

MECHANIKA - SZILÁRDSÁGTAN

**Elméleti kérdések és válaszok
egyetemi alapképzésben (BSc képzésben)
résztevő mérnökhallgatók számára**

(1) Mi a szilárdságtan tárgya?

A szilárdságtan tárgya a terhelés előtt és után is tartós nyugalomban levő, alakváltozásra képes testek kinematikájának, dinamikájának és anyagszerkezeti viselkedésének leírása.

(2) Mi a terhelés?

A terhelés az általunk vizsgált rendszerhez nem tartozó testektől származó ismert nagyságú hatások (ismert erőhatások).

Terhelés = ismert külső erőrendszer.

(3) Definiálja az alakváltozás fogalmát!

Alakváltozásról beszélünk, ha a test pontjai terhelés hatására egymáshoz képest úgy mozognak el, hogy a test anyagi geometriai alakzatai (pl. hossz, szög, felület, térfogat) megváltoznak.

(4) Mit értünk a szilárdságtanban a kinematikán?

A szilárdságtanban a kinematika leírja a test pontjainak a terhelés hatására bekövetkező elmozdulásait és a test alakváltozásait.

(5) Mit értünk a szilárdságtanban a dinamikán?

A szilárdságtanban a dinamika leírja a terhelés hatására a testben fellépő belső erőrendszert.

(6) Mit értünk a szilárdságtanban anyagszerkezeti viselkedésen?

A test anyagszerkezeti viselkedése határozza meg az alakváltozás és a belső erőrendszer közötti kapcsolatot.

(7) Definiálja a test modell fogalmát!

A test modell olyan idealizált tulajdonságokkal rendelkező test, amely a valóságos testnek a vizsgálat szempontjából leglényegesebb tulajdonságait tükrözi.

(8) Definiálja a merev test fogalmát!

Olyan test modell, amelyben bármely két pont távolsága állandó - a pontok távolsága terhelés hatására sem változik meg.

(9) Definiálja a szilárd test fogalmát!

Olyan test modell, amely alakváltozásra képes - pontjainak távolsága terhelés hatására megváltozik.

(10) Mi jellemzi a merevtestszerű mozgást? Milyen merevtestszerű mozgásokat ismer?

A merevtestszerű mozgás során a test pontjai úgy mozdulnak el, hogy távolságuk nem változik meg.

Merevtestszerű mozgások: - merevtestszerű haladó mozgás,
- merevtestszerű forgó mozgás.

(11) Milyen esetben beszélünk rugalmas alakváltozásról és képlékeny alakváltozásról?

- Rugalmas az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a terhelés megszűntése után visszanyeri eredeti alakját.
- Képlékeny az alakváltozás, ha a terhelés hatására alakváltozott test a tehermentesítés után nem nyeri vissza eredeti alakját.

(12) Adja meg a kis elmozdulások és a kis alakváltozások értelmezését!

- Kis elmozdulás esetén a test pontjainak elmozdulása nagyságrendekkel kisebb a test jellemző geometriai méreteinél.
- Kis alakváltozások esetén a test alakváltozását jellemző mennyiségek lényegesen kisebbek, mint egy: $\varepsilon \ll 1$, $\gamma \ll 1$.

(13) Adja meg az ε_y fajlagos nyúlás geometriai jelentését és előjelének értelmezését!

ε_y - az y irányú egységnyi hossz terhelés hatására történő megváltozása.

$\varepsilon_y > 0$ - megnyúlás, $\varepsilon_y < 0$ - rövidülés.

(14) Adja meg a γ_{xz} fajlagos szögváltozás geometriai jelentését és előjelének értelmezését!

γ_{xz} - az egymással 90°-os szöget bezáró x és z irányok szögének a terhelés hatására bekövetkező megváltozása.

$\gamma_{xz} > 0$ - a 90°-os szög csökken, $\gamma_{xz} < 0$ - a 90°-os szög nő.

(15) Írja fel a P pontbeli alakváltozási tenzor diadikus alakját és a mátrixát!

- diadikus alak: $\underline{\underline{A}}_P = (\vec{\alpha}_x \circ \vec{i} + \vec{\alpha}_y \circ \vec{j} + \vec{\alpha}_z \circ \vec{k})$,

ahol $\vec{\alpha}_x$, $\vec{\alpha}_y$ és $\vec{\alpha}_z$ az x, y és z irányokhoz tartozó alakváltozási vektorok.

- mátrixos alak:
$$\left[\underline{\underline{A}}_P \right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

(16) Adja meg a feszültségvektor értelmezését, jelölését és SI mértékrendszer szerinti mértékegységét?

1. definíció: A feszültségvektor a testben terhelés hatására fellépő, felület mentén megosz-
ló belső erőrendszer sűrűségvektora (intenzitásvektora). Jele: $\vec{\rho}_n$.

2. definíció: $\vec{\rho}_n = \frac{d\vec{F}_b}{dA}$ - a feszültségvektor a testben terhelés hatására fellépő egységnyi
(metszet)felületre eső belső erő.

SI mértékrendszer szerinti mértékegysége: $N/m^2 = Pa$ (Pascal).

(17) Adja meg a σ_n és a τ_{mn} feszültségkoordináta elnevezését és fizikai jelentését!

A σ_n normálfeszültség az \vec{n} normálisú elemi felületen fellépő \vec{n} irányú feszültségkoordiná-
táta.

A τ_{mn} csúsztatófeszültség az \vec{n} normálisú elemi felületen fellépő \vec{m} irányú feszültségko-
ordináta.

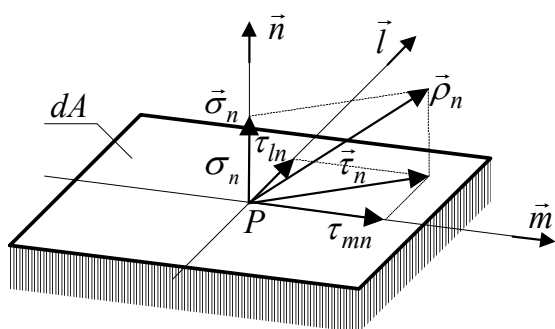
(18) Írja fel a P pontbeli feszültségi tenzor diadikus alakját és a mátrixát!

- diadikus alak: $\underline{\underline{F}}_P = (\vec{\rho}_x \circ \vec{i} + \vec{\rho}_y \circ \vec{j} + \vec{\rho}_z \circ \vec{k})$,

ahol $\vec{\rho}_x$, $\vec{\rho}_y$ és $\vec{\rho}_z$ az x , y és z normálisú elemi felületen fellépő feszültségvektor.

- mátrixos alak: $[\underline{\underline{F}}_P] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$.

(19) A pontbeli feszültségi tenzor ismeretében hogyan számítható ki az \vec{n} normálisú elemi
felületen fellépő $\vec{\rho}_n$ feszültségvektor és a feszültségvektor koordinátái?



- a feszültségvektor: $\vec{\rho}_n = \underline{\underline{F}}_P \cdot \vec{n}$.

- a normálfeszültség: $\sigma_n = \vec{n} \cdot \vec{\rho}_n = \vec{n} \cdot \vec{\sigma}_n$.

- a csúsztatófeszültségek: $\tau_{mn} = \vec{m} \cdot \vec{\rho}_n = \vec{m} \cdot \vec{\tau}_n$,

$\tau_{ln} = \vec{l} \cdot \vec{\rho}_n = \vec{l} \cdot \vec{\tau}_n$.

(20) Adja meg a rúd és a rúdkeresztmetszet értelmezését!

Rúd: olyan test (alkatrész), amelynek egyik mérete lényegesen nagyobb, mint a másik
kettő.

Keresztmetszet: a rúd legnagyobb méretére merőleges metszet.

(21) Adja meg a rúd középvonalának definícióját! A rúdnak mi a mechanikai modellje?

Középvonal (súlyponti szál): a rúdkeresztmetszetek súlypontjai által megadott vonal.

A rúd mechanikai modellje egy vonal, a rúd középvonala, amelyhez a rúd mechanikai vi-
selkedését jellemző mennyiségeket kötjük.

(22) Definiálja a prizmatikus rúd fogalmát!

1. definíció: Prizmatikus rúdról beszélünk abban az esetben, ha a rúd keresztmetszeteinek alakja és térbeli elhelyezkedése a rúd hossza mentén nem változik.
2. definíció: Prizmatikus az az egyenes középvonalú rúd, amelynek keresztmetszetei állandók és a középvonal mentén párhuzamos eltolással egymásba tolhatók.

(23) Adja meg rúd igénybevételének értelmezését!

A rúd keresztmetszeten megoszló belső erőrendszernek (a feszültségeknek) a keresztmetszet S súlypontjába redukált vektorkettőse, illetve ennek a vektorkettősnek a skaláris koordinátái.

(24) Mikor beszélünk tiszta húzás-nyomásról?

Tiszta húzás-nyomás: a rúd valamennyi keresztmetszetének igénybevétele csak (kizárólag) rúderő.

(25) Írja fel tiszta húzás-nyomás esetén a rúd P pontjában a feszültségi tenzort!

$$\left[\underline{\underline{F}}_P \right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_x = \frac{N}{A} = \text{állandó.}$$

Az összefüggésben A a rúd keresztmetszetének területe, N a rúderő.

(26) Írja fel tiszta húzás-nyomás esetén a rúd P pontjában a alakváltozási tenzort!

$$\left[\underline{\underline{A}}_P \right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Hosszirányú nyúlás: } \varepsilon_x = \frac{l' - l}{l} = \text{állandó.} \\ \text{Keresztirányú nyúlások: } \varepsilon_k = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x = \text{állandó.} \end{array}$$

l – a rúd terheletlen hossza, l' – a rúd alakváltozott hossza,
 ν – a Poisson tényező (anyagjellemző).

(27) Hogyan számítható ki tiszta húzás-nyomás esetén a fajlagos alakváltozási energia és az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia?

- a fajlagos (egységnyi térfogatra eső) alakváltozási energia: $u = \frac{1}{2} \varepsilon_x \sigma_x$.

- az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia: $U = \int_{(V)} u dV = \frac{1}{2} \frac{N^2}{AE} l$,

$V = Al$ – a rúd térfogata.

(28) Definiálja az egytengelyű feszültségi állapotot! Milyen egyszerű igénybevétel esetén alakul ki a rúdban egytengelyű feszültségi állapot?

Egy P pontbeli feszültségi állapot egytengelyű, ha a feszültségi tenzorban csak egy elem különbözik nullától és a nem zérus elem a főátlóban áll.

Egytengelyű feszültségi állapot húzás-nyomásnál és hajlításkor alakul ki.

(29) Írja fel az egyszerű Hooke törvényt húzás-nyomásra!

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad \text{és} \quad \varepsilon_z = \varepsilon_y = \varepsilon_k = -\nu \varepsilon_x,$$

ahol: σ_x a rúd irányú normál feszültség, ε_x a rúd irányú fajlagos nyúlás,
 $\varepsilon_z = \varepsilon_y = \varepsilon_k$ a keresztirányú fajlagos nyúlás,
 E az anyag rugalmassági modulusa, ν a Poisson tényező.

(30) Fogalmazza meg általánosan a szilárdságtani méretezés feladatát rúdszerkezetek esetén!

Adott: a rúd anyaga és terhelése (igénybevételei).

Feladat: A rúd keresztmetszeti méreteinek meghatározása úgy, hogy a rúd az adott terhelést kellő biztonsággal elviselje.

(31) Fogalmazza meg általánosan a szilárdságtani ellenőrzés feladatát rúdszerkezetek esetén!

Adott: a rúd anyaga, keresztmetszetének méretei és terhelése (igénybevételei).

Feladat: Annak eldöntése, hogy a rúd az adott terhelést kellő biztonsággal elviseli-e?

- Ha elviseli, akkor a rúd szilárdságtani szempontból megfelel.
- Ha nem viseli el, akkor a rúd szilárdságtani szempontból nem felel meg.

(32) Milyen esetben beszélünk tiszta hajlításról és homogén igénybevételről (hajlításról)?

Tiszta hajlítás: ha a rúd keresztmetszetének igénybevétele kizárólag hajlító-nyomaték.

Homogén igénybevétel (hajlítás): ha az igénybevétel (a hajlító nyomaték) a rúd hossza mentén nem változik.

(33) Ismertesse a Bernoulli-hipotézist!

Tiszta homogén hajlítás esetén a rúd keresztmetszetei síkok maradnak és merőlegesen maradnak a rúd alakváltozott középvonalára. A keresztmetszet síkjában nem lép fel szögtorzulás.

(34) Írja fel tiszta hajlítás esetén a rúd P pontjában a feszültségi tenzort!

$$\underline{\underline{F}}_P = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_x = \sigma_x(y) = \frac{M_{hz}}{I_z} y.$$

Az összefüggésben M_{hz} a hajlító nyomaték, I_z a rúd keresztmetszetének z tengelyre számított másodrendű nyomatéka, y annak a pontnak a helykoordinátája, ahol a feszültséget meg akarjuk határozni.

(35) Írja fel tiszta hajlítás esetén a rúd P pontjában az alakváltozási tenzort!

$$\underline{\underline{A}}_P = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Hosszirányú nyúlás: } \varepsilon_x = \kappa y = \frac{1}{R} y = \frac{\sigma_x}{E}. \\ \text{Keresztirányú nyúlások: } \varepsilon_k = \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x \\ \kappa \text{ a középvonal görbülete, } R \text{ a középvonal görbületi sugara,} \\ E \text{ a rugalmassági modulus, } \nu \text{ a Poisson tényező.} \end{array}$$

(36) Milyen esetben beszélünk egyenes hajlításról?

Ha az \vec{M}_h hajlító nyomaték vektor párhuzamos a keresztmetszet valamelyik S ponti tehetetlenségi főtengelyével.

(37) Hogyan számítható ki tiszta egyenes hajlás esetén a legnagyobb feszültség? Definálja a keresztmetszet veszélyes pontját!

$$\sigma_{x\max} = \frac{|M_{hz}|}{I_z} |e_{\max}| = \frac{|M_{hz}|}{K_z},$$

e_{\max} a keresztmetszet z tengelytől legtávolabb levő pontjának y koordinátája,

K_z a keresztmetszet z tengelyre számított keresztmetszeti tényezője.

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az a pontja, ahol a $\sigma_{x\max}$ fellép.

(38) Hogyan számítható ki tiszta egyenes hajlás esetén a fajlagos alakváltozási energia és az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia?

- a fajlagos (egységnyi térfogatra eső) alakváltozási energia: $u = \frac{1}{2} \varepsilon_x \sigma_x$.

- az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia: $U = \int_{(V)} u dV = \frac{1}{2} \frac{M_{hz}^2}{I_z E} l$,

V a rúd térfogata, l a rúd hossza, M_{hz} a hajlító nyomaték, I_z a rúdkeresztmetszet z tengelyre számított másodrendű nyomatéka, E a rugalmassági modulus.

(39) Értelmezze keresztmetszet tengelyre, tengelypárra számított és poláris másodrendű (tehetetlenségi) nyomatékait!

$$I_z = \int_{(A)} y^2 dA > 0, \quad I_y = \int_{(A)} z^2 dA > 0 \quad \text{- a keresztmetszet } z \text{ és } y \text{ tengelyre számított másod-}$$

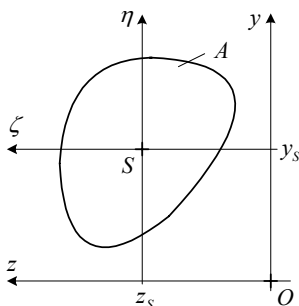
rendű (tehetetlenségi) nyomatéka,

$$I_{yz} = I_{zy} = \int_{(A)} yz dA = \int_{(A)} zy dA \quad \text{- a keresztmetszet } yz, \text{ vagy } zy \text{ tengelypárra számított má-}$$

sodrendű (tehetetlenségi) nyomatéka.

$$I_p = \int_{(A)} r^2 dA = \int_{(A)} (x^2 + y^2) dA > 0 \quad \text{- a keresztmetszet poláris másod-}$$

(40) Ismertesse a Steiner-tételt!



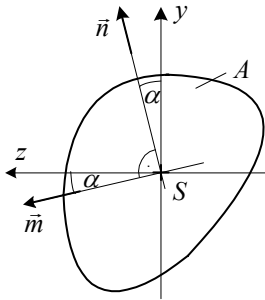
$$I_y = I_\eta + A z_s^2,$$

$$I_z = I_\zeta + A y_s^2,$$

$$I_{yz} = I_{\eta\zeta} + A z_s y_s.$$

A Steiner-tétel az S ponti és az azzal párhuzamos tengelyekre számított tehetetlenségi nyomatékok közötti összefüggést adja meg.

(41) A keresztmetszet S ponti xy koordináta-rendszerében vett tehetetlenségi tenzora ismeretében hogyan számíthatók ki a keresztmetszet S ponti n, m tengelyeire számított tehetetlenségi nyomatékok?



$$\underline{I}_{=S} = \begin{bmatrix} I_y & -I_{yz} \\ -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$

$$I_n = \vec{n} \cdot \underline{I}_{=S} \cdot \vec{n} ,$$

$$I_m = \vec{m} \cdot \underline{I}_{=S} \cdot \vec{m} .$$

$$I_{nm} = I_{mn} = -\vec{n} \cdot \underline{I}_{=S} \cdot \vec{m} = -\vec{m} \cdot \underline{I}_{=S} \cdot \vec{n}$$

(42) Adja meg keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyeinek és fő tehetetlenségi nyomatékainak értelmezését!

Tehetlenségi főirány az az 1 és 2 jelű irány (tengely), amelyekre a tengelypárra számított tehetlenségi nyomatékok eltűnnek: $I_{12} = I_{21} = 0$. Az 1 és 2 jelű tengelyek (főtengelyek) mindig merőlegesek egymásra.

Fő tehetlenségi nyomatékok az 1 és 2 jelű főtengelyekre számított másodrendű nyomatékok.

(43) Ismertesse a tehetlenségi főtengelyekre vonatkozó tételeket!

- Minden keresztmetszet esetén létezik legalább egy tehetlenségi főtengely-pár, amely főtengelyek merőlegesek egymásra.
- A keresztmetszet szimmetria-tengelye mindig tehetlenségi főtengely. A szimmetria-tengelyre merőleges S ponti tengely is mindig tehetlenségi főtengely.
- Ha a keresztmetszetnek kettőnél több S ponti tehetlenségi főtengelye van, akkor a keresztmetszet S pontján átmenő minden tengely tehetlenségi főtengely, amelyekre számított tehetlenségi nyomaték megegyezik: $I = I_1 = I_2$.

(44) Milyen esetben beszélünk tiszta csavarásról? Milyen keresztmetszetű rudak tiszta csavarásával foglalkozunk?

Tiszta csavarás: a rúd valamennyi keresztmetszetének igénybevétele kizárólag csavarás. Csak kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak csavarásával foglalkozunk.

(45) Írja fel henger koordináta-rendszerben kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak tiszta csavarása esetén a rúd P pontjában a feszültségi tenzort!

$$\begin{bmatrix} \underline{F}_{=P} \\ (R\varphi x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi x} \\ 0 & \tau_{x\varphi} & 0 \end{bmatrix} ,$$

$$\tau_{x\varphi}(R) = \tau_{\varphi x}(R) = \frac{M_c}{I_p} R .$$

Az összefüggésben M_c a csavaró nyomaték, I_p a rúd keresztmetszetének poláris másodrendű nyomatéka, R annak a pontnak a helykoordinátája, ahol a feszültséget meg akarjuk határozni.

(46) Írja fel henger koordináta-rendszerben kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak tiszta csavarása esetén a rúd P pontjában az alakváltozási tenzort!

$$\left[\begin{array}{ccc} \underline{\underline{A}} \\ (R\varphi x) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \gamma_{\varphi x} \\ 0 & \frac{1}{2} \gamma_{x\varphi} & 0 \end{array} \right] \quad \gamma_{\varphi x}(R) = \gamma_{x\varphi}(R) = \vartheta R = \frac{\tau_{\varphi x}}{G}$$

R annak a pontnak a helykoordinátája, ahol az alakváltozást meg akarjuk határozni, ϑ = állandó - fajlagos szögelfordulás, G a csúszató rugalmassági modulus.

(47) Hogyan számítható ki kör és körgyűrű keresztmetszetű rudak tiszta csavarása esetén a fajlagos alakváltozási energia és az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia?

- a fajlagos (egységnyi térfogatra eső) alakváltozási energia: $u = \frac{1}{2} \gamma_{x\varphi} \tau_{x\varphi}$.

- az egész rúdban felhalmozott alakváltozási energia: $U = \int_{(V)} u dV = \frac{1}{2} \frac{M_c^2}{I_p G} l$,

V a rúd térfogata, l a rúd hossza, M_c a csavaró nyomaték, I_p a rúdkeresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka, G a csúszató rugalmassági modulus.

(48) Hogyan számítható ki csavarás esetén a legnagyobb feszültség? Definiálja a keresztmetszet veszélyes pontját!

$$\left| \tau_{\varphi x} \right|_{\max} = \tau_{\max} = \frac{M_c D}{I_p 2} = \frac{M_c}{K_p},$$

D a keresztmetszet külső átmérője, K_p a keresztmetszet poláris keresztmetszeti tényezője.

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az a pontjai, ahol a $\tau_{\varphi x \max}$ fellép.

(49) Adja meg prizmatikus rudak szabad és gátolt csavarásának definícióját!

Szabad csavarás esetén a rúd pontjainak középvonal irányú elmozdulását semmi nem akadályozza.

Gátolt csavarás esetén a rúd pontjai nem mozdulhatnak el tetszőlegesen a középvonal irányában.

(50) Milyen esetben beszélünk stabilitásvesztésről, mi a kritikus erő?

Stabilitásvesztés: A rudat az egyenes helyzetből kis hatással kimozdítva, a rúd nem tér vissza az egyenes alakhoz.

Kritikus erő: Az az erő, amelynél a stabilitásvesztés bekövetkezhet.

(51) Írja fel az Euler-féle hiperbola és a Tetmajer-féle egyenes egyenletét:

$$\text{Euler-féle hiperbola: } \sigma_{krit} = \sigma_{krit}(\lambda) = \pi^2 \frac{E}{\lambda^2}.$$

$$\text{Tetmajer-féle egyenes: } \sigma_{krit} = \sigma_{krit}(\lambda) = -\frac{R_{p0,2} - R_A}{\lambda_A} \lambda + R_{p0,2}.$$

λ a rúd karcsúsági tényezője, E a rúd anyagának rugalmassági modulusa,

$R_{p0,2}$ a rúd anyagának folyáshatára, R_A a rúd anyagának arányossági határa.

(52) *Értelmezze szilárd test P pontjának (a P pont elemi környezetének) feszültségi állapotát!*

A P pont (a P pont elemi környezetének) feszültségi állapotát az adott P ponton átmenő valamennyi \vec{n} normálisú síkon ébredő $\vec{\rho}_n$ feszültségvektorok összessége, halmaza alkotja.

(53) *Hogyan adható meg egyértelműen P pont feszültségi állapota?*

- A P pontbeli feszültségi állapotot a feszültségi tenzor egyértelműen meghatározza:

$$\left[\underline{\underline{F}}_P \right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

- A P pontbeli feszültségállapotot három, egymásra kölcsönösen merőleges elemi felületen fellépő feszültségvektor egyértelműen meghatározza. (Pl. $\vec{\rho}_x, \vec{\rho}_y, \vec{\rho}_z$)

(54) *Ismertesse a τ csúsztató feszültségek dualitásának tételét!*

Bármely két, egymásra merőleges síkon, a síkok metszésvonalára merőleges τ feszültségek egyenlő nagyságúak és mindkettő egyformán vagy a metszésvonal felé, vagy azzal ellentétes irányban mutat.

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}.$$

(55) *Adja meg feszültségi főirány, főfeszültség, főfeszültségi sík definícióját!*

Ha az \vec{e} egységvektorra merőleges felületen $\vec{\tau}_e = \vec{0}$, azaz $\vec{\rho}_e = \sigma_e \vec{e}$, akkor az \vec{e} irány feszültségi főirány (feszültségi főtengely), a σ_e főfeszültség és az \vec{e} -re merőleges elemi sík főfeszültségi sík.

(56) *Értelmezze szilárd test P pontjának (a P pont elemi környezetének) alakváltozási állapotát!*

Elemi környezet (pont) alakváltozási állapotát a ponton átmenő valamennyi \vec{n} irányú egységnyi hossz és valamennyi $\vec{n} \cdot \vec{m} = 0$ (egymásra merőleges) irányok által bezárt 90° -os szög megváltozásának összessége, halmaza alkotja.

(57) *Hogyan adható meg egyértelműen P pont alakváltozási állapota?*

- A P pontbeli alakváltozási állapotot az alakváltozási tenzor egyértelműen meghatározza:

$$\left[\underline{\underline{A}}_P \right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}.$$

- A P pontbeli alakváltozási állapotot a P pontban felvett három, egymásra kölcsönösen merőleges egységnyi hossz végpontjainak elmozdulásai egyértelműen meghatározzák.

(58) Adja meg a homogén, izotróp, lineárisan rugalmas test (anyag) definícióját!

Homogén: Az anyagi tulajdonságok a test minden pontjában azonosak.

Izotróp: Az anyagi tulajdonságok nem függenek az iránytól.

Lineárisan rugalmas: A feszültségek és az alakváltozási jellemzők között lineáris függvénykapcsolat áll fenn.

(59) Írja fel az általános Hooke törvényt és adja meg az összefüggésekben szereplő mennyiségek jelentését!

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2G} \left(\underline{\underline{F}} - \frac{\nu}{1+\nu} F_I \underline{\underline{E}} \right), \quad \underline{\underline{F}} = 2G \left(\underline{\underline{A}} + \frac{\nu}{1-2\nu} A_I \underline{\underline{E}} \right)$$

$\underline{\underline{A}}$ - az alakváltozási tenzor,

$\underline{\underline{F}}$ - a feszültségi tenzor,

G - a csúsztató rugalmassági modulus,

ν - a Poisson tényező

$F_I = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ -- a feszültségi tenzor első skalár invariánsa,

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ -- főfeszültségek,

$A_I = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ -- az alakváltozási tenzor első skalár invariánsa,

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ -- főnyúlások,

$\underline{\underline{E}}$ - az egységtenzor (az egység tenzor mátrixa: $\left[\underline{\underline{E}} \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$).

(60) Adja meg a redukált feszültség definícióját!

Redukált feszültség / összehasonlító feszültség / egyenértékű feszültség: olyan feszültség, amely a pontbeli feszültség állapotot a károsodás szempontjából egyértelműen jellemzi.

A redukált feszültség bevezetésével a tetszőleges térbeli feszültségi állapotot egytengelyű feszültségi állapotra vezetjük vissza.

(61) A Coulomb-elmélet szerint mikor következik be tönkremenetel? Hogyan értelmezzük a Coulomb-féle redukált feszültséget? Milyen anyagok esetén adja meg jól a Coulomb-elmélet a tönkremenetel bekövetkezését?

- Tönkremenetel az anyag egy pontjában akkor következik be, ha ott a legnagyobb normál-feszültség eléri a szakító, vagy a nyomó szilárdság értékét.

$$\sigma_{red} (Coulomb) = \max(|\sigma_1|, |\sigma_3|).$$

- A Coulomb-elmélet rideg anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekövetkezését abban az esetben, ha van egy domináns főfeszültség, amihez képest a másik két főfeszültség kicsi.

(62) A Mohr-elmélet szerint két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából mikor azonosan veszélyes? Hogyan értelmezzük a Mohr-féle redukált feszültséget? Milyen anyagok esetén adja meg jól a Mohr-elmélet a tönkremenetel bekövetkezését?

- Két általános térbeli feszültségállapot tönkremenetel szempontjából akkor azonosan veszélyesség, ha a hozzájuk tartozó legnagyobb Mohr kör átmérője megegyező.

$$- \sigma_{red}(\text{Mohr}) = \sigma_1 - \sigma_3 .$$

- A Mohr-elmélet alakítható anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekövetkezését.

(63) *A Huber-Mises-Hencky-elmélet szerint két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából mikor azonosan veszélyes? Hogyan értelmezzük a Huber-Mises-Hencky-féle redukált feszültséget? Milyen anyagok esetén adja meg jól a Huber-Mises-Hencky-féle a tönkremenetel bekövetkezését?*

- Két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából akkor azonosan veszélyes, ha u_T torzulási alakváltozási energiájuk megegyezik.

$$- \sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{I}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} , \quad \text{vagy}$$

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{I}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]} .$$

- A Huber-Mises-Hencky elmélet alakítható anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekövetkezését. A Mohr és a Huber-Mises-Hencky elmélet szerint számított redukált feszültség csak kis mértékben tér el egymástól.

(64) *Írja le rúdszerkezetek esetén a feszültségcsúcsra történő szilárdságtani méretezés, ellenőrzés általános gondolatmenetét!*

- A rúdszerkezet veszélyes keresztmetszetének (keresztmetszeteinek) megkeresése. Az a keresztmetszet a veszélyes, amelyben az igénybevételek a legnagyobbak.
- A veszélyes keresztmetszeten a veszélyes pontok megkeresése. Az a pont veszélyes, ahol a σ_{red} redukált feszültség a legnagyobb.
- A veszélyes pontban (pontokban) a méretezés, ellenőrzés elvégzése.

$$\sigma_{red \max} \leq \sigma_{meg} .$$

(65) *Milyen esetben beszélünk összetett igénybevételről? Ismertesse a szuperpozíció elv rudak összetett igénybevételeire vonatkozó alakját!*

- Összetett igénybevétel: ha a rúdiban legalább két igénybevételi koordináta különbözik nullától.

Ilyen eset például: $N, M_h \neq 0$, vagy $M_h, M_c \neq 0$, stb.

- Összetett igénybevételek esetén az egyszerű igénybevételek szilárdságtani állapotai összegződnek.

(66) *Definiálja a zérusvonal fogalmát és írja fel a zérusvonal egyenletét húzás-nyomás és egyenes hajlítás esetén!*

Zérusvonalról egytengelyű feszültségállapot esetén beszélhetünk. A zérusvonalat a keresztmetszet azon pontjai alkotják, ahol a σ_x feszültség zérus.

A zérusvonal egyenlete húzás-nyomás és egyenes hajlítás esetén:

$$\sigma_x = 0 = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y_0 \quad \Rightarrow \quad y_0 = -\frac{N}{M_{hz}} \frac{I_z}{A} .$$

(67) *Írja le a ferde hajlítás mindkét értelmezését!*

Ha az \vec{M}_h nyomatékvektor nem párhuzamos a keresztmetszet egyik főtengelyével sem.

Ha az \vec{M}_h nyomatékvektor nem párhuzamos a zérusvonallal.

(68) *Hogyan határozható meg ferde hajlítás esetén a rúdban fellépő σ_x feszültség és a zérusvonal?*

A rúdban fellépő feszültség: $\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z$, ahol z és y a keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyei.

A zérusvonal egyenlete: $\sigma_x = 0 = \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z \Rightarrow y = y(z) = -\frac{M_{hy}}{M_{hz}} \frac{I_z}{I_y} z$.

(69) *Milyen esetben beszélünk külpontos húzásról (nyomásról)?*

Ha a keresztmetszetre ható erőrendszer eredője a rúd tengelyével párhuzamos egyetlen olyan erő, amelynek hatásvonalja nem megy át a keresztmetszet S súlypontján.

(70) *Hogyan határozható meg excentrikus (külpontos) húzás-nyomás esetén a rúdban fellépő σ_x feszültség és a keresztmetszet veszélyes pontjai?*

- A rúdban fellépő feszültség: $\sigma_x = \sigma_{x_N} + \sigma_{x_H} = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z$, ahol z és y a keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyei.

- Excentrikus (külpontos) húzás-nyomás esetén a veszélyes pontok a keresztmetszetnek a zérusvonalától legtávolabb levő pontjai.

(71) *Adja meg excentrikus (külpontos) húzás-nyomás esetén a magidom (a keresztmetszet belső magja) definícióját!*

A magidom azon támadáspontok mértani helye, amelyeken ható F erő esetén a keresztmetszeten csak egyféle előjelű feszültségek keletkeznek.

(72) *Milyen feltételezések mellett érvényes a prizmatikus rúd hajlítás és nyírására kapott közelítő megoldás?*

- A z és y a keresztmetszet S ponti tehetetlenségi főtengelyei és egyenes hajlításról van szó.
- A z tengellyel párhuzamos egyenes mentén a nyírásból származó $\vec{\tau}_x$ feszültségek az y tengelyen egy pontban metszik egymást.
- A z tengellyel párhuzamos egyenes mentén τ_{xy} állandó.

(73) *Hogyan határozhatók meg hajlítás és nyírás esetén a rúdban fellépő feszültségek?*

Hajlításból: $\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y$, nyírásból: $\tau_{yx} = -\frac{T_y S_{1z}(y)}{I_z a(y)}$, ahol

T_y – a nyíróerő, M_{hz} – a hajlító nyomaték,

I_z – a keresztmetszet z tengelyre számított tehetetlenségi nyomatéka,

$S_{1z}(y)$ - a keresztmetszet $y = \text{áll.}$ egyenes fölötti részének statikai nyomatéka a z tengelyre és $a(y)$ - az $y = \text{áll.}$ egyenes keresztmetszetre eső metszetének hossza.

(74) Definiálja keresztmetszet nyírási középpontját és ismertesse a nyírási középpont szerepét a keresztmetszet igénybevételeinek meghatározásánál!

A nyírási középpont a keresztmetszeten fellépő τ csúsztató feszültségek eredőjének támadáspontja.

Ha a terhelés eredőjeként adódó nyíróerő nem megy át a keresztmetszet C_T nyírási középpontján, akkor a keresztmetszet nemcsak hajlítva és nyírva, hanem csavarva is van. A csavaró nyomatékot a terhelés eredőjének a nyírási középpontra számított nyomatéka adja.

(75) Hogyan számítható az alakváltozási energia rúdszerkezetek esetén?

$$U = \int_{(V)} u dV = \underbrace{U_N}_{\substack{\text{húzás-nyomási} \\ \text{alakváltozási} \\ \text{energia}}} + \underbrace{U_H}_{\substack{\text{hajlítási} \\ \text{alakváltozási} \\ \text{energia}}} + \underbrace{U_C}_{\substack{\text{csavarási} \\ \text{alakváltozási} \\ \text{energia}}} + \underbrace{U_T}_{\substack{\text{nyírási} \\ \text{alakváltozási} \\ \text{energia}}}$$

$$\text{Ha } U_T \approx 0, \text{ akkor } U = \frac{1}{2} \int_{(l)} \left(\frac{N^2}{AE} + \frac{M_{hz}^2}{I_z E} + \frac{M_{hy}^2}{I_y E} + \frac{M_c^2}{I_p G} \right) dx, \text{ ahol}$$

E - a rugalmassági modulus, G - a csúsztató rugalmassági modulus,

A - a keresztmetszet területe,

I_z, I_y - a keresztmetszet z és y tehetetlenségi főtengelyeire számított másodrendű nyomatékok, I_p - a keresztmetszet poláris másodrendű nyomatéka,

N - a rúderő, M_{hz}, M_{hy} - hajlító nyomatékok, M_c - csavaró nyomaték.

(76) Ismertesse a Betti-tétel leggyakrabban használt alakját!

$$W_{21} = U_{12}.$$

A 2. erőrendszer munkája az 1. erőrendszer által okozott alakváltozásokon egyenlő az alakváltozási energia „vegyes” részével.

$$W_{21} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i'' \cdot \vec{t}_i' + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j'' \cdot \vec{\varphi}_j' \text{ a 2. erőrendszer munkája az 1. erőrendszer által okozott alakváltozáson.}$$

$$U_{12} = \int_{(l)} \left(\frac{N'N''}{AE} + \frac{M'_{hz}M''_{hz}}{EI_z} + \frac{M'_{hy}M''_{hy}}{EI_y} + \frac{M'_cM''_c}{I_p G} \right) dx \text{ az alakváltozási energia „vegyes” része.}$$

(77) Ismertesse a Castigliano tétel síkbeli esetre vonatkozó alakját!

$$u_i = \frac{\partial U}{\partial F_{xi}}, \quad v_i = \frac{\partial U}{\partial F_{yi}}, \quad \varphi_i = \frac{\partial U}{\partial M_{zi}}.$$

Az 1. és 2. összefüggés: A szerkezetet terhelő F_i erő támadáspontjának az F_i erő irányba eső elmozdulása egyenlő a szerkezet alakváltozási energiájának az F_i erő szerint vett deriváltjával.

A 3. összefüggés: A szerkezetet terhelő M_{z_i} nyomaték támadáspontjában levő keresztmetszet φ_i szögelfordulása egyenlő az alakváltozási energiának a φ_i szögelfordulással megegyező irányú M_{z_i} nyomaték szerint vett deriváltjával.

(78) Írja le a statikailag határozott és a statikailag határozatlan szerkezet definícióját!

Statikailag határozott szerkezet:

A szerkezetre felírható, egymástól független statikai egyensúlyi egyenletek száma megegyezik a szerkezet ismeretlen belső és támasztó erő koordinátáinak (a statikai ismeretlenek) számával.

Statikailag határozatlan szerkezet:

A szerkezetre felírható, egymástól független statikai egyensúlyi egyenletek száma kisebb, mint a szerkezet ismeretlen belső és támasztó erő koordinátáinak száma.

(79) Írja le statikailag határozatlan szerkezet támasztó erőrendszerének meghatározásának gondolatmenetét!

- A tartó statikailag határozottá tétele kényszer(ek) elhagyásával .
- Olyan kinematikai korlátozás előírása, ami az elhagyott kényszert helyettesíti.
- A Castigliáno tétel alkalmazása a kinematikai korlátozásnál fellépő támasztóerő / támasztónyomatéki koordináta meghatározására.
- Statikai egyensúlyi egyenletekből a többi támasztóerő / támasztónyomatéki koordináta meghatározása.