

F.II. FÜGGELÉK: RUDAK EGYSZERŰ IGÉNYBEVÉTELEI

F.II.1. Alapfogalmak

Rúd: olyan test (alkatrész), amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik kettő.

Keresztmetszet: a rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.

Középvonal (súlyponti szál): a rúdkeresztmetszetek súlypontjai által alkotott vonal.

Mechanikai rúdmodell: a rudat egy vonallal, a középvonalával helyettesítjük és a mechanikai viselkedését jellemző mennyiségeket ehhez a vonalhoz kötjük.

Mechanikai rúdmodell $\equiv$ a rúd középvonala.

Prizmatikus rúd: olyan egyenes középvonalú rúd, amelynek keresztmetszetei állandók és a rúd középvonala menti párhuzamos eltolással egymásba tolhatók.

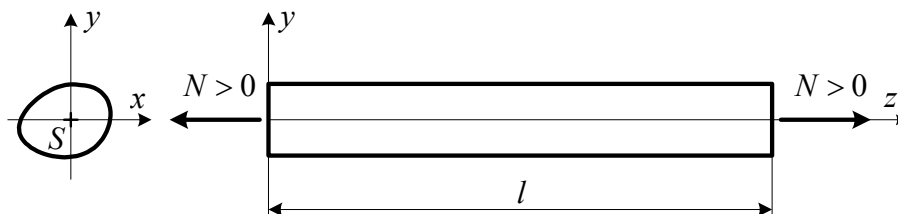
Igénybevétel: a rúd keresztmetszetén megoszló belső erőrendszernek (a feszültségeknek) a keresztmetszet S súlypontjába redukált vektorkettőse, illetve ennek a vektorkettősnek a skaláris koordinátái.

F.II.2. Prizmatikus rúd húzása, zömök rudak nyomása

Zömök rúd: a rúd keresztmetszete elég nagy a hosszhoz képest $\Rightarrow$ nem következik be kihajlás.

Húzás: $N > 0$, nyomás: $N < 0$.

Tapasztalat: a rúdban homogén szilárdságtani állapotok alakulnak ki. (homogén $\equiv$ minden pontban azonos)



Feltételezés: a terhelés átadási helytől (a rúd két végétől) eléggé távol vagyunk.

a) Alakváltozási állapot:
$$[\underline{A}] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

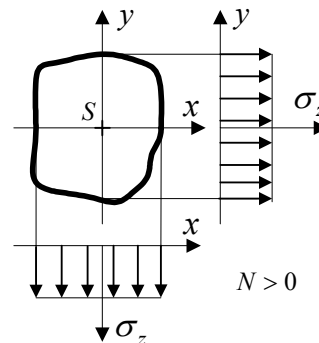
$$\varepsilon_z = \frac{l' - l}{l} = \text{állandó.} \quad l' - \text{a terhelés hatására megváltozott hossz.}$$

$$\varepsilon_k = \varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_z - \text{keresztirányú nyúlás,}$$

ν - Poisson (poasszon) tényező (anyagjellemző).

b) Feszültségi állapot: $\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$, $\sigma_z = \frac{N}{A} = \text{állandó.}$

Feszültségeloszlás a keresztmetszet x és y tengelye mentén:



c) Anyagtörvény: az egyszerű Hooke (huk) törvény.

$$\sigma_z = E \varepsilon_z, \quad E - \text{a Young-féle (jang-féle) rugalmassági modulus.}$$

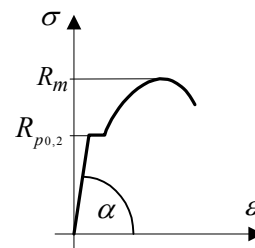
$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_z$$

Szakító diagram:

Alakítható szerkezetű anyagokra, szabványos próbatestek húzásával kapjuk.

$R_{p0,2}$ - folyáshatár, R_m - szakítószilárdság.

A rugalmassági modulus a szakító diagram lineáris szakaszának iránytangense: $\tan \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$



d) Energia állapot:

$$\text{Fajlagos alakváltozási energia: } u = \frac{1}{2} \varepsilon_z \sigma_z = \frac{1}{2} \frac{\sigma_z^2}{E}.$$

$$\text{A tisztán húzott-nyomott rúd alakváltozási energiája: } U = \frac{1}{2} \frac{N^2}{AE} l.$$

F.II.3. Húzott - nyomott rudak tönkremenetele

Tönkremenetel: az alkatrész nem alkalmas normál üzemelésre

a) Szilárdsági ellenőrzés

Adott: a rúd anyaga, igénybevétele és a keresztmetszet méretei.

Kérdés: a rúd az adott igénybevételt kellő biztonsággal el tudja-e viselni.

b) Szilárdsági méretezés

Adott: a rúd anyaga és igénybevételei.

Feladat: úgy meghatározni a keresztmetszet méreteit, hogy a rúd az adott igénybevételt kellő biztonsággal el tudja viselni

c) Tönkrementeteli jellemző: σ_{jell} lehet pl. az R_m , vagy az $R_{p0,2}$.

d) Biztonsági tényező: $\sigma_{\text{meg}} = \frac{\sigma_{\text{jell}}}{n}$, $n > 1$, szabvány, vagy egyéni megfontolás alapján vesszük fel.

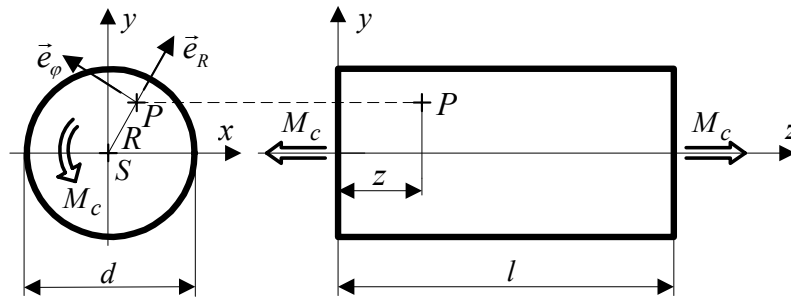
e) Ellenőrzés, méretezés húzás-nyomás esetén:

Ellenőrzés: a rúd megfelel, ha teljesül $\sigma_z \leq \sigma_{\text{meg}} = \frac{\sigma_{\text{jell}}}{n}$.

Méretezés: $\sigma_z \leq \sigma_{\text{meg}} \Rightarrow \frac{N}{A} \leq \sigma_{\text{meg}} \Rightarrow A \geq \frac{N}{\sigma_{\text{meg}}}$.

Az utolsó összefüggés megadja, hogy legalább mekkora legyen a keresztmetszet.

F.II.4. Kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak csavarása



Henger koordináta-rendszer (HKR): $\vec{e}_R, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$.

Megfigyelés (mérés): $l' = l$ $d' = d$

A z helyen levő keresztmetszet szögelfordulása: $\Phi = \vartheta z$, $\vartheta = \text{áll.}$ - fajlagos szögelfordulás.

a) Elmozdulási állapot:

A P pont elmozdulása (HKR-ben): $\vec{u} = u\vec{e}_R + v\vec{e}_\varphi + w\vec{e}_z$, $u \equiv w \equiv 0$, $v = R\Phi = z\gamma_{z\varphi}$.

$$Rz\vartheta = z\gamma_{z\varphi},$$

$$\gamma_{z\varphi} = \gamma_{\varphi z} = R\vartheta.$$

b) Alakváltozási állapot (HKR-ben):
$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} \\ R\varphi z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\gamma_{\varphi z} \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma_{z\varphi} & 0 \end{bmatrix},$$

$\gamma_{z\varphi} = \gamma_{\varphi z} = \vartheta R \Rightarrow$ az $\underline{\underline{A}}$ nem homogén, az R helykoordináta függvénye.

c) Feszültségi állapot (HKR-ben):

A tiszta csavarásra vonatkozó Hooke (huk) törvény skaláris alakja $\tau_{\varphi z} = G \gamma_{\varphi z}$.

A tiszta csavarásra vonatkozó Hooke törvény tenzor alakja: $\underline{\underline{F}} = 2G \underline{\underline{A}}$.

G – csúsztató rugalmassági modulus (anyagjellemző).

A feszültségi tenzor: $\begin{bmatrix} \underline{\underline{F}} \\ R\varphi z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi z} \\ 0 & \tau_{z\varphi} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G\gamma_{\varphi z} \\ 0 & G\gamma_{z\varphi} & 0 \end{bmatrix}$.

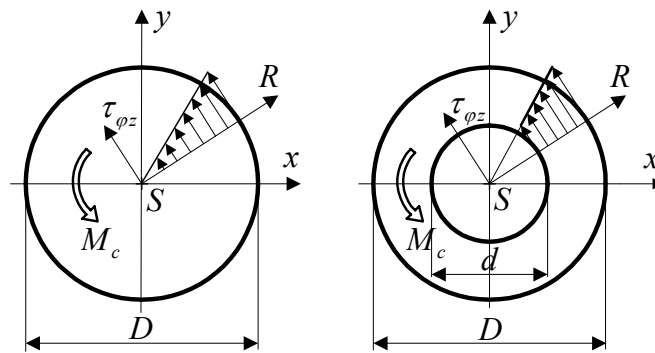
$\tau_{z\varphi} = \tau_{\varphi z} = \frac{M_c}{I_p} R$, A $\tau_{\varphi z} = \tau_{z\varphi}$ feszültség az R lineáris függvénye.

A keresztmetszetek poláris másodrendű nyomatéka: $I_p = \int (A) R^2 dA$.

Az integrálást elvégezve: kör keresztmetszetre: $I_p = \frac{d^4 \pi}{32}$,

körgyűrű keresztmetszetre: $I_p = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{32}$.

Feszültségeloszlás a keresztmetszet sugárirányú egyenesé mentén:



Fajlagos szögelfordulás: $\tau_{\varphi z} = G \gamma_{\varphi z} = G \vartheta R = \frac{M_c}{I_p} R \Rightarrow \vartheta = \frac{M_c}{I_p G}$.

d) Energia állapot:

Fajlagos alakváltozási energia: $u = \frac{1}{2} \gamma_{\varphi z} \tau_{\varphi z} = \frac{1}{2} \frac{\tau_{\varphi z}^2}{G}$.

A tisztán csavart rúd alakváltozási energiája: $U = \frac{1}{2} \frac{M_c^2}{I_p G} l$.

e) Szilárdságtani ellenőrzés:

$$|\tau_{\varphi z}|_{\max} = \tau_{\max} = \frac{M_c}{I_p} \frac{D}{2} = \frac{M_c}{K_p}, \quad K_p = \frac{2I_p}{D} - \text{a keresztmetszet poláris keresztmetszeti tényezője.}$$

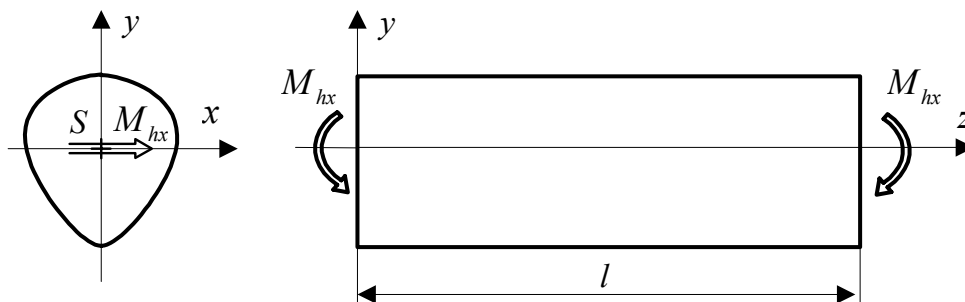
Ha $\tau_{\max} \leq \tau_{\text{meg}} = \frac{\tau_{\text{jell}}}{n}$, akkor a rúd csavarásra szilárdságtanilag megfelel.

n – előírt biztonsági tényező. (Szabványból, vagy egyéni megfontolás alapján vesszük fel.)

f) Szilárdságtani méretezés:

$$\tau_{\max} = \frac{M_c}{K_p} \leq \tau_{\text{meg}} \Rightarrow K_p \geq \frac{M_c}{\tau_{\text{meg}}} \Rightarrow D \geq \dots$$

F.II.5. Prizmatikus rudak egyenes hajlítása



Feltételezés: y a keresztmetszet szimmetriatengelye.

Bernoulli (bernoulli) hipotézis: Hajlítás esetén a rúd keresztmetszetei síkok maradnak és merőlegesek maradnak a rúd alakváltozott S ponti szálára, továbbá a keresztmetszet síkjában sem lép fel szögtorzulás.

a) Alakváltozási állapot:

$$\begin{bmatrix} \underline{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \varepsilon_z &= \frac{y}{\rho} = \kappa y, \\ \varepsilon_x &= \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_z. \end{aligned} \quad \begin{aligned} \rho &- \text{az } S \text{ ponti szál görbületi sugara,} \\ \kappa &- \text{az } S \text{ ponti szál görbülete,} \\ y &- \text{annak a } P \text{ pontnak az } y \text{ helykoordinátája, ahol az alakváltozást meghatározzuk.} \end{aligned}$$

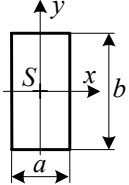
b) Feszültségi állapot:

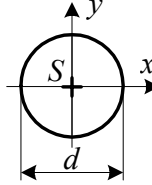
Egyszerű Hooke törvény: $\sigma_z = E \varepsilon_z$ (ugyanaz, mint húzás-nyomásnál).

A feszültségi tenzor:
$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = E\kappa y = \frac{M_{hx}}{I_x} y,$$

I_x – a keresztmetszet x tengelyére számított másodrendű nyomaték.

Téglalap és kör keresztmetszet tengelyre számított másodrendű nyomatéka:

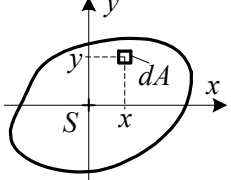
$I_x = \frac{ab^3}{12}.$


$I_x = \frac{d^4 \pi}{64}.$


Tengelyre és tengelypárra számított másodrendű nyomatékok értelmezése:

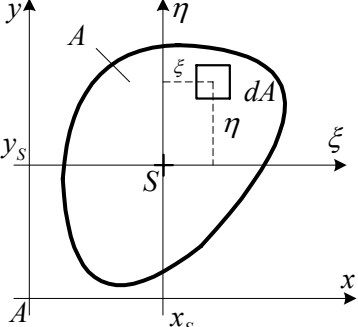
$$I_x = \int_{(A)} y^2 dA, \quad I_y = \int_{(A)} x^2 dA, \quad I_{xy} = \int_{(A)} xy dA.$$

c) A keresztmetszet S ponti tehetetlenségi tenzora:



$$\underline{\underline{I_S}} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} \\ -I_{yx} & I_y \end{bmatrix}.$$

Steiner (stejner) tétel: összefüggés az S ponti és azzal párhuzamos tengelyekre számított tehetetlenségi nyomatékok között.



Skaláris alak:

$$\left. \begin{aligned} I_x &= I_{\xi} + Ay_s^2, \\ I_y &= I_{\eta} + Ax_s^2, \\ I_{xy} &= I_{\xi\eta} + Ax_s y_s. \end{aligned} \right\}$$

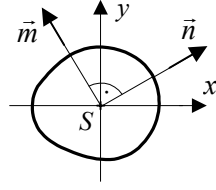
Tenzoriális alak:

$$\underline{\underline{I_A}} = \underline{\underline{I_S}} + \underline{\underline{I_{AS}}},$$

$$\underline{\underline{I_{AS}}} = A \begin{bmatrix} y_s^2 & -x_s y_s \\ -x_s y_s & x_s^2 \end{bmatrix}.$$

Párhuzamos tengelyek közül mindig az S ponti tengelyre számított tehetetlenségi nyomaték a legkisebb.

Más S ponti tengelyekre számított nyomatékok:



$$|\vec{n}| = |\vec{m}| = 1, \quad \vec{n} \cdot \vec{m} = 0.$$

$$I_n = \vec{n} \cdot \underline{I}_S \cdot \vec{n}, \quad I_m = \vec{m} \cdot \underline{I}_S \cdot \vec{m},$$

$$I_{nm} = I_{mn} = -\vec{m} \cdot \underline{I}_S \cdot \vec{n} = -\vec{n} \cdot \underline{I}_S \cdot \vec{m}.$$

d) Tehetetlenségi főtengelyek, fő tehetetlenségi nyomatékok:

Értelmezés: Ha $I_{mn} = I_{nm} = 0$, akkor n, m tehetetlenségi főtengely / irány, I_n, I_m fő tehetetlenségi nyomatékok.

Főtengelyprobléma $\equiv$ *sajátérték feladat.*

Van-e olyan $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ irány ($\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0, |\vec{e}_1| = |\vec{e}_2| = 1$), amelyre teljesül:

$$\underline{I}_S \cdot \vec{e}_1 = \lambda \vec{e}_1, \quad \underline{I}_S \cdot \vec{e}_2 = \lambda \vec{e}_2 \quad \text{és} \quad \vec{e}_1 \cdot \underline{I}_S \cdot \vec{e}_2 = \vec{e}_2 \cdot \underline{I}_S \cdot \vec{e}_1 = 0.$$

$$\text{Átalakítás:} \quad \underline{I}_S \cdot \vec{e}_1 - \lambda \vec{e}_1 = \vec{0}$$

$$\text{A vektor egyenletet részletesen kiírva: } \left\{ \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} \\ -I_{yx} & I_y \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} e_{1x} \\ e_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

A mátrixszorzást elvégezve és skaláris alakban felírva:

$$\left\{ \begin{array}{l} (I_x - \lambda)e_{1x} - I_{xy}e_{1y} = 0 \\ -I_{yx} + (I_y - \lambda)e_{1y} = 0 \end{array} \right\}.$$

Ez egy homogén lineáris algebrai egyenletrendszer az e_{1x}, e_{1y} ismeretlenekre.

A nem triviális (nem azonosan nulla) megoldás feltétele:

$$\det \begin{vmatrix} (I_x - \lambda) & -I_{xy} \\ -I_{yx} & (I_y - \lambda) \end{vmatrix} = 0.$$

A determinánst kifejtve kapjuk a karakterisztikus egyenletet:

$$\lambda^2 - (I_x + I_y)\lambda + (I_x I_y - I_{xy}^2) = 0.$$

Fő tehetetlenségi nyomatékok: a karakterisztikus egyenlet megoldása.

$$\lambda_{1,2} = I_{1,2} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

Megállapodás a jelölésre: $I_1 > I_2$

Főirányok:

I_1 - et visszahelyettesítve a lineáris algebrai egyenletrendszerbe:

$$\frac{e_{1y}}{e_{1x}} = \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{I_x - I_1}{I_{xy}}, \quad |\vec{e}_1| = 1 = \sqrt{e_{1x}^2 + e_{1y}^2}.$$

$$I_2 - t \text{ visszahelyettesítve:} \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0.$$

Tételek:

- Minden keresztmetszetre van legalább egy ilyen tengelypár és ezek a tengelyek egymásra merőlegesek
- A keresztmetszet S ponti szimmetria tengelye S ponti tehetetlenségi főtengely.
- A keresztmetszet S ponti szimmetriatengelyére merőleges S ponti tengely is tehetetlenségi főtengely

e) Egyenes hajlítás:

Értelmezés: ha az M_{hx} hajlító nyomaték párhuzamos valamelyik S ponti tehetetlenségi főtengellyel.

$$\text{Maximális feszültség: } \sigma_z = \frac{M_{hx}}{I_x} y \Rightarrow \sigma_{z \max} = \frac{|M_{hx}|}{I_x} e_{\max} = \frac{|M_{hx}|}{K_x}, \quad \sigma_{z \max} = |\sigma_{z \max}|.$$

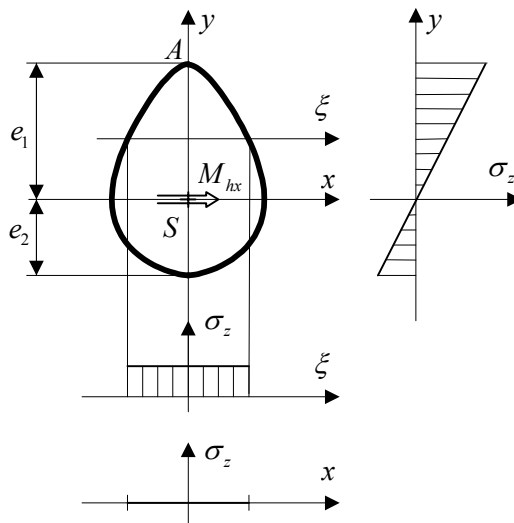
$K_x = \frac{I_x}{e_{\max}}$ - az x tengelyre számított keresztmetszeti tényező,

$e_{\max} = \max(e_1, e_2)$, a vizsgált esetben: $e_{\max} = e_1$.

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az a pontja, ahol $\sigma_{z \max}$ fellép.

Ebben az esetben a veszélyes pont az A .

Feszültségeloszlás:



f) Szilárdságtani ellenőrzés:

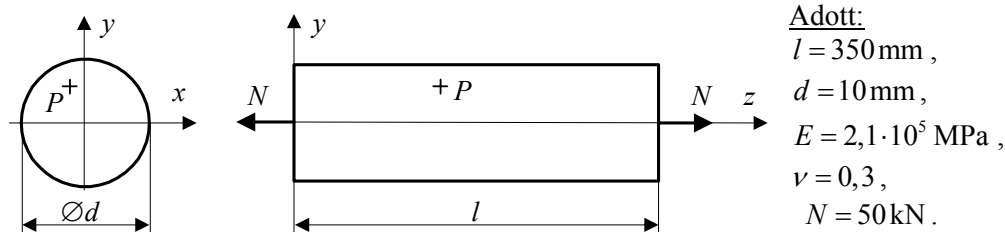
Ha $\sigma_{\max} = \frac{|M_{hx}|}{K_x} \leq \sigma_{\text{meg}} = \frac{\sigma_{\text{jell}}}{n}$, akkor a rúd egyenes hajlításra szilárdságtanilag megfelel.
 n - előírt biztonsági tényező.

g) Szilárdságtani méretezés:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{hx}|}{K_x} \leq \sigma_{\text{meg}} \Rightarrow K_x \geq \frac{|M_{hx}|}{\sigma_{\text{meg}}} \Rightarrow \text{a keresztmetszet jellemző mérete.}$$

F.II.6. Gyakorló feladatok rudak egyszerű igénybevételeire

F.II.6.1. feladat: Prizmatikus rúd húzás-nyomása



Feladat:

- A feszültségi tenzor $\left[\underline{F}_{\underline{P}} \right]$ mátrixának meghatározása a P pontban.
- A rúd Δl hosszváltozásának meghatározása.
- A rúdátmérő Δd megváltozásának kiszámítása.

Kidolgozás:

- A feszültségi tenzor $\left[\underline{F}_{\underline{P}} \right]$ mátrixának meghatározása a P pontban:

$$\text{Húzás esetén } \left[\underline{F}_{\underline{P}} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}, \text{ ahol } \sigma_z = \frac{N}{A}, \text{ és } A = \frac{d^2 \pi}{4}.$$

$$\text{Kiszámítva: } A = \frac{10^2 \pi}{4} = 78,54 \text{ mm}^2, \sigma_z = \frac{50 \cdot 10^3}{78,54} = 636,62 \text{ MPa}.$$

$$\text{A feszültségi tenzor a } P \text{ pontban: } \left[\underline{F}_{\underline{P}} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 636,62 \end{bmatrix} \text{ MPa}.$$

- A rúd Δl hosszváltozásának meghatározása:

$$\Delta l = l \varepsilon_z, \text{ ahol } \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{636,62}{2,1 \cdot 10^5} = 3,03 \cdot 10^{-3},$$

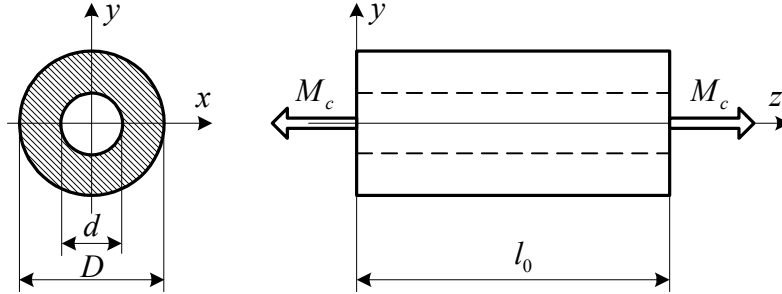
$$\Delta l = l \varepsilon_z = 350 \cdot 3,03 \cdot 10^{-3} = 1,061 \text{ mm}.$$

c) A rúdátmérő Δd megváltozásának kiszámítása:

$$\Delta d = d \varepsilon_k, \text{ ahol } \varepsilon_k = \varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_z = -0,3 \cdot 3,03 \cdot 10^{-3} = -0,909 \cdot 10^{-3}.$$

$$\Delta d = d \varepsilon_k = 10 (-0,909 \cdot 10^{-3}) = -0,909 \cdot 10^{-2} \text{ mm}.$$

F.II.6.2. feladat: Körgyűrű keresztmetszetű prizmatikus rúd csavarása



Adott: $M_c = 2 \text{ kNm}$, $\frac{D}{d} = 2$, $G = 80 \text{ GPa}$, $\tau_{\text{meg}} = 60 \text{ MPa}$, $\psi_{\text{meg}} = 0,04 \text{ rad}$

Feladat:

- A rúd méretezése (A szükséges D és d méretek meghatározása.).
- A rúd l hosszának a meghatározása azzal a feltétellel, hogy a rúd hossza mentén az elcsavarodás szöge kisebb legyen ψ_{meg} értéknél.

Kidolgozás:

- A rúd méretezése (A szükséges D és d méretek meghatározása):

$$\text{A rúd megfelel, ha } \tau_{\text{max}} = \frac{M_c}{I_p} \frac{D}{2} \leq \tau_{\text{meg}} \Rightarrow \frac{I_p}{D} \geq \frac{M_c}{2 \tau_{\text{meg}}}.$$

$$I_p = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{32} = \frac{D^4 (1 - 1/16) \pi}{32} = \frac{D^4 15 \pi}{512} \text{ és } \frac{I_p}{D} = \frac{D^3 15 \pi}{512}.$$

$$\text{Ezzel } \frac{I_p}{D} = \frac{D^3 15 \pi}{512} = 0,092 D^3 \geq \frac{M_c}{2 \tau_{\text{meg}}}, \text{ amiből } D \geq \sqrt[3]{\frac{M_c}{2 \tau_{\text{meg}} 0,092}}.$$

$$\text{Behelyettesítve } D \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^6}{2 \cdot 60 \cdot 0,092}} = 56,58 \text{ mm}.$$

Szabványos külső átmérőt választva $D = 60 \text{ mm}$, és ezzel $d = 30 \text{ mm}$.

$$\text{Ezekkel a méretekkel: } I_p = \frac{(D^4 - d^4) \pi}{32} = \frac{(60^4 - 30^4) \pi}{32} = 1193 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

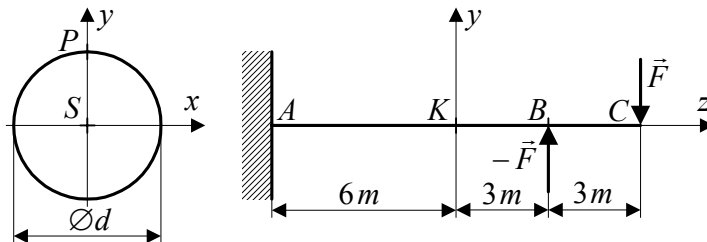
- A rúd l hosszának a meghatározása azzal a feltétellel, hogy a rúd hossza mentén az elcsavarodás szöge kisebb legyen ψ_{meg} értéknél:

$$\text{Az elcsavarodás szöge } \psi = \frac{M_c l}{I_p G}, \text{ és } \psi \leq \psi_{\text{meg}}, \text{ vagyis } \frac{M_c l}{I_p G} \leq \psi_{\text{meg}}.$$

$$\text{Ebből } l_{\max} = \frac{I_p G \psi_{\text{meg}}}{M_c} = \frac{1193 \cdot 10^3 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot 0,04}{2 \cdot 10^6} = 1\,908,8 \text{ mm}.$$

A rúd hossza tehát legfeljebb 1 908,8 mm lehet.

F.II.6.3. feladat: Tiszta egyenes hajlítás



Adott:

$$|\vec{F}| = 20 \text{ kN},$$

$$P(0; 80; 0) \text{ mm},$$

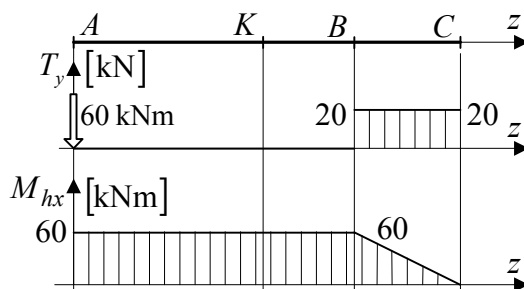
$$d = 160 \text{ mm}.$$

Feladat:

- A rúd igénybevételi ábráinak a megrajzolása és a veszélyes keresztmetszetek meghatározása.
- Feszültségeloszlás megrajzolása a K keresztmetszet x és y tengelyei mentén.
- Feszültségállapot meghatározása és szemléltetése a K keresztmetszet P pontjában.

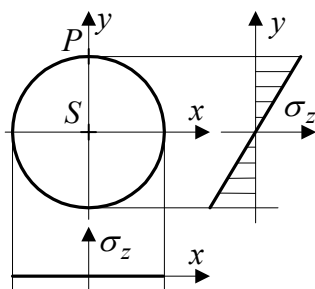
Kidolgozás:

- A rúd igénybevételi ábráinak a megrajzolása és a veszélyes keresztmetszetek meghatározása:



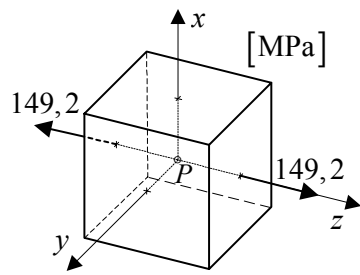
Veszélyes keresztmetszetek: az AB rúdszakasz valamennyi keresztmetszete.

- Feszültségeloszlás megrajzolása a K keresztmetszet x és y tengelyei mentén:



$$\sigma_z = \frac{M_{hx}}{I_x} y.$$

- Feszültségállapot meghatározása és szemléltetése a K keresztmetszet P pontjában:



$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{160^4 \pi}{64} = 32,17 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 .$$

$$\sigma_z(P) = \frac{M_{hx}}{I_x} y_P = \frac{60 \cdot 10^6}{32,17 \cdot 10^6} 80 = 149,2 \text{ MPa} .$$

$$\begin{bmatrix} F \\ \equiv_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 149,2 \end{bmatrix} \text{ MPa} .$$