

### 3. A csomagolandó termékek viselkedése a logisztikában ható igénybevételekre

#### 3.1. A környezeti hatások rendszerezése

A csomagolás megtervezéséhez alapvető ismernünk, hogy azok hogyan képesek elviselni a logisztikában előforduló külső hatásokat, igénybevételeket. A minimálisan szükséges csomagolás védelmi funkciójának megtervezésénél ugyanis a termék által elviselhető hatások és a logisztikából érkező külső hatások különbségét kell csak elviselni. Csak ezen az úton juthatunk el a csomagolás optimalizálásához. Ebben a fejezetben azt tekintem át, hogy a csomagolandó termék milyen jellemzőit milyen számításokkal kell meghatároznom ahhoz, hogy össze tudjam vetni a logisztikai igénybevételekkel.

#### 3.2. Környezeti feltételek osztályozása

A következő, legáltalánosabban alkalmazott szállítási módokat kell figyelembe vennünk, mint környezeti feltételeket, amelyek egy gyártó által kibocsátott kész gyártmány egyik helyről a másik helyre való mozgását szolgálják.

- Közúti szállítás: személygépkocsik, tehergépkocsik, nyerges-vontatók, tandem szerelvények, tehergépkocsi utánfutók;
- Vasúti szállítás: egyedi továbbítású vasúti kocsik, irányvonatok;
- Vízi szállítás: belvízi és tengeri hajók, légpárnás siklóhajók;
- Légi szállítás: repülőgépek és helikopterek;
- Kombinált szállítás: a közúti, vasúti, vízi és légi szállítások permutációja
- Anyagmozgatás: daruk, szállítoszalagok, targoncák, stb.

Itt fontos megjegyezni, hogy a megadott környezeti jellemzők egyes kombinációi jelentősen felerősíthetik a gyártmányra kifejtett hatást. Ez különösen vonatkozik a biológiai ártevőkkel és a kémiai vagy mechanikailag aktív anyagokkal egyidejűleg fellépő nagy relatív légnedvességre.

A klimatikus feltételek osztályozása:

	Környezeti jellemző	Mértékegység
a)	Kis léghőmérséklet	°C
b)	Nagy léghőmérséklet szellőztetés nélküli burkolatban	°C
c)	Nagy léghőmérséklet szellőztetett burkolatban, vagy szabadterben	°C
d)	Hőmérsékletváltozás levegő/levegő között	°C
e)	Hőmérsékletváltozás levegő/víz között	°C
f)	Relatív légnedvesség, nincs kombinálva gyors hőmérsékletváltozással	% °C
g)	Relatív légnedvesség gyors hőmérsékletváltozással kombinálva, levegő/levegő között	% °C
h)	Abszolút légnedvesség, gyors hőmérsékletváltozással kombinálva,	g/m <sup>3</sup> °C

	levegő/levegő között, nagy víztartalom mellett	
i)	Kis légnyomás	kPa
j)	Légnyomásváltozás	kPa/min
k)	A környező közeg mozgása, levegő	m/s
l)	Csapadék, eső	mm/min
m)	Napsugárzás	W/m <sup>2</sup>
n)	Hősugárzás	W/m <sup>2</sup>
o)	Víz, az esőtől eltérő formában	m/s
p)	Nedvesség (nedvesedés)	Nincs

***Biológiai feltételek osztályozása:***

	Környezeti jellemző	Mértékegység
a)	Flóra (Növényvilág)	Nincs
b)	Fauna (Állatvilág)	Nincs

***A kémiai aktív anyagok osztályozása:***

	Környezeti jellemző	Mértékegység
a)	Tengeri sók	Nincs
b)	Kén-dioxid	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
c)	Kén-hidrogén	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
d)	Nitrogén-oxidok	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
e)	Ózon	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
f)	Hidrogén-klorid	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
g)	Hidrogén-fluorid	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
h)	Ammónia	mg/m <sup>3</sup> cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>

***A mechanikailag aktív anyagok osztályozása:***

	Környezeti jellemző	Mértékegység
a)	Homok a levegőben	g/m <sup>3</sup>
b)	Üledő por	mg/(m <sup>2</sup> .h)

***A mechanikai feltételek osztályozása:***

	Környezeti jellemző	Mértékegység
a)	Stacionárius rezgés, szinuszos kitérési amplitudó gyorsulási amplitudó frekvenciasáv	mm m/s <sup>2</sup>
b)	Stacionárius rezgés, random spektrális gyorsulásűrűség frekvenciasáv	m <sup>2</sup> /s <sup>4</sup> /Hz Hz
c)	Nem stacionárius rezgés, beleértve az esést	

	csúcsgyorsulás	$\text{m/s}^2$
d)	<i>Leesés</i>	
	tömeg < 20 kg	m
	tömeg 20-100 kg	m
	tömeg > 100 kg	m
e)	<i>Felborulás</i>	
	tömeg < 20 kg	m
	tömeg 20-100 kg	m
	tömeg > 100 kg	m
f)	<i>Ringás, bukdácsolás</i>	
	szög	fok
	periódus	s
g)	<i>Állandó gyorsulás</i>	$\text{m/s}^2$
h)	<i>Statikus terhelés</i>	kPa

### 3.3. A csomagolandó termékek két jellemző dinamikai igénybevétele és hatásuk analízise

#### 3.3.1. Ütési tranziens igénybevételek

##### 3.3.1.1. Az ütés laboratóriumi szimulálása és az ütés mérése

A logisztikában gyakran előfordul, hogy a csomagolt termékek leesnek különböző magasságokból, rakfelületen másik csomagnak nekiütköznek, vagy pályahibákon áthaladva felugranak és a rakfelületre visszaesnek. Ezeket az egyedi jellegű igénybevételeket nevezzük ütési igénybevételnek. Ahhoz, hogy a csomagolástechnikai védelmi rendszer megtervezhető legyen, ismernünk kell a termékek ütésállóságát. Ugyanis ha ezt ismerjük, továbbá valószínűsíthetjük, hogy a gyakorlatban ezek az ütési igénybevételek mekkorák és hányszor fordulnak elő, akkor meg tudjuk tervezni a minimálisan szükséges párnázó anyag vastagságát. Ennek a gazdasági jelentősége is nagy, hiszen egyrészt takarékoskodni tudunk a költséges párnázó anyaggal, továbbá kisebb lesz az a holt térfogat, amelyet a párnázó anyag tölt ki. Így a csomagolás külső mérete kisebb lesz és ezzel növelhető a jármű raktér kihasználtsága.

Az ütési igénybevételek szimulálására és mérésére alkalmas összeállítás a 23. ábrán látható. A mérőrendszer elemei a következők:

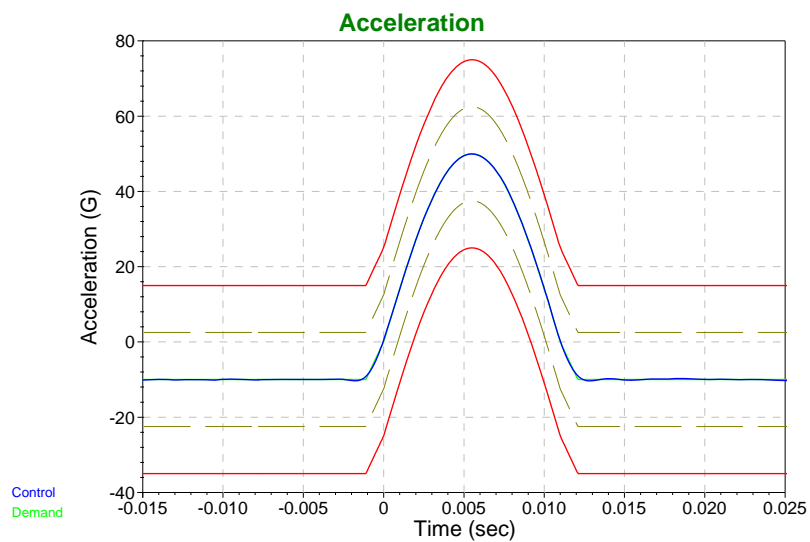
1. TIRA típusú ütésállóság vizsgáló berendezés, mely a következő paraméterekkel rendelkezik:

- ütési jelalak félszínusz
- maximális gyorsulás csúcsérték 180g
- maximális jellefutási idő 5 - 30ms
- az ütés-soronkövetkezés lehetsége frekvenciája 0-5Hz

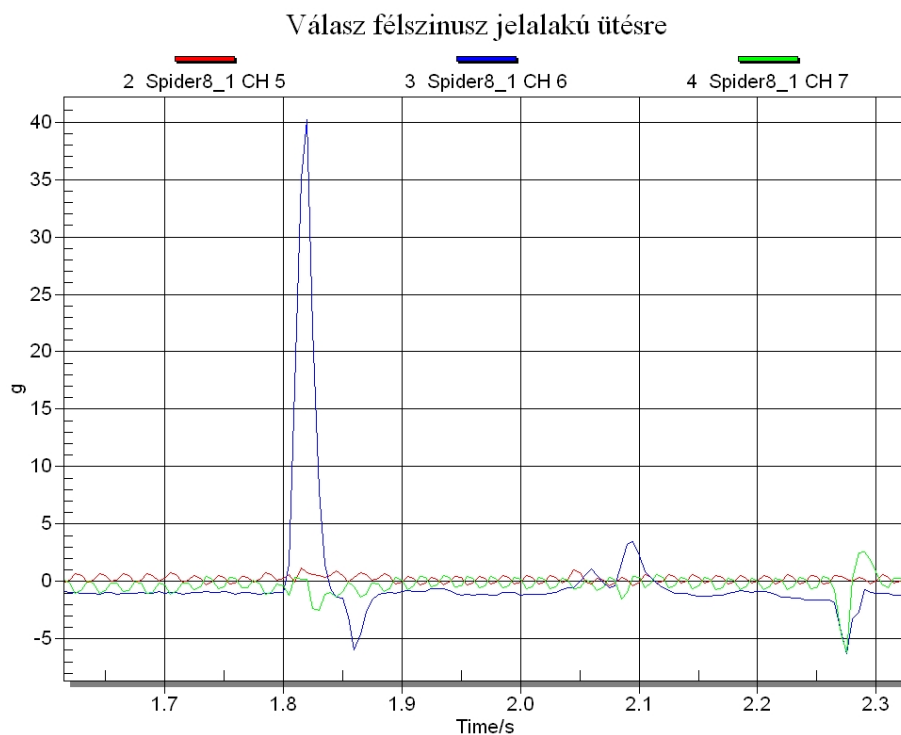


24. ábra. Ütési igénybevétel szimulálása TIRA típusú ütészállóság-vizsgáló berendezésen

A vizsgálati folyamat azzal kezdődik, hogy a csomagolandó terméket az ütőasztalra rögzítjük, majd a várhatóan kritikus elemre rögzítjük a gyorsuláscsúcsértékét és első fázisban a gyorsulás csúcsértékét addig növeljük, amíg a sérülés bekövetkezik. A második fázisban egy alacsony gyorsulásszinten a jellefutás időtartamát növeljük mindaddig, amíg sérülés nem következik be. Ha ezen a gyorsulásszinten a legnagyobb jellefutási időtartam alatt sem következik be sérülés, egy diszkrét lépéssel egy magasabb gyorsulásértéken ezt a folyamatot megismételjük, amíg sérülés be nem következik. A 25/a és b ábra erre vonatkozóan mutatja be a mérési impulzus tartományát.

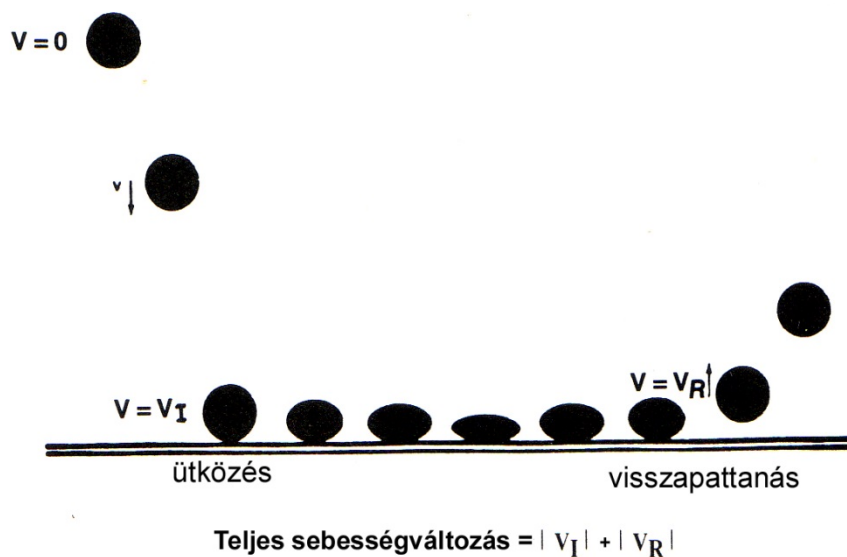


25./a ábra. Az ütőasztalon mért input pozitív irányú ütés félszínuszos jelalakja (50g, 12ms)



25./b ábra. Az ütőasztalra rögzített vizsgálati terméken mért „válasz” gyorsulás-idő függvénye

A csillapítás elméletére rátérve a 26. ábrán látható a leeső termék mozgásait, amely tulajdonképpen analóg az ütőasztali vizsgálat során keletkező mozgással.



26. ábra. A leeső termék mozgása

### 3.3.1.2 A csomag szabad esése

Ha a csomag szabadon esik, akkor a következő alapösszefüggésekkel kell számolni (ütközési sebesség,  $v_I$ ,  $t$  a termék esésének időtartama,  $h$  az esés magassága).

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v_I = \sqrt{2gh}$$

Visszapattanási sebesség:

$$v_R = kv_I \quad (2.1)$$

,ahol  $k$  az ütközési tényező (értéke teljesen rugalmatlan ütközésénél 0, teljesen rugalmas ütközésénél 1.

Teljes sebesség változás,  $\Delta v$  (26. ábra szerint)

$$\Delta v = |v_I| + |v_R| \quad (2.2)$$

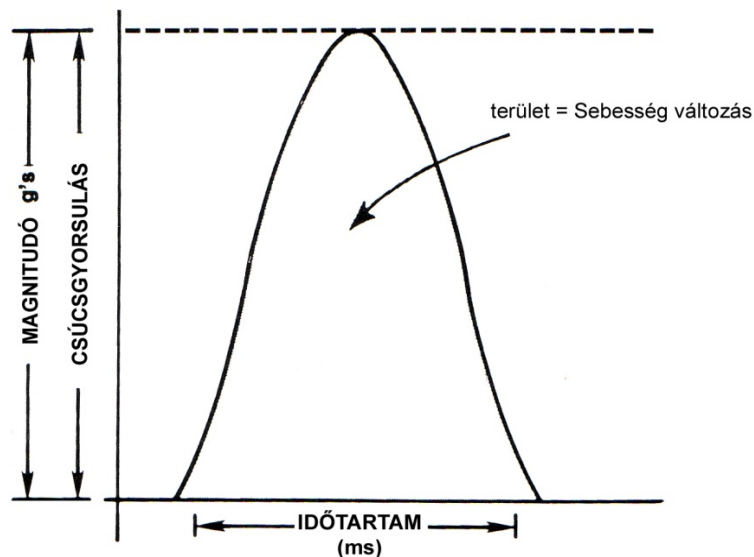
vagy, mivel ismerjük  $k$ -t és  $v_I$ -t

$$\Delta v = (1+k)v_I = (1+k)\sqrt{2gh} \quad (2.3)$$

Mert,

$$0 \leq k \leq 1$$

$$\sqrt{2gh} \leq \Delta v \leq 2\sqrt{2gh} \quad (2.4)$$

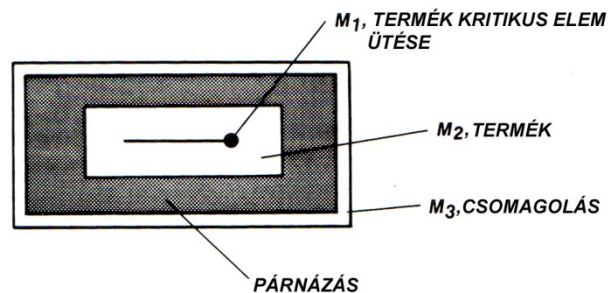


27. ábra. Az ütés paramétereinek közötti összefüggések

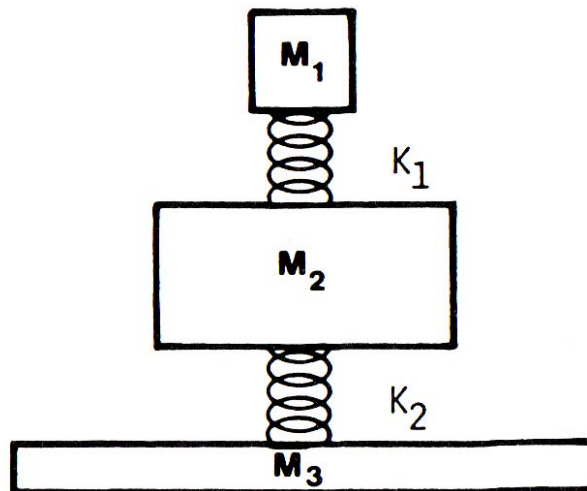
### 3.3.1.3. A mechanikai ütés elmélete

Ha már ismerjük a termék ütés hatására megnyilvánuló tulajdonságait, megkezdhetjük a csomagolástechnikai párnázás méretezését. A 28. ábra azt mutatja be, hogy a termék-csomagolás

rendszer milyen elemekből áll. A vizsgálat szempontjából legfontosabb rész a szükséges párnázás megtervezése. A párnázás mindig rugalmas anyaggal történik, hogy az ütközési energiát alakváltozási munkával nyeljük el. Mivel a párnázó anyag rugalmas ezért a csomagolt rendszer a 29. ábrán látható lengő rendszerrel modellezhető. Természetesen a gyakorlatban ez a lengő rendszer sohasem lineáris. Azonban a nem lineáris lengőrendszerek mechanikai és matematikai modellezése rendkívül komplikált, ezért kiindulási adatként kezelhetjük lineárisnak is. A gyakorlati mérési tapasztalatok azt mutatják, hogy a továbbiakban ismertetésre kerülő lineáris modell segítséget ad a tervezés durva fázisához. Ennek meghatározása után viszont mindenképpen szükség van a 33. ábrán látható rendszerrel klimatizált körülmények között megismételt mérések végzésére.



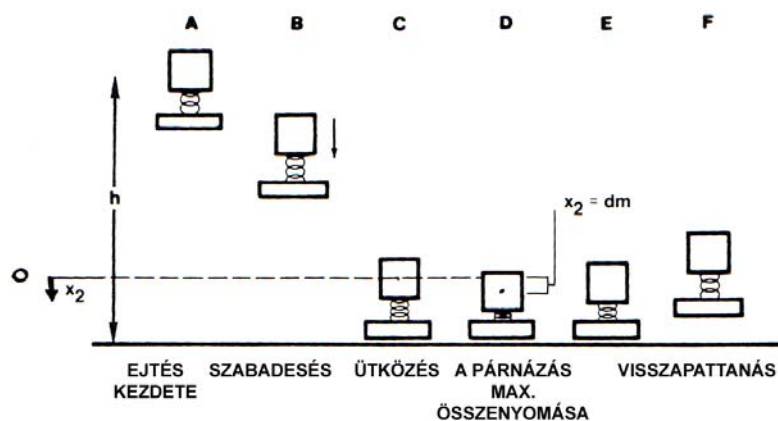
28. ábra. Egy termék-csomagolás rendszer elvi vázlatja



- $M_2$ : a termék tömege (kg)  
 $M_1$ : a kritikus elem tömege (kg)  
 $M_3$ : a külső csomagolás tömege (kg)  
 $k_1$ : kritikus elem rugóállandója (N/m)  
 $k_2$ : párnázás rugóállandója (N/m)

$$M_1 \ll M_2$$

29. ábra. Lineáris lengőrendszer modellje



30. ábra. Egy termék-csomagolási rendszer felütkezőési folyamata

A rendszer leesésének és visszapattanásának folyamata a 30. ábrán látható.  
A helyzeti energia az A pontban:

$$PE = M_2 gh = W_2 h \quad (2.5)$$

Az energia egyensúly a felütkezés pillanatában:

$$KE = 1/2 M_2 (2gh)^2 = M_2 gh = W_2 h \quad (2.6)$$

A párnázás energia elnyelő képessége:

$$E = 1/2 k_2 x_2^2 \quad , \text{ ahol } x_2 \text{ a párna maximális összenyomódása} \quad (2.7)$$

A párna dinamikus összenyomódása konkrét ütés hatására:

$$d_m = \sqrt{\frac{2W_2 h}{k_2}} \quad (2.8)$$

A D pontban a párnázás összenyomódása:

$$E_{\max} = 1/2 k_2 d_m^2 \quad (d_{m \max} = x_2) \quad (2.9)$$

$$KE = W_2 h = E_{\max} = 1/2 k_2 d_m^2$$

$$W_2 h = 1/2 k_2 d_m^2 \quad (2.10)$$

A termék benyomódása a párnázásba:

$$\delta_{st} = \frac{W_2}{k_2}$$

A termékre ható maximális erő  $P_{\max}$  :



$$\begin{aligned}
P_{\max} &= k_2 x_2 = k_2 d_m = k_2 \sqrt{\frac{2W_2 h}{k_2}} \\
P_{\max} &= \sqrt{2k_2 w_2 h}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

A maximum gyorsulás,

$$\begin{aligned}
G_m &= \frac{P_{\max}}{W_2} \\
G_m &= \sqrt{\frac{2k_2 W_2 h}{W_2}} \\
G_m &= \sqrt{\frac{2k_2 h}{W_2}}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Az egyenlet írható úgy, hogy

$$G_m = \sqrt{\frac{2h}{\delta_{st}}} \tag{2.13}$$

Megállapíthatjuk, hogy a fenti egyenletekből:

$$G_m \sim \sqrt{h}$$

Azaz, ha például kétszeresére növeljük az esési magasságot a válaszütés magnitúdója nem kettőzödik meg, hanem csak közelítőleg  $\frac{1}{2}$  hatványfüggvény szerint nő.

Az egyenletek a 2.10 szerint a következőkre alakíthatók át.

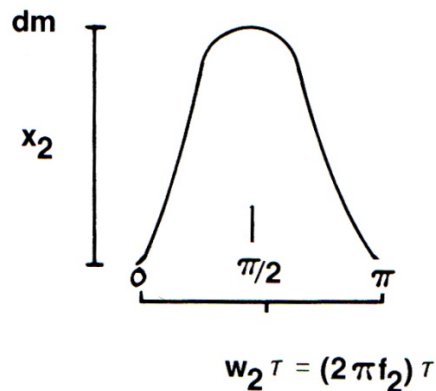
$$\begin{aligned}
k_2 &= \frac{W_2 G_m^2}{2h} \\
k_2 &= \frac{2W_2 h}{d_m^2}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Átalakítások és behelyettesítések után (2.1 és 2.12 szerint) a következő eredményt kapjuk.

$$\begin{aligned}
d_m &= \sqrt{\frac{2W_2 h}{k_2}} \\
d_m &= \sqrt{\frac{2W_2 h \cdot 2h}{k_2 2h}} \\
d_m &= 2h \sqrt{\frac{w_2}{2k_2 h}} \\
d_m &= \frac{2h}{G_m}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

### 3.3.1.4. Az ütés időtartamának jelentősége

Az ütés energiataralmának szempontjából nagy jelentősége van a felszínűz függvény jellefutási időtartamának azonos gyorsulás csúcsérték mellett. Hasonlóan fontos annak meghatározása, hogy a felütközött termék kritikus eleme milyen időtartam alatt csillapodik le. a ugyanis még a csillapodó lengés – mely a kritikus elem saját frekvenciájával történik – közben esetleg újabb ütés történik, az olyan ütéserősödést okozhat, mely sérüléshez vezethet. Az ütési időtartam, mely a párna teljes összenyomódásakor keletkezik a 31. ábrán látható.



31. ábra. Az ütés időtartamának értelmezése a párnázás összenyomódásának és visszazarugózásának nyomán

Ha az ütési időtartam jelalak lefutásának időtartamát  $\tau$ -val jelöljük, akkor:

$$x_2(t) \cong d_m \sin(W_2 t) \quad (2.16) \quad W_2 = 2\pi f_2$$

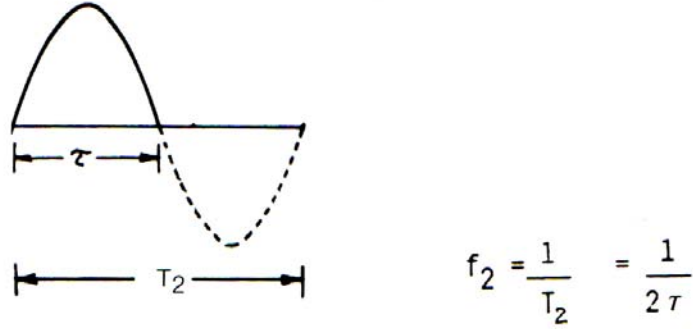
$$\text{és} \quad f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}} \quad (2.17)$$

A termék saját lengésének időtartama a csomagolásban (2.9. ábra):

$$\frac{1}{f_2} = T_2 = 2\tau \quad (2.18)$$

Így bármilyen ismert  $\tau$  ütési periódusra ki tudjuk számítani a saját frekvenciát,

$$f_2 = \frac{1}{2\tau} \quad (2.19)$$



32. ábra. A sajátfrekvencia időtartamának értelmezése

A fentebb leírt egyenletek az alábbiak szerint rendezve adnak képletet az ütés időtartamára.

$$\tau = \frac{1}{2f_2} = \frac{1}{2\left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}}\right)} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{k_2 g}{W_2}}} \quad (2.20)$$

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{W}{k_2 g}}$$

### 3.3.1.5. Az ütés felerősödése és a kritikus elem

Először az erősítési tényező meghatározása szükséges, amely a bemenő és a kimenő ütés szintjére vonatkozik, azaz:

$$A_m = \frac{G_e}{G_m} \quad (2.21)$$

Az ütközés időtartama alatt az erősítési tényező a következő kifejezéssel adható meg:

$$A_m(0 \leq t \leq \tau) = \frac{\frac{f_1}{f_2}}{\left(\frac{f_1}{f_2} - 1\right)} \sin \frac{2N\pi}{\left(\frac{f_1}{f_2} + 1\right)} \quad (2.22)$$

, ahol az  $N$  egész szám, az  $f_2$  az ütési frekvencia és az  $f_1$  a kritikus elem saját frekvenciája. Így közvetlen az ütközés után az erősítési tényező a következő:

$$A_m(t > \tau) = \frac{2\left(\frac{f_1}{f_2}\right) \cos\left(\frac{f_1}{2f_2}\right)}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \quad (2.23)$$

Az előző két egyenletből számítható ki az  $A_m$  legnagyobb értéke, de ez elsősorban az  $f_1$  és  $f_2$  kapcsolatától függ.

Ha  $f_1/f_2 < 1$ ,  $f_1 < f_2$  vagy  $1/2 T_1 > 1/2 T_2 = \tau$ , és az ütés időtartama rövidebb, mint a kritikus elem természetes lengési időtartamának a fele, akkor az ütés után éppen bekövetkező maximális erősítés elmúlt, és:

$$A_m = A_m(t > \tau) \quad (2.23)$$

Ha  $f_1/f_2 > 1$ ,  $f_1 > f_2$  vagy  $1/2 T_1 < 1/2 T_2 = \tau$ , és az ütés időtartama hosszabb, mint a kritikus elem természetes lengési időtartamának a fele, akkor a maximális erősítés következik be az ütés alatt, és:

$$A_m = A_m(0 \leq t \leq \tau) \quad (2.22)$$

Fontos megjegyezni, hogy az  $f_1$  frekvenciát általában a termék rázása során a kritikus elem rezonancia frekvencián mutatott magatartása határozza meg.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 g}{W_1}}$$

Befejezőként elmondhatjuk, hogy ahhoz, hogy a sérülés megjósolható, illetve megbecsülhető legyen, ismernünk kell azt a legmagasabb gyorsulási szintet, amelyet a kritikus elem még sérülés nélkül kibír. Ez határozható meg, mint Gs biztonsági szint. Ugyanakkor a  $G_e$  maximális értéke még nem okoz bekövetkező sérülést a termékben, de ha az ütközési gyorsulás a kritikus elemben meghaladja a Gs értékét, akkor az sérülést fog eredményezni.

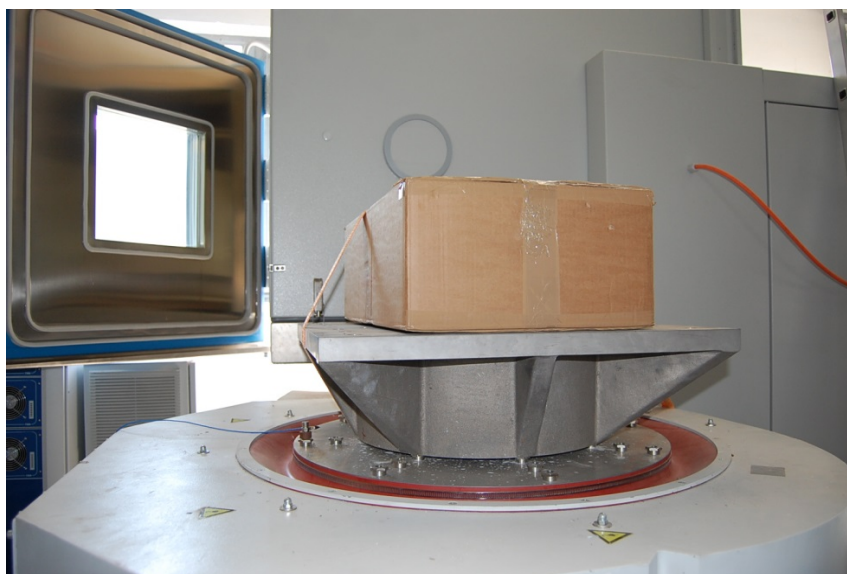
### 3.3.2. A tartós rázás és a termék érzékenysége

#### 3.3.2.1. A tartós rázás laboratóriumi szimulációja és mérése

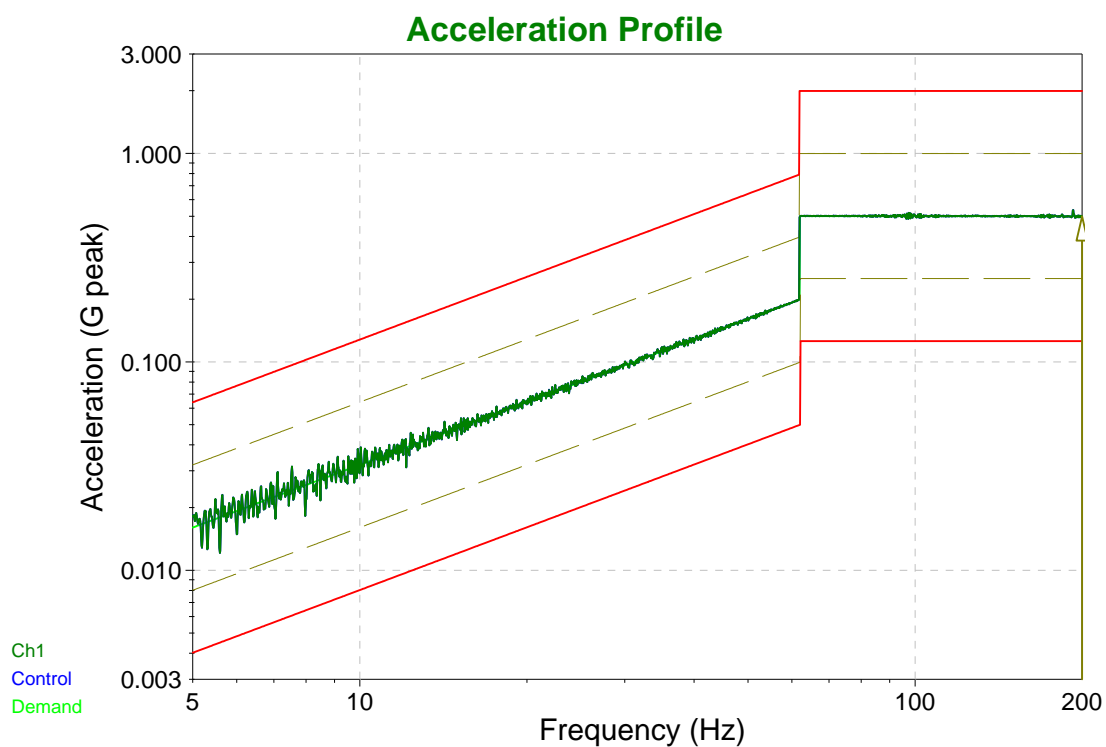
Az ütések mellett másik nagyon fontos elkerülhetetlen igénybevétel a stacionárius rázás. A gyakorlatban ez a hatás szélessávú véletlenszerű sztohasztikus gyorsulás-idő függvény szerint történik. Ez a hatás is előállítható laboratóriumi körülmények között a 313 ábrán bemutatott rendszerrel. A mérőrendszer megegyezik a már korábban ismertetettel, azonban a rázás létrehozására alkalmas eszköz a TIRA elektrodinamikus rázóasztal VR Research vezérlő és adatgyűjtőberendezéssel, amely a következő fő jellemzőkkel rendelkezik:

- maximális út amplitúdó 120mm
- az asztal maximális terhelhetősége 600kg
- jelgenerátorokkal előállítható jelalakok szinusz
  - háromszög
  - fűrészfog
  - négyszög
- frekvenciatartomány 0 - 2000 Hz
- frekvenciapásztázási sebesség: lin/log 0-5 oktáv/perc

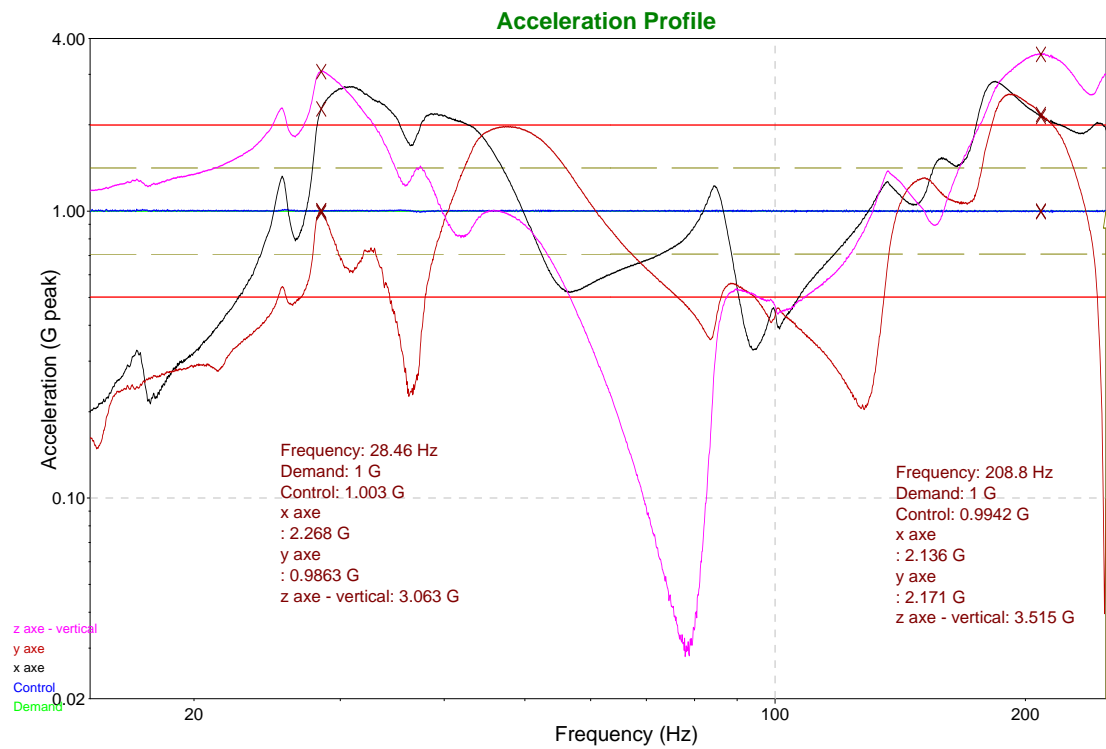
A vizsgálatokat ebben az esetben is a termékeken kell először elvégezni, de ebben az esetben a rázás szempontjából kritikus elemeket keressük. Az eljárás gyakorlatilag ugyanaz, mint a korábbi pontban ismertetettek, azzal a különbséggel, hogy ebben az esetben az minősül kritikus elemnek, amely egy adott frekvenciasávban rezonancia jelenséget mutat, és ennek hatására sérül.



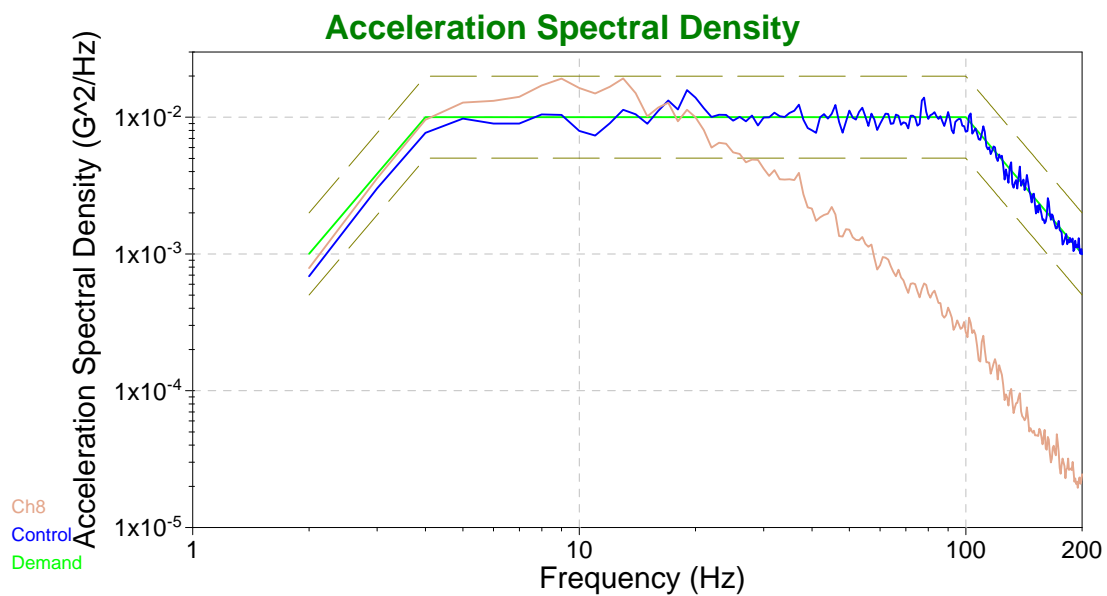
33. ábra. Rázási igénybevétel szimulálása



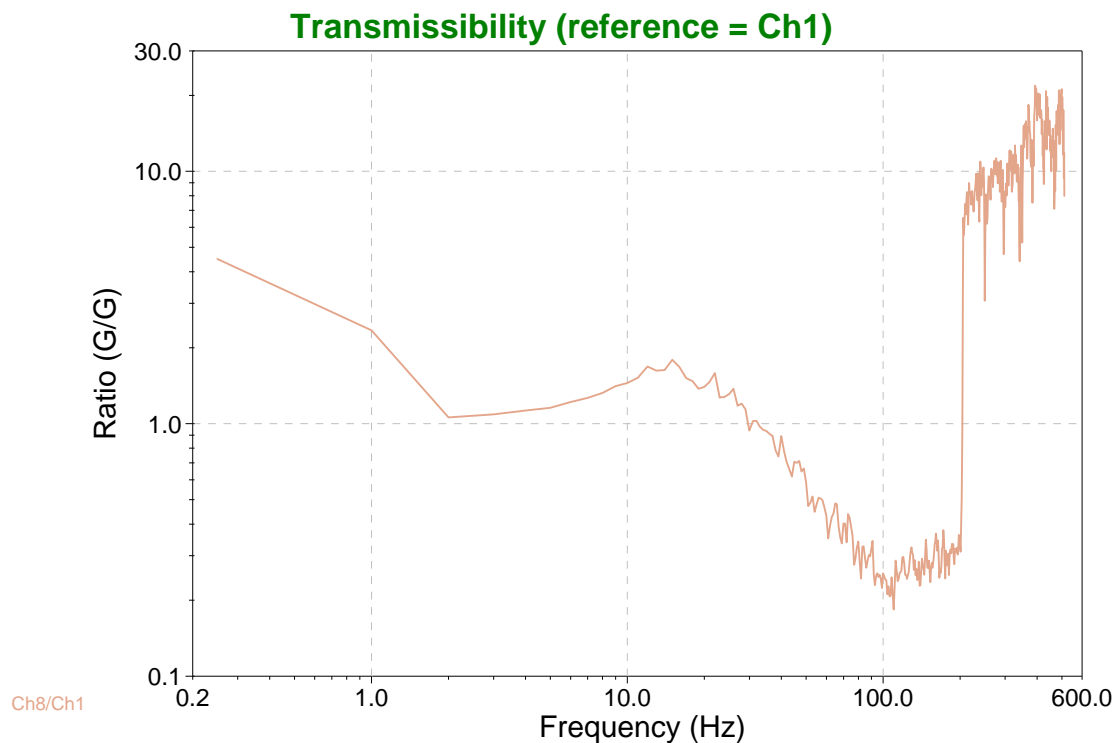
34. ábra. A frekvencia pásztázással történő vizsgálat



35. ábra. A rezonanciabeleky megállapítása frekvencia pásztázással



36. ábra. PSD (ASD) értékek és a frekvencia összetétele

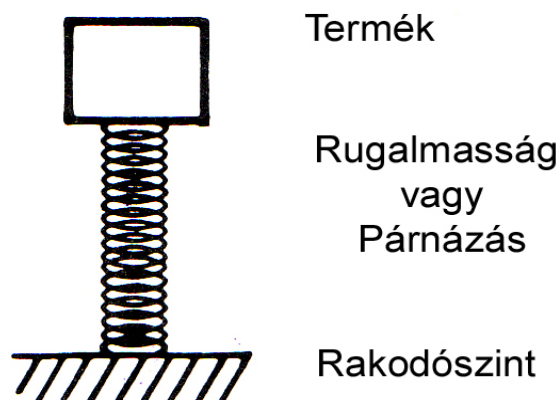


37. ábra. A gyorsulás átviteli függvénye

A mérőrendszer részét képező szoftver mind a harmonikus, mind a random rázás gerjesztő és válasz gyorsulás-idő függvényét matematikailag is ki tudja értékelni (34-37. ábrák). Ennek fontosabb elemei az FFT analízis, az amplitúdó- és fázisspektrum, valamint az auto- és keresztkorreláció függvények. A továbbiakban a vizsgálatainkból megállapítható elméleti összefüggéseket tárgyaljuk.

### 3.3.2.2. A gerjesztő mozgás

A jármű rakfelületen elhelyezett termék-csomagolás rendszer sematikus lengőrendszerét a 38. ábra mutatja be.



38. ábra. A termék, a párnázás és a szállítójármű kombinációjának modellje

Megfigyelésekből és matematikai analízisből három általános megállapítás vonható le a lengésekkel kapcsolatban:

1. A válaszrezgés frekvenciája megegyezik a gerjesztő-mozgás frekvenciájával, azaz a termék-csomagolás rendszer nem a saját frekvenciája szerint fog rezegni.
2. Lineáris lengőrendszer rezgésének kimenő amplitúdója egy számítható konstans által közvetlen összefüggésben van a gerjesztő rezgés bemenő amplitúdójával (ez a szám az erősítési tényező).

Kimenő amplitúdó = Bemenő amplitúdó x Erősítési tényező  
(A következőkben ezt az erősítési tényezőt fogom részletesen tárgyalni.)

3. Lineáris lengőrendszerrel a tapasztalt maximális gyorsulás közvetlen összefüggésben van a gerjesztő rezgésnek ugyanezzel az erősítési tényezőjével.

Maximum Kimenő Gyorsulás = Maximum Bemenő Gyorsulás x Erősítési Tényező

A erősítési tényező M, a következőképpen határozható meg:

$$M = \frac{\text{MaximálisKimenő (Output)rezgés}}{\text{MaximálisGerjesztő (Input)rezgés}} \quad (2.23)$$

A erősítési tényező matematikai megfogalmazása azt alábbi gondolatmenettel történik:

Amennyiben a gerjesztő mozgás harmonikus, akkor azt a következő kifejezéssel tudjuk kifejezni:

$$y(t) = B \sin(qt) \quad (2.24)$$

, és a válaszmozgást  $x(t)$  írja le.

Amennyiben a lengőrendszer egy gerjesztő talapzaton áll (37. ábra) és mereven rögzítve van, a következő egyenlőségnek kell fennállnia.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + p^2 x = 0 \quad , \text{ amely megoldása}$$

$$x = A \sin(pt)$$

, ahol:

$A$  = kezdeti elmozdulás:

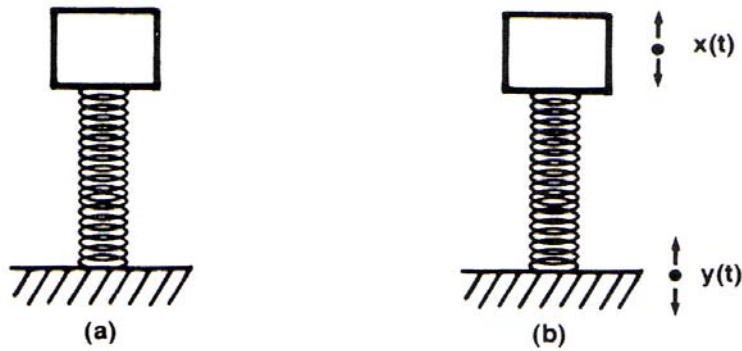
$$p = \sqrt{\frac{k * g}{W}} \quad , \text{ ahol } W: \text{erő (N)}$$

$k$ : ütközési tényező  
 $g$ : 9,81 m/s<sup>2</sup>

Tehát a mozgás alapegyenlete a következő:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + p^2 x(t) = p^2 y(t) \quad (2.25)$$





39. ábra. Lineáris lengőrendszer mozdulatlan-, és rázkódó alapon

Vegyük, hogy  $q=2\pi f_f$ , ahol  $f_f$  a gerjesztő frekvencia és a  $p=k \cdot g/W$ , mint korábban, akkor:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + p^2 x = p^2 B \sin(qt) \quad (2.26)$$

A laboratóriumi vizsgálatokból tudjuk, hogy a lineáris lengőrendszer túlnyomórészt a gerjesztő frekvenciánál fog vibrálni. Így a következő megoldás adódik a fenti egyenlet szerint:

$$x(t) = D \sin(qt) \quad (2.27)$$

Elfogadva ezt,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Dq \cos(qt) \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= -Dq^2 \sin(qt) \end{aligned} \quad (2.28)$$

Ezt az egyenletet az eredetibe helyettesítve kapjuk ezt:

$$-Dq^2 \sin(qt) + p^2 D \sin(qt) = p^2 B \sin(qt) \quad , \text{egyszerűsítve}$$

$$(p^2 - q^2) D \sin(qt) = p^2 B \sin(qt) \quad (2.29) \quad , \text{rendezve}$$

$$\frac{D}{B} = \left( \frac{1}{1 - \frac{q^2}{p^2}} \right) \quad (2.30)$$

, ahol  $q = 2\pi f_f$  és  $p = 2\pi f_n$ , így

$$\frac{D}{B} = \frac{1}{1 - \left( \frac{2\pi f_f}{2\pi f_n} \right)^2} = \frac{1}{1 - \left( \frac{f_f}{f_n} \right)^2} \quad (2.31)$$

Ahol:

- B a gerjesztő (input) rezgés amplitúdója

- D a válasz (output) rezgés amplitúdója.

$$\frac{Kimenő}{Bemenő} = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_f}{f_n}\right)^2} = M \quad (2.31a)$$

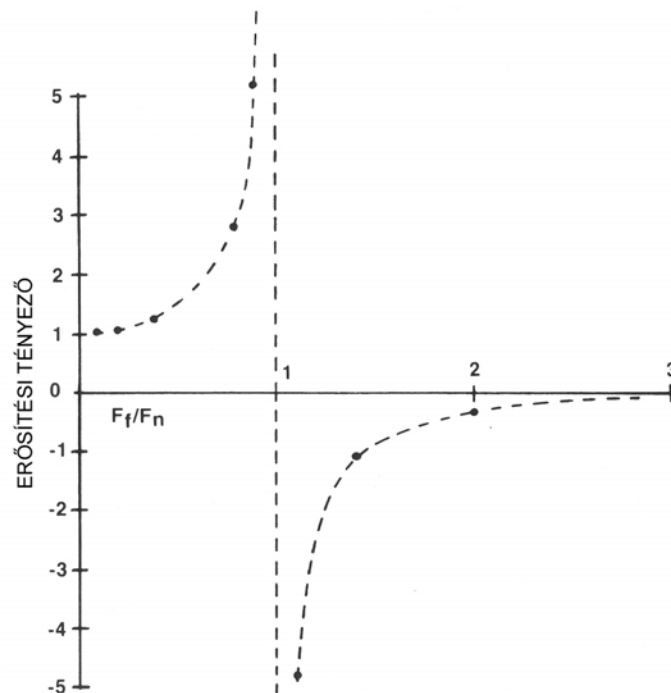
Ez adja az erősítési tényezőt, M-et.

### 3.3.2.3. A rezonanciajelenség értelmezése

Az előzőekben egy egyszerű kifejezést írtunk fel a bemenő, vagy gerjesztő mozgás kimenő mozgásra való átalakulás paramétereire vonatkozva. Itt a „kimenő (Output)” lehet a kimenő rezgés amplitúdója, vagy a kimenő rezgés maximális gyorsulása. A „bemenő (Input)” lehet rezgésgyorsulás, vagy útamplitúdó.

$f_f$ : gerjesztő, vagy bemenő frekvencia

$f_n$ : a lineáris lengőrendszer saját frekvenciája



40. ábra. Az erősítési tényező, mint az  $f_f/f_n$  arány függvénye

A 40. ábrán látható görbe bal oldalán, ahol a  $f_f/f_n$  arány nagyon kicsi, ott az M értéke alacsony, ez azt jelenti, hogy ahol a gerjesztő frekvencia sokkal kisebb, mint a saját frekvencia, ott a kimenő és bemenő frekvencia közel egyenlő egymással.

$$f_f \ll f_n$$

$$M \cong 1, \text{ és}$$

$$Kimenő \cong Bemenő$$

Ahogy a gerjesztő frekvencia értéke közelít a saját frekvencia értékéhez, az M értéke nagyon gyorsan emelkedik, azaz az arány 1-hez közelít:

$$\frac{f_f}{f_n} \rightarrow 1$$

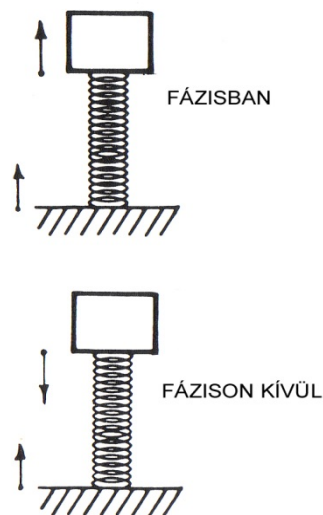
$$M \rightarrow \infty$$

Ugyanez történik, ha a kimenő frekvenciát vizsgáljuk meg. Ez azt jelenti valójában, hogy a kimenő frekvencia többszöröse a bemenő értékének.

Az  $f_f/f_n = 1$  pontban, ahol a gerjesztő frekvencia pontosan egyenlő a saját frekvenciával, az  $M$  értéke matematikailag meghatározhatatlanná válik.

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_f}{f_n}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{1}\right)^2} = \frac{1}{0}$$

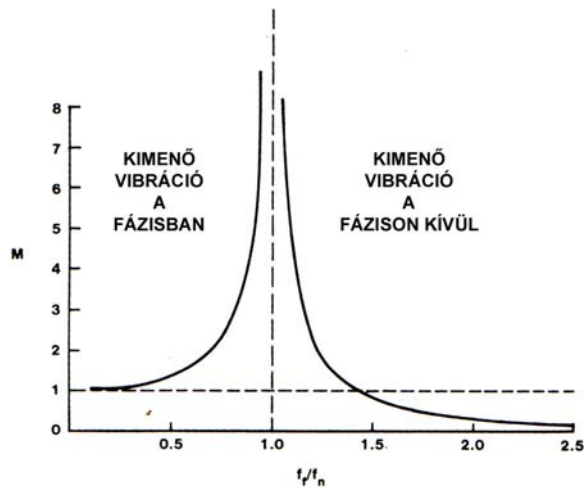
Ez a jelenség a rezonancia, mely valójában azt jelenti, hogy a nagyon kicsi bemenő rezgés különösen nagy kimenő regést fog okozni.



41. ábra. A fázisban és a fázison kívüli mozgás

Abban az intervallumban, ahol  $f_f/f_n = 1$  és  $f_f/f_n = 0$ , az  $M$  értéke pozitív szám lesz, amely azt jelzi, hogy a gerjesztő mozgás és a gerjesztett mozgás **fázisban vannak**. Azaz amint az alap felfelé mozdul, úgy a lengőrendszer is felfelé fog, vagy ha lefelé, akkor a lengőrendszer követi lefelé.

Abban az esetben, ha a frekvencia arány nagyobb, mint 1 és  $f_f > f_n$ , az  $M$  értéke negatív szám lesz. Ez a negatív szám azt jelzi, hogy a gerjesztő mozgás és a gerjesztett mozgás **fázison kívül vannak** (39. ábra), azaz az alap és a lineáris lengőrendszer mozgása ésmozdulatai mindig ellentétes irányúak (kivétel akkor, mikor a mozgás utolsó pontjára érünk, ahol a sebesség nulla). Könnyen felismerhető, hogy fázisban mozgás akkor van, amikor az  $f_f/f_n = 1$  ponttól balra haladunk, és fázison kívül, amikor a ponttól jobbra, ezt a nagyítási görbét egyszerűsítve ábrázoljuk a 40. ábrán.



42. ábra. A fázisban és fázison kívüli rezgés nagyság-frekvencia arány függvénye

A fentebb említett rezgések az egész disztribúciós rendszer folyamán következnek be, legyen szó szárazföldi, vízi, légi szállításról. Nyilvánvaló, hogy ahhoz, hogy termékeink elkerüljék a hatalmas nagytitási értékeket, a csomagolási rendszernek nem szabad olyan hasonló saját frekvenciája hogy legyen, amely közeli a gerjesztő frekvenciához.



43. ábra. A gyorsulás adó elhelyezése és rögzítése a vizsgálati mintán

A 43. ábrán olyan piezoelektromos elven működő gyorsuláserő látható, amely kis geometriai méretű, könnyű és a három térirányban egyszerre méri a felmerülő gyorsulásértékeket.

Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani a legkülönbözőbb termék-csomagolás rendszerekre ható gyakorlati igénybevételeket, számos mérést kell elvégezni.

A mérések feldolgozásából a következő főbb általánosítható és jellemző következtetés vonható le:

- a maximális gyorsulás-amplitúdó a függőleges irányban;
- a szignifikáns vertikális és vízszintes irányú rezgés gyorsulások a teljes vizsgálat frekvenciatartományban;
- a csomagolást, illetőleg a termék értékesíthetőségét befolyásoló gyorsulás-amplitúdók, illetve PSD értékek;