

7. MECHANIKA-STATIKA GYAKORLAT
(kidolgozta: Triesz Péter, egy. ts.; Tarnai Gábor, mérnöktanár)

Rúdszerkezetek – támasztó erőrendszer

7.1. Példa

Adott az ábrán látható szerkezet méretei és terhelése:

$$F_1 = 3 \text{ kN}$$

$$F_2 = 1 \text{ kN}$$

Feladat:

Határozza meg a befogásnál ébredő
támasztóerőt $\vec{F}_A$ és nyomatékot $\vec{M}_A$!

Megoldás:

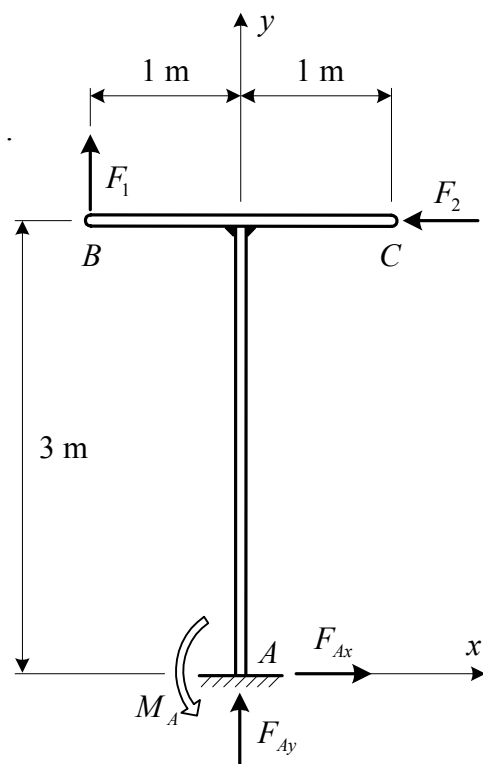
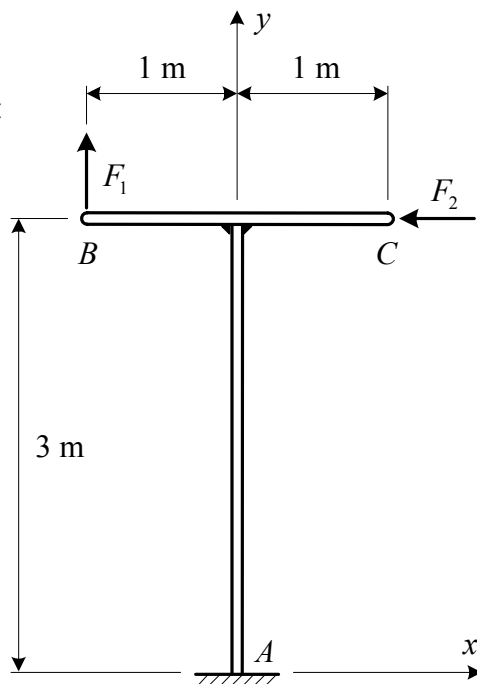
A támasztóerők az ábra alapján
felírt egyensúlyi egyenletekből számíthatók:

$$F_x = 0 = -F_2 + F_{Ax} \Rightarrow F_{Ax} = F_2 = 1 \text{ kN } (\rightarrow),$$

$$F_y = 0 = F_1 + F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = -F_1 = -3 \text{ kN } (\downarrow),$$

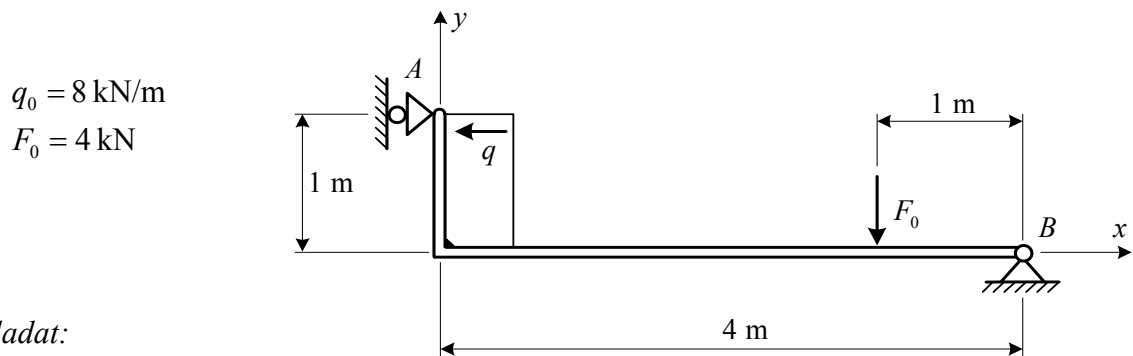
$$M_a = 0 = -1F_1 + 3F_2 + M_A \Rightarrow M_A = 3 - 3 = 0.$$

$$\vec{F}_A = (\vec{i} - 3\vec{j}) \text{ kN}, \quad \vec{M}_A = \vec{0}.$$



7.2. Példa

Adott az ábrán látható szerkezet méretei és terhelése:

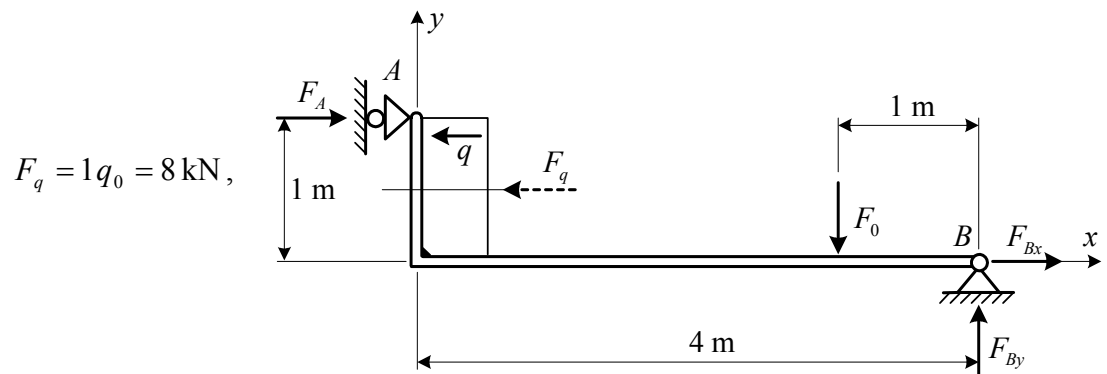


Határozza meg az $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ támasztóerőket

- számítással,
- szerkesztéssel!

Megoldás:

- A megoszló erőrendszer eredőjének nagysága



melynek hatásvonalja áthalad a megoszló erőrendszer súlypontján, vagyis a középpontján.

Az egyensúlyi egyenletek a fenti ábra alapján:

$$F_x = 0 = -F_q + F_{Ax} + F_{Bx} ,$$

$$F_y = 0 = -F_0 + F_{By} ,$$

$$M_b = 0 = -1 F_{Ax} + 0,5 F_q + 1 F_0 .$$

Az egyenletrendszer megoldásai:

$$F_{Ax} = 8 \text{ kN} (\rightarrow) ,$$

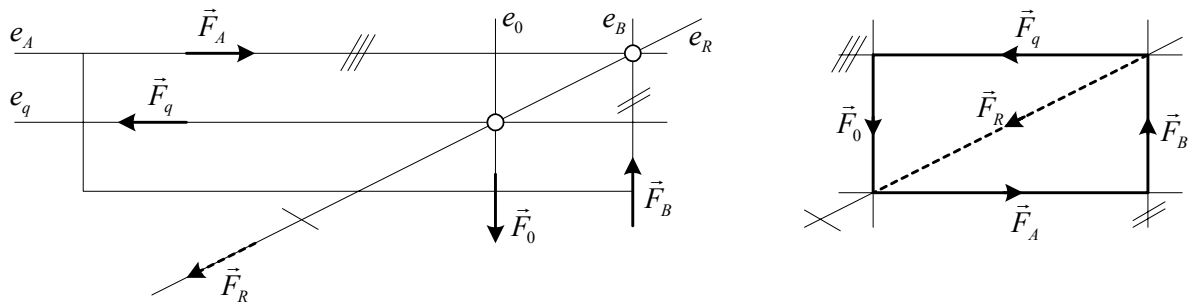
$$F_{Bx} = 0 ,$$

$$F_{By} = 4 \text{ kN} (\uparrow) .$$

$$\vec{F}_A = (8\vec{i}) \text{ kN},$$

$$\vec{F}_B = (4\vec{j}) \text{ kN}.$$

- b. Első lépésként a terhelő erők eredőjét rajzoljuk meg, majd három erő egyensúlyának megszerkesztésével kapjuk a támasztóerőket.



7.3. Példa

Az ábrán látható körlemez csuklókon keresztül rudakkal van megtámasztva.
Adott a körlemez önsúlya és terhelése:

$$G = F_0 = 5 \text{ kN}$$

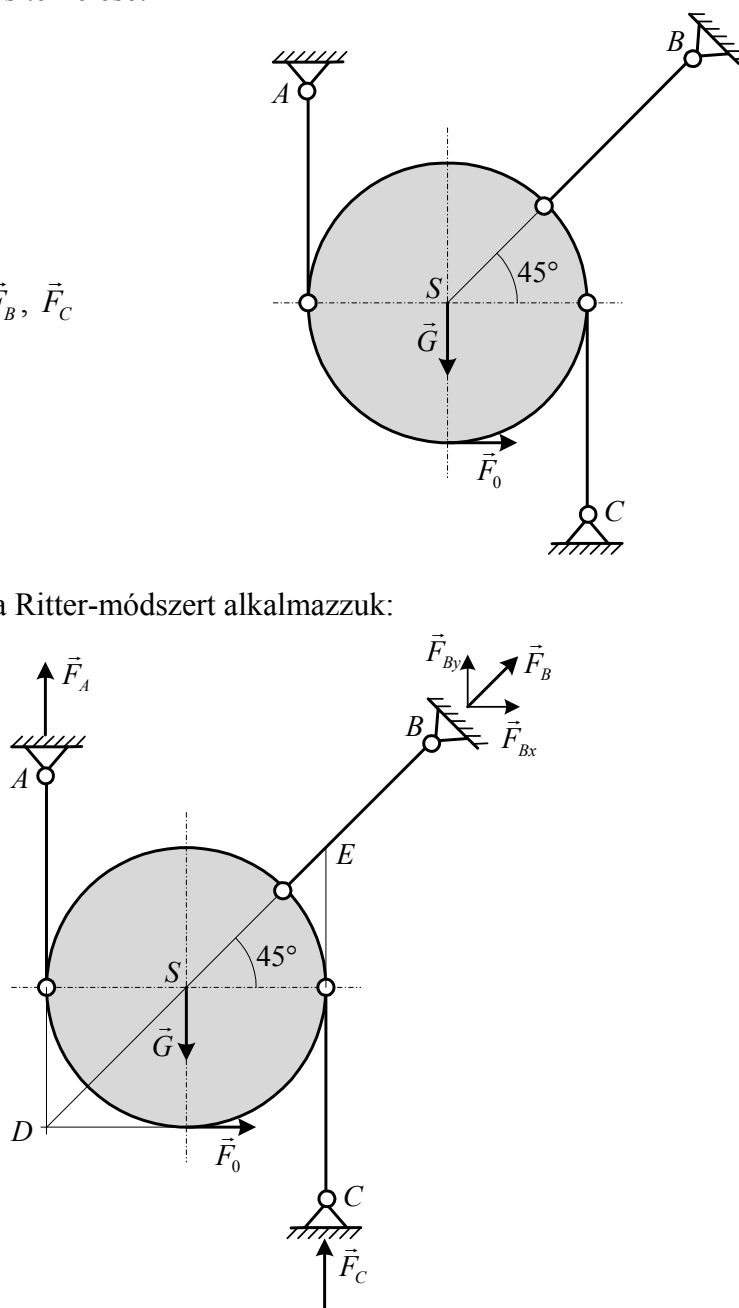
Feladat:

A támasztóerők, $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$
meghatározása

- számítással,
- szerkesztéssel.

Megoldás:

a. A számításhoz a Ritter-módszert alkalmazzuk:



$$M_d = 0 = -R G + 2R F_{Cy} \Rightarrow F_{Cy} = \frac{G}{2} = 2,5 \text{ kN } (\uparrow),$$

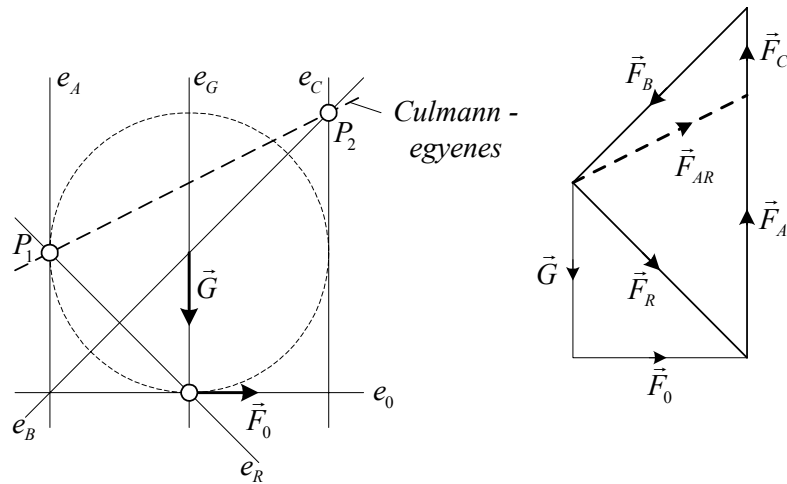
$$M_E = 0 = -2R F_{Ay} + R G + 2R F_0 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{G + 2F_0}{2} = 7,5 \text{ kN } (\uparrow),$$

$$F_x = 0 = F_0 + F_{Bx} \Rightarrow F_{Bx} = -5 \text{ kN } (\leftarrow),$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} + F_{Cy} + F_{By} - G \Rightarrow F_{By} = -5 \text{ kN } (\downarrow)$$

$$\vec{F}_A = (7,5\vec{j})\text{kN}, \quad \vec{F}_B = (-5\vec{i} - 5\vec{j})\text{kN}, \quad \vec{F}_C = (2,5\vec{j})\text{kN}.$$

- b. Az önsúly és a terhelő erő eredőjének megszerkesztése után a Culmann-módszert alkalmazva megszerkeszthetők a támaszerők.



Megjegyzés:

Ahogy az a feladat megoldásából is jól látszik, felesleges a körlemez geometriai méreteinek megadása, a támasztóerők nagysága ezektől független.

7.4. Példa

Az ábrán látható háromszög alakú lemez, csuklókon keresztül rudakkal van megtámasztva.

Adott:

a lemez méretei és

terhelése:

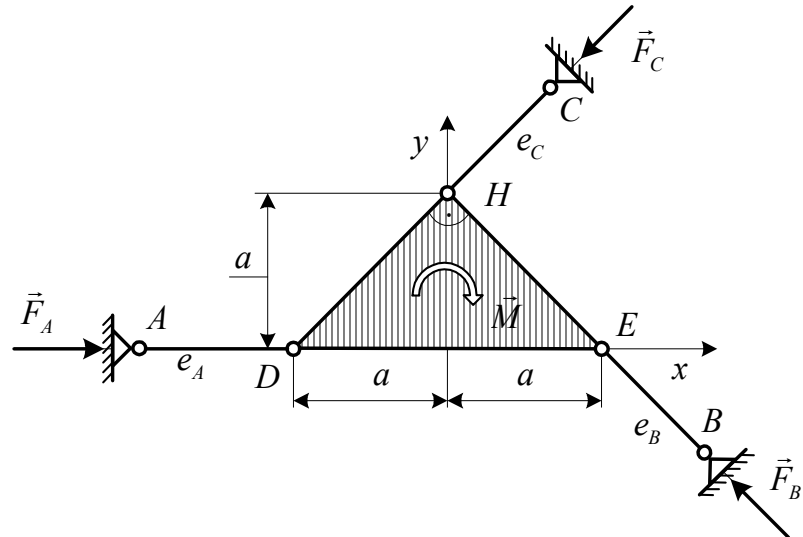
$a = 2 \text{ m}$

$M = 6 \text{ kNm}$

Feladat:

Az $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$

támasztóerők meghatározása.



Megoldás számítással (Ritter)

$$M_e = 0 = -M + a\sqrt{2} \cdot F_C \quad \Rightarrow \quad F_C = \frac{3}{\sqrt{2}} = 2,12 \text{ kN} (\swarrow)$$

$$M_h = 0 = -M + a \cdot F_A \quad \Rightarrow \quad F_A = 3 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$M_d = 0 = -M + a\sqrt{2} \cdot F_B \quad \Rightarrow \quad F_B = 2,12 \text{ kN} (\nwarrow)$$

$$\underline{\underline{F_A = 3 \text{ kN} (\rightarrow)}}$$

$$\underline{\underline{F_B = 2,12 \text{ kN} (\nwarrow)}}$$

$$\underline{\underline{F_C = 2,12 \text{ kN} (\swarrow)}}$$

7.5. Példa

Az ábrán látható négyszög alakú lemez, csuklókon keresztül rudakkal van megtámasztva.

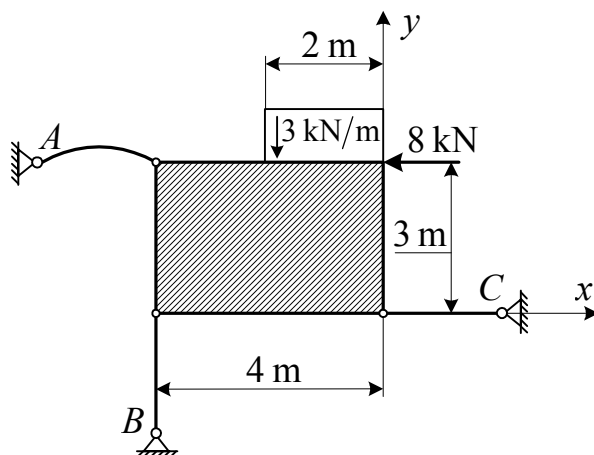
Adott:

a lemez méretei és terhelése.

Feladat:

Az $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$ támasztóerők meghatározása.

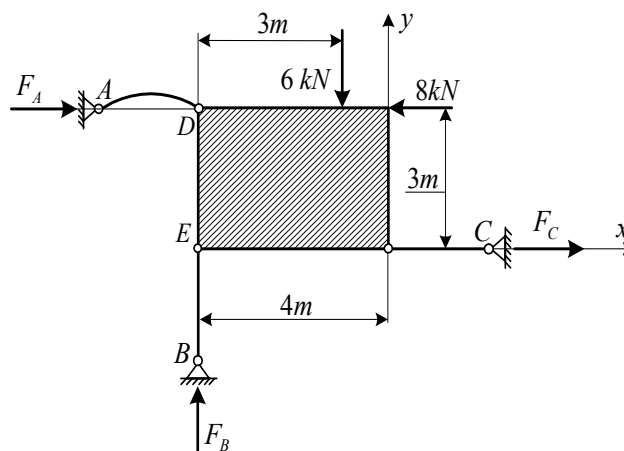
- Szerkesztéssel (Culmann)
- Számítással (Ritter)



Megoldás:

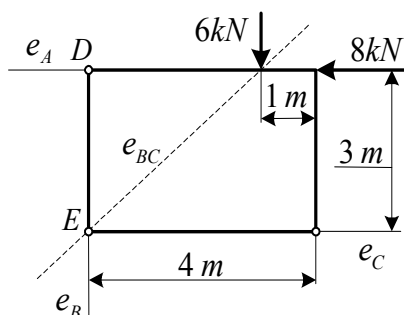
a. Szerkesztéssel

A megoszló erőrendszert eredőjével helyettesítve szerkesztjük meg az A , B és C pontokban ébredő támasztóerőket.

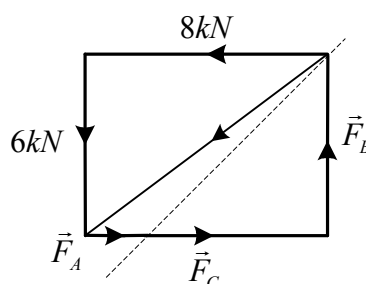


$$\underbrace{-8\vec{i} - 6\vec{j} + \vec{F}_A}_{\vec{F}_R} + \underbrace{\vec{F}_B + \vec{F}_C}_{\vec{F}_{BC}} = \vec{0}$$

Szerkezeti ábra



Erőábra



b. Számítással

$$M_d = 0 = -3 \cdot 6 + 3F_C \quad \Rightarrow \quad F_C = 6 \text{ kN } (\rightarrow)$$

$$M_e = 0 = -3 \cdot 6 + 3 \cdot 8 - 3F_A \quad \Rightarrow \quad F_A = 2 \text{ kN } (\rightarrow)$$

$$F_y = 0 = -6 + F_B \quad \Rightarrow \quad F_B = 6 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$\underline{\underline{\vec{F}_A = (2\vec{i}) \text{ kN}}}$$

$$\underline{\underline{\vec{F}_B = (6\vec{k}) \text{ kN}}}$$

$$\underline{\underline{\vec{F}_C = (6\vec{i}) \text{ kN}}}$$