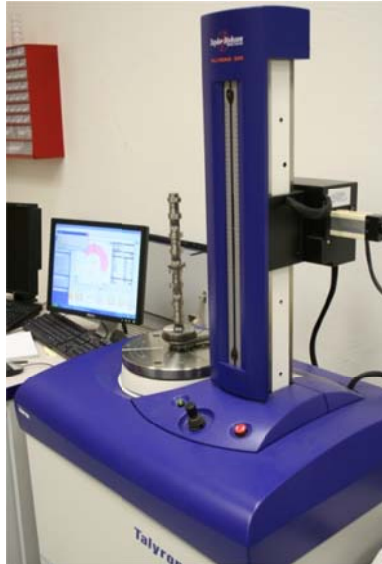


## 10. Ütőmérés és kiértékelése köralakhibára és egytengelyűségi hibára

Forgásfelületek mérése gyakran történik ütőméréssel. Az ütőmérés a koordinátamérések egy speciális esete. Ütőmérés alatt azt értjük, hogy nem derékszögű, hanem polár-koordinátarendszerben mérünk. Mérés közben általában a munkadarab valamilyen célszerűen választott tengely körül forog, az érzékelő pedig áll, és a felületet érzékelve (tapintva) vagy a sugárirányú elmozdulást (ezt radiális ütőnek nevezzük), vagy a tengelyirányú elmozdulást (ezt homlokütőnek nevezzük) mérjük a szögelfordulás függvényében.

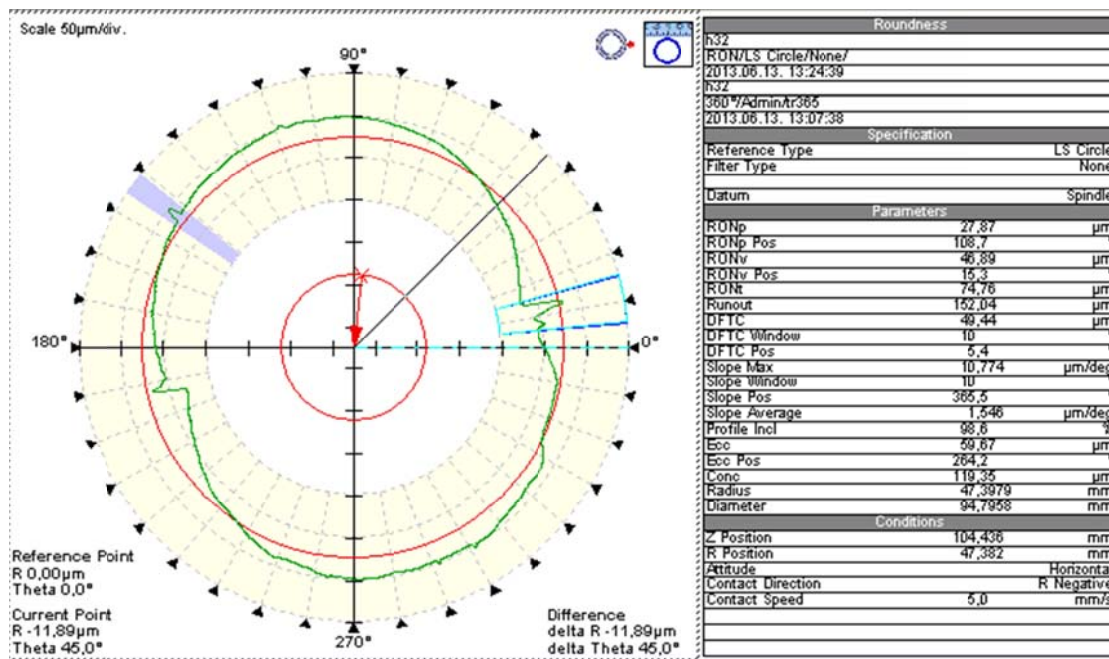


10.1 ábra: Köralakvizsgáló berendezés (Taylor Hobson:Talyrond365)

A köralakvizsgáló berendezéseket ilyen mérésekre fejlesztették ki, ezeknek az egyszerűbb változatánál a tárgyasztal forog és az érzékelő áll, ilyen mérőberendezéssel lehet forgástest alakú alkatrészeket mérni, ilyen például egy belsőégésű motor vezérműtengelye. Ha a köralakvizsgáló berendezésnek nem a tárgyasztala, hanem az érzékelője forgatható, akkor egy ilyen berendezéssel olyan munkadarabok is mérhetők, amelyeknek több, nem egy tengelyű forgásfelületük van. Belsőégésű motoroknál ilyen alkatrészek a forgattyústengely, vagy a motorblokk. A legegyszerűbb ütőmérésnél az elfordulási szöget nem is mérjük, hanem csak a radiális, vagy homlokirányú elmozdulást. A 10.15. ábra egy csúcspadba befogott vezérműtengely csapágyhelyének radiális ütőmérését mutatja mérőórával.

Ha köralakvizsgáló berendezéssel mérünk radiális ütőt, akkor a mérés eredménye lehet a mérőeszköz saját kiértékelése, vagy a mérőeszközzel a felületen mért pontokat magunk értékeljük ki.

A 10.2 ábra egy felület radiális ütőmérésének kiértékelési eredményeit és a mért profil képét mutatja a profilt közelítő körrel. A mért profil sugárirányban torzítva látszik, mivel torzítás nélkül a közelítő körhöz képest ezt a durván 0,05 mm-es eltérést kb. 200x-os nagyításban látnánk ekkorának, de itt nem az egész profilt nagyítottuk fel, hanem csak a közelítő körhöz képesti eltérést. Ehhez a nagyításhoz is jól használható a pontok polárkoordinátás alakja.



10.2 ábra: Köralkmérő berendezés mérési jegyzőkönyve

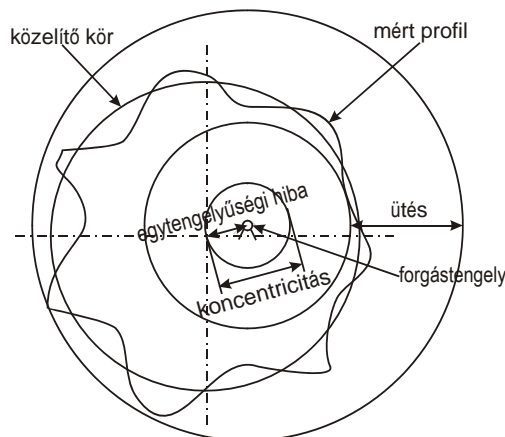
A feliratok értelmezése

	Roundness	Köralak (mérés)
h32		mérés azonosítója/neve
RON/LS/None		mérés beállításai (köralkmérés/legkisebb négyzetekkel közelített kör/nincs szűrés)
2013.06.13. 13:07:38		mérés időpontja
h32		mérés azonosítója/neve
360°/Admin/tr365		teljes kör mérése/mérést végző/eszköz (Talyrond 365)
2013.06.13. 13:07:38		mérés kezdete
	Specification	beállítások
	ReferenceType	közelítő kör számítása a legkisebb négyzetek módszerével
	Filter Type	nincs szűrő
	Datum	forgástengely: orsó (mérőeszköz forgástengelye)
RONp		a legmagasabb kiemelkedés magassága
RONpPos		a legmagasabb kiemelkedés szöghelyzete
RONv		a legnagyobb bemélyedés mélysége
RONvPos		a legnagyobb bemélyedés szöghelyzete
RONT		köralkhiba
Runout		ütés
DFTC	DepartureFromTrueCircle	eltérés a közelítő körhöz képest
Slope		(profil) ferdeség
ProfileIncl		mért profil 98,6 %-a lett kiértékelve, a 150°-nál sötétített sáv nem
Ecc	Eccentricity	egytengelyűség hibája
EccPos		az egytengelyűségi hiba (szög)helyzete
Conc	Concentricity	koncentricitás: az egytengelyűségi hiba kétszerese
Radius		közelítő kör sugara

Diameter		a közelítő kör átmérője
Z Position		kar magassági helyzete
R Position		kar kiállása
Attitude		az érzékelő állása vízszintes
ContactDirection		érintés iránya a tengely felé
ContactSpeed		az érintés sebessége 5 mm/s

*A jegyzőkönyv nem tartalmazza a fordulatszámot és a tapintó geometriáját (lekerekítési sugár).*

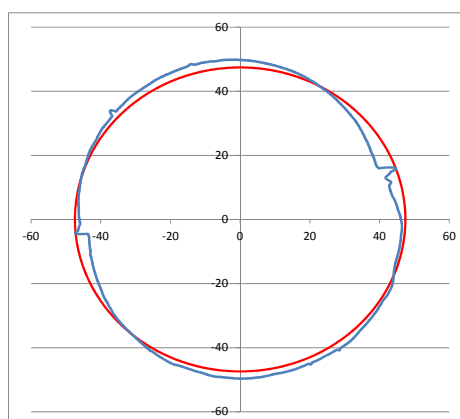
Ütés alatt az egy körülfordulás alatti legnagyobb érzékelt eltérést/érzékelőelmozdulást értjük, a 10.3. ábra szerint. A legkisebb négyzetes eltérés alapján számolt közelítő kört az összes mérési pont befolyásolja, a kiugró értékek kevésbé teszik bizonytalanná és az érzékelt pontok között halad. A beírható kört csak a forgástengelyhez legközelebb érzékelt néhány pont határozza meg, a körülírható kört pedig csak az a néhány (3-4) pont, amit a forgástengelytől legtávolabb érzékeltünk.



10.3 ábra: Az ütésméréssel kapcsolatos fogalmak értelmezése

#### A közelítő kör meghatározása számítással

A köralakvizsgáló berendezésből exportálhatjuk, ha nem is az összes érzékelt pontot, ami a teljes körre szögperces osztásban kb. 21600 lenne, hanem csak tizedfokonként 3600 pontot, derékszögű koordináta-rendszerben. Az XY koordinátákat megjelenítve egy kört kapunk, a köralakhiba túl kicsi ahhoz, hogy lássuk.



10.4 ábra: A mért profil pontjai (kék), a közelítő körtől az eltérés 100x-os nagyításban

Három nem egy egyenesbe eső pont egyértelműen meghatároz egy kört. Ha most a számítások egyszerűsítése érdekében a rendelkezésre álló 3600 pontból csak minden 10-et értékeljük ki, akkor 360 pontra kell egy közelítő kört meghatározni. A legkisebb eltérésnégyzetek elvén a következő iterációs módszerrel lehet a közelítő kört meghatározni. Az iteráció kiinduló körként meghatározunk egy kört, ami 3 kiválasztott ponton átmegy. Ezek a pontok célszerűen helyezkedjenek el, nagyjából

egyenletes osztásban a kör kerületén, tehát a 360 pontból például az 1., a 120. és 240. Ezekre a pontokra meghatározzuk a pontokon átmenő kör középpontját ( $x_0; y_0$ ) és sugarát ( $r_0$ ). A pontok koordinátaival és a közelítő kör középpontjával és sugarával képzünk egy eltérésmátrixot, melynek annyi sora van, mint ahány körpont, az első oszlop elemei rendre:

$$\frac{x_0 - x_i}{\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}} \quad (10.1)$$

a második oszlop elemei:

$$\frac{y_0 - y_i}{\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}} \quad (10.2)$$

a harmadik oszlop minden eleme -1.

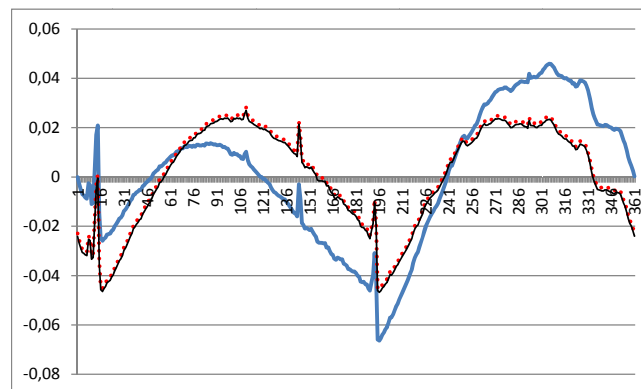
Az eltérésmátrixot ( $A_{360 \times 3}$ ) transzponáljuk ( $AT_{3 \times 360}$ ), majd összeszorozzuk a két mátrixot egymással ( $AT \cdot A_{3 \times 3}$ ), majd meghatározzuk ennek inverzét:  $(AT \cdot A)^{-1}_{3 \times 3}$

Képezzük pontonként a b eltérésvektort, aminek elemei rendre:

$$b_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - r_0 \quad (10.3)$$

összeszorozzuk az eltérésmátrix transzponáltját az eltérésvektorral:  $AT \cdot b_{3 \times 1}$ , majd az inverzmátrixot összeszorozzuk az utóljára kapott vektorral:  $(AT \cdot A)^{-1}_{3 \times 3} \cdot (AT \cdot b)_{3 \times 1}$

Kapunk egy oszlopvektort, aminek első eleme a javított kör középpontjának x irányú eltérése az előző közelítő körtől, a második eleme az y irányú eltérés, a harmadik pedig a sugárkülönbség. Az iterációt lehet folytatni, de 2-3 iterációnál többet nem érdemes végezni, mert a javulás egyre kisebb lesz.



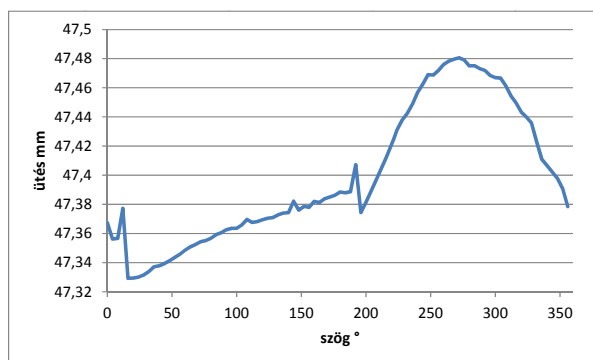
10.5 ábra: Pontok közelítése körrel, a 360 pont eltérése a közelítő körtől: folytonos vonal kiindulási kör, pontvonal első iteráció után, vékony vonal: második iteráció után

A pontoknak közelítő körtől számított eltéréseinek a négyzete a következőképpen alakul: a kiindulási körtől: 0,269, az első iterációval kapott körtől: 0,149857, a második iterációval kapott körtől: 0,149288. A második iteráció után a közelítő kör középpontja (-0,00641; -0,05914) és sugara:  $r=47,398$ . A kapott sugár megegyezik a köralakvizsgáló sugáreredményével. A közelítő kör középpontja a forgástengelyhez képest (ami a koordinátarendszerünk origója) a következő szöghelyzetben van:  $\alpha = \arctan(-0,05914 / -0,00641) + 180^\circ = 263,815^\circ$ , ami  $0,4^\circ$ -t tér el a köralakvizsgáló eredményétől, tehát jól közelíti azt.

A köralakhibát a közelítő körtől a profilpontok eltéréseiként kapjuk, amit a 10.5 ábra mutat és -0,047 és 0,024 szélsőértékek között mozog.

## Kiértékelés Fourier-analízissel

A másik kiértékelési módszer az ütésdiagramon keresztül történik. Az ütésdiagram az egyes pontoknak az origótól mért távolsága (a pontok x és y koordinátáinak négyzetösszegéből vont négyzetgyök) a szögelfordulás függvényében, ami egy kiterített polárdiagram.



10.6 ábra: A mért profil ütésdiagramja

Az ütésdiagram a mért profil  $0^\circ$  szöghelyzetéből indul és a szögskálának megfelelő irányban, az óramutató járásával ellentétes irányban halad.

A közelítő kör és a köralakhiba második meghatározási módja a Fourier-analízis alkalmazása az ütésdiagramra.

A Fourier-analízissel, vagy transzformációval az ütésdiagramunkat előállítjuk különböző amplitúdójú és frekvenciájú szinusz és koszinusz függvények összegeként.

Az eredő függvény alakja:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} (a_k \cos(kt) + b_k \sin(kt)) + \frac{a_n \cos(nt)}{2} \quad (10.4)$$

ahol az ú.n. Fourier-együtthatók:

$$a_k = \frac{2 \sum_{v=0}^N y_v \cos(kx_v)}{N} \quad (10.5)$$

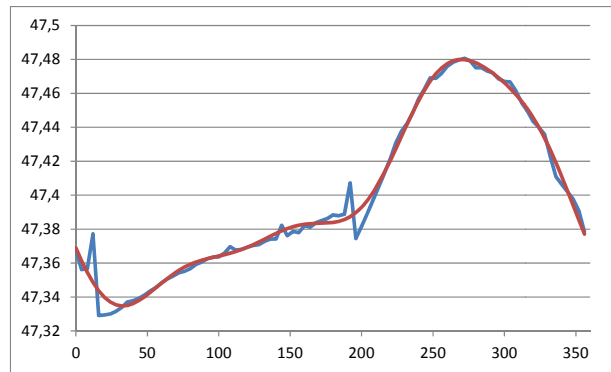
$$b_k = \frac{2 \sum_{v=0}^N y_v \sin(kx_v)}{N} \quad (10.6)$$

n a Fourier-együtthatók száma, számunkra az első néhány a legfontosabb. Az ütésdiagramból N darab értéket veszünk ki egyenletes osztásban, a szögeket jelöli az x, az ütésértékeket az y koordináta.

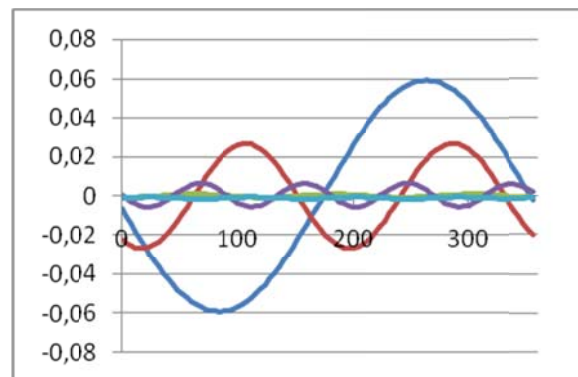
A Fourier-analízissel az első 5 együtthatóra a következő értékeket kapjuk:

Ssz	0	1	2	3	4	5
a	94,79661	-0,00626	-0,02231	-0,00073	0,000447	-0,00103
b	0	-0,05908	-0,01493	-0,00016	-0,00586	0,000436

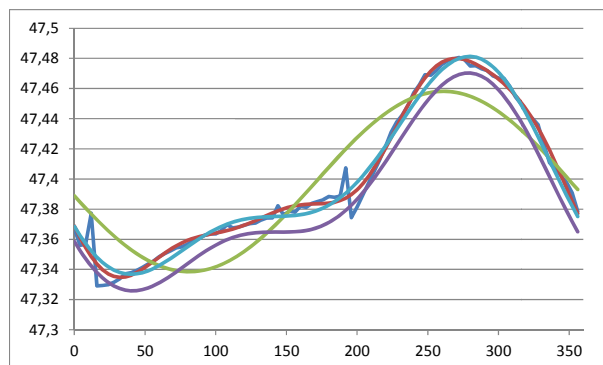
10.1 táblázat: Az ütésdiagram Fourier-együtthatói 5-ig



10.7 ábra: Az ütésdiagram és az Fourier-analízissel nyert közelítő függvény



10.8 ábra: Az ütésdiagramot közelítő függvény első 5 felharmonikusa



10.9 ábra: Az ütésdiagram és a felharmonikusok összegei

A 10.9. ábra mutatja, hogy közelíti egyre jobban az 1-2-3-4-5 felharmonikus összegzésével a kapott függvény az ütésdiagramot.

Az első felharmonikus eredményezi az egytengelyűségi hibát, az összes többi összege a köralakhibát.

Az első felharmonikus a Fourier-együtthatókból a következő alakú:

$$r = -0,0626 \cdot \cos \alpha - 0,0591 \cdot \sin \alpha \quad (10.7)$$

Az ugyanolyan frekvenciájú szinusz és koszinusz függvények a következő összefüggéssel összegezhettek egy szinuszfüggvénybe:

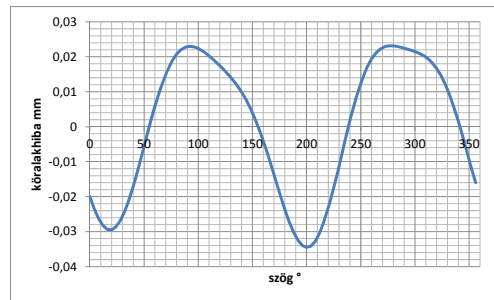
$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin(x + \varphi) \quad (10.8)$$

$$\text{ahol } \varphi = \arctan(b/a), \text{ és } \varphi = \arctan(b/a) \pm 180^\circ \quad (10.9)$$

Ebből az első felharmonikus eredő szinuszfüggvénye:

$r=0,0594 \cdot \sin(\alpha+263,952^\circ)$ , ami szintén közel azonos a köralak vizsgáló egytengelyűségi hiba és szöghelyzet eredményével.

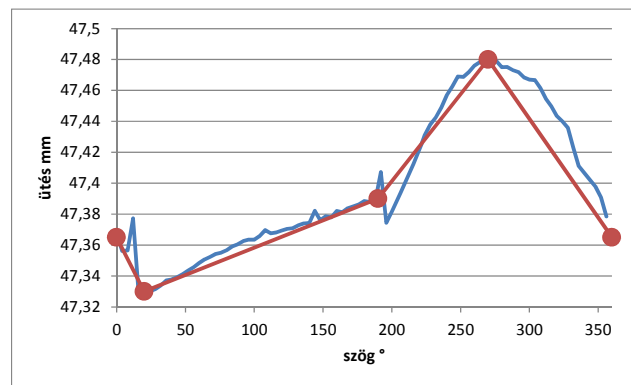
A köralakhiba a többi felharmonikus összege, ami a mostani számolásban csak a következő 4:



10.10 ábra: A Fourier-analízissel kapott köralakhiba

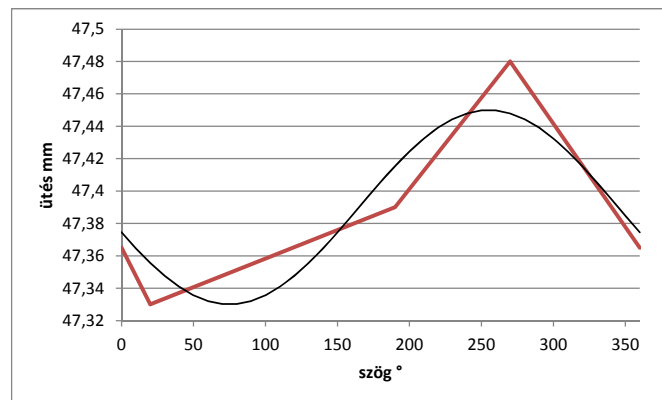
### Egyszerűsített mérés és kiértékelés

Ha ezt a mérést nem köralkvizsgáló berendezéssel, hanem a munkadarabot csúcspadba befogva mérőórával végeztük volna el, akkor egyrészt a radiális irányú elmozdulásnál legfeljebb a 0,01 mm-eket tudtuk volna egyértelműen megállapítani, a mikronos eltéréseket csak becsülni tudtuk volna, és a szöghelyzetekre is csak becsült és nem mért értékek állnának rendelkezésünkre. A mért pontoknál a körök a mérés bizonytalanságára utalnak, a mérési eredmény a jelölt körökön belül akárhol lehet.



10.11 ábra: Mérőórával csúcspadban mérhető ütésdiagram

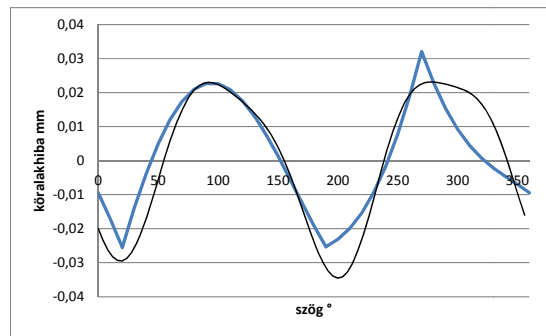
A becslésekkel, kevés ponttal kapott ütésdiagramot értelmetlen lenne bármelyik előző számolások módszerrel kiértékelni. Keressük meg becsléssel az ütésdiagramot közelítő körnek az ütésdiagramját! Induljunk ki abból, hogy kör ütésdiagramja vagy egy, a szögtengellyel párhuzamos egyenes, vagy egy szinuszgörbe. Keressük meg becsléssel azt a szinuszgörbét, ami az ütésdiagramunkat jól közelíti (10.11 ábra)!



10.12 ábra: A becsléssel kapott ütésdiagramot közelítő kör ütésdiagramja



A mérőórával mérhető ütészdiagram és a közelítő kör ütészdiagramja közti eltérés a köralakhiba.



10.13 ábra: A legegyszerűbb mérési és értékelési módszerrel kapott köralakhiba (vastag vonal) és a bonyolultabb módszerrel kapott összehasonlítása

A köralakhiba mind lefutását, mind nagyságát tekintve elfogadhatóan közelíti a számítással meghatározottat, a legnagyobb eltérések 0,01 mm-esek.

### Az egytengelyűségi hiba meghatározása közvetett mérésnél

Ütész mérés során általában nem ahhoz a tengelyhez képest forgatjuk a munkadarabot, mint amihez képest működés közben forogni fog. A munkadarabokon kialakított csúcsfurat gyártási és mérési bázisként szolgál, de működés közben nem a csúcsfuratok a forgás bázisfelületei. Belsőégésű motorok forgattyús és vezérmű tengelyeinek több csapágyhelye van, ezek együtt határozzák meg a működési tengelyt. Ezt a problémát úgy lehet megoldani, hogy számítással határozzuk meg a működési forgástengely helyzetét és ehhez a számítással meghatározott tengelyhez képest határozzuk meg az egytengelyűségi hibákat. Példaként tekintsünk egy vezérműtengely 4 csapágyhelyét!



10.15 ábra: Vezérműtengely csapágyhelyének ütész mérése csúcspadban mérőórával

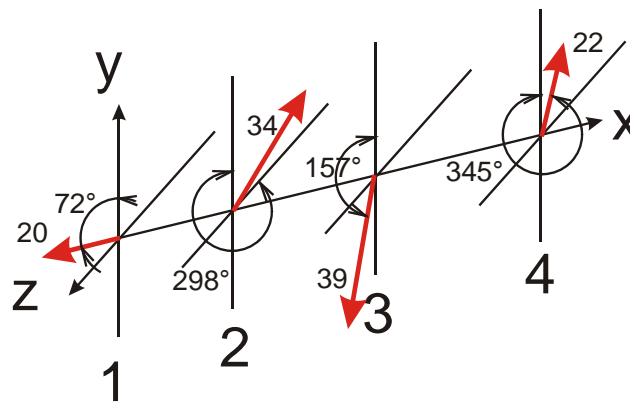
A 4 csapágyhely ütész mérésével (akár köralakvizsgáló berendezéssel, akár csúcspadban mérőórával mérve) meghatároztuk a csapágyhelyek köralak és egytengelyűségi hibáit. A következő táblázat mutatja a csapágyhelyek egytengelyűségi hibáit (vektorok), a csapágyhelyek elhelyezkedését a mérési hengerkoordinátarendszerben.





10.16 ábra: A koordinátarendszer elhelyezkedése

A koordinátarendszer tengelye a mérési forgástengely, origója az első csapágyhelyen az ütés mérés helye, a  $0^\circ$  iránya a függőleges felfelé, ahogy a mérőóra elhelyezkedik, a forgásirány mindegyik csapágyhelynél ugyan az.



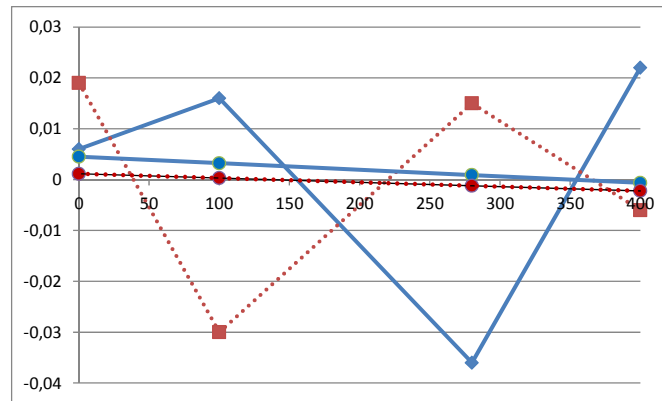
10.17 ábra: Vezérműtengely 4 csapágyhelyének térbeli elhelyezkedése

		C1	C2	C3	C4
x	mm	0	100	280	400
egytengelyűség	mm	0,02	0,034	0,039	0,023
szöghelyzet	$^\circ$	72	298	157	345
y	mm	0,006	0,016	-0,036	0,022
z	mm	0,019	-0,03	0,015	-0,006

10.2 táblázat: A csapágyhelyek térbeli elhelyezkedése polár és derékszögű koordinátarendszerben

A vezérműtengely forgástengelye üzem közben a csapágyhelyek 4 térbeli pontját közelítő egyenes, amellett, hogy ezt sok tényező befolyásolja (az egyes csapágyhelyek illesztése, a csapágyfuratok térbeli elhelyezkedése: mennyit és hogyan térnek el a névleges helyzettől ...).

A térbeli 2-nél több pontot közelítő egyenest sokféle geometriai kiértékelőprogrammal meg lehet határozni (CAD-rendszerek, koordináta mérőgépek és felületdigitalizáló rendszerek), de ha ilyen nem állna rendelkezésre, akkor a bonyolultabb térbeli számolás helyett visszavezethetjük ezt a feladatot két egymásra merőleges síkban a közelítő egyenesek meghatározására, majd ezek eredőjének meghatározására.



10.18 ábra: A 4 csapágyhely elhelyezkedése szembenézetben (folytonos) és alulnézetben (pontvonal)

A 10.18 ábra elől- és alulnézetben mutatja a 4 csapágyhely elhelyezkedését és az egyes síkokban a 4 pontot közelítő egyenest és a közelítő egyenesek pontjait a csapágyhelyeknél. A két síkban a közelítő egyenes mutatja a vezérműtengely forgástengelyét szerelt állapotban/üzem közben. Az egyes csapágyhelyek egytengelyűségi hibáját ettől a tengelytől, síkokban ezektől az egyenesektől kell meghatározni. A több, mint 2 pontra illeszthető egyenes számítás módszerét a koordináta mérés technikát taglaló fejezetben bemutattuk.

Az egyes csapágyhelyek egytengelyűségi hibái az egyes síkokban a csapágyhely helyzetének és a közelítő egyenes pontjának a távolsága. Ezt ki kell számolni mindkét síkban mind a 4 csapágyhelyre, majd meg kell határozni a térbeli eredő egytengelyűségi hibát, ami a két síkban számított egytengelyűségi hibák négyzetösszegéből vont négyzetgyök.

		C1	C2	C3	C4
közelítő egyenes y		0,004511	0,003223	0,000906	-0,00064
közelítő egyenes z		0,00114	0,000299	-0,00121	-0,00222
eltérés y		-0,00149	-0,01278	0,036906	-0,02264
eltérés z		-0,01786	0,030299	-0,01621	0,003776
eredő		0,017922	0,032883	0,040311	0,022952

10.3 táblázat: Az egyes csapágyhelyeken a forgástengely (közelítő egyenes) helyzete, az egytengelyűségi hibák a két síkban és az eredő egytengelyűségi hiba.

Az eredő egytengelyűségi hiba a 3. csapágyhelynél a legnagyobb, értéke 0,04 mm, ez az érték a mérvadó a vezérműtengely csapágyhelyeinek egytengelyűsége szempontjából.