Képletek

1. ALAPFOGALMAK, VISZONYSZÁMOK

1.1. Adatközlési abszolút és relatív hiba

Abszolút hiba:

$$\hat{a} \leq \frac{10^k}{2},$$

ahol $\hat{a}$: a becsült abszolút hiba

k: pedig az utolsó szignifikáns számjegy helyi értéke

A relatív hiba:

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{a}}{A'}$$

1.2. Viszonyszámok

Viszonyszámok			
Megoszlási viszonyszám	Bázis-viszonyszám	Lánc-viszonyszám	A fejlődés átlagos üteme
$\boldsymbol{V_m = \frac{x_i}{\sum x_i}}$ $w_j = \frac{n_j}{\sum n_j}$	$l_i(V_b) = \frac{y_i}{y_0}$	$l_b(V_l) = \frac{y_i}{y_{i-1}}$	$\bar{V}_l = \sqrt[n-1]{V_{l1} * V_{l2} * ... * V_{\ln}} =$ $= \sqrt[n-1]{\prod V_{\ln}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}$

Összefüggések $l_i = \frac{b_i}{b_{i-1}}$; $b_k = l_2 * l_3 * \cdots * l_k = \prod_{i=2}^{k} l_i$, ahol k az idősor feladat szerint megjelölt tagja

2. EMPIRIKUS ELOSZLÁSOK ELEMZÉSE

A mennyiségi sorok jellemző értékeinek kiszámítása

2.1. Középértékek, és kvantilsiek

Jelölések: x_i az i-edik adat értéke vagy az i-edik osztály közepe, n az adatok száma, r az osztályok száma, f_i az i-edik osztályba tartozó adatok száma.

	Egyedi adatokból	Gyakorisági adatokból
Számtani közép	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{r} f_i * x_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{r} s_i}{\sum_{i=1}^{r} f_i} = \sum_{i=1}^{n} g_i * x_i$
Harmonikus átlag	$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$	$\bar{x}_h = \frac{\sum_{i=1}^{r} f_i}{\sum_{i=1}^{r} \frac{f_i}{x_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{r} \frac{g_i}{x_i}}$

Geometriai átlag	$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$	$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{r} x_i^{f_i}}$
Négyzetes átlag	$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$	$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} f_i x_i^2}{n}}$
Módusz becslése	$Mo = x_{mo,a} + \frac{d_a}{d_a + d_f} \cdot h_{mo}$ $d_a = f_{mo} - f_{mo-1}$, $d_f = f_{mo} - f_{mo+1}$ $M_o = m_0 + \frac{f_{m_o} - f_{m_{o-1}}}{(f_{m_o} - f_{m_{o-1}}) + (f_{m_o} - f_{m_{o+1}})} * h$	
Medián becslése:	$Me = x_{me,a} + \frac{\frac{n}{2} - f'_{me-1}}{f_{me}} \cdot h_{me}$	
Kvantilisek becslése	$K_V = x_{kv,a} + \frac{\frac{j}{k} * n - f'_{kv-1}}{f_{kv}} * h_{kv}$	

2.2 Szóródási mutatók

Terjedelem: $R(T) = x_{\max} - x_{\min}$

Interkvartilis terjedelem: $IQT = Q_3 - Q_1$

Szórás:

Egyedi adatokból:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \text{ vagy } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n}}$$

Gyakorisági adatokból:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \text{ vagy } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{r} f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{n}}$$

Relatív szórás: $V(CV) = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

Teljes szórásnégyzet összetevői: $\sigma^2 = \sigma_B^2 + \sigma_K^2$,

Belső szórásnégyzet:

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum n_j \sigma_j^2}{n}$$

Ahol:*j*: a csoportosító ismérv változatainak száma

Külső szórásnégyzet:

$$\sigma_K^2 = \frac{\sum n_j d_j^2}{n}$$

ahol: $d_j^2 = \left(\bar{x}_j - \bar{x}\right)^2$

Átlagos eltérés:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{r} f_i \left|x_i - \bar{x}\right|}{\sum_{i=1}^{r} f_i} \text{ vagy } \delta = \sum_{i=1}^{r} g_i \left|x_i - \bar{x}\right|$$

2.3. *Eloszlások, gyakorisági sorok jellemzői*

Aszimmetria mértéke:

$$A = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}$$

$$P = \frac{3\left(\bar{x}_a - Me\right)}{\sigma}$$

Ferdeségi mutató:

$$F = \frac{\left(Q_3 - Me\right) - \left(Me - Q_1\right)}{\left(Q_3 - Me\right) + \left(Me - Q_1\right)},$$

3. ÖSSZEFÜGGÉS-VIZSGÁLAT EGYSZERŰBB ESZKÖZEI

3.1. Asszociáció:

Yule-féle együttható:

$$A(Y) = \frac{f_{11}\ f_{22} - f_{21}\ f_{12}}{f_{11}\ f_{22} + f_{21}\ f_{12}}$$

Csuprov- féle asszociációs együttható:

$$T = \sqrt{\frac{\chi^2}{n\sqrt{(s-1)(t-1)}}},$$

ahol $\chi^2 = n\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{t}\left(\frac{f_{ij}^2}{f_{i.}\, f_{.j}} - 1\right)$,

ahol n az adatok száma, s a sorok száma, t az oszlopok száma,

vagy

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(f_{ij} - f_{ij}^*\right)^2}{f_{ij}^*},$$

ahol: $f_{ij}^* = \frac{f_{i.} \cdot f_{.j}}{n}$ $\quad i = 1, 2 \cdots s$, $j = 1, 2 \cdots t$

Cramer-féle együttható:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(s-1)}} \text{ ,ahol: } s \le t$$

3.2. Korrelációs együtthatók:

Spearman-féle rangkorrelációs együtthat:

$$r_r = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} D_i^2}{n*(n^2-1)} \text{ , ahol: } D_i = x_i - y_i$$

Előjel-korrelációs együttható:

$$r_e = \frac{p-q}{p+q}$$

3.3. Vegyes kapcsolat

Szórásnégyzet-hányados:

$$H^2 = \frac{\sigma_K^2}{\sigma_T^2} = \frac{SSK}{SST}$$

vagy

$$H = \frac{\sigma_K}{\sigma_T} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_B^2}{\sigma_T^2}}$$

4. INDEXSZÁMÍTÁS

4.1.Standardizáláson alapuló indexszámítás

4.1.1.Különbségek

Főátlagok különbsége:

$$K = \overline{V}_1 - \overline{V}_0 = \frac{\sum B_1 V_1}{\sum B_1} - \frac{\sum B_0 V_0}{\sum B_0}$$

Részátlagok különbsége:

$$K' = \overline{V}_1 - \overline{V}_{st:B_1} \quad vagy \quad K' = \overline{V}_{st:B_0} - \overline{V}_0 \text{ ,}$$

ahol

$$\overline{V}_{st:B_1} = \overline{V}_{st:v_0} = \frac{\sum B_1 v_0}{\sum B_1}$$

$$\overline{V}_{st:B_0} = \overline{V}_{st:v_1} = \frac{\sum B_0 v_1}{\sum B_0}$$

Összetételből eredő különbség:

$$K'' = \overline{V}_{st:v_0} - \overline{V}_0 \quad vagy \quad K'' = \overline{V}_1 - \overline{V}_{st:v_1}$$

Összefüggés: $K = K' + K''$

4.1.2. Indexek

Főátlagindex:

$$I = \frac{\overline{V}_1}{\overline{V}_0}$$

Részátlagindex:

$$I' = \frac{\overline{V}_1}{\overline{V}_{st:B_1}} \quad vagy \quad I' = \frac{\overline{V}_{st:B_0}}{\overline{V}_0}$$

$$I' = \frac{\dfrac{\sum B_1 V_1}{\sum B_1}}{\dfrac{\sum B_1 V_0}{\sum B_1}} \text{ illetve } I' = \frac{\dfrac{\sum B_0 V_1}{\sum B_0}}{\dfrac{\sum B_0 V_0}{\sum B_0}}$$

Összetételhatás indexe:

$$I'' = \frac{\overline{V}_{st:v_0}}{\overline{V}_0} \quad vagy \, I'' = \frac{\overline{V}_1}{\overline{V}_{st:v_1}}$$

$$I'' = \frac{\dfrac{\sum B_1 V_0}{\sum B_1}}{\dfrac{\sum B_0 V_0}{\sum B_0}} \text{ illetve } I'' = \frac{\dfrac{\sum B_1 V_1}{\sum B_1}}{\dfrac{\sum B_0 V_1}{\sum B_0}}$$

Összefüggés: $I = I' \cdot I''$

Megjegyzés: A 0 és 1 index-megjelölés időbeli és térbeli összehasonlításra egyaránt utalhat.

4.2. Érték-, ár- és volumenindexek

4.2.1.Egyedi értékindex:

$$i_v = \frac{v_{i1}}{v_{i0}} = \frac{q_{i1} p_{i1}}{q_{i0} p_{i0}}$$

4.2.2.Egyedi volumenindex:

$$i_q = \frac{q_{i1}}{q_{i0}}$$

4.2.3.Egyedi árindex

$$i_p = \frac{p_{i1}}{p_{i0}}$$

4.2.4. Különbségek:

$$K_v = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$$

$$K_p^0 = \sum q_0 p_1 - \sum q_0 p_0$$

$$K_p^1 = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$$

$$K_q^1 = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_1$$

$$K_q^0 = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

$$K_v = K_p^1 + K_q^0 = K_p^0 + K_q^1$$

4.2.5.Értékindex:

$$I_v = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 * i_v}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_v}}$$

4.2.6.Volumenindex:

- Laspeyres-féle (bázis súlyozás):

$$I_q^L = I_q^0 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 * i_q}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum \frac{q_1 p_0}{i_q}}$$

- Paasche-féle (tárgy időszaki súlyozás):

$$I_q^P = I_q^1 = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum q_0 p_1 * i_q}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_q}}$$

- Fisher-féle:

$$I_q^F = \sqrt{I_q^L \cdot I_q^P}$$

- Edgeworth-Marshall féle:

$$I_q^{EM} = \frac{\sum q_1 (p_0 + p_1)}{\sum q_0 (p_0 + p_1)}$$

4.2.7. Árindex

- Laspeyres-féle (bázis súlyozás):

$$I_p^L = I_p^0 = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 * i_p}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum \frac{q_0 p_1}{i_p}}$$

- Paasche-féle (tárgy időszaki súlyozás):

$$I_p^P = I_p^1 = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 * i_p}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}}$$

$$I_p^P = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 \cdot i_p}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{i_p}}$$

- Fisher-féle:

$$I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P}$$

4.2.8. Indexek közötti összefüggés:

$$I_v = I_q^P \cdot I_p^L = I_q^L \cdot I_p^P = I_q^F \cdot I_p^F$$

4.2.9. Területi indexek

$$I^A_{q(A/B)} = \frac{\sum q_A p_A}{\sum q_B p_A}; \quad I^B_{q(A/B)} = \frac{\sum q_A p_B}{\sum q_B p_B}; \quad I^F_{q(A/B)} = \sqrt{I^A_{q(A/B)} \cdot I^B_{q(A/B)}}$$

$$I^A_{p(A/B)} = \frac{\sum q_A p_A}{\sum q_A p_B}; \quad I^B_{p(A/B)} = \frac{\sum q_B p_A}{\sum q_B p_B}; \quad I^F_p = \sqrt{I^A_{p(A/B)} \cdot I^B_{p(A/B)}}$$

5. Mintavétel, statisztikai becslés

Átlag becslése:
Standard hiba:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Hibahatár:

$$\Delta = z_p \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \Delta = t_p^{(szf)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};$$

Intervallumbecslés:

$$\left(\bar{x} - z_p \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + z_p \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \qquad \left(\bar{x} - t_p^{(szf)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + t_p^{(szf)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

Szórás intervallumbecslése

$$\left(\sqrt{\frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(szf)}};\ \sqrt{\frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(szf)}}\right)$$

Arány pontbecslése

$$p=k/n$$

Arány standard hibája

$$s_p = \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}$$

Arány intervallumbecslése

$$\left(p - z_p \cdot s_p;\ p + z_p \cdot s_p\right)$$

Elemszám meghatározása: adott az intervallum és a valószínűség.

$$n = \left(\frac{z_p * \sigma}{\Delta}\right)^2 \text{ illetve } n = \left(\frac{t_p^{(szf)} * s}{\Delta}\right)^2$$

Valószínűségi szint meghatározása:

$$z_p = \frac{\Delta * \sqrt{n}}{\sigma} \qquad \text{illetve} \qquad t_p^{(szf)} = \frac{\Delta * \sqrt{n}}{s}.$$

$$n_j = n * \frac{w_j * \sigma_j}{\Sigma w_j \sigma_j}$$

Értékösszegsor becslése:

$$N*(\bar{x} \pm z_p * s_{\bar{x}}) \ldots \text{vagy} \ldots N*(\bar{x} \pm z_p * \sigma_{\bar{x}})$$

6. Korreláció- és regressziószámítás

Kovariancia:

$$C = \frac{\sum (x_i - \bar{x})*(y_i - \bar{y})}{n}$$

korrelációs együttható:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_{x_i} \cdot d_{y_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} d_{x_i}^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_{y_i}^2}}; \ r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})*(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 * \Sigma (y_i - \bar{y})^2}};$$

$$r = \frac{\sum x_i * y_i - n*\bar{x}*\bar{y}}{\sqrt{\sum (x_i^2 - n*\bar{x}^2)\Sigma(y_i^2 - n*\bar{y}^2)}} = \beta_1 * \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

determinációs együttható:

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{SST - SSR}{SST} = \frac{\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\Sigma(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\Sigma(y_i - \bar{y})^2 - \Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{\Sigma(y_i - \bar{y})^2}$$

Regressziós együtthatók:

$$\beta_1 = \frac{\sum \left(x_i - \bar{x}\right)*\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sum \left(x_i - \bar{x}\right)^2} = \frac{\sum x_i * y_i - n*\bar{x}*\bar{y}}{\sum x_i^2 - n*\bar{x}^2}$$

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 * \bar{x}$$

Rugalmassági együttható:

$$E = \frac{\beta_1 * x_0}{\beta_0 + \beta_1 x_0}$$

Reziduális szórás	Relatív változás
$\sigma_e = \sqrt{\frac{\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}}$	$\mathbf{CV}_{\sigma_e} = \frac{\sigma_e}{\bar{y}} * 100$

korrelációs index:

$$I = \sqrt{1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$e_i^2 = (y_i - \hat{y}_i)^2$$

7. Idősorok elemzése

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum t_i * y_i - \frac{(\sum t_i)*(\sum y_i)}{n}}{\sum t_i^2 - \frac{(\sum t_i)^2}{n}} \qquad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 * \frac{\sum t_i}{n}$$

$$\sum y_i = n * \hat{\beta}_0$$

$$\sum t_i * y = \hat{\beta}_1 * \sum t_i^2$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum y_i}{n} = \bar{y}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum t_i * y_i}{\sum t_i^2}$$

Reziduális szórásnégyzet:

$$\mathbf{s_e^2} = \frac{\Sigma(\mathbf{y_i} - \hat{\mathbf{y}}_\mathbf{i})^2}{\mathbf{n}}$$

Szezonális eltérés:

$$\hat{s}_j = \frac{\sum (y_{ij} - \hat{y}_{ij})}{p}$$

Korrigált szezopnális eltérés:

$$\hat{s}_j' = \hat{s}_j - \frac{\sum \hat{s}_j}{m}$$

Szezonindex: $$\hat{s}_j^* = \frac{\sum \left(\frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}} \right)}{\frac{n}{p}} \text{ vagy } \hat{s}_j^* = \sqrt[p]{\prod \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}}$$

Korrigált szezonindex:

$$\hat{s}_j^{*'} = \frac{\hat{s}_j^*}{\frac{\sum \hat{s}_j^*}{m}} \text{ vagy } \hat{s}_j^{*'} = \frac{\hat{s}_j^*}{\sqrt[m]{\prod \hat{s}_j^*}}$$

Véletlenhatás:

$$\hat{v}_{ij}^* = \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij} * \hat{s}_j^*} \text{ vagy } \hat{v}_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} - \hat{s}_j$$