

4. RUDAK IGÉNYBEVÉTELEI, IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁI

4.1. Rudak igénybevételeinek értelmezése

a) Alapfogalmak:

Rúd: olyan test, amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

Rúd modell: a rudat egy vonallal helyettesítjük és mechanikai viselkedésére jellemző mennyiségeket ehhez a vonalhoz kötjük.

Keresztmetszet: a rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.

Középvonal / súlyponti szál: a keresztmetszetek S pontjai által alkotott vonal.

Egyenes rúd: a rúd középvonala egyenes.

Görbe rúd: a rúd középvonala görbe.

Prizmatikus rúd: keresztmetszetei azonos alakúak és térbeli elhelyezkedésük (a keresztmetszetek állandók és a rúd középvonala mentén párhozamos eltolással egymásba tolhatók).

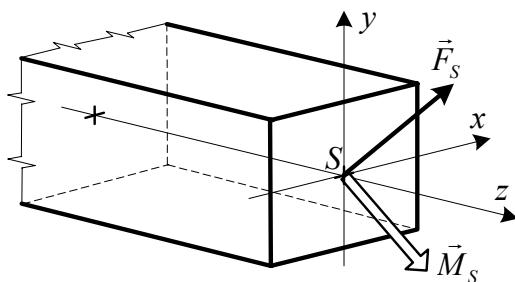
Feszültség: a felületen megoszló belső erőrendszer sűrűségvektora:

$$\vec{\rho} \left[\text{N/m}^2 = \text{Pascal} = \text{Pa} \right] \text{ (a Pascal kiejtése: paszkál).}$$

b) Az igénybevételek értelmezése:

Értelmezés: a rúd keresztmetszetén megoszló belső erőrendszer S pontba redukált vektorkettősének skaláris koordinátái.

A fogalomalkotás gondolatmenete:



- a rúd átmetszése $\Rightarrow$ keresztmetszet,

- a keresztmetszeten (felületen) megoszló belső erőrendszer ébred $\Rightarrow$ feszültség,

- a keresztmetszet felületén megoszló belső erőrendszer redukálása a keresztmetszet S pontjába $\Rightarrow \vec{F}_S, \vec{M}_S$.

Megjegyzések:

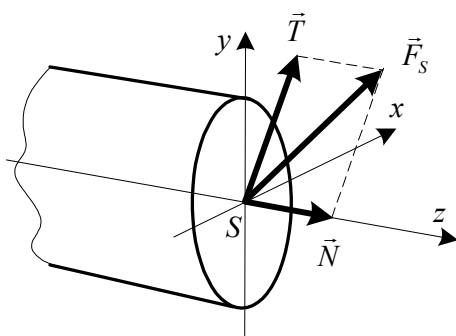
- A feszültségek (a felületen megoszló belső erőrendszer $\equiv$ feszültségek) statikai módszerekkel nem határozhatók meg.

- Az igénybevételek (a feszültségek eredői) azonban statikai módszerekkel meghatározhatók.

- Jelölés: az $\vec{F}_S, \vec{M}_S$ a rúd $+\vec{e}_z$ normálisú keresztmetszetének igénybevételei, a $-\vec{e}_z$ normálisú keresztmetszeten $-\vec{F}_S, -\vec{M}_S$ lép fel.

- Az $\vec{F}_S, \vec{M}_S$ vektorkettősnek általános esetben 6 skaláris koordinátája van.

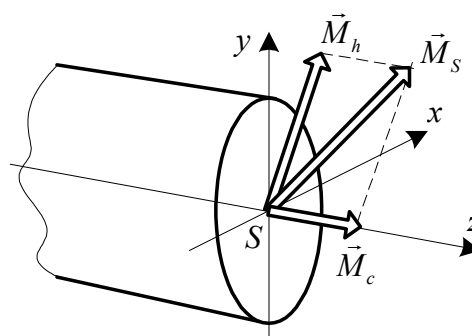
c) Az eredő vektorkettős összetevői:



$$\vec{F}_S = \vec{T} + \vec{N}.$$

$\vec{T}$ - nyíróerő vektor,

$\vec{N}$ - rúderő vektor.



$$\vec{M}_S = \vec{M}_h + \vec{M}_c.$$

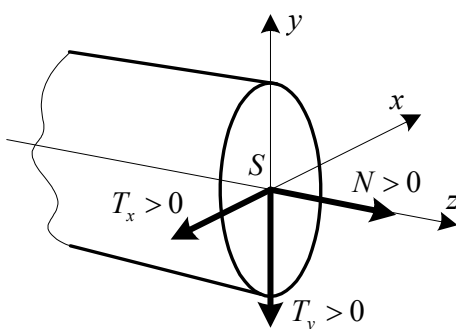
$\vec{M}_h$ - hajlító nyomaték,

$\vec{M}_c$ - csavaró nyomaték.

d) Az eredő vektorkettős skaláris koordinátái:

Igénybevétel: a keresztmetszeten megoszló belső erőrendszer eredő vektorkettősének *skaláris* koordinátái.

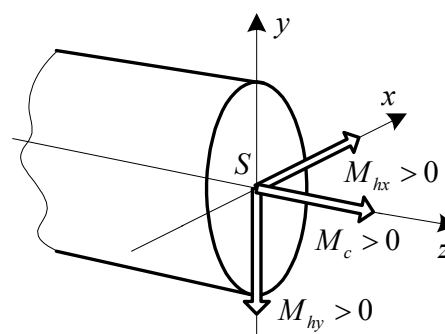
Az igénybevételek (a skaláris koordináták) előjelének értelmezése:



$$\vec{F}_S = (-T_x \vec{e}_x - T_y \vec{e}_y) + N \vec{e}_z.$$

N - rúderő,

T_x, T_y - nyíróerők.

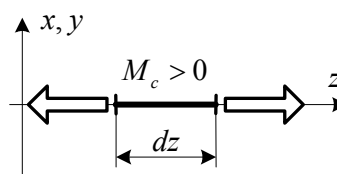
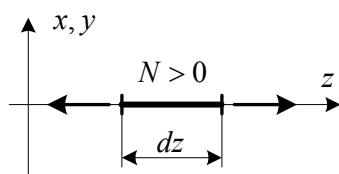


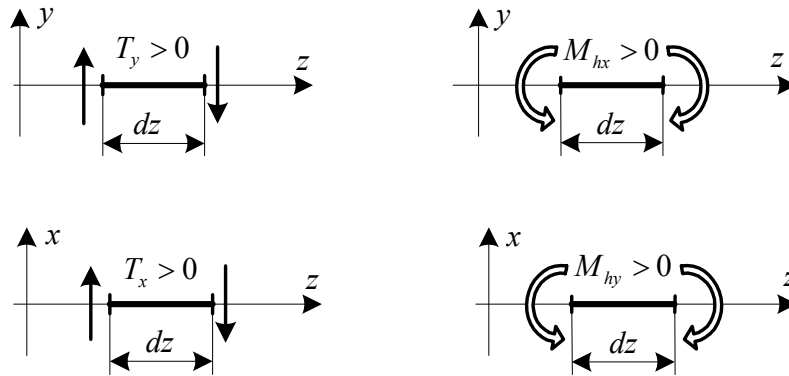
$$\vec{M}_S = (M_{hx} \vec{e}_x - M_{hy} \vec{e}_y) + M_c \vec{e}_z.$$

M_c - csavaró nyomaték,

M_{hx}, M_{hy} - hajlító nyomatékok.

Az előjelek szemléltetése elemi rúdszakaszon:





Az igénybevételek előjelét elemi rúdszakaszhoz kötötten értelmezzük és nem koordináta-rendszerhez kötötten.

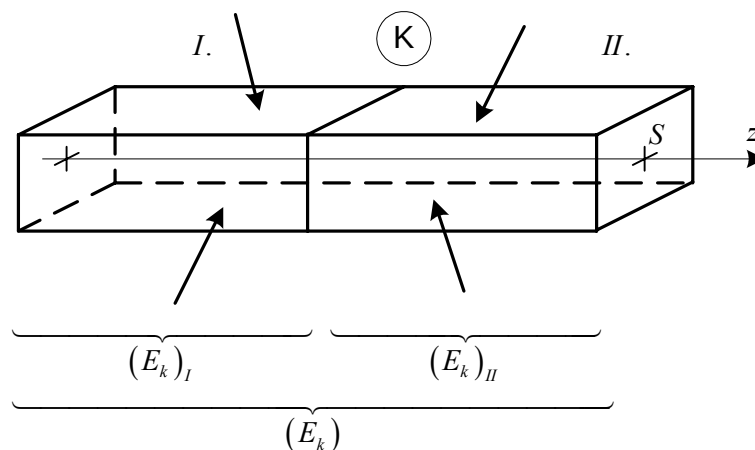
Igénybevételek síkbeli terhelés esetén:

(yz) sík:	$T_y,$	$M_{hx},$	$(N,$	$M_c).$
(xz) sík:	$T_x,$	$M_{hy},$	$(N,$	$M_c).$

4.2. Rudak igénybevételeinek meghatározása

a) Az igénybevételek bevezetésének gondolatmenete:

Átmetszés: a rudat a K keresztmetszettel (síkmetsszettel) két részre, az $I.$ és $II.$ részre bontjuk.



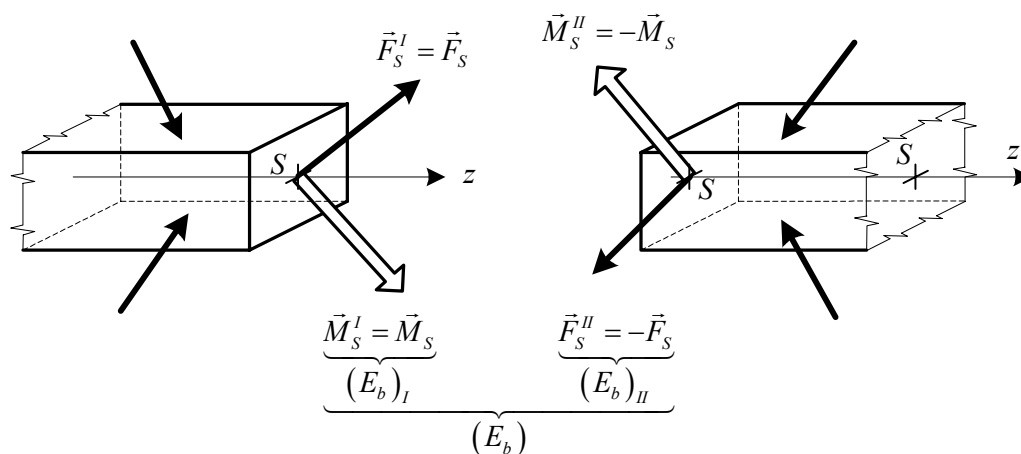
A rúd tartós nyugalomban van. $\Rightarrow (E_k)$ - egyensúlyi külső erőrendszer.

Az egyensúlyi külső erőrendszert is két részre bontjuk: $(E_k)_I, (E_k)_{II}$.

A külső erőrendszer egyensúlyi:

$$(E_k) \stackrel{M}{=} (E_k)_I + (E_k)_{II} \stackrel{M}{=} (0) \quad \Rightarrow \quad (E_k)_I \stackrel{M}{=} -(E_k)_{II}.$$

Az egyenlőségjel fölötti M betű arra utal, hogy az egyenlőség a nyomatéki tér vonatkozásában áll fenn.



Jelölés: (E_b) - a belső erőrendszer,

$\vec{F}_S = \vec{F}_S^I$, $\vec{M}_S = \vec{M}_S^I$, a belső erőrendszer redukált vektorkettőse.

A két rúdrész külön - külön is egyensúlyban van: $(E_k)_I + (E_b)_I \stackrel{M}{=} (0)$,

$$(E_k)_{II} + (E_b)_{II} \stackrel{M}{=} (0).$$

b) Az igénybevételek meghatározásának módszerei:

- A megtartott (vizsgált) rész egyensúlyából:

$$(\vec{F}_S, \vec{M}_S) \stackrel{M}{=} (E_b)_I = - (E_k)_I,$$

$$(\vec{F}_S^{II}, \vec{M}_S^{II}) \stackrel{M}{=} (E_b)_{II} = - (E_k)_{II}.$$

- Az elhagyott részre működő külső erőrendszer redukciójával

$$(\vec{F}_S, \vec{M}_S) \stackrel{M}{=} (E_b)_I = - (E_k)_I = (E_k)_{II},$$

$$(\vec{F}_S^{II}, \vec{M}_S^{II}) \stackrel{M}{=} (E_b)_{II} = - (E_k)_{II} = (E_k)_I.$$

Pl. az első egyenletből következően az I. rúdrész $+z$ normálisú keresztmetszetén fellépő redukált vektorkettős egyenértékű a II. rúdrészre ható külső erőrendszerrel.

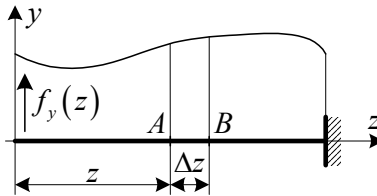
4.3. Igénybevételi ábrák, igénybevételi függvények

Az $N(z)$, $T_x(z)$, $T_y(z)$, $M_c(z)$, $M_{hx}(z)$, $M_{hy}(z)$ függvényeket igénybevételi függvényeknek nevezzük.

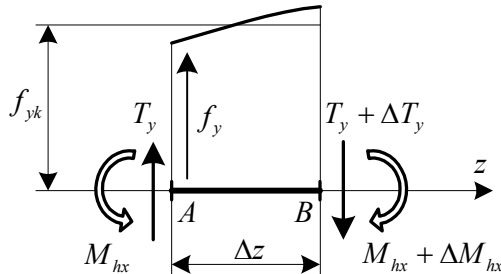
a) Megoszló terhelés hatása az igénybevételi ábrákra:

Az $f_y = f_y(z)$ a vizsgált tartóra (rúdra) ható ismert vonal mentén megoszló terhelés.

Az $f_y = f_y(z)$ mértékegysége: N/m.



A tartó AB elemi rúdszakaszának egyensúlyát vizsgáljuk:



f_{yk} - az $f_y(z)$ függvény Δz szakaszra vonatkozó (integrál) középértéke.

Gondolatmenet:

- egyensúlyi egyenlet felírása,
- a $\Delta z \rightarrow 0$ határátmenet képzése.

Az y irányú vetületi egyenlet:

$$F_y = 0 = T_y + f_{yk}\Delta z - (T_y + \Delta T_y)$$

$$\frac{\Delta T_y}{\Delta z} = f_{yk}, \quad \Delta z \rightarrow 0, \quad \frac{dT_y}{dz} = f_y(z).$$

A B ponton átmenő, rajz síkjából kifelé mutató tengelyre felírt nyomatéki egyenlet:

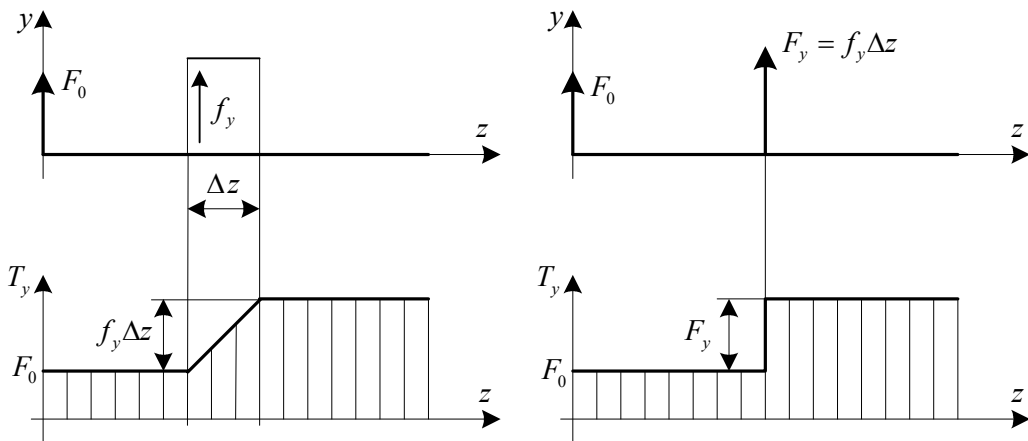
a megoszló terhelés eredője

$$M_b = 0 = M_{hx} - T_y\Delta z - \overbrace{f_{yk}\Delta z}^{\text{a megoszló terhelés eredője}} (\lambda\Delta z) - (M_{hx} + \Delta M_{hx}), \text{ ahol } 0 < \lambda < 1.$$

$$\frac{\Delta M_{hx}}{\Delta z} = -T_y - f_{yk}(\lambda\Delta z), \quad \Delta z \rightarrow 0, \quad \frac{dM_{hx}}{dz} = -T_y(z).$$

Ez a két differenciálegyenlet a rúd két egyensúlyi egyenlete.

b) Koncentrált erő hatása az igénybevételi ábrákra:



A koncentrált erőt a $\Delta z \rightarrow 0$ szakaszon megoszló terhelésnek is tekintjük.

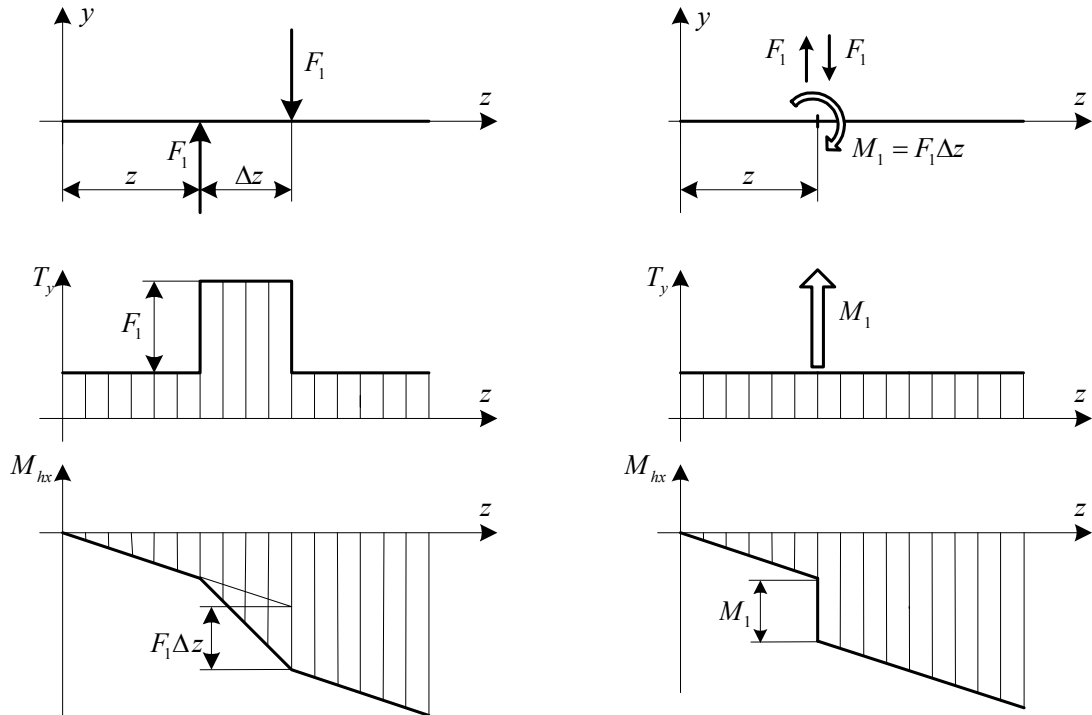
A koncentrált erő hatását a megoszló terhelés hatásának ismeretére vezetjük vissza.

Az F_y koncentrált erő a $T_y(z)$ nyíróerő ábrában (balról jobbra haladva) F_y nagyságú és irányú ugrást (szakadást) okoz.

c) Koncentrált nyomaték hatása az igénybevételi ábrákra:

A koncentrált nyomaték két, $\Delta z \rightarrow 0$ távolságú, párhuzamos és ellentétes irányú erő.

A koncentrált nyomaték hatását a koncentrált erő hatásának ismeretére vezetjük vissza.



- Az M_1 koncentrált nyomaték a nyíróerő ábrában egy M_1 területvektort eredményez. A területvektor nagysága megegyezik a koncentrált nyomaték nagyságával, a területvektor irányát pedig a koncentrált nyomatékot helyettesítő (függőleges erőkből álló) erőpár bal oldali erővektorának iránya adja meg.

- A koncentrált nyomaték az $M_{hx}(z)$ nyomatéki ábrában (balról jobbra haladva) M_1 nagyságú, a területvektorral ellentétes irányú ugrást (szakadást) okoz.

d) Az egyensúlyi egyenletek integrál alakja:

- Első egyensúlyi egyenlet:

Differenciális alak: $\frac{dT_y(z)}{dz} = f_y(z)$. Integrál alak: $T_y(z) - T_y(0) = \int_{\zeta=0}^z f_y(\zeta) d\zeta$.

A nyíróerő ábra $<0, z>$ szakaszon történő megváltozása egyenlő az $f_y(\zeta)$ terhelésábra integráljával.

- Második egyensúlyi egyenlet:

Differenciális alak: $\frac{dM_{hx}(z)}{dz} = -T_y(z)$. Integrál alak: $M_{hx}(z) - M_{hx}(0) = - \int_{\zeta=0}^z T_y(\zeta) d\zeta$.

A nyomatéki ábra $<0, z>$ szakaszon történő megváltozása egyenlő a $T_y(\zeta)$ nyíróerő ábra negatív integráljával.

e) Az eredmények általánosítása térbeli esetre:

Az előző gondolatmenet az xz síkba eső terhelésre is elvégezhető.

A térbeli terhelés mindig felbontható egy yz síkba és egy xz síkba eső részre.

Az yz síkba eső erőrendszer esetén:

$$T_y(z) - T_y(0) = \int_{\zeta=0}^z f_y(\zeta) d\zeta, \quad M_{hx}(z) - M_{hx}(0) = - \int_{\zeta=0}^z T_y(\zeta) d\zeta.$$

Az xz síkba eső erőrendszer esetén:

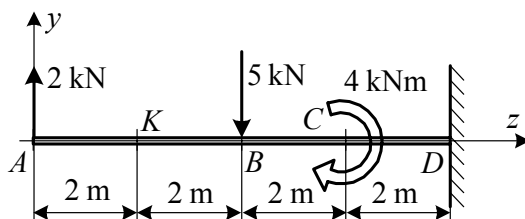
$$T_x(z) - T_x(0) = \int_{\zeta=0}^z f_x(\zeta) d\zeta, \quad M_{hy}(z) - M_{hy}(0) = - \int_{\zeta=0}^z T_x(\zeta) d\zeta.$$

f) Igénybevételi ábrák megrajzolásának gondolatmenete:

- A támasztó erőrendszer meghatározása.
- Minden terhelés redukálása a tartó középvonalába.
- A középvonalba redukált erőrendszer felbontása xz és yz síkba eső részekre
- Az $N(z)$ és $M_c(z)$ ábrák megrajzolása (ezek függetlenek az erőrendszer felbontásától).
- Az yz síkbeli terheléshez tartozó $T_y(z)$, $M_{hx}(z)$ igénybevételi ábrák megrajzolása.
- Az xz síkbeli terheléshez tartozó $T_x(z)$, $M_{hy}(z)$ igénybevételi ábrák megrajzolása.

4.4. Gyakorló feladatok rúdszerkezetek igénybevételeinek meghatározására és igénybevételi ábráinak megrajzolására

4.4.1. feladat: Befalazott tartó megadott keresztmetszeteinek igénybevételei



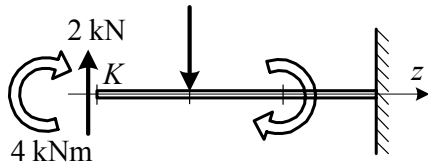
Adott: A tartószerkezet méretei és terhelése.

Feladat:

- A K , B^- , B^+ , C^- , C^+ és D keresztmetszetek igénybevételeinek meghatározása.
- A támasztó erőrendszer meghatározása.

Kidolgozás:

a) A K keresztmetszet igénybevételei:

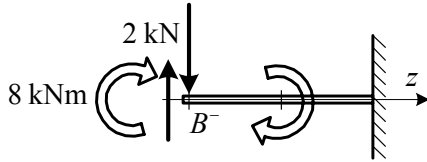


$$N(K) = 0,$$

$$T_y(K) = 2 \text{ kN} \quad \uparrow \rightleftharpoons \downarrow,$$

$$M_{hx}(K) = -4 \text{ kNm} \quad \curvearrowright \rightleftharpoons \curvearrowleft.$$

b) A B^- (a B mellett közvetlenül balra levő) keresztmetszet igénybevételei:

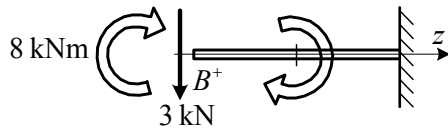


$$N(B^-) = 0,$$

$$T_y(B^-) = 2 \text{ kN} \quad \uparrow \rightleftharpoons \downarrow,$$

$$M_{hx}(B^-) = -8 \text{ kNm} \quad \curvearrowright \rightleftharpoons \curvearrowleft.$$

c) A B^+ (a B mellett közvetlenül jobbra levő) keresztmetszet igénybevételei:

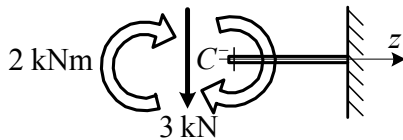


$$N(B^+) = 0,$$

$$T_y(B^+) = -3 \text{ kN} \quad \downarrow \rightleftharpoons \uparrow,$$

$$M_{hx}(B^+) = -8 \text{ kNm} \quad \curvearrowright \rightleftharpoons \curvearrowleft.$$

d) A C^- (a C mellett közvetlenül balra levő) keresztmetszet igénybevételei:

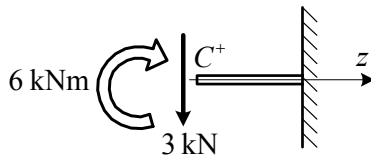


$$N(C^-) = 0, \quad T_y(C^-) = -3 \text{ kN} \quad \downarrow \rightleftharpoons \uparrow,$$

$$M_{hx}(C^-) = -2 \cdot 6 + 5 \cdot 2 =$$

$$= -12 + 10 = -2 \text{ kNm} \quad \curvearrowright \rightleftharpoons \curvearrowleft.$$

e) A C^+ (a C mellett közvetlenül jobbra levő) keresztmetszet igénybevételei:

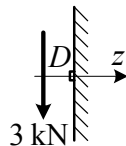


$$N(C^+) = 0, \quad T_y(C^+) = -3 \text{ kN} \quad \downarrow \rightleftharpoons \uparrow,$$

$$M_{hx}(C^+) = -2 \cdot 6 + 5 \cdot 2 - 4 =$$

$$= -12 + 10 - 4 = -6 \text{ kNm} \quad \curvearrowright \rightleftharpoons \curvearrowleft.$$

f) A D keresztmetszet igénybevételei:

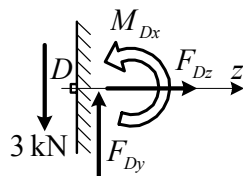


$$N(D) = 0, \quad T_y(D) = -3 \text{ kN} \quad \downarrow \rightleftharpoons \uparrow,$$

$$M_{hx}(D) = -2 \cdot 8 + 5 \cdot 4 - 4 =$$

$$= -16 + 20 - 4 = 0.$$

g) A támasztó erőrendszer:

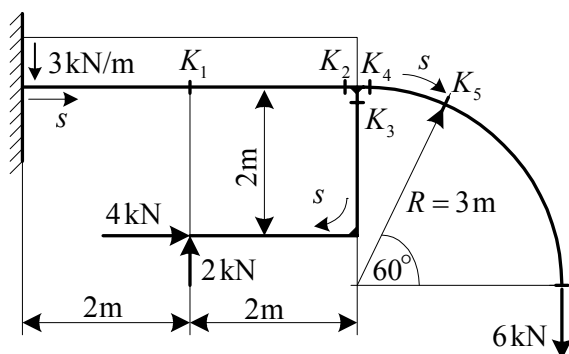


$$F_{Dz} = 0,$$

$$F_{Dy} = 3 \text{ kN} \quad \uparrow,$$

$$M_{Dx} = 0.$$

4.4.2. feladat: Elágazásos tartó megadott keresztmetszeteinek igénybevételei



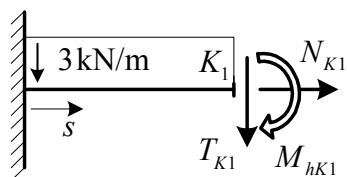
Adott: Az ábrán látható elágazásos rúdszerkezet méretei és terhelései.

Feladat:

A K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 keresztmetszetek igénybevételeinek meghatározása.

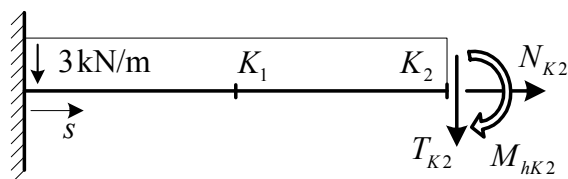
Kidolgozás:

a) A K_1 keresztmetszet igénybevételei:



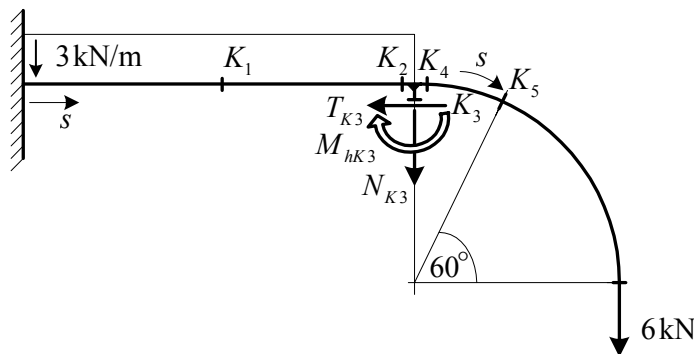
$$\begin{aligned} N(K_1) &= 4 \text{ kN} \quad \leftarrow \Rightarrow, \\ T(K_1) &= 6 - 2 + 3 \cdot 2 = 10 \text{ kN} \quad \uparrow \downarrow, \\ M_h(K_1) &= -2 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 6 = \\ &= -8 + 30 + 6 = 28 \text{ kNm} \quad \curvearrowright. \end{aligned}$$

b) A K_2 keresztmetszet igénybevételei:



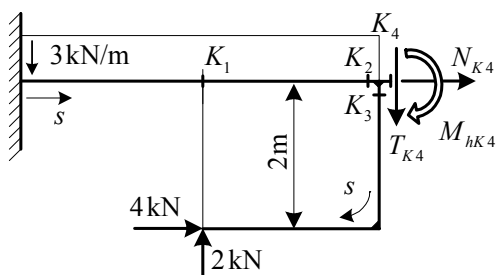
$$\begin{aligned} N(K_2) &= 4 \text{ kN} \quad \leftarrow \Rightarrow, \\ T(K_2) &= 6 - 2 = 4 \text{ kN} \quad \uparrow \downarrow, \\ M_h(K_2) &= -2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = \\ &= -8 + 4 + 18 = 14 \text{ kNm} \quad \curvearrowright. \end{aligned}$$

c) A K_3 keresztmetszet igénybevételei:



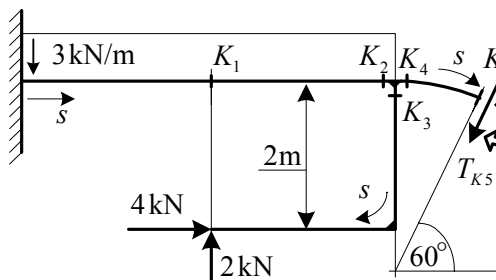
$$\begin{aligned} N(K_3) &= -2 \text{ kN} \quad \uparrow \downarrow, \\ T(K_3) &= -4 \text{ kN} \quad \leftarrow \Rightarrow, \\ M_h(K_3) &= -2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = \\ &= -8 + 4 = -4 \text{ kNm} \quad \curvearrowright. \end{aligned}$$

d) A K_4 keresztmetszet igénybevételei:



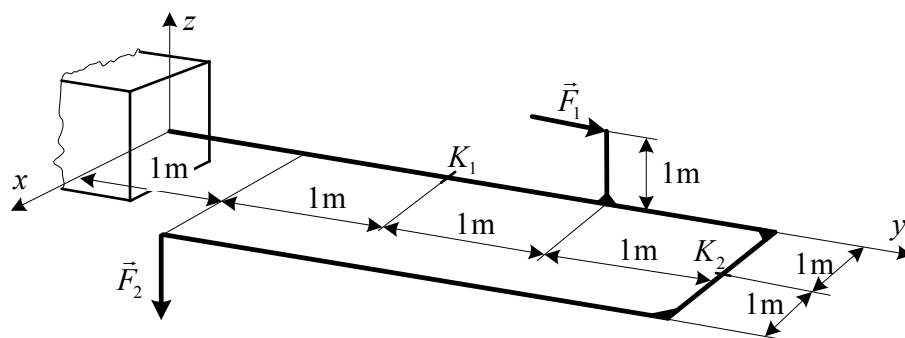
$$\begin{aligned}
 N(K_4) &= 0, \\
 T(K_4) &= 6 \text{ kN} \quad \uparrow \downarrow, \\
 M_h(K_4) &= 3 \cdot 6 = 18 \text{ kNm} \quad \curvearrowright.
 \end{aligned}$$

e) A K_5 keresztmetszet igénybevételei:



$$\begin{aligned}
 N(K_5) &= 6 \cos 60^\circ = 3 \text{ kN} \\
 T(K_5) &= 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ kN} \\
 M_h(K_5) &= 6R(1 - \cos 60^\circ) = \\
 &= 6 \cdot 3 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 9 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

4.4.3. feladat: Térbeli tartó megadott keresztmetszeteinek igénybevételei

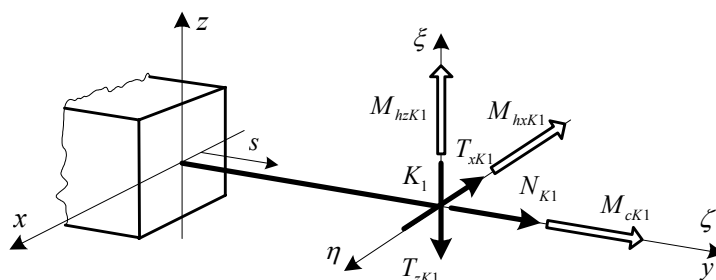


Adott: A tartó méretei és terhelései. $\vec{F}_1 = (4\vec{e}_y) \text{ kN}$, $\vec{F}_2 = (-2\vec{e}_z) \text{ kN}$.

Feladat: A K_1 és K_2 keresztmetszet igénybevételeinek meghatározása.

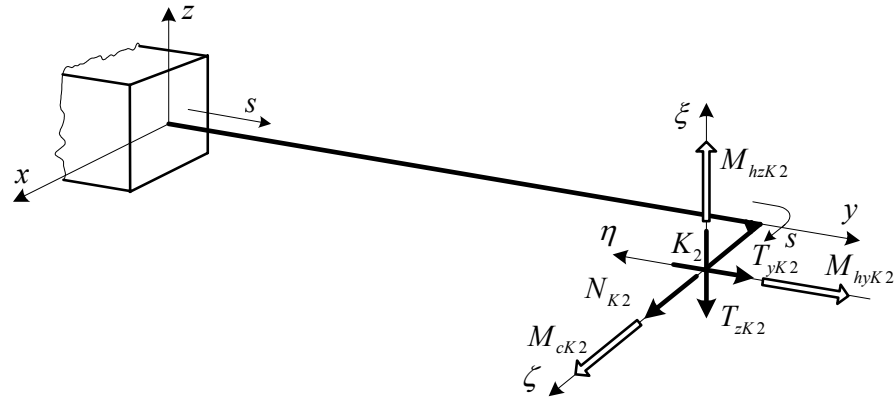
Kidolgozás:

a) A K_1 keresztmetszetek igénybevételeinek meghatározása:



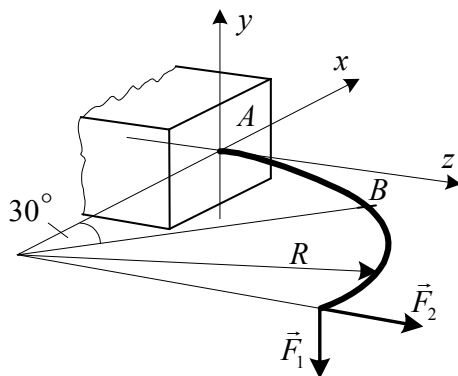
$$\begin{aligned}
 N(K_1) &= 4 \text{ kN}, \\
 T_x(K_1) &= T_\eta(K_1) = 0, \\
 T_z(K_1) &= T_\xi(K_1) = 2 \text{ kN}, \\
 M_c(K_1) &= 4 \text{ kNm}, \\
 M_{hx}(K_1) &= M_{h\eta}(K_1) = 2 \text{ kNm}, \\
 M_{hz}(K_1) &= M_{h\xi}(K_1) = 0.
 \end{aligned}$$

b) A K_2 keresztmetszetek igénybevételeinek meghatározása:



$$\begin{aligned} N(K_2) &= 0, & T_z(K_2) &= T_\xi(K_2) = 2 \text{ kN}, & T_y(K_2) &= T_\eta(K_2) = 0, \\ M_c(K_2) &= 6 \text{ kNm} & M_{hy}(K_2) &= M_{\eta\eta}(K_2) = 2 \text{ kNm}, & M_{hz}(K_2) &= M_{\xi\xi}(K_2) = 0. \end{aligned}$$

4.4.4. feladat: Térbeli tartó megadott keresztmetszeteinek igénybevételei



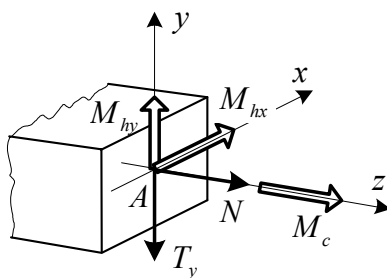
Adott: $R = 0,3 \text{ m}$, $\vec{F}_1 = (-2\vec{e}_y) \text{ kN}$,

$\vec{F}_2 = (\vec{e}_x) \text{ kN}$.

Feladat: Az A és B keresztmetszetek igénybevételeinek meghatározása.

Kidolgozás:

a) Az A keresztmetszet igénybevételeinek meghatározása:



$$N_A = F_2 = 1 \text{ kN},$$

$$T_{xA} = 0,$$

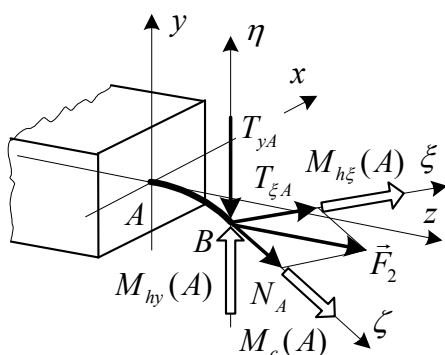
$$T_{yA} = F_1 = 2 \text{ kN},$$

$$M_c(A) = RF_1 = 0,6 \text{ kNm},$$

$$M_{hx}(A) = RF_1 = 0,6 \text{ kNm},$$

$$M_{hy}(A) = -RF_2 = -0,3 \text{ kNm}.$$

b) A B keresztmetszet igénybevételeinek meghatározása:



$$N_B = F_2 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ kN},$$

$$T_{\xi B} = F_2 \sin 30^\circ = 0,5 \text{ kN},$$

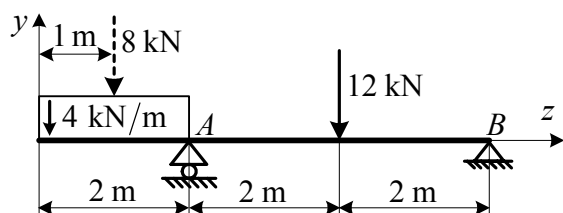
$$T_{\eta B} = T_{yB} = F_1 = 2 \text{ kN},$$

$$M_c(B) = R(1 - \sin 30^\circ) F_1 = 0,3 \text{ kNm},$$

$$M_{h\xi}(B) = R \cos 30^\circ F_1 = 0,3\sqrt{3} \text{ kNm},$$

$$M_{h\eta}(B) = M_{hy}(B) = R \cos 30^\circ F_2 = 0,15\sqrt{3} \text{ kNm}.$$

4.4.5. feladat: Kéttámaszú konzolos tartó igénybevételi ábrái



Adott: a tartószerkezet méretei és terhelése.

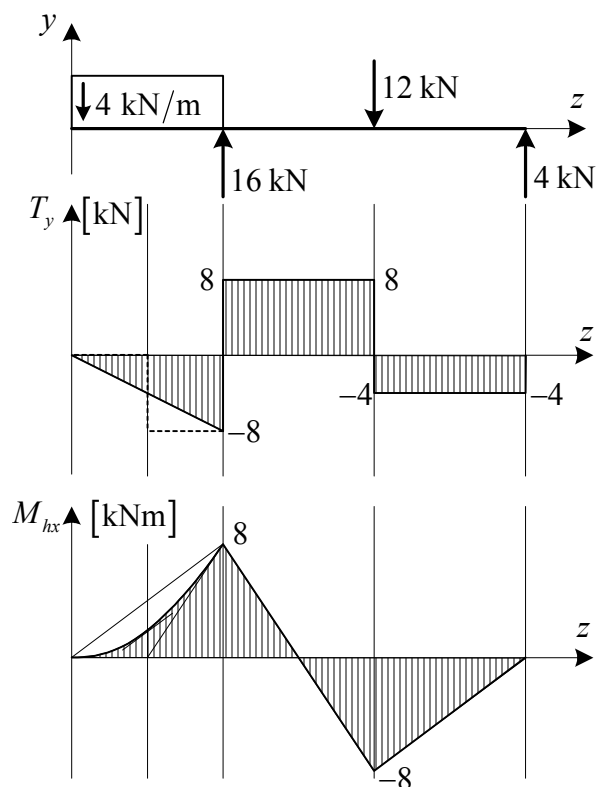
Feladat: az igénybevételi ábrák megrajzolása.

Kidolgozás:

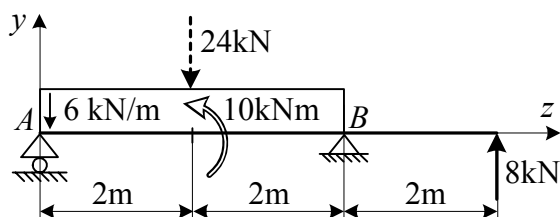
A támasztóerők meghatározása: $M_a = 0 = 1 \cdot 8 - 2 \cdot 12 + 4F_{By} \Rightarrow F_{By} = 4 \text{ kN} \uparrow,$

$M_b = 0 = 5 \cdot 8 - 4F_{Ay} + 2 \cdot 12 \Rightarrow F_{Ay} = 16 \text{ kN} \uparrow.$

Az igénybevételi ábrák megrajzolása:



4.4.6. feladat: Kéttámaszú konzolos tartó igénybevételi ábrái



Adott: a tartószerkezet méretei és terhelése.

Feladat: az igénybevételi ábrák megrajzolása.

Kidolgozás:

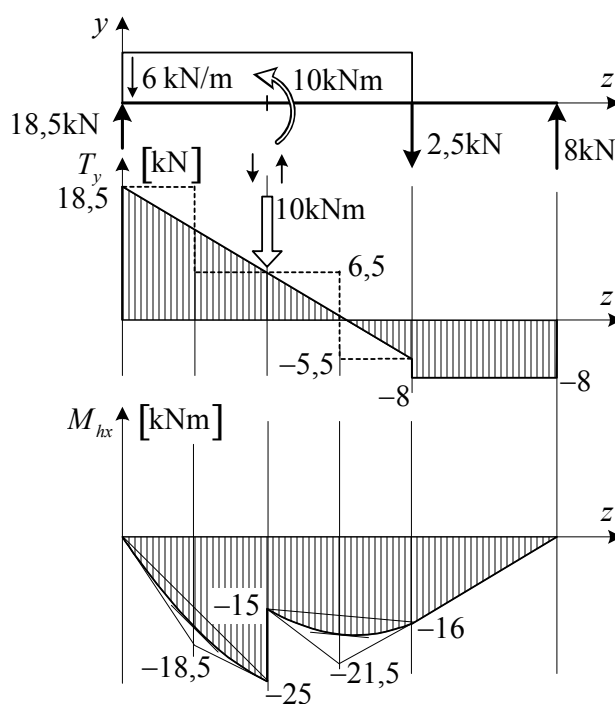
A támasztóerők meghatározása:

$$M_a = 0 = -2 \cdot 24 + 10 + 4F_{By} + 6 \cdot 8 \Rightarrow F_{By} = -2,5 \text{ kN} \downarrow,$$

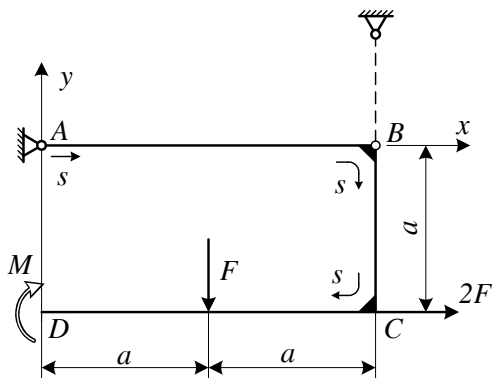
$$M_b = 0 = -4F_{Ay} + 2 \cdot 24 + 2 \cdot 8 + 10 \Rightarrow F_{Ay} = 18,5 \text{ kN} \uparrow.$$

Az igénybevételi ábrák megrajzolása:

Itt az $M_{hx}(z)$ hajlító nyomatéki ábra megrajzolásánál két parabolát kell rajzolni azért, mert a koncentrált nyomaték (és az ennek megfelelő területvektor) a nyomatéki ábrában szakadást okoz.



4.4.7. feladat: Törtvonalú tartó igénybevételi ábrái



Adott: A tartó méretei és terhelése.

$$a = 1 \text{ m}, F = 10 \text{ kN}.$$

Feladat: Az igénybevételi ábrák megrajzolása, és a maximális hajlító nyomaték meghatározása.

Kidolgozás:

A támasztóerők meghatározása:

$$F_x = 0 = F_{Ax} + 2F \Rightarrow$$

$$F_{Ax} = -2F = -2 \cdot 10 = -20 \text{ kN} \leftarrow,$$

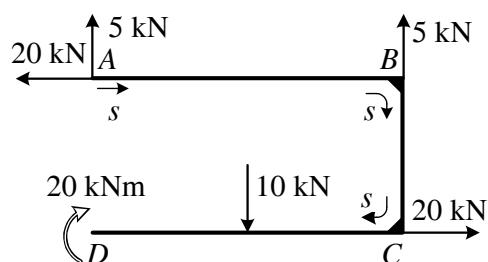
$$M_a = 0 = 2aF_{By} + a2F - aF - M \Rightarrow$$

$$F_{By} = \frac{-2 \cdot 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 20}{2 \cdot 1} = 5 \text{ kN} \uparrow,$$

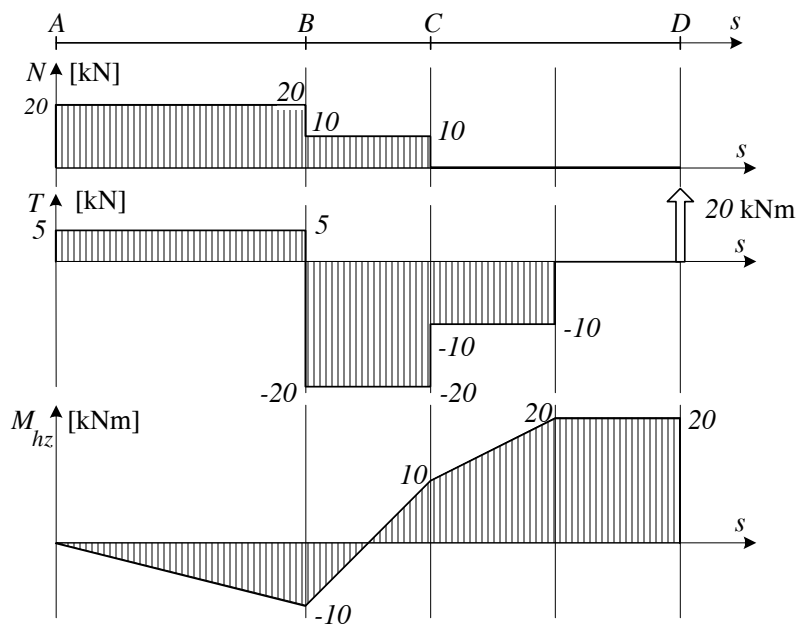
$$F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} - F \Rightarrow$$

$$F_{Ay} = -F_{By} + F = -5 + 10 = 5 \text{ kN} \uparrow.$$

A támasztóerők szemléltetése a tartón:



Az igénybevételi ábrák megrajzolása:

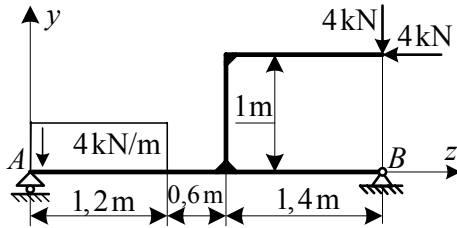


A tartót egyenesbe terítjük és az egyes keresztmetszeteket az s ívkoordinátával azonosítjuk. A rúderő és a nyíróerő ábrát az igénybevételek értelmezése alapján rajzoljuk meg.

A tartó középvonalának töréspontjai előtt és után az $N(s)$ és $T(s)$ ábrákon az igénybevételek értelmezéséből következően különböző irányú terhelő erőket kell figyelembe venni és ennek következtében még az előjel is megváltozhat. Ezért az $N(s)$ és $T(s)$ ábrákban a középvonal töréspontjaiban akkor is bekövetkezik szakadás (ugrás), ha ott nem működik koncentrált külső terhelés.

A maximális hajlító nyomaték (az ábrából): $|M_{hz}|_{\max} = 20 \text{ kNm}$.

4.4.8. feladat: Kéttámaszú, elágazásos tartó igénybevételi ábrái



Adott: A szerkezet méretei és terhelése.

Feladat:

- A kéttámaszú tartó támasztóerőinek meghatározása.
- A tartó AB szakaszán az igénybevételi ábrák megrajzolása.

Kidolgozás:

a) A támasztóerők meghatározása:

$$F_z = 0 = -4 + F_{Bz} \Rightarrow F_{Bz} = 4 \text{ kN} \quad (\rightarrow).$$

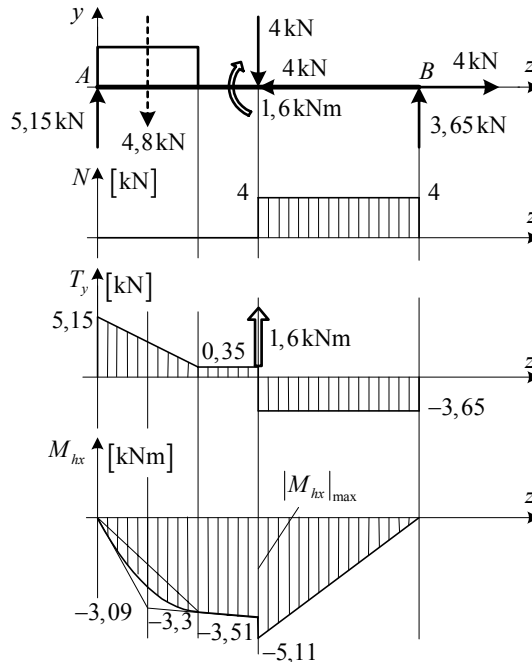
$$M_a = 0 = -0,6 \cdot 4,8 - 3,2 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 3,2 F_{By} \Rightarrow F_{By} = \frac{0,6 \cdot 4,8 + 3,2 \cdot 4 - 1 \cdot 4}{3,2} = 3,65 \text{ kN} \quad (\uparrow).$$

$$M_b = 0 = 1 \cdot 4 + 2,6 \cdot 4,8 - 3,2 F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = \frac{1 \cdot 4 + 2,6 \cdot 4,8}{3,2} = 5,15 \text{ kN} \quad (\uparrow).$$

A terhelés redukálása az AB szakasz középvonalába:

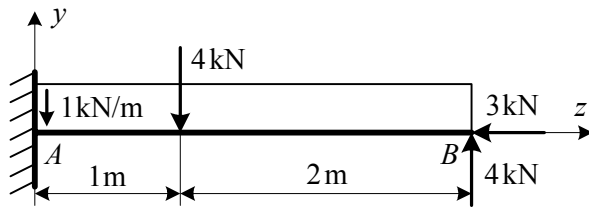
$$\vec{F}_0 = (-4\vec{e}_z - 4\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{M}_0 = M_{0x}\vec{e}_x, \quad M_{0x} = -1 \cdot 4 + 1,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ kNm} \quad \curvearrowright.$$

b) Az igénybevételi ábrák:



A hajlító nyomatéki ábrából: $|M_{hx}|_{\max} = 5,11 \text{ kNm}$.

4.4.9. feladat: Befogott tartó igénybevételi ábrái



Adott: A szerkezet méretei és terhelése.

Feladat:

- A befogott tartó támasztóerőinek meghatározása.
- Az igénybevételi ábrák megrajzolása és a $|M_{hx}|_{\max}$ meghatározása.

Kidolgozás:

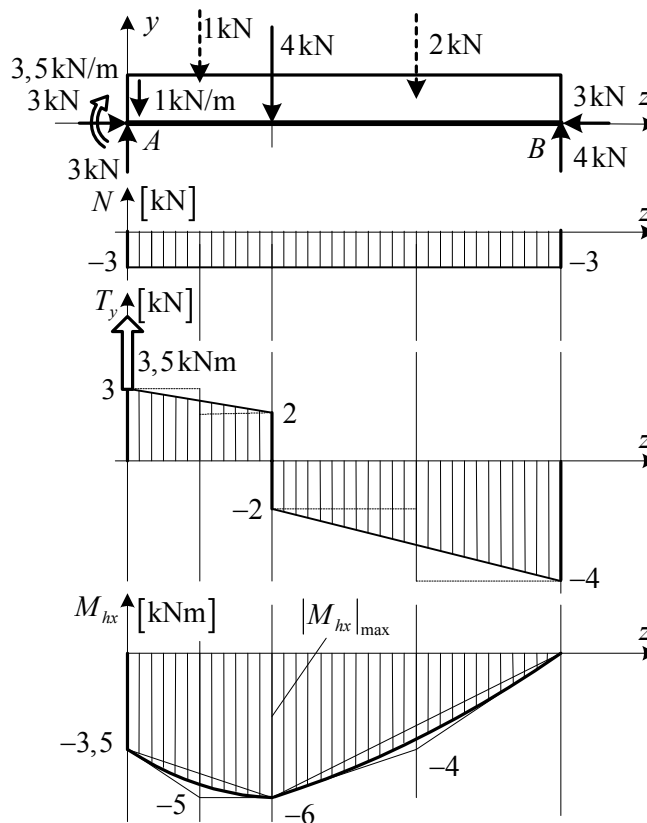
a) A támasztóerők meghatározása:

$$F_z = 0 = F_{Az} - 3 \Rightarrow F_{Az} = 3 \text{ kN} \quad (\rightarrow).$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - 4 - 3 + 4 \Rightarrow F_{Ay} = 4 + 3 - 4 = 3 \text{ kN} \quad (\uparrow).$$

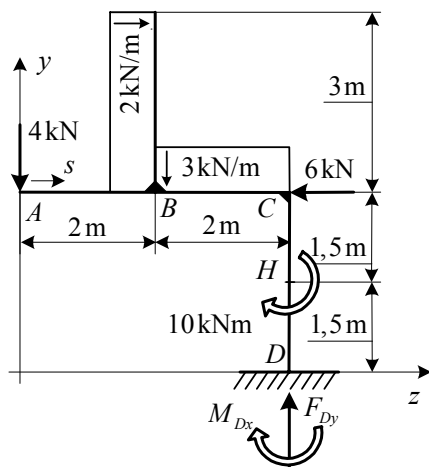
$$M_a = 0 = -1 \cdot 4 - 1,5 \cdot 3 + 3 \cdot 4 - M_{Ax} \Rightarrow M_{Ax} = -1 \cdot 4 - 1,5 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 3,5 \text{ kNm} \quad \curvearrowright.$$

b) Az igénybevételi ábrák:



A maximális hajlítónyomaték (az ábrából): $|M_{hx}|_{\max} = 6 \text{ kNm}$.

4.4.10. feladat: Törtvonalú elágazásos tartó igénybevételi ábrái



Adott: A szerkezet méretei és terhelése.

Feladat:

- A törtvonalú elágazásos tartó támasztóerőinek meghatározása.
- A függőleges szakaszon megoszló terhelés redukálása a B keresztmetszetbe.
- A tartó ACD szakaszán az igénybevételi ábrák megrajzolása.

Kidolgozás:

- a) A támasztóerők meghatározása:

$$F_z = 0 = 2 \cdot 3 - 6 + F_{Dz} \Rightarrow F_{Dz} = 0.$$

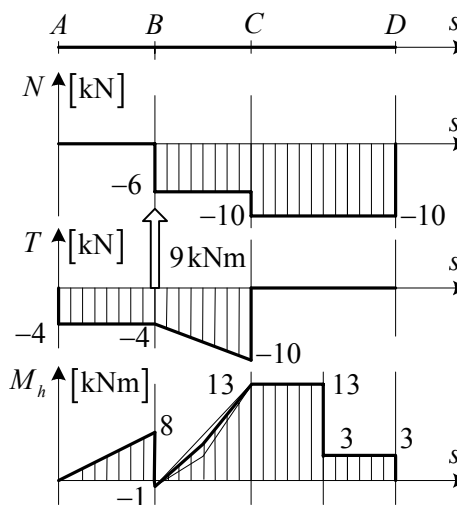
$$F_y = 0 = -4 - 2 \cdot 3 + F_{Dy} \Rightarrow F_{Dy} = 10 \text{ kN } (\uparrow).$$

$$M_d = 0 = -4 \cdot 4 + 4,5 \cdot 2 \cdot 3 - 1 \cdot 3 \cdot 2 - 3 \cdot 6 + 10 + M_{Dx} \Rightarrow M_{Dx} = 3 \text{ kNm } \curvearrowright.$$

- b) A függőleges szakaszon megoszló terhelés redukálása a B pontba:

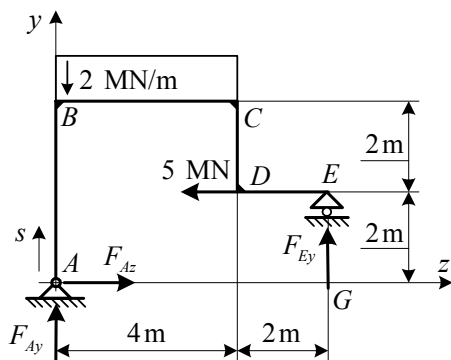
$$M_{Bx} = 2 \cdot 3 \cdot 1,5 = 9 \text{ kNm } \curvearrowright.$$

- c) Az igénybevételi ábrák:



A maximális hajlítónyomaték (az ábrából): $|M_h|_{\max} = 13 \text{ kNm}.$

4.4.11. feladat: Kéttámaszú törtvonalú tartó igénybevételi ábrái



Adott: A szerkezet méretei és terhelése.

Feladat:

- A törtvonalú tartó támasztóerőinek meghatározása.
- Az igénybevételi ábrák megrajzolása

Kidolgozás:

- a) A támasztóerők meghatározása:

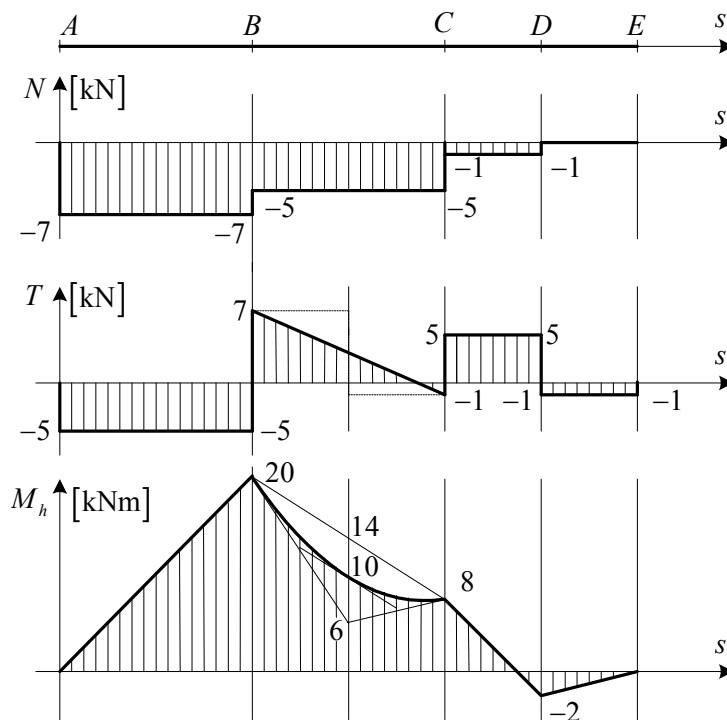
$$M_a = 0 = 2 \cdot (2 \cdot 4) - 2 \cdot 5 - 6F_{Ey} \Rightarrow F_{Ey} = 1 \text{ MN},$$

$$M_g = 0 = -4 \cdot (2 \cdot 4) - 2 \cdot 5 + 6F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = 7 \text{ MN},$$

$$F_z = 0 = F_{Az} - 5 \Rightarrow F_{Az} = 5 \text{ MN}.$$

Az igénybevételi ábrák megrajzolása (az igénybevételeket az ábrán az A kezdőpontú s ívkoordináta függvényében ábrázoltuk az egyenesbe terített tartó mentén):

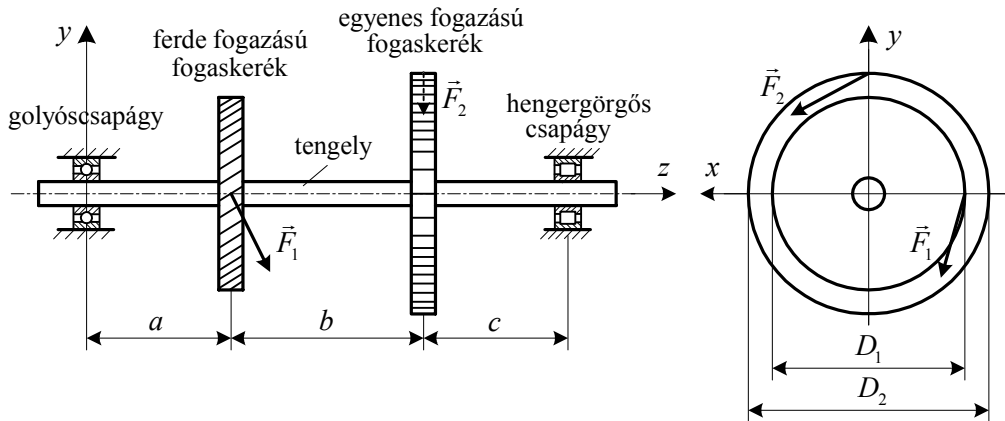
- b) Az igénybevételi ábrák:



Az $N(s)$ rajzolásánál arra kell ügyelni, hogy az N rúderő az AB és CD szakaszon az y irányú, a BC és DE rúdszakaszon pedig a z irányú terhelésekből származik.

A $T(s)$ ábránál azt kell figyelembe venni, hogy a T nyíróerő az AB és CD szakaszon a z irányú, a BC és DE rúdszakaszon pedig az y irányú terhelésekből adódik. Az $N(s)$, $T(s)$ ábrákon a töréspontokban általában szakadás lép fel az előjelszabály változása miatt. Az M_h hajlítónyomatéki ábrát a T nyíróerő ábra negatív előjellel vett grafikus integrálásával kapjuk.

4.4.12. feladat: Hajtóműtengely igénybevételi ábrái



Adatok:

A tengely hossz méretei: $a = 100 \text{ mm}$, $b = 160 \text{ mm}$, $c = 80 \text{ mm}$.

A fogaskerek gördülőkör átmérőit: $D_1 = 120 \text{ mm}$, $D_2 = 160 \text{ mm}$.

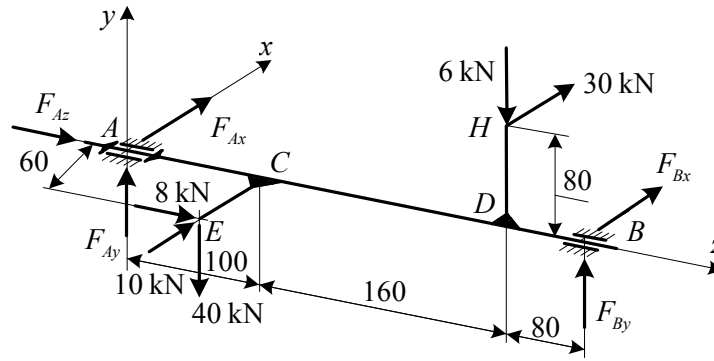
A fogaskerekre ható erők: $\vec{F}_1 = (10\vec{e}_x - 40\vec{e}_y + 8\vec{e}_z) \text{ kN}$, $\vec{F}_2 = (30\vec{e}_x - 6\vec{e}_y) \text{ kN}$.

Feladat: A tengely igénybevételi ábráinak megrajzolása.

Kidolgozás:

- A megoldás gondolatmenete:
- a mechanikai modell megrajzolása,
 - a támasztóerők meghatározása,
 - a terhelések redukálása a tengely középvonalába,
 - a középvonalba redukált erőrendszer felbontása xz és yz síkbeli részre,
 - az $N(z)$ és $M_c(z)$ megrajzolása (ezek függetlenek a felbontástól),
 - az yz síkbeli terheléshez tartozó igénybevételi ábrák:
 $T_y(z)$, $M_{hx}(z)$
 - az xz síkbeli terheléshez tartozó igénybevételi ábrák:
 $T_x(z)$, $M_{hy}(z)$

- a) Mechanikai modellezés:
- tengely – egyenes rúd,
 - fogaskerék – merev tárcsa, vagy rúdelágazás,
 - golyóscsapág – csuklós megtámasztás,
 - hengergörgős csapág – görgős megtámasztás,
 - csapágyerők – támasztóerők.



b) A támasztóerők meghatározása:

Az A pontra felírt nyomatéki egyenlet: $\vec{M}_A = \vec{r}_{A1} \times \vec{F}_1 + \vec{r}_{A2} \times \vec{F}_2 + \vec{r}_{AB} \times \vec{F}_B = \vec{0}$. $/ \cdot \vec{e}_x / \cdot \vec{e}_y$

$$\vec{r}_{A1} = (-0,06\vec{e}_x + 0,1\vec{e}_z) \text{ m}, \quad \vec{r}_{A2} = (0,08\vec{e}_y + 0,26\vec{e}_z) \text{ m}, \quad \vec{r}_{AB} = (0,34\vec{e}_z) \text{ m}.$$

$$\vec{r}_{A1} \times \vec{F}_1 = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ -0,06 & 0 & 0,1 \\ 10 & -40 & 8 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (0,1 \cdot 40) - \vec{e}_y (-0,48 - 1) + \vec{e}_z (0,06 \cdot 40) = (4\vec{e}_x + 1,48\vec{e}_y + 2,4\vec{e}_z),$$

$$\vec{r}_{A2} \times \vec{F}_2 = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0,08 & 0,26 \\ 30 & -6 & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (6 \cdot 0,26) - \vec{e}_y (-30 \cdot 0,26) + \vec{e}_z (-0,08 \cdot 30) = (1,56\vec{e}_x + 7,8\vec{e}_y - 2,4\vec{e}_z),$$

$$\vec{r}_{AB} \times \vec{F}_B = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & 0,34 \\ F_{Bx} & F_{By} & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (-0,34F_{By}) - \vec{e}_y (-0,34F_{Bx}) = (-0,34F_{By}\vec{e}_x + 0,34F_{Bx}\vec{e}_y).$$

$$\text{Skaláris egyenletek:} \quad 4 + 1,56 - 0,34F_{By} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{By} = 16,35 \text{ kN},$$

$$1,48 + 7,8 + 0,34F_{Bx} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{Bx} = -27,29 \text{ kN}.$$

A B pontra felírt nyomatéki egyenlet: $\vec{M}_B = \vec{r}_{B1} \times \vec{F}_1 + \vec{r}_{B2} \times \vec{F}_2 + \vec{r}_{BA} \times \vec{F}_A = \vec{0}$ $/ \cdot \vec{e}_x / \cdot \vec{e}_y$

$$\vec{r}_{B1} = (-0,06\vec{e}_x - 0,24\vec{e}_z) \text{ m}, \quad \vec{r}_{B2} = (0,08\vec{e}_y - 0,08\vec{e}_z) \text{ m}, \quad \vec{r}_{BA} = (-0,34\vec{e}_z) \text{ m}$$

$$\vec{r}_{B1} \times \vec{F}_1 = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ -0,06 & 0 & -0,24 \\ 10 & -40 & 8 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (-0,24 \cdot 40) - \vec{e}_y (-0,48 + 2,4) + \vec{e}_z (0,06 \cdot 40) =$$

$$= (-9,6\vec{e}_x - 1,92\vec{e}_y + 2,4\vec{e}_z),$$

$$\vec{r}_{B2} \times \vec{F}_2 = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0,08 & -0,08 \\ 30 & -6 & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (-6 \cdot 0,08) - \vec{e}_y (30 \cdot 0,08) + \vec{e}_z (-0,08 \cdot 30) =$$

$$= (-0,48\vec{e}_x - 2,4\vec{e}_y - 2,4\vec{e}_z),$$

$$\vec{r}_{BA} \times \vec{F}_B = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & 0 & -0,34 \\ F_{Bx} & F_{By} & 0 \end{vmatrix} = \vec{e}_x (0,34 F_{By}) - \vec{e}_y (0,34 F_{Bx}) = (0,34 F_{By} \vec{e}_x - 0,34 F_{Bx} \vec{e}_y).$$

Skaláris egyenletek:

$$\begin{aligned} -9,6 - 0,48 - 0,34 F_{Ay} &= 0 \Rightarrow F_{Ay} = 29,65 \text{ kN}, \\ -1,92 - 2,4 - 0,34 F_{Ax} &= 0 \Rightarrow F_{Ax} = -12,71 \text{ kN}. \end{aligned}$$

A z tengely irányú vetületi egyenlet: $F_z = 0 = F_{Az} + 8 \Rightarrow F_{Az} = -8 \text{ kN}.$

Ellenőrzés:

$$\begin{aligned} F_x = 0 &= -12,71 + 10 + 30 - 27,29, \\ F_y = 0 &= 29,65 - 40 - 6 + 16,35. \end{aligned}$$

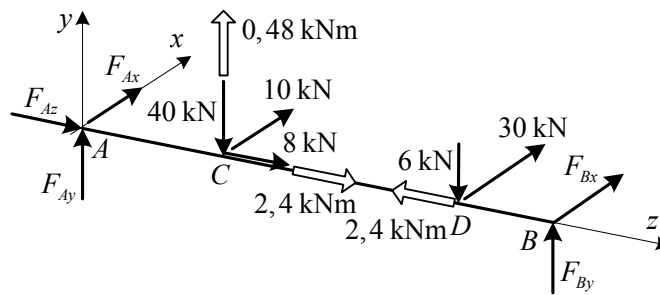
c) A terhelések redukálása a tengelyközépvonalába:

- Az $\vec{F}_1$ redukciója: $\vec{F}_1 = (10\vec{e}_x - 40\vec{e}_y + 8\vec{e}_z) \text{ kN},$

$$\vec{M}_1 = \vec{r}_{CE} \times \vec{F}_1 = (-0,06\vec{e}_x) \times (10\vec{e}_x - 40\vec{e}_y + 8\vec{e}_z) = (0,48\vec{e}_y + 2,4\vec{e}_z) \text{ kNm}.$$

- Az $\vec{F}_2$ redukciója: $\vec{F}_2 = (30\vec{e}_x - 6\vec{e}_y) \text{ kN},$

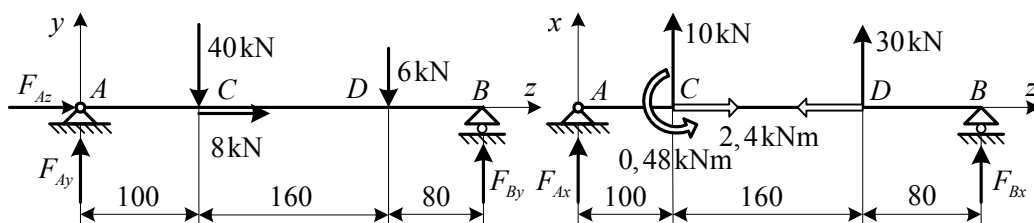
$$\vec{M}_2 = \vec{r}_{DH} \times \vec{F}_2 = (0,08\vec{e}_y) \times (30\vec{e}_x - 6\vec{e}_y) = (-2,4\vec{e}_z) \text{ kNm}.$$



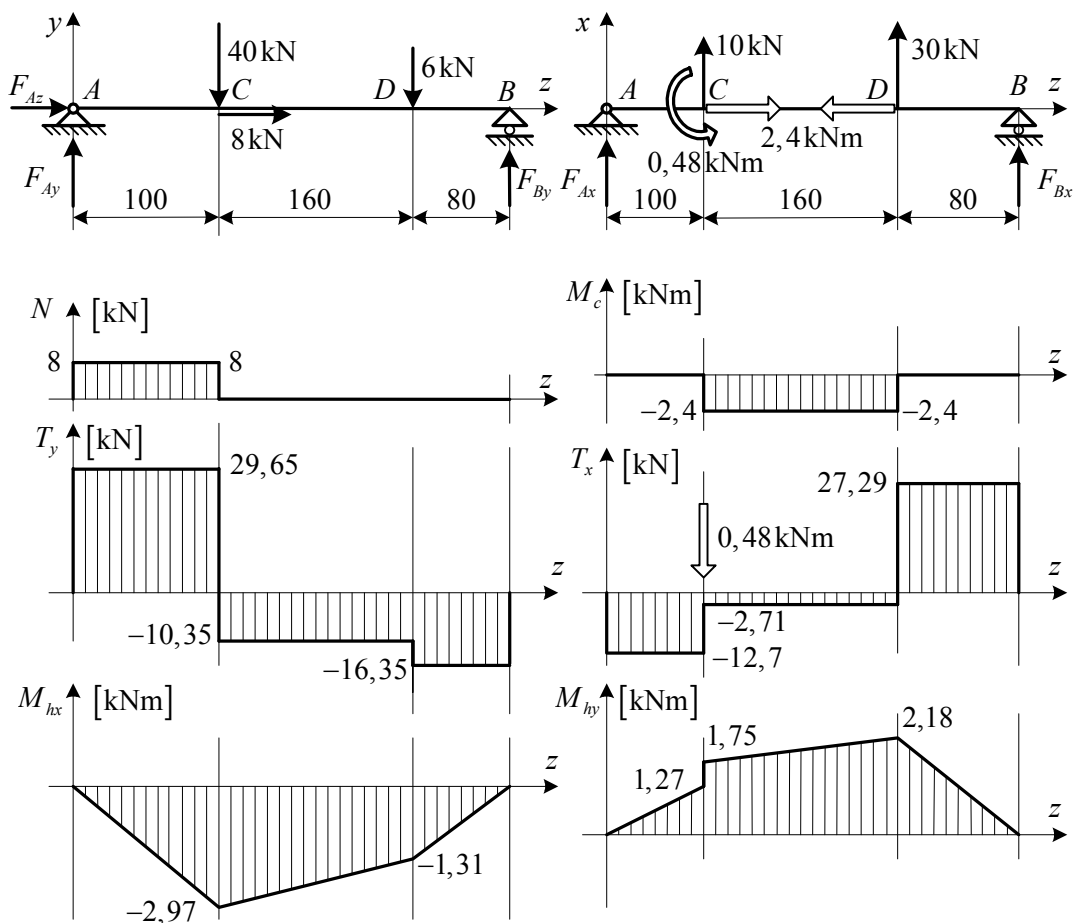
A redukált nyomatékok koordinátái:

$$\begin{aligned} M_{1x} &= 0, & M_{2x} &= 0, \\ M_{1y} &= 0,06 \cdot 8 = 0,48 \text{ kNm}, & M_{2y} &= 0, \\ M_{1z} &= 0,06 \cdot 40 = 2,4 \text{ kNm}, & M_{2z} &= 0,08 \cdot 30 = 2,4 \text{ kNm}. \end{aligned}$$

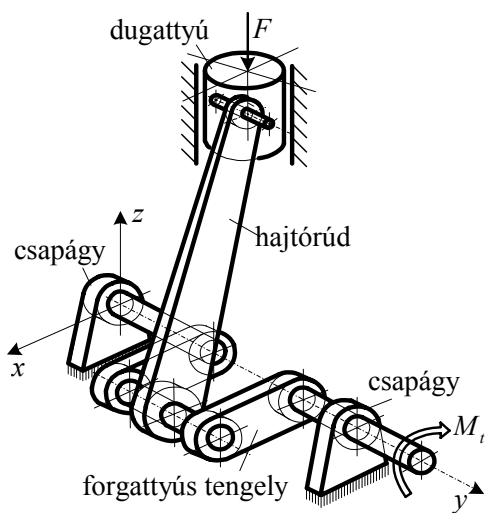
d) A középvonalba redukált erőrendszer felbontása xz és yz síkbeli részre:



e) - g) Az igénybevételi ábrák megrajzolása:



4.4.13. feladat: Dugattyús motor (kompresszor) forgattyús tengelyének igénybevételi ábrái



Adott:

- a szerkezet geometriája és méretei,
- a dugattyúra ható felületi terhelés F eredője.

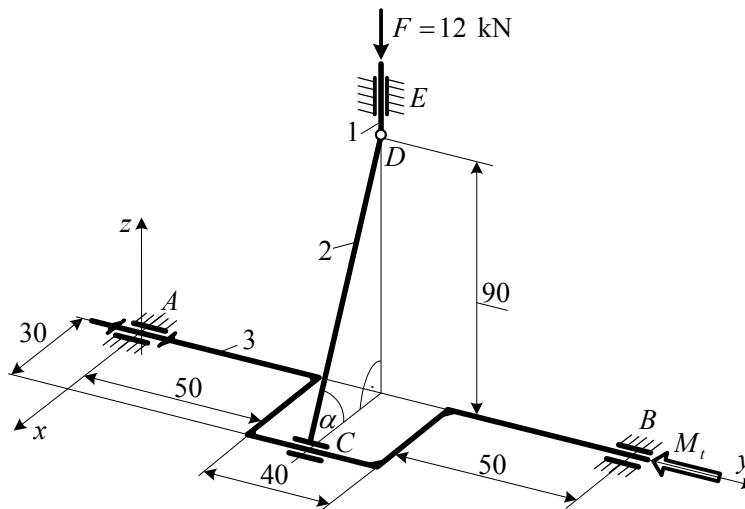
Feladat:

- A szerkezet mechanikai modelljének megrajzolása.
- A forgattyús tengely terhelésének meghatározása.
- Az M_t terhelő nyomaték és a csapágóerők (támasztó erők) meghatározása.
- A forgattyús tengely igénybevételi ábráinak megrajzolása.

Feltételezve, hogy a szerkezet az adott helyzetben egyensúlyban van.

Kidolgozás:

a) Mechanikai modellezés - vonalas vázlat:



A szerkezet valamennyi elemét rúdnak tekintjük – így a szerkezet vonalas vázlatát kapjuk meg.

Szerkezeti elemek:

- 1 – dugattyú,
- 2 – hajtórúd,
- 3 – forgattyús tengely.

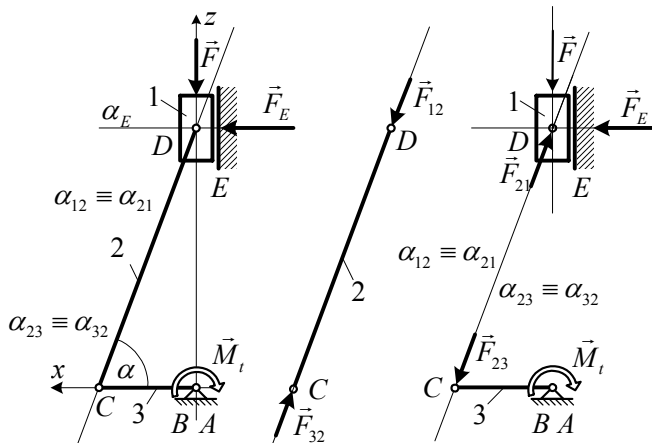
A 3 jelű forgattyús tengely mechanikai szempontból egy törtvonalú, térbeli terhelésű, kéttámaszú tartó.

b) A forgattyús tengely terhelésének meghatározása:

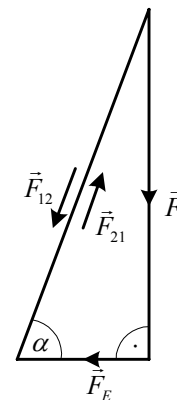
Az egész szerkezet és a az egyes szerkezeti elemek is egyensúlyban vannak.

Külön-külön megvizsgáljuk az egyes szerkezeti elemek egyensúlyát.

Helyzetábra



Erőábra

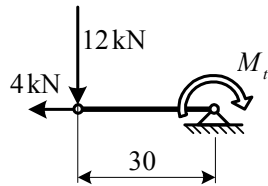


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{90}{30} = 3 = \frac{F}{F_E} \Rightarrow F_E = \frac{12}{3} = 4 \text{ kN}, \quad \vec{F}_E = (4\vec{e}_x) \text{ kN}, \quad \vec{F}_{21} = (-4\vec{e}_x + 12\vec{e}_z) \text{ kN}.$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad \vec{F}_{32} = -\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21}, \quad \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{21}$$

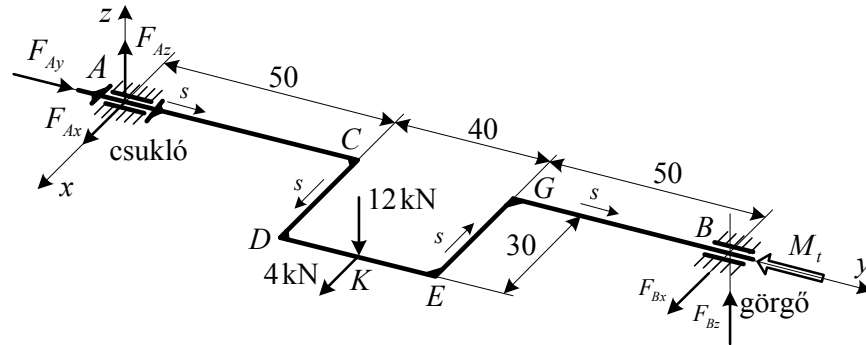
A forgattyús tengelyre ható erő: $\vec{F}_{23} = (4\vec{e}_x - 12\vec{e}_z) \text{ kN}$.

c) Az M_t terhelő nyomaték és a támasztóerők meghatározása:



$$M_t = 0,03 \cdot 12 \cdot 10^3 = 360 \text{ Nm} = 0,36 \text{ kNm}.$$

A támasztóerők meghatározása:



$$M_{Ax} = 0 = -0,07 \cdot 12 + 0,14 \cdot F_{Bz}, \Rightarrow F_{Bz} = 6 \text{ kN},$$

$$M_{Bx} = 0 = 0,07 \cdot 12 - 0,14 \cdot F_{Az}, \Rightarrow F_{Az} = 6 \text{ kN},$$

$$F_y = 0 = F_{Ay},$$

$$M_{Az} = 0 = -0,07 \cdot 4 - 0,14 \cdot F_{Bx}, \Rightarrow F_{Bx} = -2 \text{ kN},$$

$$M_{Bz} = 0 = 0,07 \cdot 4 + 0,14 \cdot F_{Ax}, \Rightarrow F_{Ax} = -2 \text{ kN},$$

d) A forgattyús tengely igénybevételi ábrái:

A törtvonalú tartót (forgattyú tengely középvonalát) egyenesbe terítjük. Az igénybevételi ábrákat az igénybevételek értelmezése alapján rajzoljuk meg.

Az igénybevételi ábrák jellemző metszékeinek kiszámítása:

- Csavaró nyomatéki ábra:

$$M_c(CD) = 0,05 \cdot 6 = 0,3 \text{ kNm}, \quad M_c(DE) = 0,03 \cdot 6 = -0,18 \text{ kNm},$$

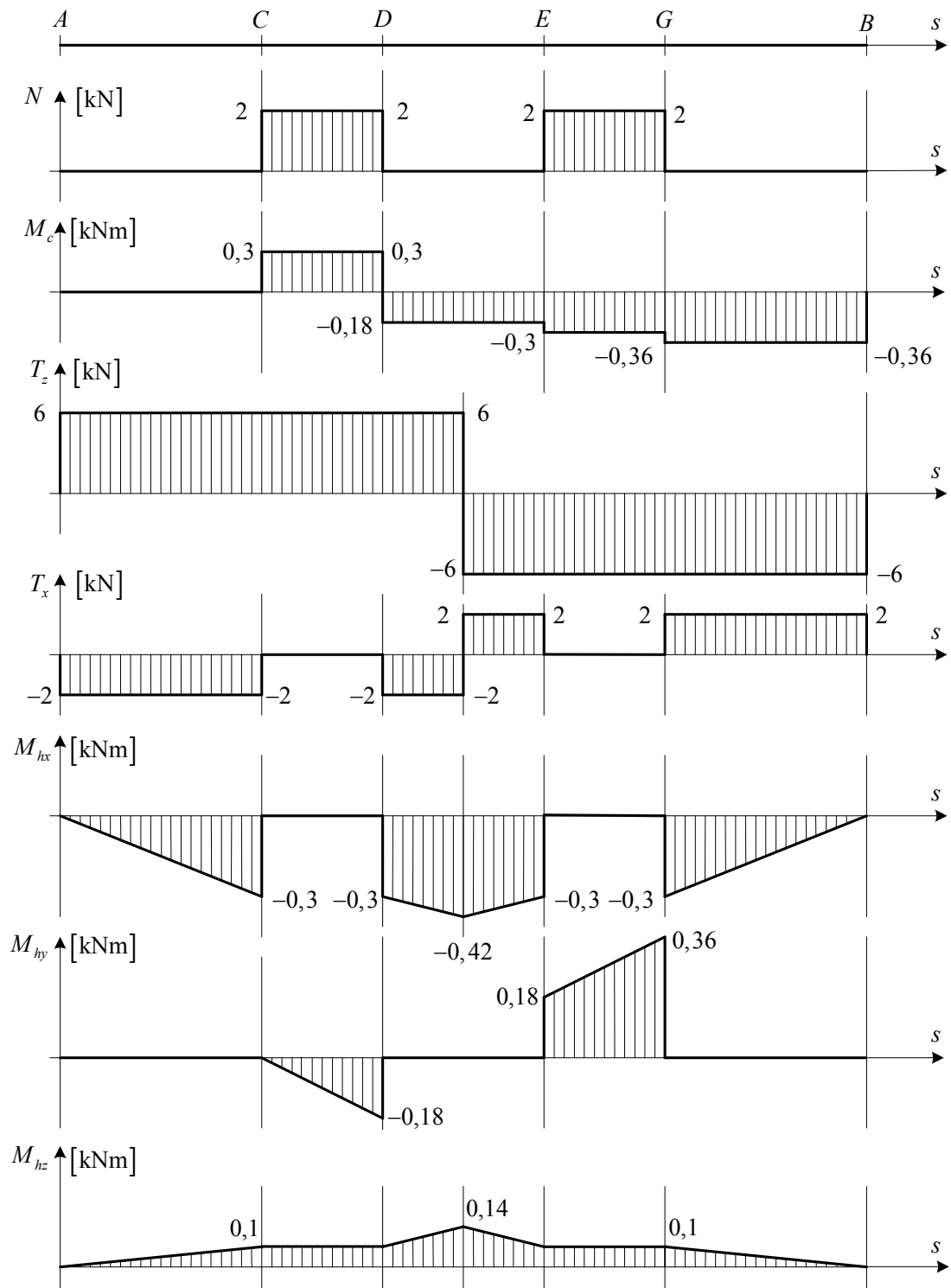
$$M_c(EG) = -0,05 \cdot 6 = -0,3 \text{ kNm},$$

- Hajlító nyomatéki ábrák:

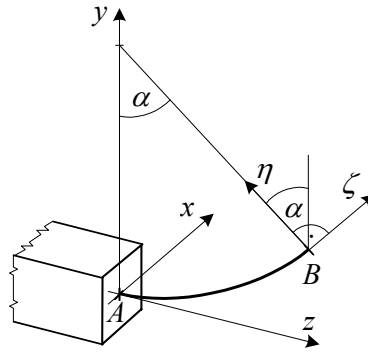
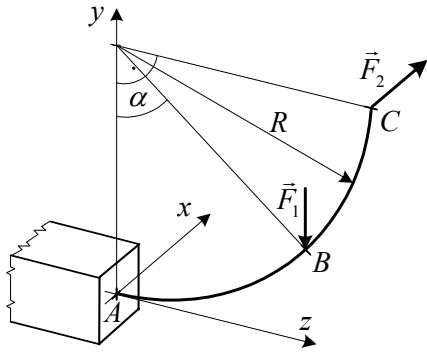
$$M_{hx}(C) = 0,05 \cdot 6 = 3 \text{ kNm}, \quad M_{hx}(K) = 0,07 \cdot 6 = 0,42 \text{ kNm},$$

$$M_{hy}(D) = 0,03 \cdot 6 = 0,18 \text{ kNm},$$

$$M_{hz}(C) = 0,05 \cdot 2 = 0,1 \text{ kNm}, \quad M_{hz}(K) = 0,07 \cdot 2 = 0,14 \text{ kNm}.$$



4.4.14. feladat: Térbeli tartó megadott keresztmetszeteinek igénybevételei



Adott: Ismertek az ábrán látható, yz síkban fekvő, negyed körív középvonalú, térbeli terhelésű tartó méretei és terhelései. $\vec{F}_1 = (-2\vec{e}_y)$ kN, $\vec{F}_2 = (3\vec{e}_x)$ kN, $R = 3$ m, $\alpha = 45^\circ$.

Feladat: A tartó A , B^- és B^+ keresztmetszeteiben az igénybevételek meghatározása.

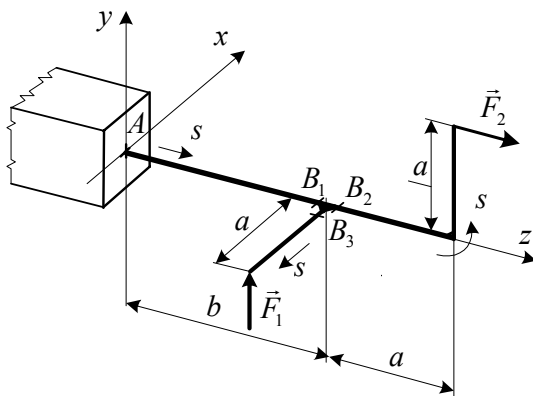
Megoldás:

$$\begin{aligned} N(A) &= 0, \\ T_x(A) &= -F_2 = -3 \text{ kN}, \\ T_y(A) &= F_1 = 2 \text{ kN}, \\ M_c(A) &= -RF_2 = -9 \text{ kNm}, \\ M_{hx}(A) &= RF_1 \sin \alpha = 4,24 \text{ kNm}, \\ M_{hy}(A) &= -RF_2 = -9 \text{ kNm}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N(B^-) &= -F_1 \sin \alpha = -1,41 \text{ kN}, \\ T_x(B^-) &= -F_2 = -3 \text{ kN}, \\ T_\eta(B^-) &= F_1 \cos \alpha = 1,41 \text{ kN}, \\ M_c(B^-) &= -F_2 R (1 - \sin \alpha) = -2,63 \text{ kNm}, \\ M_{hx}(B^-) &= 0, \\ M_{h\eta}(B^-) &= -RF_2 \cos \alpha = -6,36 \text{ kNm}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N(B^+) &= 0, \\ T_x(B^+) &= -F_2 = -3 \text{ kN}, \\ T_\eta(B^+) &= 0, \\ M_c(B^+) &= -RF_2 (1 - \sin \alpha) = -2,63 \text{ kNm}, \\ M_{hx}(B^+) &= 0, \\ M_{h\eta}(B^+) &= -RF_2 \cos \alpha = -6,36 \text{ kNm}. \end{aligned}$$

4.4.15. feladat: Térbeli elágazásos tartó igénybevételei



Adott: Az ábrán látható, térbeli terhelésű törtvonalú tartó méretei és terhelései.

$$\vec{F}_1 = (3\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_2 = (2\vec{e}_z) \text{ kN}, \\ a = 2 \text{ m}, \quad b = 4 \text{ m}.$$

Feladat: A tartó A , B_1 , B_2 és B_3 keresztmetszeteiben az igénybevételek meghatározása.

Megoldás:

$$N(A) = F_2 = 2 \text{ kN},$$

$$T_x(A) = 0,$$

$$T_y(A) = -F_1 = -3 \text{ kN},$$

$$M_c(A) = -aF_1 = -6 \text{ kNm},$$

$$M_{hx}(A) = aF_2 - bF_1 = 4 - 12 = -8 \text{ kNm},$$

$$M_{hy}(A) = 0 \text{ kNm}.$$

$$N(B_2) = F_2 = 2 \text{ kN},$$

$$T_x(B_2) = 0,$$

$$T_y(B_2) = 0,$$

$$M_c(B_2) = 0,$$

$$M_{hx}(B_2) = aF_2 = 4 \text{ kNm},$$

$$M_{hy}(B_2) = 0 \text{ kNm}.$$

$$N(B_1) = F_2 = 2 \text{ kN},$$

$$T_x(B_1) = 0,$$

$$T_y(B_1) = -F_1 = -3 \text{ kN},$$

$$M_c(B_1) = -aF_1 = -6 \text{ kNm},$$

$$M_{hx}(B_1) = aF_2 = 4 \text{ kNm},$$

$$M_{hy}(B_1) = 0.$$

$$N(B_3) = 0,$$

$$T_z(B_3) = 0,$$

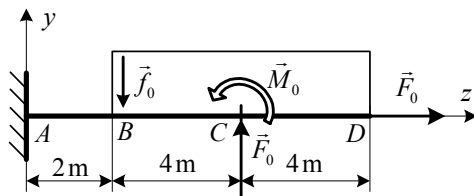
$$T_y(B_3) = -F_1 = -3 \text{ kN},$$

$$M_c(B_3) = 0,$$

$$M_{hz}(B_3) = -aF_1 = -6 \text{ kNm},$$

$$M_{hy}(B_3) = 0.$$

4.4.16. feladat: Befogott tartó igénybevételi ábrái



Adott:

A szerkezet méretei és terhelése:

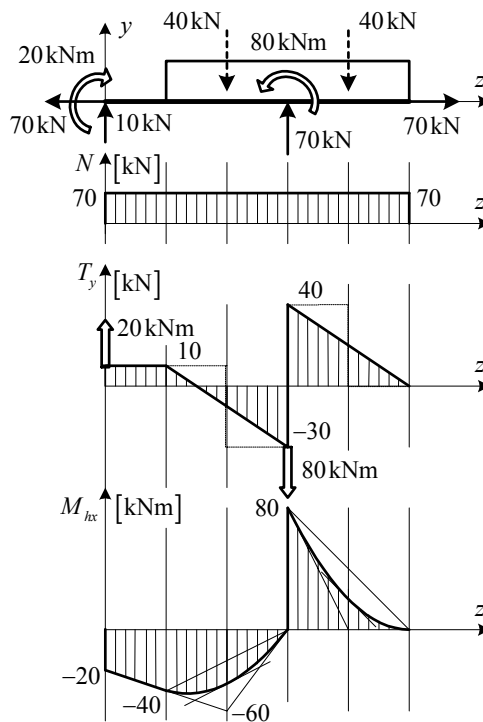
$$M_0 = 80 \text{ kNm}, F_0 = 70 \text{ kN}, f_0 = 10 \text{ kN/m}.$$

Feladat:

Az igénybevételi ábrák megrajzolása és a legnagyobb hajlítónyomaték meghatározása.

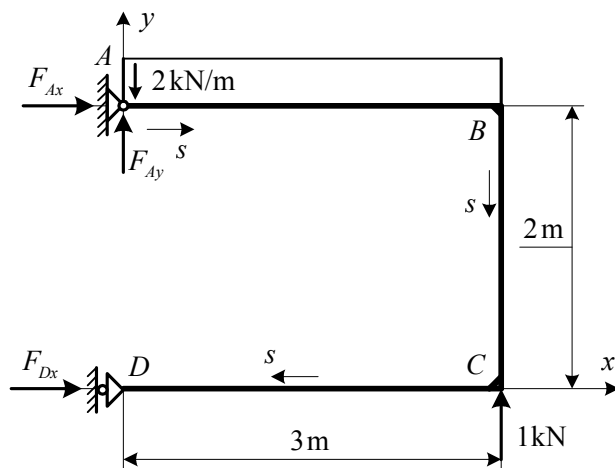
Megoldás:

Az igénybevételi ábrák:



A maximális hajlítónyomaték (az ábrából): $|M_h|_{\max} = 80 \text{ kNm}$.

4.4.17. feladat: Síkbeli törtvonalú tartó igénybevételi ábrái



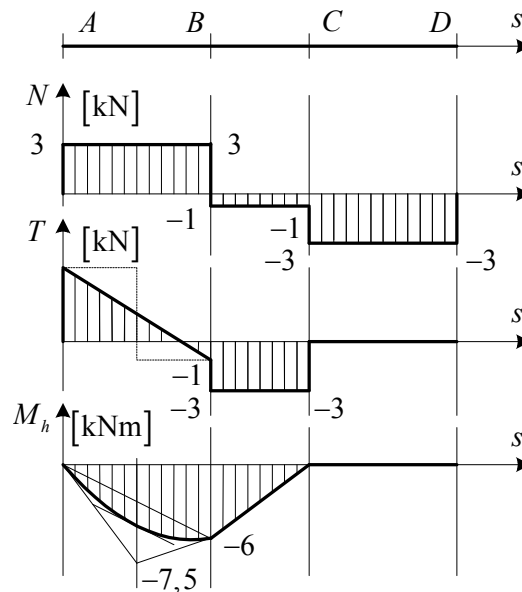
Adott: A szerkezet méretei és terhelése.

Feladat:

Az igénybevételi ábrák megrajzolása és a legnagyobb hajlítónyomaték meghatározása.

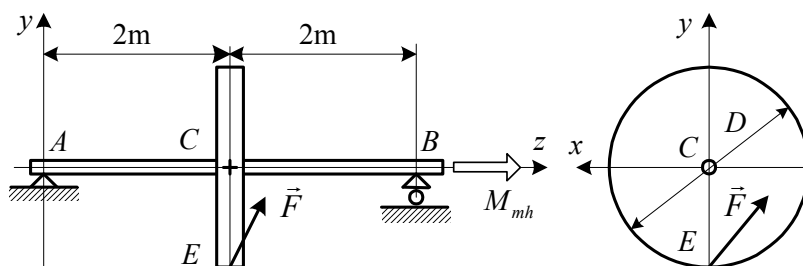
Megoldás:

Az igénybevételi ábrák:



A maximális hajlítónyomaték: $|M_h|_{\max} = 6,25 \text{ kNm}$.

4.4.18. feladat: Hajtómű tengely igénybevételi ábrái



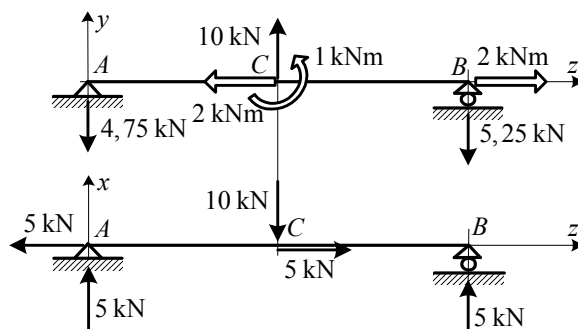
Adott: Az AB tengely és a rajta lévő fogaskerék geometriája, $D = 0,4 \text{ m}$, $\vec{M}_{mh} = (2\vec{e}_z) \text{ kNm}$,
 $\vec{F} = (-10\vec{e}_x + 10\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)$.

Feladat: a) A terhelés redukciója a tengely középvonalába, a támasztó erőrendszer meghatározása, a tengelyre ható erőrendszerek felbontása zy és xz síkba eső részekre.

b) Az igénybevételi ábrák megrajzolása.

Megoldás:

a) A terhelés redukciója a tengely középvonalába, a támasztó erőrendszer meghatározása, a tengelyre ható erőrendszerek felbontása zy és xz síkba eső részekre:



b) Az igénybevételi ábrák:

