

## FORGÓRÉS Z DINAMIKUS KIEGYENSÚLYOZÁSA I.

Laboratóriumi gyakorlat – elméleti útmutató

### 1. A tömeg-kiegyensúlyozatlanság

A gépek rezgésének okozója sok esetben a berendezés forgórészének kedvezőtlen tömegeloszlása, röviden kiegyensúlyozatlansága. A forgórész kiegyensúlyozatlanságát számos körülmény okozhatja: az anyag inhomogenitása, az anyagban található zárványok, gyártási vagy szerelési pontatlanságok (pl. egytengelyűségi hiba), vagy maga a konstrukciós kialakítás (pl. reteszhorony). A kiegyensúlyozatlanság következtében mind a forgórészt, mind a forgórész csapágyait a forgás szögsebességének négyzetével arányos, időben periodikusan váltakozó többleterő terheli. A károsan befolyásolja a berendezés üzemét, mivel periodikus jellegénél fogva rezgéseket gerjeszt és zajt okoz. Nagy fordulatszámokon pedig akár a berendezés tönkremenetele is bekövetkezhet.

A kiegyensúlyozatlanságnak két alaptípusát különböztetjük meg:

-*Statikus kiegyensúlyozatlanság* esetén a forgórész súlyponti tehetetlenségi tengelyei közül az egyik párhuzamos a forgástengellyel, viszont *a forgórész súlypontja nem esik a forgástengelyre*. A forgás közben ébredő tömegek eredője egyetlen erő (a centrifugális erő). A csapágyakat terhelő többleterők azonos fázisban vannak (pl. egyszerre érik el pozitív maximumukat).

-*Dinamikus kiegyensúlyozatlanság* esetén a forgórész súlypontja a forgástengelyre esik, ugyanakkor *a forgórész súlyponti tehetetlenségi főtengelyeinek egyike sem párhuzamos a forgástengellyel*. A forgás közben ébredő tömegek eredője erőpár. A csapágyakat terhelő többleterők - mivel erőpárt alkotnak - ellenfázisban vannak.

-*Összetett kiegyensúlyozatlanság* az előző két eset kombinációja. Ekkor egyik súlyponti tehetetlenségi főtengely sem párhuzamos a forgástengellyel, és a forgórész súlypontja sem esik a forgástengelyre. A dinamikus kiegyensúlyozatlanság egyszerűbb esetekkor a forgástengely és valamelyik tehetetlenségi főtengely metszi egymást. Az összetett kiegyensúlyozatlanság legáltalánosabb esetében a forgástengely és a tehetetlenségi főtengelyek kitérő helyzetűek.

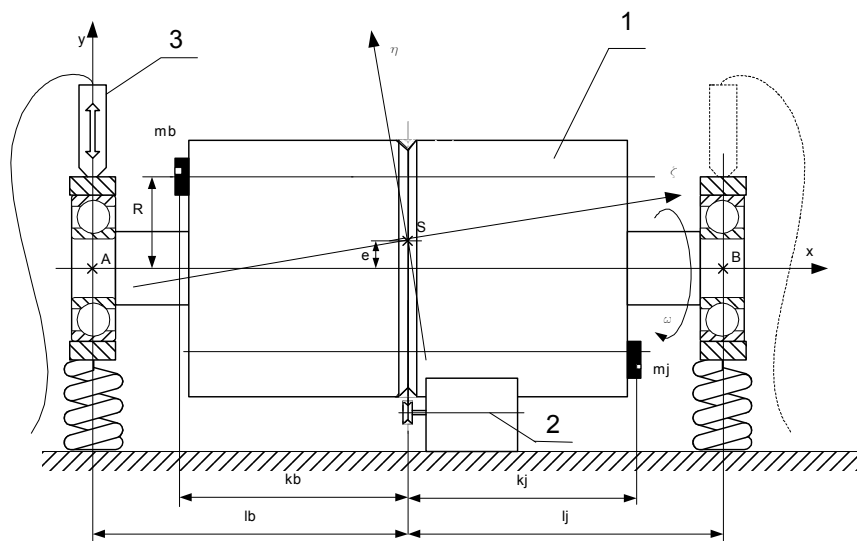
### 2. A kiegyensúlyozatlanság megszüntetése

A forgórészek kiegyensúlyozatlanságából származó többletterhelés a forgórész kiegyensúlyozásával csökkenthető. Kisebb forgórészek (pl. villanymotorok rotorjai, belsőégésű motorok forgattyús tengelyei, autókerekek) dinamikus kiegyensúlyozását speciális berendezésekkel végzik, melyek forgás közben mérik a csapágyak rezgéseit (lágú kiegyensúlyozó gépek), vagy a csapágyakat terhelő erőket (merev gépek). Ezt követően a forgórész meghatározott helyein - az ún. *kiegyensúlyozó síkokban* - a nyert adatok alapján kiszámított tömegeket helyeznek el, vagy onnan tömegeket távolítanak el. A helyesen végzett kiegyensúlyozás után a forgórész súlypontja a forgástengelyre kerül, egyik súlyponti tehetetlenségi főtengelye pedig egybeesik a forgástengellyel. Nagyméretű forgórészek (pl. turbinák) kiegyensúlyozását helyszínen is végezhetik egyszerű eszközökkel, de körülményesebb eljárásokkal.

### 3. Feladat: a forgórész helyszíni kiegyensúlyozása

Bizonyos esetekben a kiegyensúlyozást a forgó- és állórész összeszerelt állapotában célszerű elvégezni. Például a köszörűgépekre felszerelt új köveket használatba vétel előtt ki kell egyensúlyozni a gép nagy fordulatszáma miatt. Olyan eljárást kell alkalmazni, mely a gép szétszerelése

nélkül, a helyszínen is lehetővé teszi a kiegyensúlyozást (ha csak a kiszerelt forgórészt és a rászereelt köveket egyensúlyoznánk ki, összeszereléskor a köszörűkövek szöghelyzete megváltozhatna, ami elrontaná a már elvégzett kiegyensúlyozást, a szét- és összeszerelés idejét nem is említve).



Biztonsági és célszerűségi megfontolásokból a labormérést nem egy valós köszörűgépén, hanem annak modelljén végezzük. A köszörűköveket acéltárcsával [1] helyettesítettük. A tárcsát  $R=0,02$  méteres sugarú osztókörön 45 fokként elhelyezett menetes furatokkal láttuk el. A bal- és jobboldali furatok egyikében a hallgatók által ismeretlen nagyságú tömegeket helyeztünk el, melyekkel a forgórész kiegyensúlyozatlanságát szimuláljuk. A további furatok a kiegyensúlyozó tömegek rögzítésére szolgálnak. A forgórészt szíjhajtással egy kifszűltésű és alacsony fordulatszámú motorral [2] forgatjuk a balesetveszély elkerülése érdekében.

Ellentétben a speciális kiegyensúlyozó gépeken történő mérésekkel, itt nem alkalmazunk sem beépített erőmérő, sem beépített rezgésmérő berendezést. A csapágyházak [3] rezgési amplitúdóiból következtetünk a csapágyerők értékeire egy SCHENK gyártmányú, hordozható VIBROTEST berendezés segítségével. A csapágyház függőleges irányú  $y = Y \sin(\omega t + \varphi)$  kitérésfüggvényének (válaszjel) és az  $F_y = F_0 \sin(\omega t)$  gerjesztőerő-függvénynek aránya a csapágyház  $M(j\omega)$  frekvenciafüggvénye, mely a szögsebesség függvényében mérésrel határozható meg. A függvény abszolút értéke az  $|M(j\omega)|$  amplitúdó-függvény. Kis csillapítás esetén az elmozdulás és a gerjesztőerő fázisban van.

A csapágyházak amplitúdó-függvénye (mely tulajdonképpen egyfajta frekvenciafüggő rugóállandónak tekinthető) előzetes mérésekből  $c=45000$  N/m értékű a mérési szögsebességen. A berendezés merev felépítése és az alkalmazott önbeálló golyóscsapágyak következtében a csapágyházak függetlenek egymástól (az egyik csapágyra ható gerjesztőerő nem mozdítja el a másik csapágyházat). A továbbiakban az  $y_A$  és  $y_B$  rezgési amplitúdókból a csapágyerők  $F_A = H \cdot y_A$  és  $F_B = H \cdot y_B$  összefüggésekkel számíthatók.

#### 4. Számítási összefüggések

A következő számítások célja olyan  $m_b$  bal- és  $m_j$  jobboldali kiegyensúlyozó tömegek nagyságának meghatározása, melyek egyszerre biztosítják a forgórész statikus és dinamikus kiegyensúlyozottságát.

Tekintsük azt az esetet, mikor a forgórész excentrikus, valamint a forgástengely és a tehetlenségi főtengelyek közül kettő egy síkban van ugyan (ez a kiegyensúlyozatlanság síkja), de egyik főtengely sem párhuzamos a forgástengellyel (összetett kiegyensúlyozatlanság,  $e \neq 0$  és  $J_{xy} \neq 0$ ).

A forgórész  $\omega =$  állandó szögsebességű forgása közben a csapágyerők a körbeforgó inerciaerőkkel tartanak egyensúlyt. A függőleges mérési irányban tehát a körbeforgó reakcióerő

függőleges vetületét mérjük. A maximális  $F_A$  és  $F_B$  reakcióerők értékéből a rendszer kiegyensúlyozatlanságára jellemző excentricitás ( $e$ ) és centrifugális tehetetlenségi nyomaték ( $J_{xy}$ ) kiszámítható, majd ezek ismeretében a kiegyensúlyozó tömegek értéke meghatározható.

Az ismeretlen  $e$  és  $J_{xy}$  meghatározása érdekében a forgómozgás alapegyenletét, azaz a perdület-tételt írjuk fel az  $A$  alátámasztási pontra:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{J}_S \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\Pi}_S + \mathbf{r}_{AS} \times \mathbf{a}_S m$$

$$\mathbf{J}_S = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & 0 \\ -J_{xy} & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}$$

Az összefüggésben szereplő súlyponti tehetetlenségi tenzor az  $x, y, z$  koordináta-rendszerben: A perdületvektor

$$\boldsymbol{\Pi}_S = \mathbf{J}_S \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & 0 \\ -J_{xy} & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x \omega \\ -J_{xy} \omega \\ 0 \end{bmatrix}$$

Továbbá

$$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\Pi}_S = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega & 0 & 0 \\ J_x \omega & -J_{xy} \omega & 0 \end{vmatrix} = -J_{xy} \omega^2 \mathbf{k}$$

és

$$\mathbf{r}_{AS} \times \mathbf{a}_S m = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ l_b & e & 0 \\ 0 & -e\omega^2 & 0 \end{vmatrix} = -me\omega^2 l_b \mathbf{k}$$

mivel a súlypontnak csak  $-e\omega^2 \mathbf{j}$  centripetális gyorsulása van. A részszámítások után, figyelembe véve, hogy  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$ ,

$$(F_B l - mgl_b) \mathbf{k} = -(J_{xy} + mel_b) \omega^2 \mathbf{k}$$

Hasonlóan a  $B$  pontra felírt perdület-tételből:

$$(mgl_j - F_A l) \mathbf{k} = (-J_{xy} + mel_j) \omega^2 \mathbf{k}$$

A (4) és (5) egyenletekből az excentricitás

$$\underline{\underline{e = \frac{mg - (F_A + F_B)}{m\omega^2}}}$$

a centrifugális tehetetlenségi nyomaték pedig

$$\underline{\underline{J_{xy} = \frac{l_b(F_A + F_B) - F_B l}{\omega^2}}}$$

Ha most a kiegyensúlyozó síkban a súlyponttól  $k_b$  és  $k_j$  távolságra  $R$  sugáron  $m_b$  és  $m_j$  kiegyensúlyozó tömegeket helyezünk el, akkor a forgórész súlyponti tehetetlenségi tenzora módosul:

$$\mathbf{J}_S^m = \begin{bmatrix} J_x + m_b R^2 + m_j R^2 & \overbrace{-J_{xy} - (k_j R m_j - k_b R m_b)}^0 & 0 \\ -J_{xy} - (k_j R m_j - k_b R m_b) & J_y + m_b k_b^2 + m_j k_j^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_z + (k_b^2 + R^2)m_b + (k_j^2 + R^2)m_j \end{bmatrix}$$

A kiegyensúlyozó tömegek szükséges értékeit a következő feltételekből határozhatjuk meg:

a) *A statikusan kiegyensúlyozott forgórész súlypontjának a forgástengelyen kell elhelyezkedni:*

$$y_s = 0 = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{m_b R + m_j R + m e}{\sum m_i} \Rightarrow \underline{\underline{m_j = -m_b - m \frac{e}{R}}}$$

b) *A dinamikusan kiegyensúlyozott forgórész egyik tehetetlenségi főtengelyének a forgástengely irányával kell megegyeznie, vagyis a forgórész  $x, y, z$  koordinátarendszerben felírt  $\mathbf{J}_S^m$  tehetetlenségi tenzorának összes főátlón kívüli eleme zérus kell legyen.*

A dinamikusan kiegyensúlyozott forgórész tehetetlenségi tenzorának  $J_{12}^m = J_{21}^m$  elemei tehát zérus értékűek:

$$-J_{xy} - (k_j R m_j - k_b R m_b) = 0$$

Behelyettesítve ide  $J_{xy}$  és  $m_j$  értékét

$$\underline{\underline{m_b = \frac{(F_A + F_B)l_b - F_B l - k_j e m \omega^2}{(k_b + k_j)R \omega^2}}}$$

adódik. A kifejezésben  $F_A$ ,  $F_B$ , valamint  $e$  előjelhelyesen helyettesítendő.

# FORGÓRÉS Z KIEGYENSÚLYOZÁSA

## labormérés jegyzőkönyve

Név, hallgatói kód:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

A számításokhoz használja fel az alábbi adatokat:

- m=                    kg
- $l_b=l_j=$             m
- $k_b=k_j=$             m
- $H(\omega)=$             N/m

1) Kapcsolja be a motort, és forgás közben mérje meg a baloldali  $y_A$  csapágyrezgés-amplitúdó értékét, valamint a  $\varphi_A$  baloldali tárcsa-szöghelyzetet. (A mérőrendszer kezeléséhez segítséget kap).

A mérőfejet a jobboldali mérőhelyre áthelyezve, mérje meg az  $y_B$  csapágyrezgés-amplitúdó értékét, valamint a  $\varphi_B$  szöghelyzetet

A diagram alapján töltsse ki az alábbi táblázatot!

$y_A$		$F_A=H(\omega)*y_A=$
$y_B$		$F_B=H(\omega)*y_B=$
$\varphi_A$		
$\varphi_B$		
$T$		

Amennyiben  $\varphi_A$  és  $\varphi_B$  között  $180^\circ$  szögeltérés (ellenfázis) mutatkozna, úgy  $F_B$  értékét szorozza meg (-1)-el!

2) Forgás közben mérje meg a forgórész fordulatszámát SKF típusú optikai fordulatszám mérővel! A periódusidőből számítsa ki a forgórész szögsebességét!

$$\omega = \frac{2\pi}{T} =$$

A mért adatokból a forgórész excentricitása:

$$e = \frac{mg - (F_A + F_B)}{m\omega^2} =$$

A baloldali kiegyensúlyozó tömeg:

$$m_b = \frac{(F_A + F_B)l_b - F_B l - k_j e m \omega^2}{(k_b + k_j)R\omega^2} =$$

A jobboldali kiegyensúlyozó tömeg:

$$m_j = -m_b - m \frac{e}{R} =$$

3) Helyezze el a kiszámított kiegyensúlyozó tömegeket a forgórész megfelelő menetes furatába. A csavarokat húzza meg, majd kapcsolja be a motort. Mérje meg a kiegyensúlyozott forgórész  $y_A^m$  és  $y_B^m$  rezgési amplitúdóit az előbbivel azonos szögsebességen!

4) Számítsa ki a maradó kiegyensúlyozatlanság százalékos arányát az eredeti állapotra vonatkoztatva!

$$\frac{\max(y_A^m, y_B^m)}{\max(y_A, y_B)} \cdot 100 =$$

5) Értékelje a forgórész kiegyensúlyozásának eredményét! Adja meg az esetleges hibák okait!

.....

.....

.....

.....

Győr, 200.....

Aláírások:

1. .... 2. .... 3. .... 4. ....
5. .... 6. .... 7. .... 8. ....