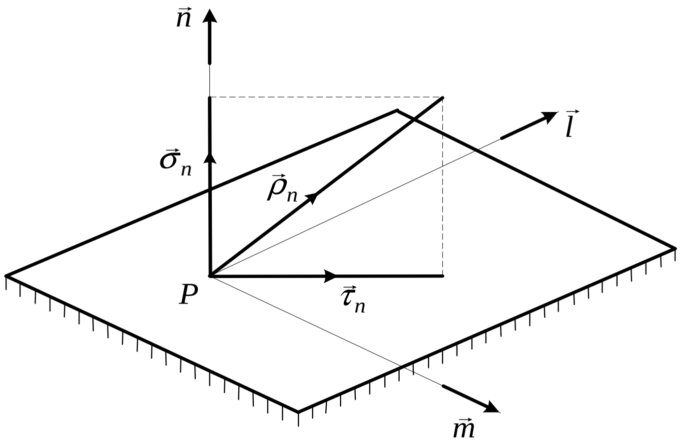
(25) Mi a feszültség?

A feszültségvektor a testben terhelés hatására fellépő, felület mentén megoszló belső erőrendszer sűrűségvektora.

(26) Hogyan számíthatók ki a feszültségvektor összetevői? Az összetevőkre bontást ábrán is szemléltesse!

A normál feszültségi összetevő: $\vec{\sigma}_n = \sigma_n\vec{n} = (\vec{n} \cdot \vec{\varrho}_n) \cdot \vec{n}.$

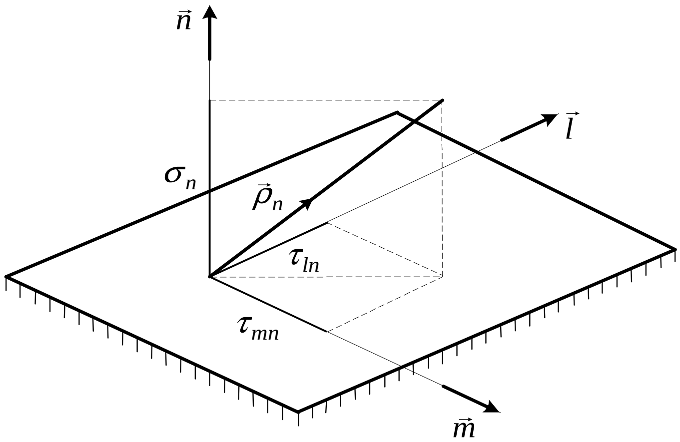
A csúsztató feszültségi összetevő: $\vec{\tau}_n = \vec{\varrho}_n - \sigma_n\vec{n} = (\vec{n} \times \vec{\varrho}_n) \times \vec{n}.$



(27) Hogyan számíthatók ki a feszültségvektor koordinátái? A koordinátákra bontást ábrán is szemléltesse!

A normál feszültség koordináta: $\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{\sigma}_n = (\vec{n} \cdot \vec{\varrho}_n)$.

A csúsztató feszültségi koordináták: $\tau_{mn} = \vec{m} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{m} \cdot \vec{\tau}_n, \quad \tau_{ln} = \vec{l} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{l} \cdot \vec{\tau}_n$.



(28) Adja meg a feszültségi tenzor definícióját diadikus alakban és írja fel a feszültségi tenzor mátrixát derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!

a) A feszültségi tenzor diadikus alakban: $\underline{\underline{F}} = (\vec{\varrho}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\varrho}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\varrho}_z \circ \vec{e}_z)$,

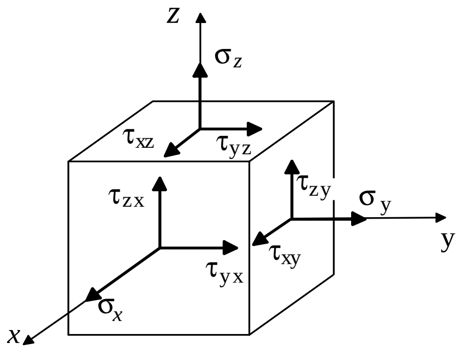
ahol a feszültségi vektorok az alábbi alakúak:

$$\begin{aligned}
\vec{\varrho}_x &= \sigma_x \vec{e}_x + \tau_{yx} \vec{e}_y + \tau_{zx} \vec{e}_z, \\
\vec{\varrho}_y &= \tau_{xy} \vec{e}_x + \sigma_y \vec{e}_y + \tau_{zy} \vec{e}_z, \\
\vec{\varrho}_z &= \tau_{xz} \vec{e}_x + \tau_{yz} \vec{e}_y + \sigma_z \vec{e}_z.
\end{aligned}$$

b) A feszültségi tenzor mátrixa:

$$\left[\, \underline{\underline{F}} \,\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

(29) Szemléltesse az $\underline{\underline{F}}$ feszültségi tenzort az elemi kockán!



(30) Hogyan számíthatók a feszültségi tenzorból az adott $\vec{n}$ normálisú síkon fellépő σ_n és τ_{mn} feszültség koordináták?

A normál feszültségi koordináta:

$$\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}$$

A csúsztató feszültségi koordináta: $\tau_{mn} = \tau_{nm} = \vec{m} \cdot \vec{\varrho}_n = \vec{n} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{m} = \vec{m} \cdot \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}.$

Az összefüggésekben $\cdot$ a skaláris szorzás jele.

(31) Adja meg a feszültségi főirányok és főfeszültségek értelmezését!

Ha az $\vec{e}$ egységvektorra $\perp$ elemi felületen $\vec{\tau}_e = \vec{0}$ és ebből következően $\vec{\varrho}_e = \sigma_e \vec{e}$, akkor az $\vec{e}$ feszültségi főtengely (feszültségi főirány) és σ_e főfeszültség, valamint az $\vec{e}$-re $\perp$ elemi felület síkja főfeszültségi sík .

Megjegyzések:
- A σ_e is lehet zérus ($\vec{\varrho}_e = \vec{0}$).
- Minden P pontban létezik legalább három főirány, amelyek kölcsönösen merőlegesek egymásra.

(32) Írja fel a feszültségi tenzor főtengely problémáját sajátértékfeladatként!

Kérdés: Van-e olyan $\vec{e}$ irány, amelyre fennállnak az alábbi összefüggések?

$$\vec{\varrho}_e = \sigma_e \vec{e},$$
$$\underline{\underline{F}} \cdot \vec{e} = \sigma_e \underline{\underline{E}} \cdot \vec{e},$$
$$\left(\underline{\underline{F}} - \sigma_e \underline{\underline{E}}\right) \cdot \vec{e} = \vec{0}.$$

Válasz: mindig van legalább három ilyen $\vec{e}$ irány.

(33) Írja fel a feszültségi tenzor főtengely (sajátérték) feladatának karakterisztikus egyenletét és adja meg a feszültségi tenzor skalár invariánsait!

Karakterisztikus egyenlet:

$$\sigma_e^3 - F_I \sigma_e^2 + F_{II} \sigma_e - F_{III} = 0.$$

A feszültségi tenzor első skalár invariánsa: $F_I = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z.$

A feszültségi tenzor második skalár invariánsa:

$$F_{II} = \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix}.$$

A feszültségi tenzor harmadik skalár invariánsa: $F_{III} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$.

(34) Értelmezze az $[\,\underline{\underline{F}}\,]$ feszültségi tenzor és az $[\,\underline{\underline{A}}\,]$ alakváltozási tenzor deviátor tenzorait!

(a) A feszültségi deviátor tenzor: $\underline{\underline{F_d}} = \underline{\underline{F}} - \sigma_k \underline{\underline{E}}$,

ahol $\sigma_k = \dfrac{F_I}{3} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$ a közepes feszültség.

(b) Az alakváltozási deviátor tenzor: $\underline{\underline{A_d}} = \underline{\underline{A}} - \varepsilon_k \underline{\underline{E}}$,

ahol $\varepsilon_k = \dfrac{A_I}{3} = \dfrac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{3}$ a közepes nyúlás.

(35) Ismertesse a feszültségi és az alakváltozási tenzor deviátoros és gömbi részre történő felbontását. Adja meg az egyes részek részek fizikai (geometriai) tartalmát és a feszültségi deviátor fontos tulajdonságát!

Felbontás: $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F_d}} + \sigma_k \underline{\underline{E}}$, $\qquad \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A_d}} + \varepsilon_k \underline{\underline{E}}$.

Az $\underline{\underline{F_d}}$ és $\underline{\underline{A_d}}$ deviátoros részek az alakváltozás tiszta torzulási részét jellemzik.

A $\sigma_k \underline{\underline{E}}$ és $\varepsilon_k \underline{\underline{E}}$ gömbi részek az alakváltozás tiszta térfogatváltozási részét jellemzik.

A feszültségi deviátor tenzor első skalár invariánsa zérus: $F_{dI} = 0$.

(36) Adja meg a fajlagos alakváltozási energia értelmezését, kiszámítását, fizikai tartalmát és legfontosabb tulajdonságát!

Értelmezés és kiszámítás:

$$\begin{aligned} u(\vec{r}) = \underline{\underline{F}} \cdot\cdot \underline{\underline{A}} &= \frac{1}{2}\left(\vec{\rho}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\rho}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\rho}_z \circ \vec{e}_z\right) \cdot\cdot \left(\vec{\alpha}_x \circ \vec{e}_x + \vec{\alpha}_y \circ \vec{e}_y + \vec{\alpha}_z \circ \vec{e}_z\right) = \\ &= \frac{1}{2}\left(\vec{\rho}_x \cdot \vec{\alpha}_x + \vec{\rho}_y \cdot \vec{\alpha}_y + \vec{\rho}_z \cdot \vec{\alpha}_z\right) = \\ &= \frac{1}{2}\left(\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy}\gamma_{xy} + \tau_{yz}\gamma_{yz} + \tau_{xz}\gamma_{xz}\right). \end{aligned}$$

ahol a $\cdot\cdot$ a kétszeres skaláris szorzás jele.

Az $u(\vec{r})$ fajlagos alakváltozási energia megadja a test $\vec{r}$ helyén lévő egységnyi

térfogatban felhalmozott alakváltozási energiát.

Tulajdonság: a $u(\vec{r})$ fajlagos alakváltozási energia pozitív skalár mennyiség.

(37) Adja meg a fajlagos alakváltozási energia felbontását tiszta torzulási és tiszta térfogatváltozási részre és ismertesse az egyes részek kiszámítási módját!

Felbontás: $u(\vec{r}) = u_T + u_V$.

A fajlagos torzulási energia:

$$u_T = \frac{1}{2G}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2\right)\right] \geqq 0.$$

A fajlagos térfogatváltozási energia: $u_V = \dfrac{1}{6} A_I F_I = \dfrac{1}{12G}\dfrac{1-2\nu}{1+\nu} F_I^2 \geqq 0.$

(38) Ismertesse a mechanikai energia tétel alkalmazását rugalmas testek szilárdságtani feladataira!

A mechanikai energia tétel:

$$E_2 - E_1 = W_{12} = W_K + W_B,$$

ahol: - E_1 a rendszer (test) mozgási (kinetikai) energiája a terhelés előtt,
- E_2 a rendszer (test) mozgási (kinetikai) energiája a terhelés után,
- W_{12} a külső és belső erők munkája a terhelés során (az 1 és 2 állapot között),
- W_K a külső erők munkája a terhelés során (az 1 és 2 állapot között),
- W_B a belső erők munkája a terhelés során (az 1 és 2 állapot között).

A szilárdságtanban: $E_1 = E_2 = 0$, ezért:

$$W_{12} = W_K + W_B = 0, \text{ azaz } W_K = -W_B = U + W_D ,$$

ahol: - U a rendszerben (testben) felhalmozott rugalmas alakváltozási energia és
- W_D a disszipációs (elnyelt) energia.

Rugalmas alakváltozás esetén: $W_D = 0$, ezért: $W_K = U$.

(39) Mi a méretezés, ellenőrzés célkitűzése?

Annak elérése, hogy a szerkezet rendeltetésszerű használat esetén előírt ideig és előírt biztonsággal az adott terhelést elviselje anélkül, hogy benne károsodás lépne fel.

(40) Adja meg a redukált (egyenértékű) feszültség definícióját!

Olyan feszültség, amely a pontbeli feszültségi állapotot tönkremenetel szempontjából egyértelműen jellemzi.

A redukált feszültség bevezetésével a tetszőleges térbeli feszültségi állapotot egytengelyű feszültségi állapotra vezetjük vissza.

(41) Ismertesse a Coulomb-féle elméletet! Hogyan értelmezzük a Coulomb-féle redukált feszültséget?

A Coulomb-féle elmélet szerint egy feszültségi állapot akkor nem okoz károsodást, ha a feszültségi állapothoz tartozó legnagyobb normál feszültség kisebb az anyag szakítószilárdságánál. A Coulomb elméletet rideg anyagok esetén szokás alkalmazni.

A Coulomb-féle redukált feszültség:

$$\sigma_{red}(Coulomb) = \sigma_{max} = max(|\sigma_1|, |\sigma_3|),$$

ahol: σ_1 a legnagyobb, σ_3 pedig a legkisebb főfeszültség.

Coulomb szerint a pontbeli feszültségi állapotot károsodás szempontjából a legnagyobb abszolút értékű normál feszültség jellemzi.

(42) Ismertesse a Mohr-féle elméletet! Hogyan értelmezzük a Mohr-féle redukált feszültséget?

A Mohr-féle elmélet szerint egy feszültségi állapot akkor nem okoz károsodást, ha a feszültségi állapothoz tartozó legnagyobb normál Mohr-kör átmérője kisebb, mint a megengedett feszültség. A Mohr elméletet alakítható anyagok esetén szokás alkalmazni.

A Mohr-féle redukált feszültség:

$$\sigma_{red}(Mohr) = \sigma_1 - \sigma_3,$$

ahol: σ_1 a legnagyobb, σ_3 pedig a legkisebb főfeszültség.

Mohr szerint a pontbeli feszültségi állapotot károsodás szempontjából a legnagyobb Mohr kör átmérője jellemzi.

(43) Ismertesse a Huber-Mises-Hencky-féle elméletet! Hogyan értelmezzük a Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültséget?

A Huber-Mises-Hencky-féle elmélet szerint két feszültségi állapot károsodás szempontjából akkor egyformán veszélyes, ha torzulási alakváltozási energiájuk megegyezik. A Huber-Mises-Hencky-féle elméletet alakítható anyagok esetén szokás alkalmazni.

A Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültség:

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}\ ,$$

vagy

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]}\ ,$$

ahol: $\sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3$ főfeszültségek,
$\sigma_x,\ \sigma_y,\ \sigma_z$ normál feszültségek,
$\tau_{xy},\ \tau_{yz},\ \tau_{xz}$ csúsztató feszültségek.

A Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültség arányos az u_T fajlagos torzulási energiával.

(44) Adja meg a rugalmas test állapotát jellemző mezőket!

$\vec{u} = \vec{u}(x, y, z)$ elmozdulási vektormező,
$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}(x, y, z)$ alakváltozási tenzormező,
$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{F}}(x, y, z)$ feszültségi tenzormező,
$u = u(x, y, z)$ fajlagos alakváltozási energiamező.

(45) Írja fel a szilárd testre vonatkozó egyensúlyi egyenletet koordináta rendszertől független vektoriális alakban és adja meg a skaláris egyenleteket x, y, z derékszögű descartesi koordináta-rendszerben!
Vektoriális alak:

$$\underline{\underline{F}} \cdot \nabla + \vec{q} = \vec{0},$$

ahol: $\underline{\underline{F}}$ a feszültségi tenzor,
∇ a Hamilton-féle differenciál operátor és

$\vec{q}$ a térfogati terhelés sűrűségvektora.

Skaláris egyenletek x, y, z koordináta-rendszerben:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + q_x = 0,$$
$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + q_y = 0,$$
$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + q_z = 0.$$

(46) Vezesse le a szilárd testre vonatkozó egyensúlyi egyenlet koordináta-rendszertől független vektoriális alakját! A levezetéshez készítsen magyarázó ábrát!

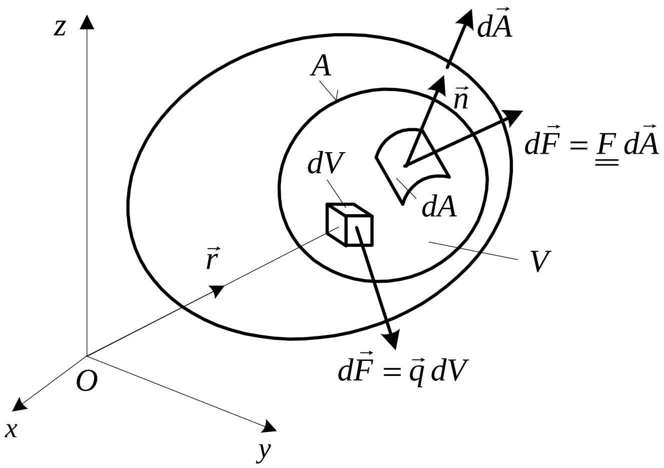
Térfogati erők: $d\vec{F} = \vec{q}dV$, felületi erők: $d\vec{F} = \vec{\varrho}\, dA = \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}\, dA$.

A V zárt térfogatra ható erők egyensúlya: $\vec{F} = \vec{0} = \int\limits_{(V)} \vec{q}\, dV + \int\limits_{(A)} \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}\, dA$.

A Gauss-Osztrogradszkij-féle integrál átalakítási tétel: $\int\limits_{(A)} \underline{\underline{F}} \cdot \vec{n}\, dA = \int\limits_{(V)} \underline{\underline{F}} \cdot \nabla\, dV$.

Ezt felhasználva: $\vec{F} = \vec{0} = \int\limits_{(V)} (\vec{q} + \underline{\underline{F}} \cdot \nabla)\, dV$.

Az egyensúly bármely V választás mellett teljesül, ezért: $\underline{\underline{F}} \cdot \nabla + \vec{q} = \vec{0}$.



(47) Adja meg a feszültségi tenzor vektorinvariánsának értelmezését és tulajdonságait!

$$\vec{F}_x = -\frac{1}{2} (\vec{\varrho}_x \times \vec{e}_x + \vec{\varrho}_y \times \vec{e}_y + \vec{\varrho}_z \times \vec{e}_z) = \vec{0},$$

Invariáns: koordináta transzformációval szemben változatlan

A feszültségi tenzor vektorinvariánsa zérus (minden szimmetrikus tenzor vektorinvariánsa zérus).

(48) Adja meg a derivált tenzormező és az elmozdulásmező, az alakváltozási tenzormező és az elmozdulásmező, valamint a forgató tenzormező és az elmozdulásmező kapcsolatát koordináta rendszertől független alakban!

A derivált tenzor: $\underline{\underline{D}} = \vec{u} \circ \nabla,$

Az alakváltozási tenzor: $\underline{\underline{A}} = \dfrac{1}{2}(\vec{u} \circ \nabla + \nabla \circ \vec{u})$,

A forgató tenzor: $\underline{\underline{\Psi}} = \dfrac{1}{2}(\vec{u} \circ \nabla - \nabla \circ \vec{u})$,

ahol: $\vec{u}$ az elmozdulási vektormező,

∇ a Hamilton-féle differenciál operátor és $\circ$ a diadikus szorzás jele.

(49) Írja fel az alakváltozási jellemzők és az elmozdulás-koordináták közötti kapcsolatot skaláris alakban!

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \qquad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$
$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \qquad \gamma_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z},$$
$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \qquad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}.$$

(50) Adja meg a homogén, izotróp, lineárisan rugalmas test (anyag) definícióját!

Homogén: Az anyagi tulajdonságok a test minden pontjában azonosak, nem függenek a helytől.

Izotróp: Az anyagi tulajdonságok nem függnek az iránytól.

Lineárisan rugalmas: Ha a feszültségek és az alakváltozási jellemzõk között lineáris függvénykapcsolat áll fenn.

(51) Írja fel az általános Hooke törvény izotróp anyagra vonatkozó mindkét tenzoriális alakját és adja meg az egyenletekben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2G}(\underline{\underline{F}} - \frac{\nu F_I}{1+\nu}\underline{\underline{E}}), \qquad \underline{\underline{F}} = 2G(\underline{\underline{A}} + \frac{\nu A_I}{1-2\nu}\underline{\underline{E}}),$$

ahol: $\underline{\underline{A}}$ az alakváltozási tenzor, $\underline{\underline{F}}$ a feszültségi tenzor, $\underline{\underline{E}}$ az egység tenzor,

G a csúsztató rugalmassági modulus, ν a Poisson tényező,

F_I a feszültségi tenzor első skalár invariánsa és

A_I az alakváltozási tenzor első skalár invariánsa.

(52) Vezesse le az E rugalmassági modulus és a G csúsztató rugalmassági modulus közötti kapcsolatot!

Egytengelyű feszültségi állapot esetén: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_z$.

Az egyszerű Hooke törvény: $\sigma_z = E\varepsilon_z$.

Az általános Hooke törvény:
$$\sigma_z = 2G[\varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)] =$$
$$= 2G[\varepsilon_z + \frac{\nu}{1-2\nu}(-\nu\varepsilon_z - \nu\varepsilon_z + \varepsilon_z)] =.$$
$$= 2G[\varepsilon_z + \nu\varepsilon_z)] = 2G(1+\nu)\varepsilon_z.$$

Az egyszerű és az általános Hooke törvényt összevetve: $E = 2G(1+\nu)$.

(53) Írja fel az általános Hooke törvényt ortotróp anyagra mátrixos alakban és adja meg az egyenletekben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}$$

ahol: $E_1,\ E_2,\ E_3$ az $1, 2, 3$ irányú húzáshoz tartozó rugalmassági modulus,
$G_{12},\ G_{23},\ G_{13}$ a csúsztató rugalmassági modulusok,
$\nu_{12},\ \nu_{23},\ \nu_{13}$ a Poisson tényezők.

Például ν_{12} az 1 irányú nyúláshoz tartozó 2 irányú kontrakciót határozza meg.

(54) Adja meg a rugalmasságtan egyenletrendszere esetén az egzakt és a közelítő megoldás fogalmát!

Egzakt megoldás esetén a keresett $\vec{u}$, $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{F}}$ mezők az egyenletrendszer és a peremfeltételek minden egyenletét kielégítik.

Közelítő megoldás esetén a keresett $\vec{u}$, $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{F}}$ mezők az egyenletrendszer és a peremfeltételek nem minden egyenletét elégítik ki.

(55) A mechanikában milyen testeket (alkatrészeket) tekintünk rúdnak? Mi a rúd mechanikai modellje?

A mechanikában rúdnak olyan testet tekintünk, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

A rúd mechanikai modellje a rúd középvonala (súlyponti szála). A rúd középvonalához kötjük a rúd mechanikai viselkedését jellemző mennyiségeket.

(56) Adja meg a rúd középvonalának és keresztmetszetének a definícióját!

Középvonal: A rúdkeresztmetszetek súlypontjai által meghatározott vonal.

Keresztmetszet: A rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.

(57) Milyen esetben beszélünk prizmatikus rúdról?

1. definíció: Prizmatikus rúdról abban az esetben beszélünk, ha a rúd keresztmetszeteinek az alakja és térbeli elhelyezkedése a rúd hossza mentén nem változik.
2. definíció: Prizmatikus az az egyenes középvonalú rúd, amelynek keresztmetszetei állandó alakúak és a középvonal mentén párhuzamos eltolással egymásba tolhatók.

(58) Definiálja az egytengelyű feszültségi állapotot! Milyen egyszerű igénybevétel esetén alakul ki a rúdban egytengelyű feszültségi állapot?

Egy P pontbeli feszültségi állapot egytengelyű, ha az egy nullától különböző főfeszültséggel jellemezhető.

Egytengelyű feszültségi állapot alakul ki húzás-nyomásnál és egyenes hajlításnál.

(59) Adja meg síkgörbe rudak Grashof-féle elméletének kiinduló feltételezéseit!

- A rúd középvonala terhelés előtt ϱ_0 sugarú, terhelés után ϱ sugarú körív.
- a rúd prizmatikus és keresztmetszetei az η tengelyre szimmetrikusak.
- A rúd igénybevétele tiszta hajlítás.
- A rúdban a terhelés hatására egytengelyű feszültségi állapot lép fel.

(60) Adja meg síkgörbe rudak Grashof-féle elméleténél az alakváltozásra vonatkozó feltételezéseket!

- Az alakváltozás során a síkgörbe rúd keresztmetszetei síkok maradnak és merőlegesek maradnak a rúd deformálódott középvonalára.
- Az alakváltozás során a síkgörbe rúd ϱ_0 sugarú középvonala ϱ sugarú körívvé görbül.

(61) Írja fel a Grashof formulát!

$$\sigma_\zeta = \frac{M_{hx}}{\varrho_0 A} + \frac{M_{hx}}{I_r}\frac{\varrho_0}{\varrho_0+\eta}\eta \ ,$$

ahol: $I_r = \int\limits_{(A)} \frac{\varrho_0}{\varrho_0+\eta}\eta^2 dA$ a keresztmetszet ξ tengelyre számított redukált másodrendű nyomatéka.

(62) Írja le a Grashof elmélet alkalmazhatósági tartományait!

- Ha $\frac{\varrho_0}{e_{max}} < 3-4$, akkor a Grashof formulát és I_r-et alkalmazzuk.
- Ha $3-4 < \frac{\varrho_0}{e_{max}} < 8-10$, akkor a Grashof formulát és I_x-et alkalmazzuk.
- Ha $8-10 < \frac{\varrho_0}{e_{max}}$, akkor az egyenes rudakra érvényes képletet és I_x-et alkalmazzuk.

(63) Írja le a szabad csavarás és a gátolt csavarás értelmezését!

Szabad csavarás esetén a rúd pontjainak tengely irányú elmozdulását semmi nem akadályozza.

Gátolt csavarásnál a rúd pontjai nem mozdulhatnak el szabadon a tengely irányában.

(64) Foglalja össze a tetszőleges keresztmetszetű prizmatikus rudak szabad csavarásánál kapott eredményeket!

Prizmatikus rudak szabad csavarási feladata visszavezethető egy $U(x,y)$ feszültségfüggvény meghatározására.

Az $U(x,y)$ Prandtl-féle feszültségfüggvénynek ki kell elégítenie:

- a Poisson-féle parciális differenciál egyenletetet: $\triangle U = -2G\vartheta$, ahol $\triangle$ a Laplace-féle differenciál operátor,

G a csúsztató rugalmassági modulus és

ϑ a fajlagos szögelfordulás.

- a peremfeltételt: $U|_{g_0} = 0$.

(65) Írja fel, hogyan számítható ki a csúsztató feszültség összetett vékonyfalú nyitott szelvény szabad csavarásánál!

$$\tau_{sz} = \frac{M_c}{I_c} 2\xi,$$

ahol $I_c = \sum_{i=1}^{n} \frac{b_i v_i^3}{3}$ és b_i az i jelű rész-szelvény hosszúsági mérete,

v_i az i jelű rész-szelvény vastagsági mérete.

(66) Írja fel, hogyan számítható ki a csúsztató feszültség vékonyfalú zárt szelvény szabad csavarásánál!

$$\tau_{sz} = \frac{M_c}{2A_k v},$$

ahol A_k a szelvény középvonala által határolt terület és v a szelvény vastagsága.

(67) Írja le a sík alakváltozás értelmezését!

Sík alakváltozásról beszélünk, ha a vizsgált testnek van egy kitüntetett síkja, amellyel párhuzamos valamennyi sík alakváltozása azonos és a síkok távolsága sem változik.

(68) Ismertesse azokat a feltételeket, amelyek teljesülése szükséges a sík alakváltozás kialakulásához!

- A kitüntetett síkra merőleges méret lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.
- A terhelés párhuzamos a kitüntetett síkkal és a legnagyobb kiterjedés (a z tengely) irányában kontans.
- A síkok távolságának változatlanságát külső kényszer biztosítja.

(69) Írja fel az alakváltozási és a feszültségi tenzort (a nem zérus elemek feltüntetésével) sík-alakváltozás esetén!

$$\left[\underline{\underline{A}}\right] = \left[\underline{\underline{A}}(x,y)\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \left[\underline{\underline{F}}\right] = \left[\underline{\underline{F}}(x,y)\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix},$$

$\sigma_z = \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)$ nem független feszültség koordináta.

(70) Adja meg a tárcsa feladat (általánosított sík feszültségi feladat) értelmezését!

Általánosított sík feszültségi állapot olyan testekben alakul ki, amelyeknek egyik mérete lényegesen kisebb, mint a másik kettő, ahol értelmezhető középsík és ahol a terhelés vastagság mentés vett eredője a középsíkba eső erőrendszer.

(71) Ismertesse azokat a feltételeket, amelyek teljesülés szükséges a sík feszültségi állapot kialakulásához! !

- $b \ll$ a test más méreteinél,
- a $z = 0$ középfelület sík,
- a terhelésben nincsenek z irányú erők,
- az xy síkkal párhuzamos erők eredője az xy síkba esik.
- a $z = \pm\dfrac{b}{2}$ felületek terheletlnek.

(72) Ismertesse általánosított sík feszültségi állapot esetén a feszültségekre vonatkozó feltételezéseket!

- a $z = \pm\dfrac{b}{2}$ felületek terheletlenek $\quad\Rightarrow\quad \sigma_z|_{z=\pm\frac{b}{2}} = 0$,
- ha b kicsi, akkor a σ_z nemcsak a felületeken, hanem a többi helyen is nulla ,
- a σ_x, σ_y, τ_{xy} a z páros függvényei,
- a τ_{zy} és τ_{zx} a z páratlan függvényei.

(73) Adja meg általánosított sík feszültségi állapot esetén az élerők (felületi feszültségek) és az átlagos feszültségek értelmezését!

$$N_x = b\,\overline{\sigma}_x = \int\limits_{(b)} \sigma_x dz \ , \qquad N_y = b\,\overline{\sigma}_y = \int\limits_{(b)} \sigma_y dz \ ,$$

$$N_{xy} = N_{yx} = b\overline{\tau}_{xy} = b\,\overline{\tau}_{yx} = \int\limits_{(b)} \tau_{xy} dz = \int\limits_{(b)} \tau_{xy} dz \ ,$$

$$N_z = b\overline{\sigma}_z = 0 \ , \qquad N_{xz} = b\overline{\tau}_{xz} = 0 \ , \qquad N_{yz} = b\overline{\tau}_{yz} = 0 \ .$$

(74) Adja meg a forgásszimmetrikus (tengelyszimmetrikus) feladat definícióját és a definíciónak a test elmozdulási állapotára vonatkozó következményét!

Definíció: A vizsgált test geometriája és terhelése is szimmetrikus.

Ennek következtében a test pontjai a meridiánsíkban mozdulnak el.

(75) Írja le, hogy mi a hasonlóság a sík alakváltozási és az általánosított sík feszültségi feladat között!

- mindkét feladat két elmozdulásmezővel jellemzhető: $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$.
- mindkét feladatban három független alakváltozási jellemző szerepel: $\varepsilon_x(x, y)$, $\varepsilon_y(x, y)$, $\gamma_{xy}(x, y)$.
- mindkét feladatban három független feszültségi koordináta szerepel: $\sigma_x(x, y)$, $\sigma_y(x, y)$, $\tau_{xy}(x, y)$.
- Minden menyiség csak két helykoordinára függvénye: x, y , vagy R, φ .
- azonos alakúak a geometriai (kinematikai) és az egyensúlyi egyenletek.

(76) Írja le, hogy mi a különbözőség a sík alakváltozási és az általánosított sík feszültségi feladat között!

- a sík alakváltozásnál pontbeli jellemzőket használunk,
- az általánosított sík feszültségi feladatnál vastagság menti átlagos jellemzőket használunk,
- a sík alakváltozási feladatnál a $\sigma_z \neq 0$, a sík feszültségi feladatnál a $\overline{\varepsilon}_z \neq 0$, és ezek nem független jellemző mennyiségek,

- különbözik az anyagegyenletek alakja.

(77) Milyen mechanikai feladatok szuperpozíciójával állíthat elő a vastagfalú cső feladata? Hogyan számítható ki a nyitott és a zárt vastagfalú csőben fellépő tengely irányú normálfeszültség?

A vastagfalú cső feladata egy sík alakváltozási feladat és egy húzás-nyomási feladat szuperpozíciójával állítható elő: $\sigma_R = \sigma_R'$, $\sigma_\varphi = \sigma_\varphi'$, $\sigma_z = \sigma_z' + \sigma_z''$. A ' jel a sík alakváltozási, a " jel a húzás-nyomási feladatnál fellépő mennyiségeket jelöli.

Nyitott cső: $\sigma_z = 0$, ezért $\sigma_z'' = \sigma_z'$.

Zárt cső: $\sigma_z = \dfrac{p_B R_B^2 \pi - p_K R_K^2 \pi}{R_K^2 \pi - R_B^2 \pi}$, itt a σ_z''-nek akkorának kell lennie, hogy a σ_z' -höz hozzáadva a σ_z-t kapjuk.

(78) Fogalmazza meg vastag kettősfalú cső optimális kialakításának feladatát!

Adott: R_B, R_K, p_K, $\sigma_{meg\,B}$, $\sigma_{meg\,K}$.

Kérdés: hogyan kell a $\varrho_B \approx \varrho_K$, azaz a $\overline{\psi}_K$ értékét megválasztani, hogy a p_B belső nyomás a maximális legyen.

(79) Adja meg a héj értelmezését, valamint a héj középfelületének definícióját!

Héj: olyan test, amelynek egyik mérete (a vastagsága) lényegesen kisebb, mint a másik kettő; értelmezhető középfelület és ez nem sík.

Héj középfelülete: a vastagsági méret felezéspontjai által alkotott felület.

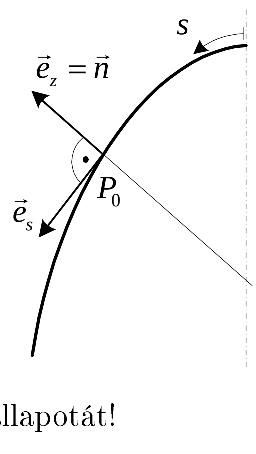
(80) Adja meg a forgásszimmetrikus héj értelmezését, valamit a meridián-metszet és a normálmetszet fogalmát! A válaszhoz rajzoljon szemléltető ábrát!

Forgásszimmetrikus egy héj, ha a héj középfelülete forgásfelület és héj terhelése is forgásszimmetrikus.

$\vec{e}_z = \vec{n}$ - a középfelület normálisa.

Meridián metszet: a forgástengelyre illesztett síkkal előállított metszet: $[\vec{e}_z , \vec{e}_s]$.

Normál metszet: az $\vec{e}_\varphi$ és $\vec{e}_z$ egységvektorokra illesztett síkkal előállított metszet.



(81) Jellemezze forgáshéjak membrán állapotát!

- A feszültségek a héj vastagsága mentén nem változnak.

- A mechanikai mennyiségek csak az s ívkoordináta függvényei.

(82) Adja meg a lemez értelmezését, valamint a lemez középfelületének elmozdulását!

A lemez olyan test, amelynek egyik mérete lényegesen kisebb, mint a másik kettő, értelmezhető középsík és a terhelés a középsíkra merőleges.

A középfelület pontjainak elmozdulása: $\vec{u}(x,y) = w_0(x,y)\vec{e}_z$.

(83) Ismertesse a Kirchhoff-féle hipotézist és következményeit, valamint a feszültségekre vonatkozó kiegészítő feltételezést!

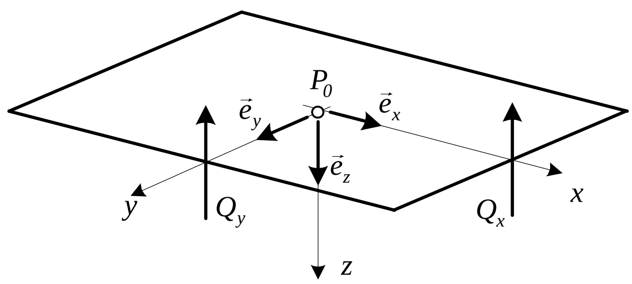
A Kirchhoff-féle hipotézis szerint a lemez középfelületének normálisai az alakváltozott középfelület normálisai maradnak és a normálisokon levő pontok távolsága nem változik.

A Kirchhoff-féle hipotézisből következően: $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$, illetve $\varepsilon_z = 0$.

Kiegészítő feltételezés: $\sigma_z \approx 0$.

(84) A Kirchhoff-féle lemezelmélet esetén adja meg a zérustól különböző vastagság menti eredő erők (élerők) értelmezését és szemléltesse az élerőket!

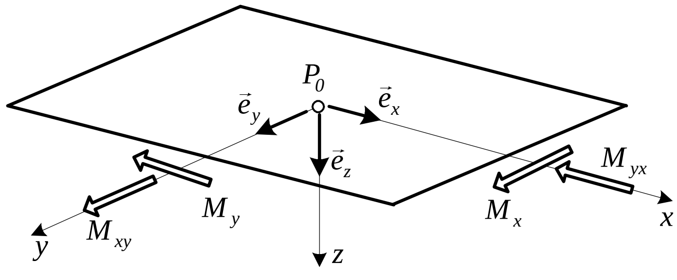
Zérustól különböző élerők: $Q_x = -\int\limits_{(b)} \tau_{zx} dz$, $\quad Q_y = -\int\limits_{(b)} \tau_{zy} dz$,



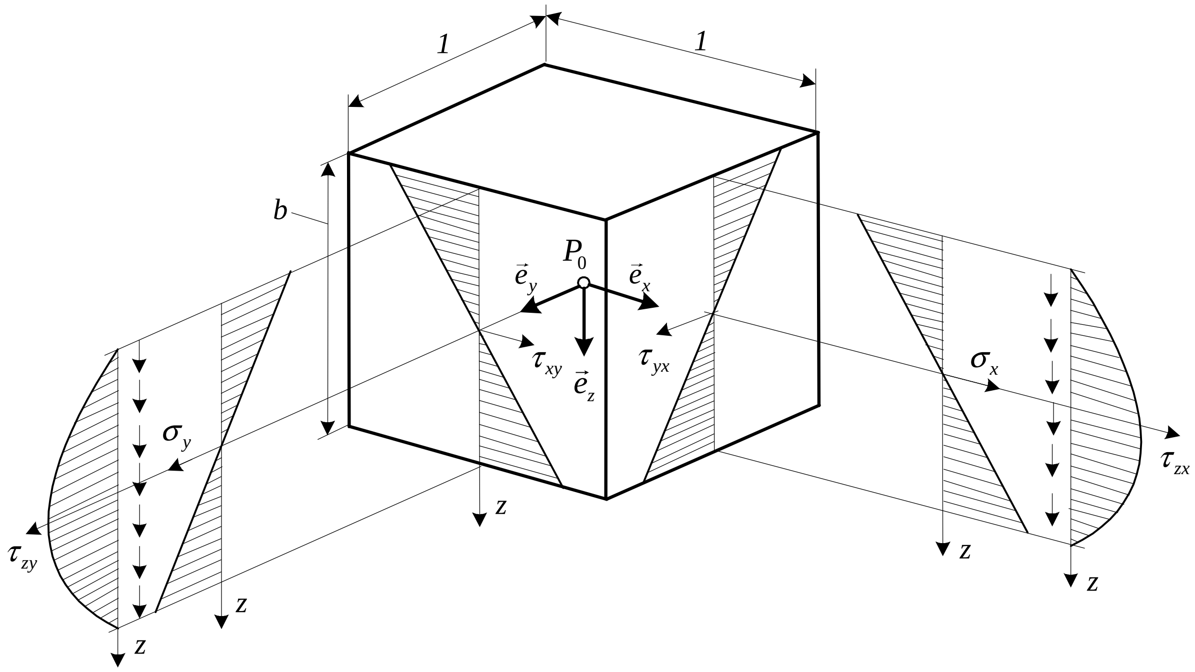
(85) A Kirchhoff-féle lemezelmélet esetén adja meg a zérustól különböző vastagság menti eredő nyomatékok (élnyomatékok) értelmezését és szemléltesse az élnyomatékokat!

Zérustól különböző élnyomatékok:

$M_x = \int\limits_{(b)} z\,\sigma_x\,dz$, $\quad M_y = \int\limits_{(b)} z\,\sigma_y\,dz$, $\quad M_{xy} = M_{yx} = \int\limits_{(b)} z\,\tau_{xy}\,dz = \int\limits_{(b)} z\,\tau_{yx}\,dz$.



(86) Szemléltesse lemezek esetén a zérustól különböző feszültségkoordináták vastagság menti eloszlását!


1
1
b
P_0
$\vec{e}_y$
$\vec{e}_x$
$\vec{e}_z$
τ_{xy}
τ_{yx}
σ_y
σ_x
τ_{zy}
τ_{zx}
z
z
z
z
z