

PÉLDA A GRAVITÁCIÓS MODELLRE

Bázis időszak					Utazási idők percben				
	1	2	3			1	2	3	
1	-	10	40	50		1	-	20	10
2	30	-	60	90		2	20	-	15
3	100	50	-	150		3	10	15	-
	130	60	100	290					

Utazási idő faktor (f_{ij}) meghatározása az ellenállás-függvény kalibrálásához:

		%	
10 perces forgalom	$40 + 100 = 140$	0,483	$f_{s10}^I = 0,483$
15 perces forgalom	$60 + 50 = 110$	0,379	$f_{s15}^I = 0,379$
20 perces forgalom	$10 + 30 = 40$	0,138	$f_{s20}^I = 0,138$
	290	1,000	

Ezt nevezzük f_{ij} kiinduló értékeinek. Mátrixban írva:

Bázis időszak									
	1	2	3	P		f_{ij}^I	1	2	3
1	-	10	40	50		1	-	0,138	0,483
2	30	-	60	90		2	0,138	-	0,379
3	100	50	-	150		3	0,483	0,379	-
A	130	60	100	290					

Gravitációs modell:

$$t_{ij} = P_i \frac{A_j \cdot f_{ij}}{\sum_j A_j \cdot f_{ij}}$$

$$P_1 = 50, A_2=60, A_3=100$$

$$t_{12} = 50 \times \frac{60 \times 0,138}{60 \times 0,138 + 100 \times 0,483} = 7,3$$

$$t_{13} = 50 \times \frac{100 \times 0,483}{60 \times 0,138 + 100 \times 0,483} = 42,7$$

$$P_2 = 90$$

$$t_{21} = 90 \times \frac{130 \times 0,138}{130 \times 0,138 + 60 \times 0,379} = 28,9$$

$$t_{23} = 90 \times \frac{60 \times 0,379}{130 \times 0,138 + 60 \times 0,379} = 61,1$$

$$P_3 = 150$$

$$t_{31} = 150 \times \frac{130 \times 0,483}{130 \times 0,483 + 60 \times 0,379} = 110,1$$

$$t_{32} = 150 \times \frac{60 \times 0,379}{130 \times 0,483 + 60 \times 0,379} = 39,9$$

Az eredmény:

	1	2	3	P
1	-	7,3	42,7	50
2	28,9	-	61,1	90
3	110,1	39,9	-	150
A	139,0	47,2	103,8	

Az egyes elemek nem egyeznek meg az eredetivel, ez mutatja, hogy az f_{ij} értékeit még módosítani kell (kalibrálás)

Új f_{ij} -k meghatározása

		%	Ennyinek kellene lenni
10 perces forgalom	$42,7 + 110,1 = 152,8$	0,527	0,483
15 perces forgalom	$61,1 + 39,9 = 101,0$	0,348	0,379
20 perces forgalom	$7,3 + 28,9 = 36,2$	0,125	0,138
	290	1,00	

Új f_s -eket kell meghatározni

$$f_s^2 = f_s^l \frac{ASZ_{SM}}{ASZ_{SI}}$$

$$f_{s10}^2 = 0,483 \cdot \frac{140}{152,8} = 0,443$$

$$f_{s15}^2 = 0,379 \cdot \frac{110}{101,0} = 0,412$$

$$f_{s20}^2 = 0,138 \cdot \frac{40}{36,2} = 0,152$$

A forgalom nagysága helyett a megoszlási arányszámokkal is számolhatunk, mert $\frac{140}{152,8}$ ugyanannyi, mint $\frac{0,483}{0,527}$, így pl. f_{s10}^2 így is felírható:

$$f_{s10}^2 = 0,483 \cdot \frac{0,483}{0,527}$$

stb.

Az új f_{ij} -k

f_{ij}^2	1	2	3
1	-	0,152	0,443
2	0,152	-	0,412
3	0,443	0,412	-

Ezekkel a szétoztást ismét elvégezzük, ez lesz az f_{ij} -k kalibrálásánál az első iteráció.

$P_1 = 50$

$$t_{12} = 50 \times \frac{60 \times 0,152}{60 \times 0,152 + 100 \times 0,443} = 8,5$$

$$t_{13} = 50 \times \frac{100 \times 0,443}{60 \times 0,152 + 100 \times 0,443} = 41,5$$

$P_2 = 90$

$$t_{21} = 90 \times \frac{130 \times 0,152}{130 \times 0,152 + 100 \times 0,412} = 29,2$$

$$t_{23} = 90 \times \frac{100 \times 0,412}{130 \times 0,152 + 100 \times 0,412} = 60,8$$

$P_3 = 150$

$$t_{31} = 150 \times \frac{130 \times 0,443}{130 \times 0,443 + 60 \times 0,412} = 105$$

$$t_{32} = 150 \times \frac{60 \times 0,412}{130 \times 0,443 + 60 \times 0,412} = 45$$

Eredmény az első iteráció után

	1	2	3	P
1	-	85	41,5	50
2	29,2	-	60,8	90
3	105	45	-	150
A	134,2	53,5	102,3	

Az elemek közeledtek az eredetihez, de még további iteráció szükséges

		Ennyinek kellene lenni
10 perces forgalom	$41,5+105 = 146,5$	140
15 perces forgalom	$60,8+ 45 = 105,8$	110
20 perces forgalom	$8,5+ 29,2 = 37,7$	40

$$f_{s10}^3 = 0,443 \times \frac{140}{146,5} = 0,423$$

$$f_{s15}^3 = 0,412 \times \frac{110}{105,8} = 0,428$$

$$f_{s20}^3 = 0,152 \times \frac{40}{37,7} = 0,161$$

Az f_{ij}^3 -ak mátrixa

	1	2	3
1	-	0,161	0,423
2	0,161	-	0,428
3	0,423	0,428	-

Második iteráció:

$P_1=50$

$$t_{12} = 50 \times \frac{60 \times 0,161}{60 \times 0,161 + 100 \times 0,423} = 9,3$$

$$t_{13} = 41,7$$

$P_2 = 90$

$$t_{21} = 90 \times \frac{130 \times 0,161}{130 \times 0,161 + 100 \times 0,428} = 29,5$$

$$t_{23} = 60,5$$

$P_3 = 150$

$$t_{31} = 150 \times \frac{130 \times 0,423}{130 \times 0,423 + 60 \times 0,428} = 102$$

$$t_{32} = 48$$

Eredmény

	1	2	3
1	-	9,3 (10)	41,7 (40)
2	29,5 (30)	-	60,5 (60)
3	102 (100)	48 (50)	-

Zárójelben az eredeti érték van feltüntetve, látható, hogy már a 2 érték elég közel van.
Az új f_s -ek

10 perces forgalom:	41,7 + 102 = 143,7 (140)
15 perces forgalom:	60,5 + 48 = 108,5 (110)
20 perces forgalom:	9,3 + 29,5 = 38,8 (40)

$$f_{s10}^4 = 0,423 \times \frac{140}{143,7} = 0,412$$

$$f_{s15}^4 = 0,428 \times \frac{110}{108,5} = 0,434$$

$$f_{s20}^4 = 0,161 \times \frac{40}{38,8} = 0,166$$

A f_s -ek változása az iterációk után:

	f^4	f^3	f^2	f^1
f_{s10}	0,412	0,423	0,443	0,483
f_{s15}	0,434	0,428	0,412	0,379
f_{s20}	0,166	0,161	0,152	0,138

A f_s^4 -et végsőnek elfogadva a kalibrált f_{ij} -k

f_{ij}				
	-	0,166	0,412	
	0,166	-	0,434	
	0,412	0,434	-	

Tervidőszak				
				70
				130
				150
	140	90	120	

A szétosztást a tervidőszakra:

$$P_1 = 70$$

$$t_{12} = 70 \times \frac{90 \times 0,166}{90 \times 0,166 + 120 \times 0,412} = 16,2$$

$$t_{13} = 53,8$$

$$P_2 = 130$$

$$t_{21} = 130 \times \frac{140 \times 0,166}{140 \times 0,166 + 0,434 \times 120} = 40,1$$

$$t_{23} = 83,9$$

$$P_3 = 150$$

$$t_{31} = 150 \times \frac{140 \times 0,412}{140 \times 0,412 + 90 \times 0,434} = 89,4$$

$$t_{32} = 60,6$$

Az eredmény:

	1	2	3	P
1	-	16,2	53,8	70
2	40,1	-	89,9	130
3	89,4	60,6	-	150
A	129,5 (140)	76,8 (90)	143,7 (120)	

Zárójelben az előrebecsült érték, az oszlop összeg egyezőségi feltétel nem teljesül, oszlopkiegyenlítésre van szükség.

Új A_j -ket kell meghatározni

$$A_j^2 = A_j^0 \times \frac{A_j}{A_j^1}$$

$$A_j^n = A_j^{n-2} \times \frac{A_j}{A_j^{n-1}}$$

$$A_j^3 = \frac{A_j}{A_j^3}$$

$$A_{j1}^2 = 140 \times \frac{140}{129,5} = 151,3$$

$$A_{j2}^2 = 90 \times \frac{90}{76,8} = 105,5$$

$$A_{j3}^2 = 120 \times \frac{120}{143,7} = 100,2$$

Ezekkel végrehajtjuk az oszlopkiegyenlítés első iterációját

P₁ = 70

$$t_{12} = 70 \times \frac{105,5 \times 0,166}{105,5 \times 0,166 + 100,2 \times 0,412} = 20,8$$

$$t_{13} = 49,2$$

P₂ = 130

$$t_{21} = 130 \times \frac{151,3 \times 0,166}{151,3 \times 0,166 + 100,2 \times 0,434} = 47,6$$

$$t_{23} = 82,4$$

P₃ = 150

$$t_{31} = 150 \times \frac{151,3 \times 0,412}{151,3 \times 0,412 + 105,5 \times 0,434} = 86,5$$

$$t_{32} = 63,5$$

Eredmény:

	1	2	3	P
1	-	20,8	49,2	70
2	47,6	-	82,4	130
3	86,5	63,5	-	150
A	134,1 (140)	84,3 (90)	131,6 (120)	

Az új A_j-k

$$A_{j1}^3 = 151,3 \times \frac{140}{134,1} = 158$$

$$A_{j2}^3 = 105,5 \times \frac{90}{84,3} = 112,6$$

$$A_{j3}^3 = 100,2 \times \frac{120}{131,6} = 91,4$$

A következő iteráció

P₁=70

$$t_{12} = 70 \times \frac{112,6 \times 0,166}{112,6 \times 0,166 + 91,4 \times 0,412} = 23,2$$

$$t_{13} = 46,8$$

P₂= 130

$$t_{21} = 130 \times \frac{158 \times 0,166}{158 \times 0,166 + 91,4 \times 0,434} = 51,7$$

$$t_{23} = 78,3$$

P₃=150

$$t_{31} = 150 \times \frac{158 \times 0,412}{158 \times 0,412 + 112,6 \times 0,434} = 85,6$$

$$t_{32} = 64,4$$

Eredmény

	1	2	3	P
1	-	23,2	46,8	70
2	51,7	-	78,3	130
3	85,6	64,4	-	150
A	137,3 (140)	87,6 (90)	125,1 (120)	

Látható, hogy az oszlopösszegek közelednek a kívánt értékhez.