

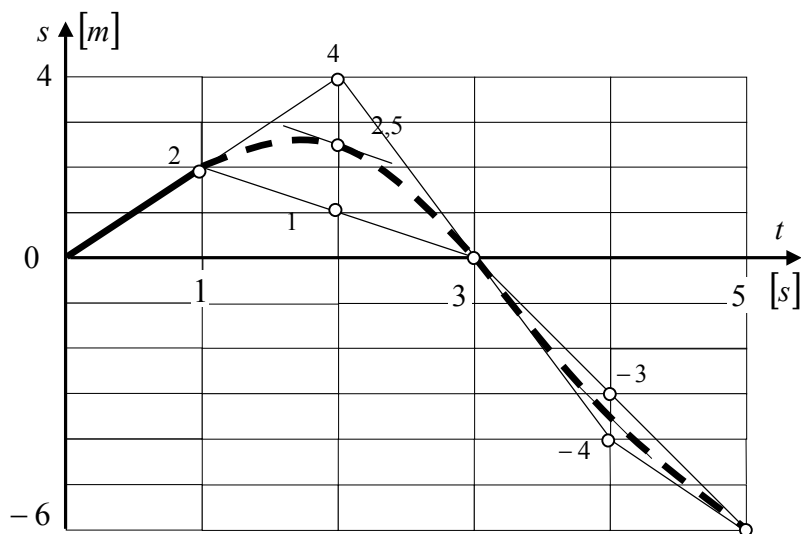
MECHANIKA III. – MOZGÁSTAN
főiskolai mérnökhallgatók számára

A 2. gyakorlat anyaga

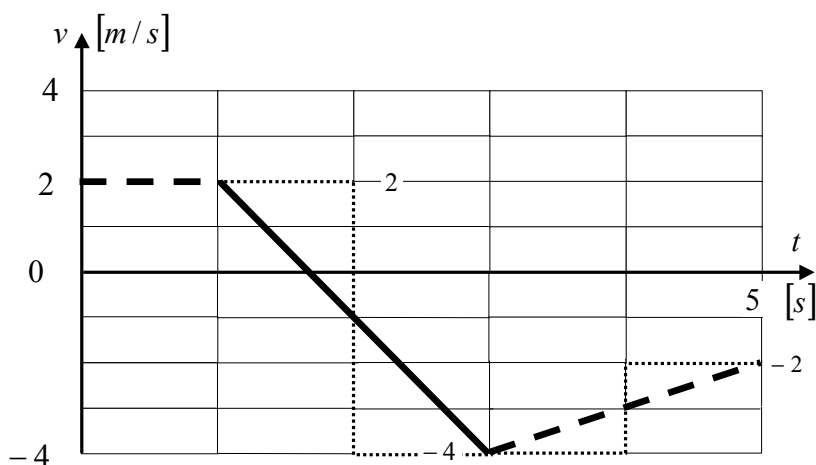
2/1. feladat : *Foronómiai görbék*

Adott : *A foronómiai görbék folytonos vonallal megadott szakaszai .*

Feladat : *A foronómiai görbék hiányzó szakaszainak meghatározása (a megoldás szaggatott vonallal jelölve).*



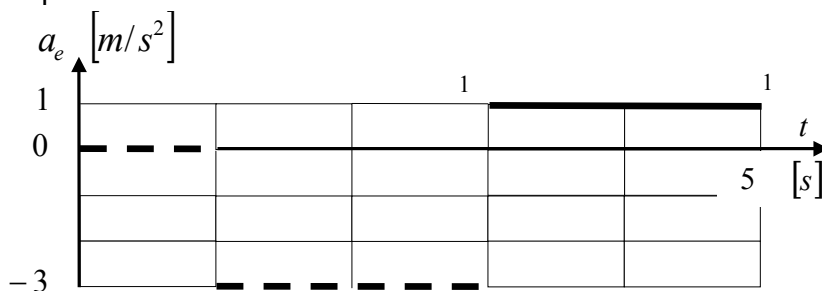
$$s = s_0 + \int_{t_0}^t v \, dt$$



$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a_e \, dt$$

vagy

$$v = \frac{ds}{dt}$$

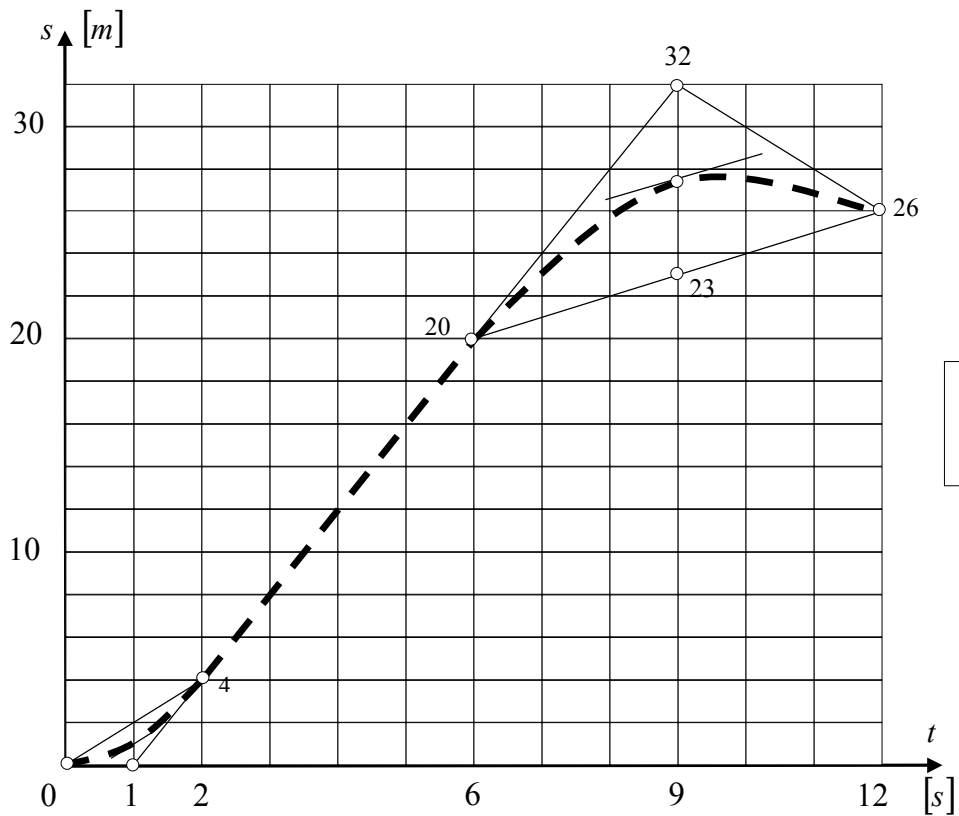


$$a_e = \frac{dv}{dt}$$

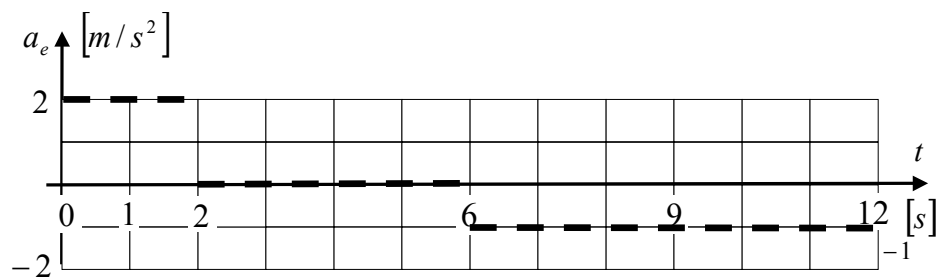
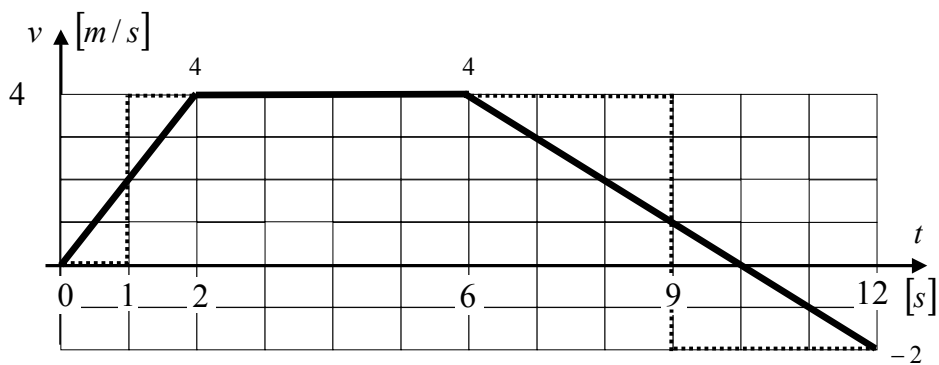
2/2. feladat : Foronómiai görbék

Adott : A $v=v(t)$ pályasebesség – idő függvény.

Feladat : Az $s=s(t)$ és $a_e=a_e(t)$ függvények meghatározása , ha az indítás pillanatában $s(t_0=0)=0$ (a megoldás szaggatott vonallal jelölve).



$$s = s_0 + \int_{t_0}^t v \, dt$$



$$a_e = \frac{dv}{dt}$$

2/3. feladat : Ferde hajítás

Adott : A kezdeti helyzet és a kezdősebesség

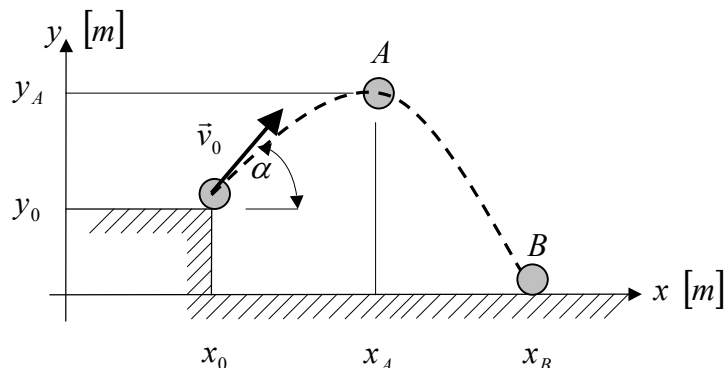
$$\vec{r}_0 = (50\vec{i} + 10\vec{j}) \text{ m}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad g = 10 \text{ m/s}^2$$

Feladat : a) $\vec{a}_0 = ?$, $\vec{v}_0 = ?$

b) $\vec{v}_A = ?$, $\vec{r}_A = ?$

c) $t_B = ?$, $x_B = ?$

d) $\rho_B = ?$



a) Indítási pillanat, kezdeti helyzet : $t_0 = 0$

$$\vec{a}_0 = \vec{a} = \vec{g} = \text{állandó!}$$

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \alpha \vec{i} + v_0 \sin \alpha \vec{j} = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{i} + 10 \frac{1}{2} \vec{j} = (8,66\vec{i} + 5\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{r}_0 = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} = (50\vec{i} + 10\vec{j}) \text{ m}$$

b) A pálya legmagasabb pontja : A pont

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{g} t_A$$

$$\vec{r}_A = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_A + \vec{g} \frac{t_A^2}{2}$$

A sebesség vízszintes irányú : $\vec{v}_A = v_A \vec{i}$

$$v_A = v_0 \cos \alpha = 5\sqrt{3} = 8,66 \text{ m/s} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_A = (8,66\vec{i}) \text{ m/s}$$

A sebesség függőleges irányú komponense zérus

$$v_{Ay} = 0 = v_0 \sin \alpha - g t_A \quad \Rightarrow \quad t_A = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{10 \cdot 0,5}{10} = 0,5 \text{ s}$$

Az A pont helyzete : $\vec{r}_A$

$$x_A = x_0 + v_0 \cos \alpha t_A = 50 + 8,66 \cdot 0,5 = 54,33 \text{ m}$$

$$y_A = y_0 + v_0 \sin \alpha t_A - g \frac{t_A^2}{2} = 10 + 5 \cdot 0,5 - 5 \cdot 0,25 = 11,25 \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = (54,33\vec{i} + 11,25\vec{j}) \text{ m}$$

c) A becsapódási hely: B pont

$$\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{g} t_B$$

$$\vec{r}_B = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_B + \vec{g} \frac{t_B^2}{2}$$

A becsapódási hely függőleges koordinátája ismert : $y_B = 0$

$$y_B = 0 = y_0 + v_0 \sin \alpha t_B - g \frac{t_B^2}{2}$$

$$0 = 10 + 5t_B - 5t_B^2$$

$$t_B = \frac{-5 \pm \sqrt{25+200}}{-10} = \frac{-5 \pm 15}{10} = \left\{ \begin{array}{l} t_{B_1} = -1 \text{ s} \\ t_{B_2} = 2 \text{ s} \end{array} \right\} t_B = 2 \text{ s}$$

A $t_{B_1} = -1 \text{ s}$ megoldás

fizikailag nem értelmezhető!

$$x_B = x_0 + v_0 \cos \alpha t_B = 50 + 8,66 \cdot 2 = 67,32 \text{ m}$$

$$y_B = 0$$

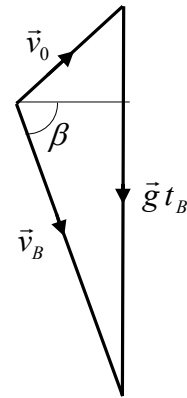
$$\vec{r}_B = x_B \vec{i} + y_B \vec{j} = (67,32 \vec{i} + 0 \vec{j}) \text{ m}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{g} t_B = (8,88 \vec{i} + 5 \vec{j}) + (-10 \vec{j}) 2 = (8,66 \vec{i} - 15 \vec{j}) \text{ m/s}$$

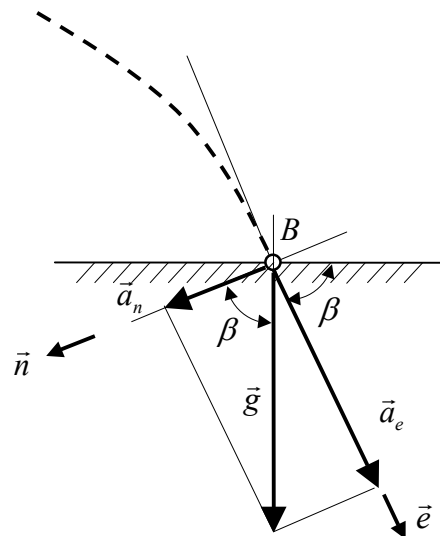
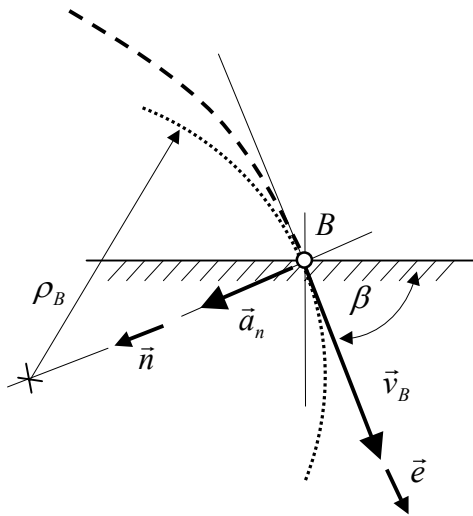
$$v_B = |\vec{v}_B| = \sqrt{v_{B_x}^2 + v_{B_y}^2} = \sqrt{8,66^2 + 15^2} = 17,32 \text{ m/s}$$

A becsapódás szöge : β

$$\cos \beta = \frac{v_{B_x}}{v_B} = \frac{8,66}{17,32} = 0,5 \Rightarrow \beta = 60^\circ$$



d) A pálya görbületi sugara a becsapódási pontban : ρ_B



$$a_n = \frac{v_B^2}{\rho_B}$$

$\Leftrightarrow$

$$a_n = g \cos \beta$$

$$a_n = \frac{v_B^2}{\rho_B} = g \cos \beta$$

$\Rightarrow$

$$\rho_B = \frac{v_B^2}{g \cos \beta} = \frac{17,32^2}{10 \cdot 0,5} \cong 60 \text{ m}$$