

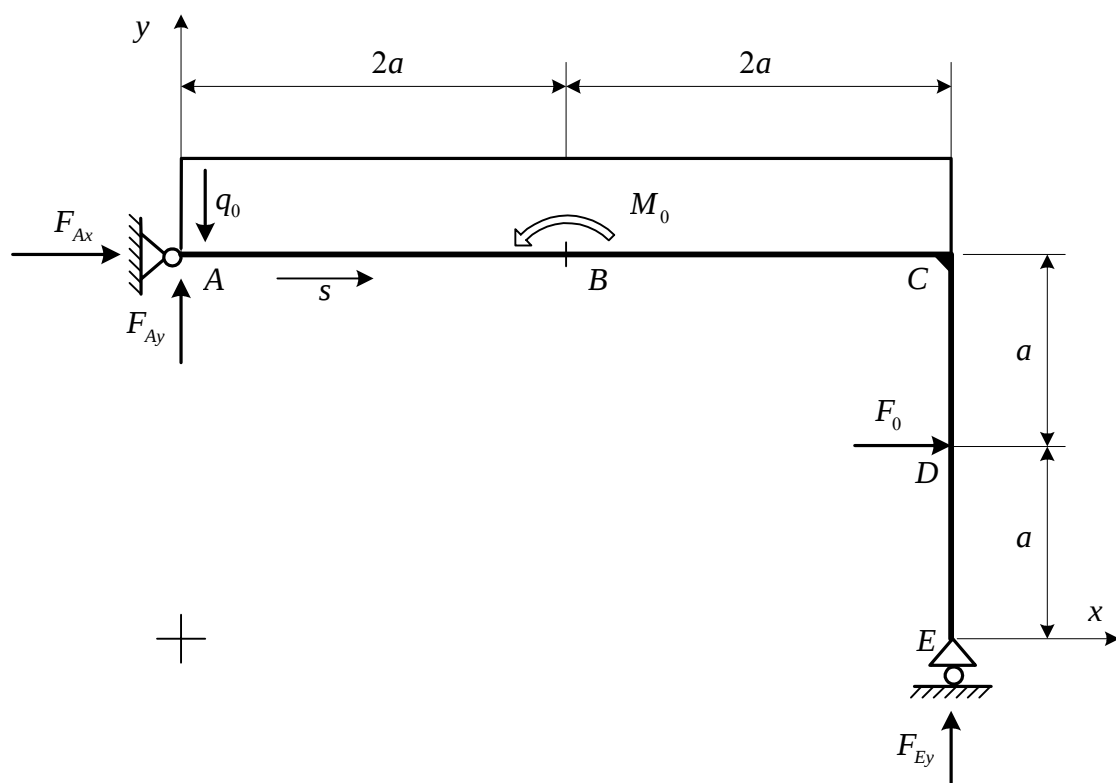
12. MECHANIKA-STATIKA GYAKORLAT
(kidolgozta: Tarnai Gábor, mérnök tanár)

Törtvonalú rudak, Gerber tartó igénybevételi ábrái

12.1. Példa

Adott: az ábrán látható törtvonalú tartó méretei és terhelése.

$$M_0 = 8 \text{ kNm}, \quad F_0 = 6 \text{ kN}, \quad q_0 = 3 \text{ kN/m} \Rightarrow F_q = 12 \text{ kN}.$$



Feladat:

- Határozza meg a támasztóerőket!
- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit! Mennyi a maximális nyomaték?

Megoldás:

a. A támasztóerők meghatározása

$$F_x = 0 = F_{Ax} + F_0 \Rightarrow F_{Ax} = -6 \text{ kN} (\leftarrow)$$

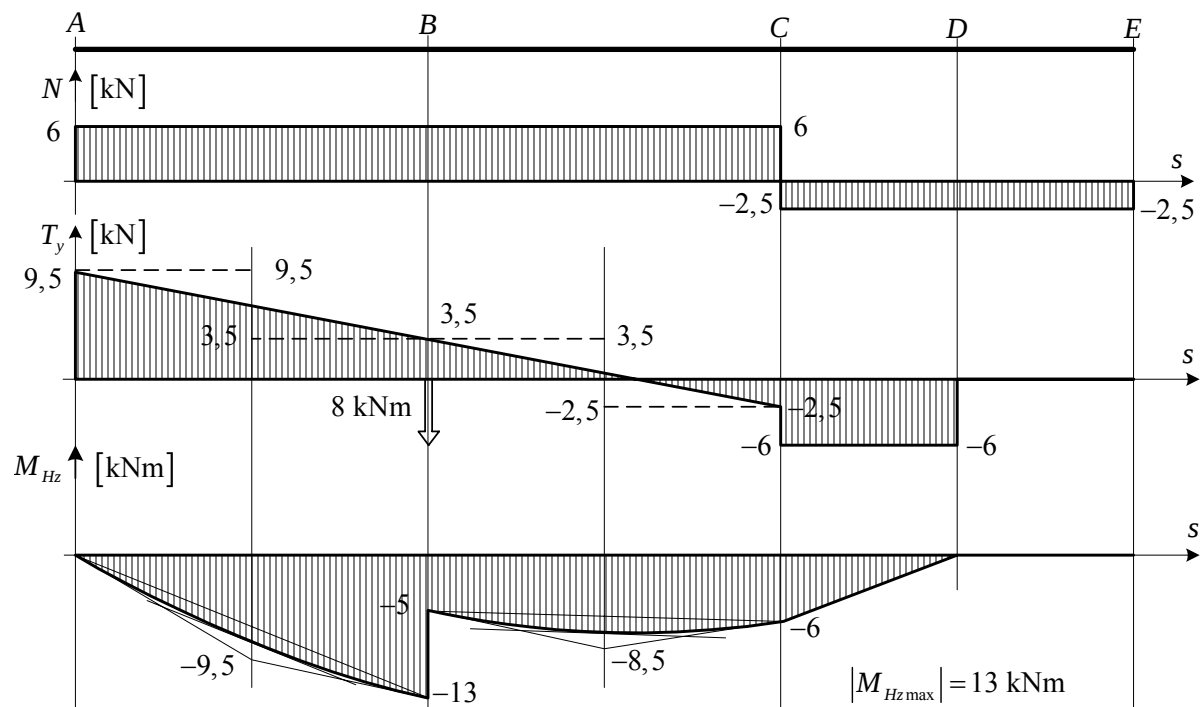
$$M_a = 0 = -2 \cdot F_q + M_0 + 1 \cdot F_0 + 4 \cdot F_{Ey}$$

$$\Rightarrow F_{Ey} = \frac{2 \cdot F_q - M_0 - 1 \cdot F_0}{4} = 2,5 \text{ kNm} (\uparrow)$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q + F_{Ey} \Rightarrow F_{Ay} = 9,5 \text{ kN} (\uparrow)$$

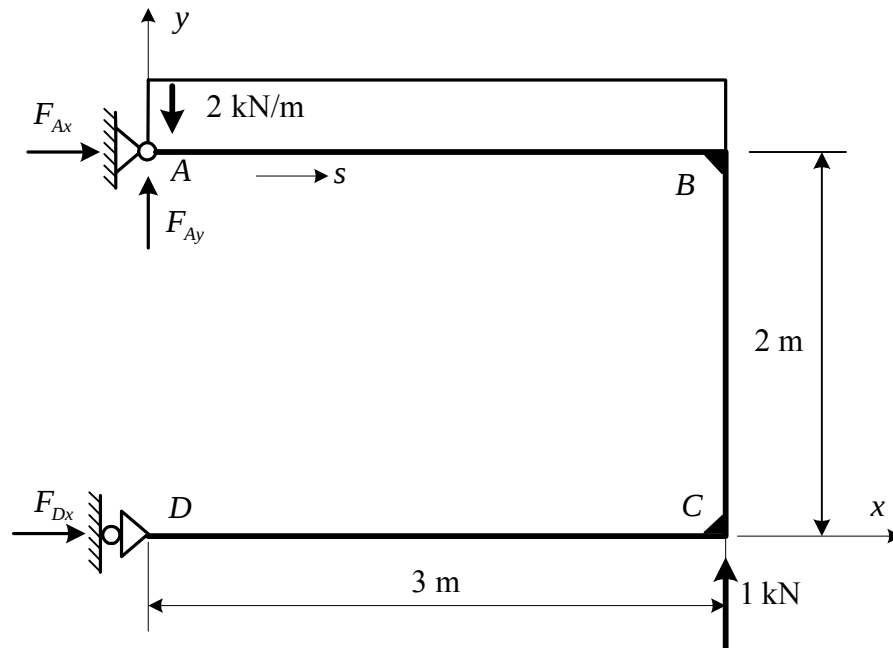
b. Az igénybevételi ábrák a „kiterített” rúdon.

Figyelem: a vizsgált keresztmetszet tengelyiránya – ezzel együtt az N valamint a T_y irányai is - a C töréspontban változik.



12.2. Példa

Adott: az ábrán látható törtvonalú tartó méretei és terhelése.



Feladat:

- Határozza meg a támasztóerőket!
- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit! Mennyi a maximális nyomaték?

Megoldás:

- a. A támasztóerők meghatározása.

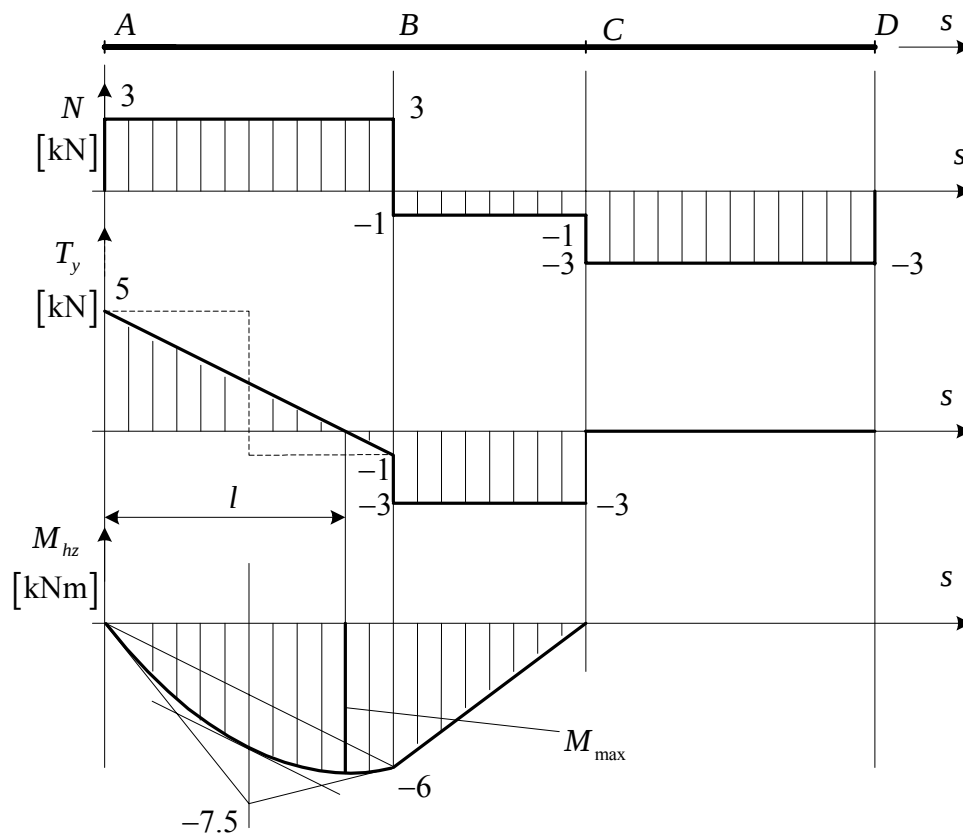
$$F_y = 0 = F_{Ay} - 6 + 1 \Rightarrow F_{Ay} = 5 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$M_a = 0 = -1,5 \cdot 6 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot F_{Dx} \Rightarrow F_{Dx} = 3 \text{ kNm } (\rightarrow)$$

$$F_x = 0 = F_{Ax} + F_{Dx} \Rightarrow F_{Ax} = -3 \text{ kN } (\leftarrow)$$

- b. Az igénybevételi ábrákat úgy rajzoljuk meg, hogy a teljes hosszát az s menetirányban „kiterítjük”.

Figyelem: a vizsgált keresztmetszetek tengelyiránya – ezzel együtt az N valamint a T_y irányai is - a töréspontokban változnak. (B és C pontok)



A maximális hajlító nyomatékot az A ponttól l távolságra lévő keresztmetszetre ható baloldali erőrendszerből határozzuk meg:

A nyíróerő ábrából: $\frac{l}{5} = \frac{3-l}{1} \Rightarrow l = 2,5 \text{ m}$,

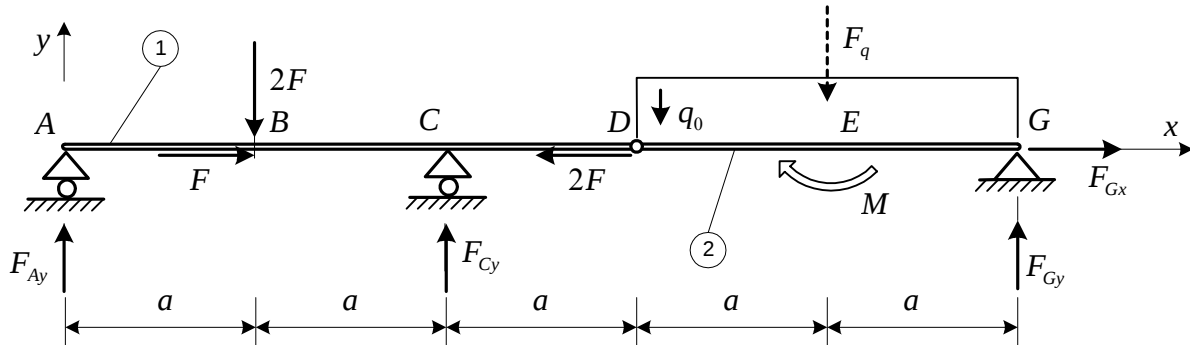
majd a nyomatékot „balról” számolva:

$$|M_{H \max}| = \left| -l \cdot F_{Ay} + \frac{l}{2} \cdot l \cdot q \right| = \left| -2,5 \cdot 5 + \frac{2,5}{2} \cdot 2,5 \cdot 2 \right| = 6,25 \text{ kNm}$$

12.3. Példa

Adott: az ábrán látható Gerber tartó méretei és terhelése.

$$a = 1 \text{ m}, F = 6 \text{ kN}, q_0 = 6 \text{ kN/m}, M = 6 \text{ kNm}$$



Feladat:

- Határozza meg a támasztóerőket!
- Rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit! Mennyi a maximális nyomaték?

Megoldás:

A fenti ábrán a keresett támasztó erők is láthatók, melyekből F_{Gx} erőt, az összetett test egészéből számoljuk ki (1.+2.):

$$\sum F_x = F - 2F + F_{Gx} \Rightarrow F_{Gx} = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

Gerber tartó esetén a támasztó erők meghatározását, mindig a „fityegő” résszel – jelen esetben a 2. testtel – kezdjük.

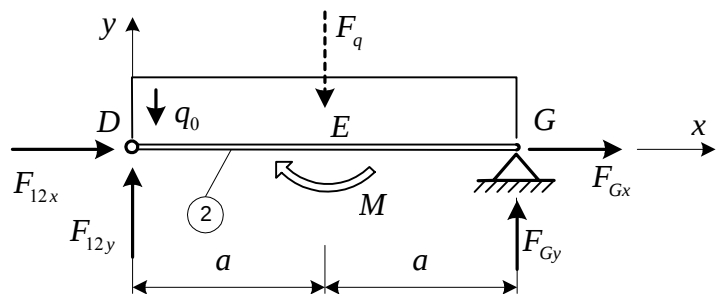
$$M_d = 0 = -a \cdot F_q + 2a \cdot F_{Gy} - M \Rightarrow F_{Gy} = \frac{M + a \cdot F_q}{2a} = \frac{6 + 12}{2} = 9 \text{ kN},$$

$$\sum F_y = F_{12y} - F_q + F_{Gy},$$

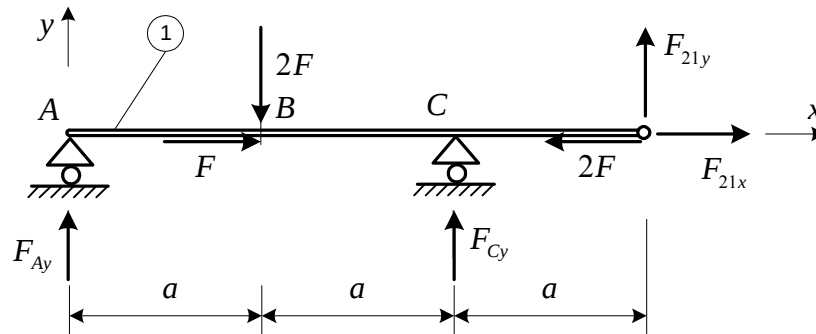
$$\Rightarrow F_{12y} = 3 \text{ kN} \uparrow,$$

$$\sum F_x = F_{12x} + F_{Gx},$$

$$\Rightarrow F_{12x} = -6 \text{ kN} \leftarrow.$$



Következő lépésben az 1. test egyensúlyát vizsgáljuk úgy, hogy a C majd az A ponton átmenő tengelyekre írjunk föl nyomatéki egyenletet:



$$M_c = 0 = -2a \cdot F_{Ay} + a \cdot 2F + a \cdot F_{12y} \Rightarrow F_{Ay} = F - \frac{F_{12y}}{2} = 4,5 \text{ kN } \uparrow$$

$$M_d = 0 = -3a \cdot F_{Ay} + 2a \cdot 2F - a \cdot F_{Cy} \Rightarrow F_{Cy} = -3F_{Ay} + 4F = 10,5 \text{ kN } \uparrow$$

$$\sum F_x = F - 2F + F_{21x} \Rightarrow F_{21x} = 6 \text{ kN } \rightarrow$$

Az erők ismeretében most már az igénybevételi ábrákat megrajzoljuk:

