

10. MECHANIKA-STATIKA GYAKORLAT
(kidolgozta: Triesz Péter, egy. ts.; Tarnai Gábor, mérnöktanár)

Rúdszerkezetek igénybevételi ábrái

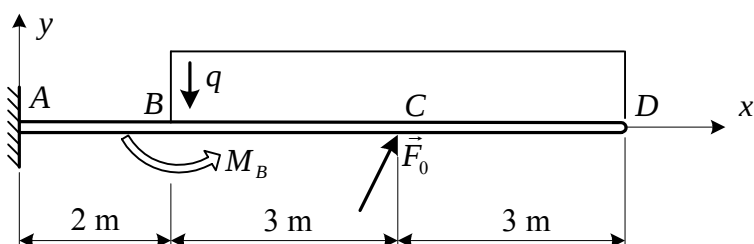
10.1. Példa

Adott:

$$\vec{F}_0 = (5\vec{i} + 10\vec{j}) \text{ kN},$$

$$q = 2 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 12 \text{ kN},$$

$$M_B = 8 \text{ kNm}.$$



Feladat:

- Határozza meg a támasztóerőket!
- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!

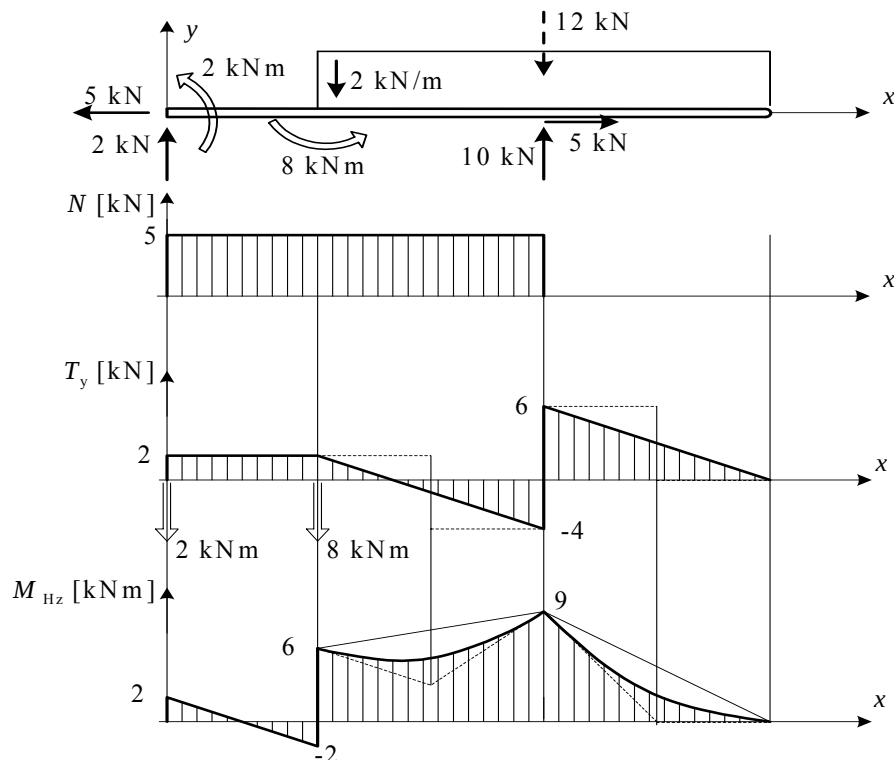
Megoldás:

a.

$$F_x = 0 = F_{Ax} + F_{0x} \Rightarrow F_{Ax} = -5 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q + F_{0y} \Rightarrow F_{Ay} = F_q - F_{0y} = 12 - 10 = 2 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$M_a = 0 = M_A + M_B - 5 \cdot F_q + 5 \cdot F_y \Rightarrow M_A = 2 \text{ kNm} (\curvearrowright)$$



$$M_{H \max} = 9 \text{ kNm}.$$

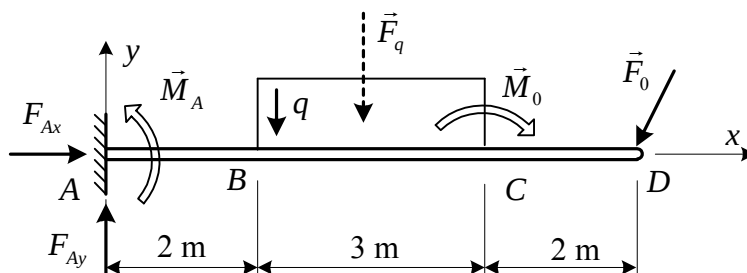
10.2. Példa

Adott:

$$\vec{F}_0 = (-4\vec{i} - 5\vec{j}) \text{ kN},$$

$$q = 2 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 6 \text{ kN},$$

$$M_0 = 8 \text{ kNm}.$$



Feladat:

- Határozza meg a támasztóerőket!
- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!

Megoldás:

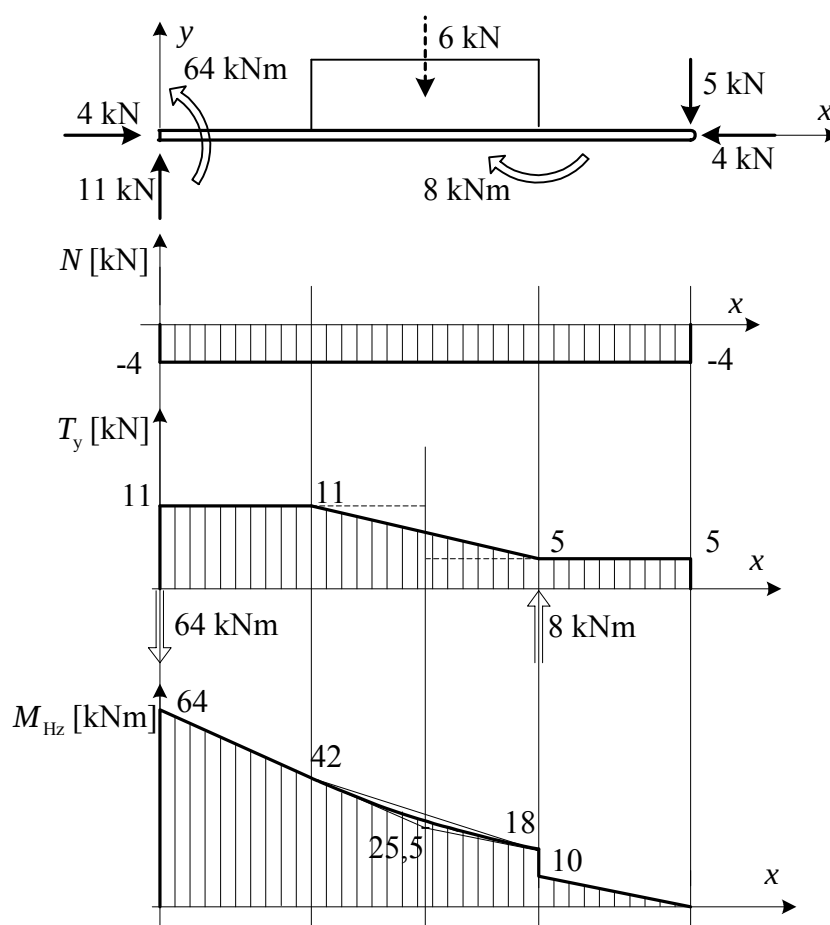
- Támasztóerők meghatározása

$$F_x = 0 = F_{Ax} - F_{0x} \Rightarrow F_{Ax} = 4 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q - F_{0y} \Rightarrow F_{Ay} = F_q + F_{0y} = 11 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$M_a = 0 = M_A - M_B - 3,5 \cdot F_q - 7 \cdot F_y \Rightarrow M_A = 64 \text{ kNm} (\curvearrowright)$$

- Ígénybevételi ábrák rajzolása

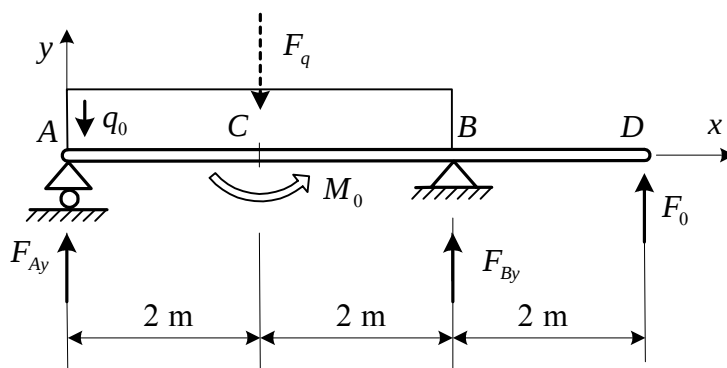


10.3. Példa

Adott:

$$\begin{aligned} F_0 &= 8 \text{ kN}, \\ q_0 &= 6 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 24 \text{ kN}, \\ M_0 &= 10 \text{ kNm}. \end{aligned}$$

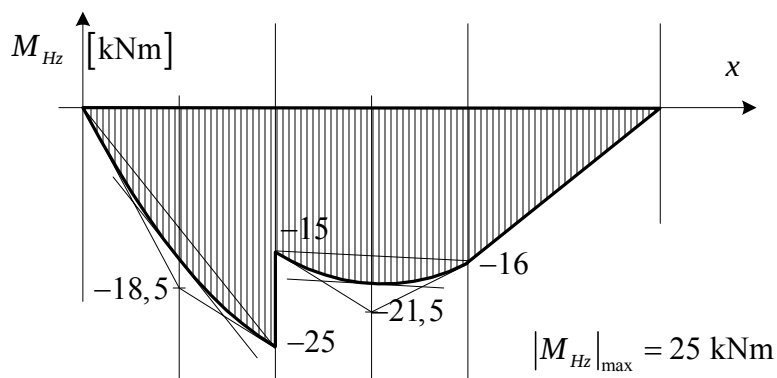
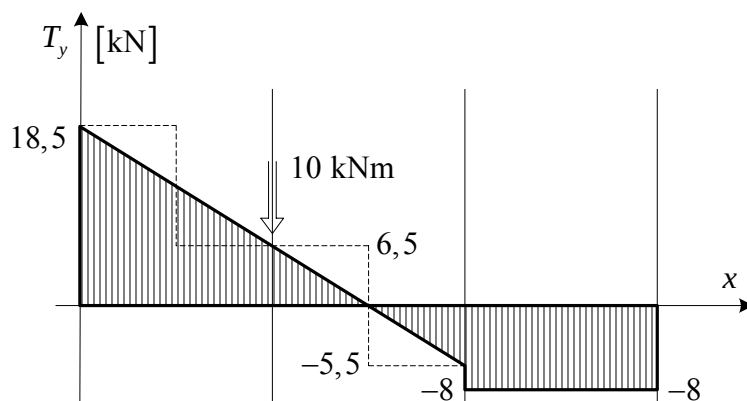
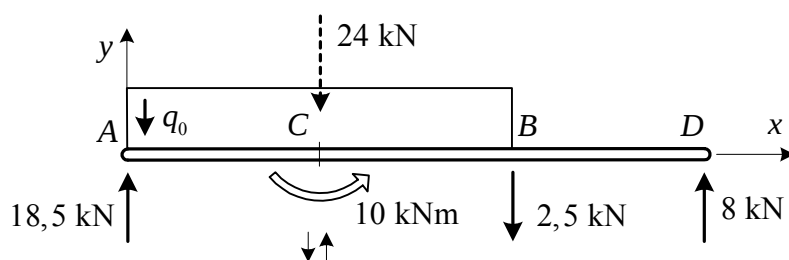
Feladat:



Határozza meg a támasztóerőket, és rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!

Megoldás: Rúdirányú igénybevétel nincs.

$$\begin{aligned} \sum M_a = 0 &= -2 \cdot 24 + 10 + 4 \cdot F_{By} + 6 \cdot 8 \Rightarrow F_{By} = -2,5 \text{ kN} \downarrow \\ \sum M_b = 0 &= -4 \cdot F_{Ay} + 2 \cdot 24 + 10 + 2 \cdot 8 \Rightarrow F_{Ay} = 18,5 \text{ kN} \uparrow \end{aligned}$$



10.4. Példa

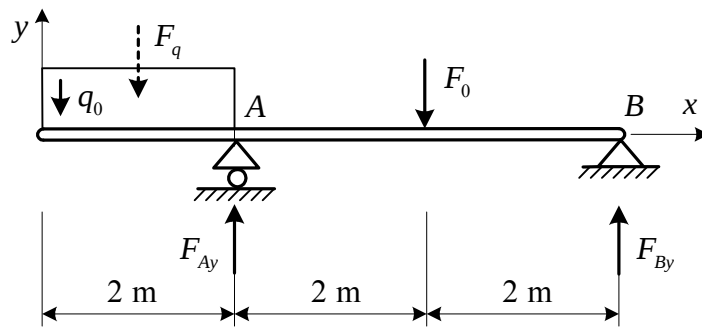
Adott:

$$F_0 = 12 \text{ kN},$$

$$q_0 = 4 \text{ kN/m}$$

$$\rightarrow F_q = 8 \text{ kN}.$$

Feladat:

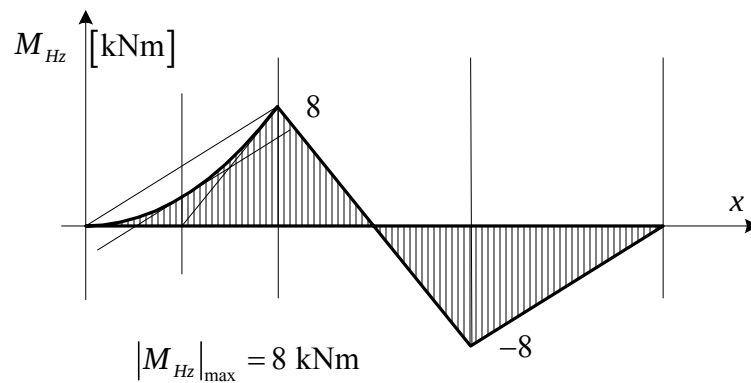
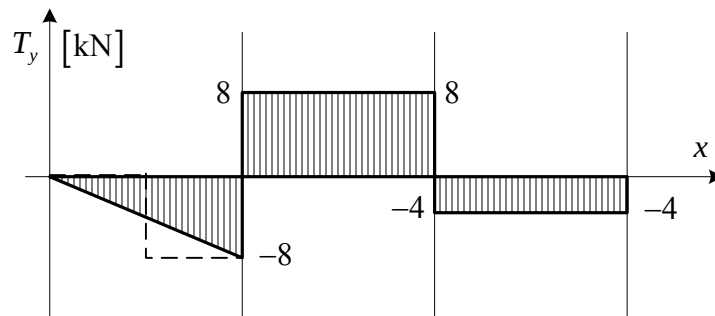
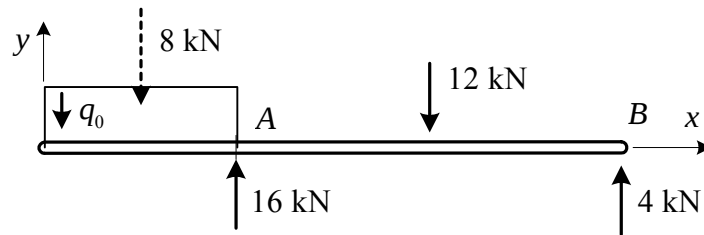


Határozza meg a támasztóerőket, és rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!

Megoldás: Rúdirányú igénybevétel nincs.

$$\sum M_a = 0 = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 12 + 10 + 4 \cdot F_{By} \Rightarrow F_{By} = 4 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_b = 0 = 5 \cdot 8 - 4 \cdot F_{Ay} + 2 \cdot 12 \Rightarrow F_{Ay} = 16 \text{ kN} \uparrow$$



10.5. Példa

Adott: az ábrán látható kéttámaszú konzolos tartó méretei és terhelése

$$q = 3 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 6 \text{ kN},$$

$$F_0 = 4 \text{ kN},$$

$$M_A = 5 \text{ kNm}.$$

Feladat:

- Határozza meg a támasztóerőket!
- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!

Megoldás:

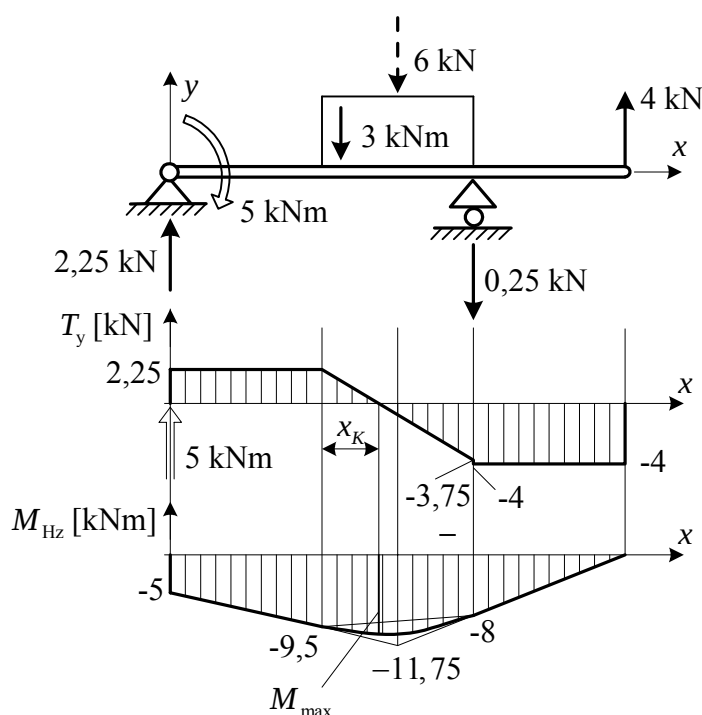
a.

$$F_x = 0 = F_{Ax},$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q + F_{By} + F_0 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{9}{4} \text{ kN} (\uparrow),$$

$$M_a = 0 = -M_A - 3 \cdot F_q + 4 \cdot F_{By} + 6 \cdot F_0 \Rightarrow F_{By} = \frac{M_A + 3F_q - 6F_0}{4} = -\frac{1}{4} \text{ kN} (\downarrow).$$

b.



A hajlító nyomaték szélsőérték helye meghatározható a nyíróerő ábrából, ($T_y = 0$):

$$0 = 2,25 - q x_K \Rightarrow x_K = \frac{2,25}{q} = 0,75 \text{ m},$$

$$M_{\max} = -9,5 - \frac{q x_K^2}{2} = -10,34 \text{ kNm} \Rightarrow \underline{\underline{|M_{\max}| = 10,34 \text{ kNm}}}$$

10.6. Példa

Adott:

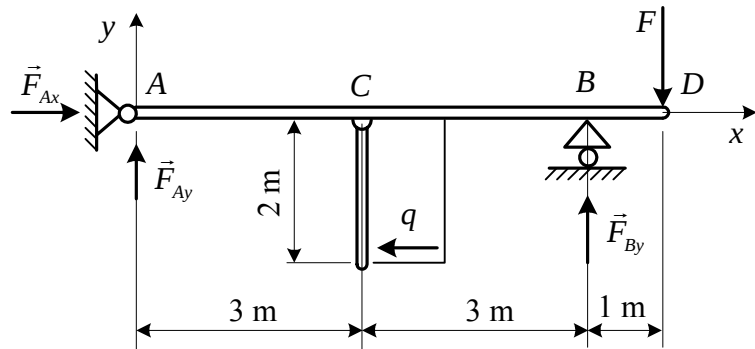
A tartó méretei és terhelése.

$$q = 5 \text{ kN/m}$$

$$F = 12 \text{ kN}$$

Feladat:

Az igénybevételi ábrák megrajzolása az ABCD egyenes szakaszon.



Megoldás: $q = 5 \text{ kN/m} \Rightarrow F_q = 10 \text{ kN}$

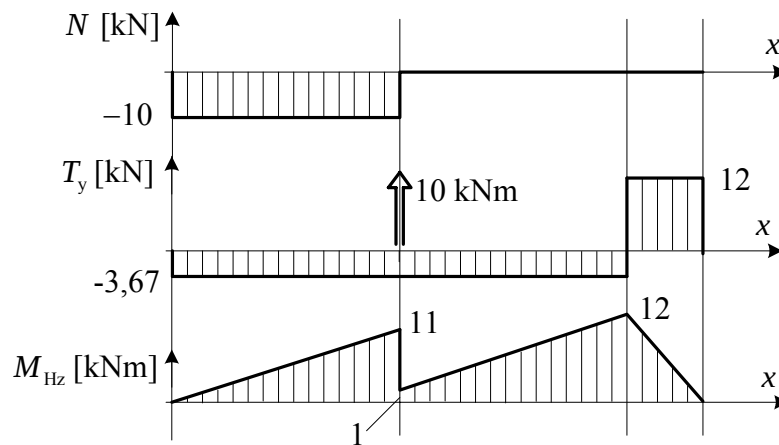
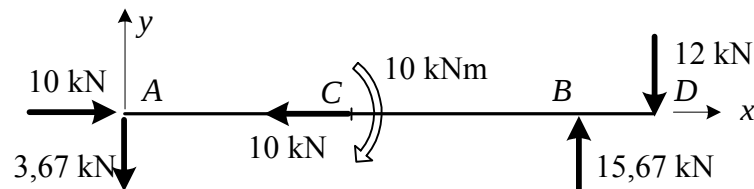
$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_q \Rightarrow F_{Ax} = 10 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$\sum M_a = 0 = -1 \cdot F_q + 6 \cdot F_{By} - 7 \cdot F \Rightarrow F_{By} = 15,667 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} - F \Rightarrow F_{Ay} = -3,667 \text{ kN} (\downarrow)$$

A „kiálló” rúdszakasz (megoszló erőrendszer), C pontba redukált vektorkettőse:

$$\vec{F}_q = (-10\vec{i}) \text{ kN}, \vec{M}_c = (-10\vec{k}) \text{ kNm}$$



$$M_{\max} = 12 \text{ kNm}$$