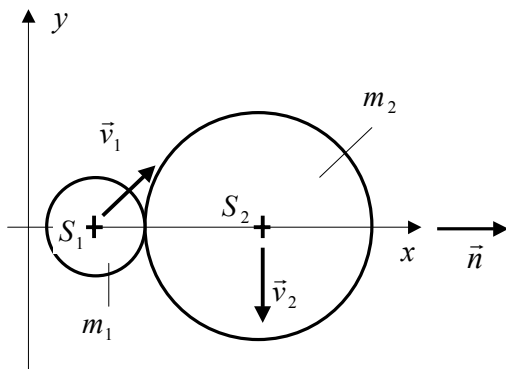


MECHANIKA III. – MOZGÁSTAN
főiskolai mérnökhallgatók számára

A 12. gyakorlat anyaga

12/1. feladat : *Centrikus ütközés*

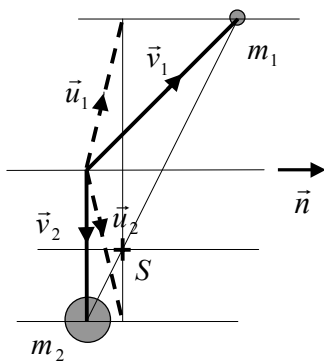


Adott: $m_1 = 2 \text{ kg}$, $\vec{v}_1 = (4\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$
 $m_2 = 6 \text{ kg}$, $\vec{v}_2 = (-4\vec{j}) \text{ m/s}$

Feladat: Határozza meg a tömegek ütközés utáni $\vec{u}_1$ és $\vec{u}_2$ sebességeit a különböző k ütközési tényező értékek esetén :

- Az ütközési tényező $k = 0$.
- Az ütközési tényező $k = 1$.
- Az ütközési tényező $k = 0,6$.

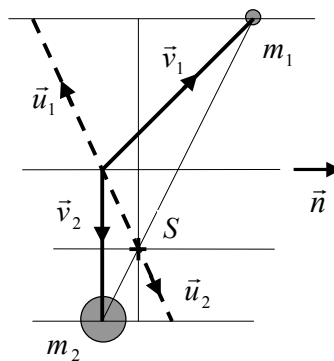
1) Megoldás szerkesztéssel



a) Tökéletesen rugalmatlan
ütközés: $k = 0$

$$\vec{u}_1 = (1\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

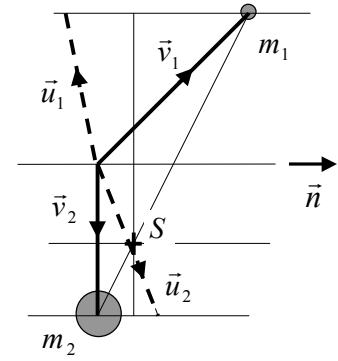
$$\vec{u}_2 = (1\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$$



b) Tökéletesen rugalmas
ütközés: $k = 1$

$$\vec{u}_1 = (-2\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_2 = (2\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$$



c) Rugalmas
ütközés: $k = 0,6$

$$\vec{u}_1 = (-0,8\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_2 = (1,6\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

2) Megoldás számítással

A rendszer S súlypontjának sebessége

$$\vec{v}_S = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot (4\vec{i} + 4\vec{j}) + 6 \cdot (-4\vec{j})}{2 + 6} = (1\vec{i} - 2\vec{j}) \text{ m/s}$$

A $\vec{v}_S$ vektornak az $\vec{n}$ ütközési normálissal párhuzamos komponense

$$\vec{v}_{Sn} = (1\vec{i}) \text{ m/s}$$

a) Tökéletesen rugalmatlan ütközés : $k = 0$

$$\vec{u}_{S1_n} = \vec{v}_{Sn}(1+k) - k \vec{v}_{S1_n} = (1\vec{i}) \cdot (1+0) - 0 \cdot (4\vec{i}) = (1\vec{i}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_{S1} = (1\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_{S2_n} = \vec{v}_{Sn}(1+k) - k \vec{v}_{S2_n} = (1\vec{i}) \cdot (1+0) - 0 \cdot (0\vec{i}) = (1\vec{i}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_2 = \vec{u}_{S2} = (1\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

b) Tökéletesen rugalmas ütközés : $k = 1$

$$\vec{u}_{S1_n} = \vec{v}_{Sn}(1+k) - k \vec{v}_{S1_n} = (1\vec{i}) \cdot (1+1) - 1 \cdot (4\vec{i}) = (-2\vec{i}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_{S1} = (-2\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_{S2_n} = \vec{v}_{Sn}(1+k) - k \vec{v}_{S2_n} = (1\vec{i}) \cdot (1+1) - 1 \cdot (0\vec{i}) = (2\vec{i}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_2 = \vec{u}_{S2} = (2\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

c) Rugalmas ütközés : $k = 0,6$

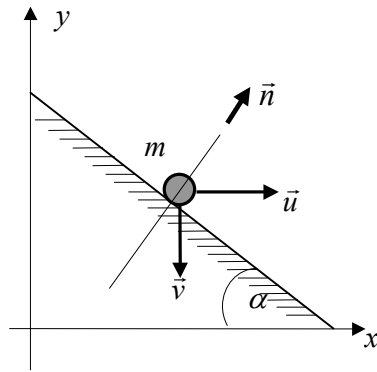
$$\vec{u}_{S1_n} = \vec{v}_{Sn}(1+k) - k \vec{v}_{S1_n} = (1\vec{i}) \cdot (1+0,6) - 0,6 \cdot (4\vec{i}) = (-0,8\vec{i}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_{S1} = (-0,8\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_{S2_n} = \vec{v}_{Sn}(1+k) - k \vec{v}_{S2_n} = (1\vec{i}) \cdot (1+0,6) - 0,6 \cdot (0\vec{i}) = (1,6\vec{i}) \text{ m/s}$$

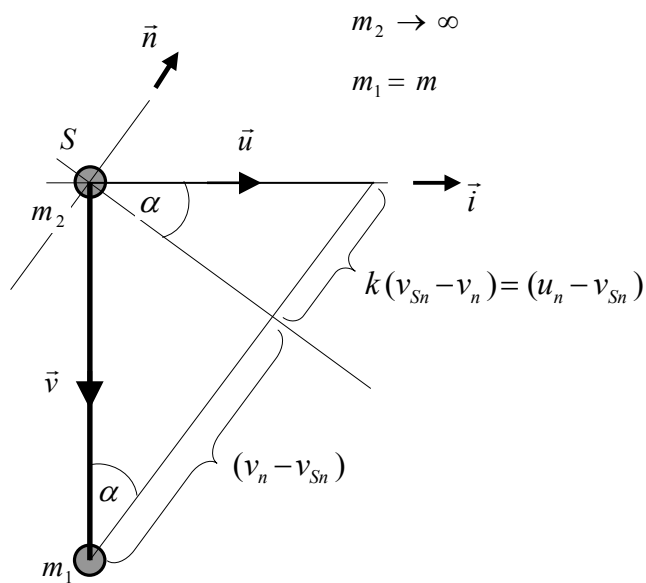
$$\vec{u}_2 = \vec{u}_{S2} = (1,6\vec{i} - 4\vec{j}) \text{ m/s}$$

12/2. feladat : Centrikus ütközés



Adott : $\vec{v} = (-0,5\vec{j}) \text{ m/s}$, $\vec{u} = (u\vec{i})$
 $\text{tg } \alpha = 0,75$

Feladat : Határozza meg az m tömeg ütközés utáni $\vec{u}$ sebességét és a k ütközési tényező értékét.



Az ütközési diagram alapján

$$\text{tg } \alpha = \frac{u}{v}$$

$$u = v \text{tg } \alpha = 0,5 \cdot 0,75 = 0,375$$

$$\vec{u} = (0,375\vec{i}) \text{ m/s}$$

továbbá

$$k = \frac{u_n - v_{Sn}}{v_{Sn} - v_n} = \frac{u_n}{v_n}$$

$$k = \frac{u \sin \alpha}{v \cos \alpha} = \frac{0,375 \cdot \frac{3}{5}}{0,5 \cdot \frac{4}{5}} = 0,5625$$

$$k = 0,5625$$