

# Mértékegységrendszerek

Dr. Horváth András  
SZE, Fizika Tsz.

v 0.1

Home Page

Title Page



Page 1 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

# 1. Bevezetés: a mérés fontossága

**Mérés** = valós objektumok és matematikai fogalmak közti kapcsolat keresése.

**Elméleti jelentőség:** Csak a mérések elvégzése után következhet a fizikai törvények keresése.

**Gyakorlati jelentőség:** A mindennapok lehetetlenek lennének mérés nélkül. (Házépítés, szg.-hálózat tervezés.)

**“Jó mérés”** tulajdonságai:

- könnyen kivitelezhető
- többször megismételve ugyanazt kapom
- más emberek is ugyanazt kapják
- valami fontos tulajdonságot határoz meg

Mindezt a **távolság** mérésén mutatjuk be.

## 2. A távolság mérése

Mindig egy vagy több alapegységgel való összevetésen alapul.

Régen a törtszámok kezelése nem volt közismert, ezért több, különböző alapegységre volt szükség (méröld, öl, láb, hüvelyk, stb.) melyek közti átváltás nem volt magától értetődő.

Törtszámokat is használva elég csak egy alapegység (10 000 m; 1,69 m; 0,0001 m), csak kényelmi okokból használunk egyéb egységeket (10 km, 169 cm, 0,1 mm)

**De mi legyen az alapegység??**

A **fentiek** szerint mindenképp valami állandó, mindenki számára hozzáférhető, a hétköznapiakban előforduló méretskálájú valami kell legyen.

## 2.1. Távolságegységek

Természetes távolságegységek: testrészek méretével kapcsolatosak (hüvelyk, arasz, könyök, láb, stb.)

Egyéni munkánál hasznosak, de együttműködésnél már egyeztetni kell.  $\Rightarrow$  **egységesítés szükséges.**

**Egyik kísérlet:** I. Henrik angol király saját testméréteit tette meg szabványnak. (Kinyújtott keze = 1 yard, stb.) Ez a mai angolszász rendszer alapja.

**Mi a baj ezzel?**

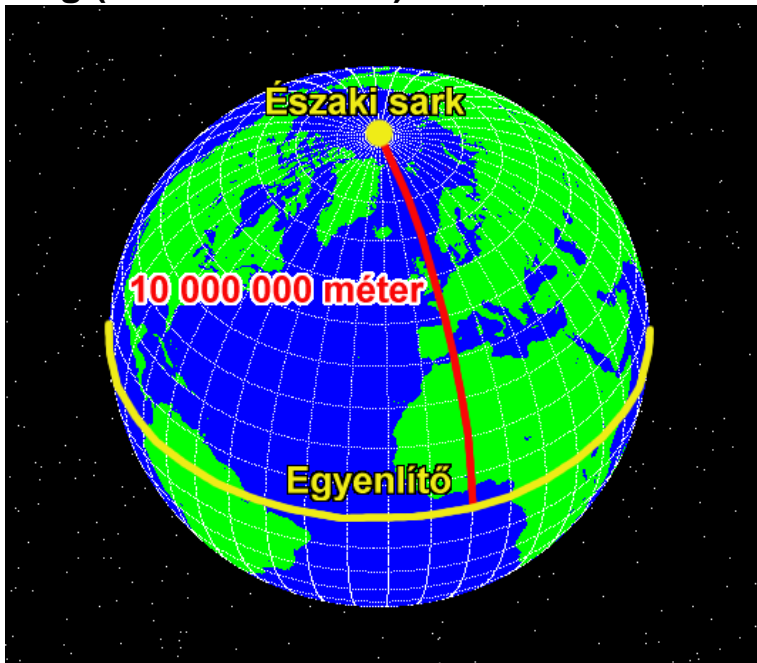
- I. Henrikből csak egy van
- I. Henrik esetleg változtatja méreteit (öregedés, halál)
- (I. Henrik nem mindenkinek szimpatikus)

Valójában egyszer levették a király méreteit és ennek másolatait használták. (Pl. piactér melletti falba beépítve, hogy ne legyen hamisítható.)

## A méter

Első komoly kísérlet: Franciaország, 1700-as évek vége:

**Eredeti ötlet:** 1 m legyen a Föld Északi sarka és Egyenlítője közti távolság (felszínen mérve) tízmilliomod része.



Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀

▶

◀

▶

Page 4 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## Értékelés:

- + Nem személyfüggő
- + Eléggé állandó
- Nehezen használható

Valójában több éves méréssorozat kellett ahhoz, hogy legyártsanak egy 1 m hosszú szabvány rudat (“ősméter”), és igaziból ezt használták a mérésekhez.



Később kiderült, hogy a Föld nem szabályos alakú, így jobb egység kellett  $\Rightarrow$  ma atomi egységekhez kötik a méter definícióját. (Lásd később.)

### 3. Alapegységek és származtatott egységek

A távolság méréséhez hasonlóan lehet más mennyiségek egységeit is meghatározni. (Idő, tömeg, áramerősség, stb.)

Vajon mindnek külön egységet kell adnunk?

#### 3.1. Mérőszámok és mértékegységek

Mit is jelent az, hogy egy távolság 5 méter? Azt, hogy a méter ötszöröséről van szó.

$$h = 5 \text{ m} = (5) \cdot (\text{m})$$

**mérés**                      **mértékegység**

## A fizikai mennyiség a mérőszám és a mértékegység szorzata.

A mértékegységek szorzótényezőként való felfogásából következik, hogy:

- Fizikai mennyiségek szorzatának mértékegysége a mértékegységek szorzata. ( $[x \cdot y] = [x] \cdot [y]$ )
- Különböző mértékegységű mennyiségek közt nem állhat fenn egyenlőség.
- Különböző mértékegységű mennyiségek nem adhatók össze.

### Két fontos jelölés:

- $[x]$  = “ $x$  mértékegysége”
- Dőlt betű fizikai mennyiségre, egyenes betű mértékegységre utal.  
Pl. “ $m$ ”: valami tömege, de “m”: a méter jele.

## 3.2. Mértékegységek származtatása

Mindez lehetővé teszi mértékegységek **származtatását** meglevőkből.

Például nem kell külön sebességység, hisz egyenes vonalú egyenletes mozgásnál:

$$v = \frac{x}{t}$$

Ezért a fentiek szerint:

$$[v] = \frac{[x]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left( = \frac{\text{méter}}{\text{szekundum}} \right)$$

### 3.3. Az SI-rendszer

Nem szükséges tehát minden fizikai mennyiséghez saját mértékegység. De néhányhoz mégis kell, a többit ebből származtatjuk.

Az alapegységek megválasztásával egy egész **mértékegység rendszerhez** jutunk, ha a származtatottakat is hozzávesszük.

Mai szabvány rendszer: **SI-rendszer**.

Az SI 7 alapegysége:

másodperc	s
méter	m
kilogramm	kg
kelvin	K
amper	A
mól	mol
kandela	cd

## Például a mechanikai alapegységek meghatározása (vázlatosan):

Bevezetés

A távolság mérése

- Egy **másodperc** az alapállapotú  $^{133}\text{Cs}$  atom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenetének megfelelő sugárzás periódusidejének 9 192 631 770-szorosa.
- Egy **méter** az a távolság, amelyet a fény vákuumban  $1/299792458$  másodperc alatt tesz meg.
- Egy **kilogramm** a kilogramm-prototipusnak nevezett test tömegével egyenlő.

A 7 alapegységből az összes többi “kikeverhető”.

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 10 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Megengedett ezek meghatározott többszöröseinek használata.

A leggyakoribb szorzókat jelző előtagok:

név	jel	szorzó
tera-	T	$10^{12}$
giga-	G	$10^9$
mega-	M	$10^6$
kilo-	k	$10^3$
milli-	m	$10^{-3}$
mikro-	$\mu$	$10^{-6}$
nano-	n	$10^{-9}$
piko-	p	$10^{-12}$
femto-	f	$10^{-15}$
atto-	a	$10^{-18}$

(Vigyázat! A számítástechnika kicsit eltérő definíciókat ad meg. Ott pl. 1 kB=1024 B)

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 11 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

### 3.4. Mértékegységek kifejezése alapegységekkel

**(3.4)–1. példa:** *Mi a newton (N) SI-alapegységekkel kifejezve?*

**Megoldás:** A newton az erő mértékegysége:

$$\mathbf{N} = [F]$$

De tudjuk, hogy  $F = m \cdot a$ , ezért:

$$\mathbf{N} = [F] = [m][a] = \mathbf{kg} \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$$

**(3.4)–2. példa:** *Mi a pascal (Pa) SI-alapegységekkel kifejezve?*

**Megoldás:** Tömören:

$$\mathbf{Pa} = [p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{m}^2} = \frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m} \mathbf{s}^2}$$

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 12 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**(3.4)–3. példa:** *Mi a kapacitás (kondenzátor) mértékegysége SI-alapegységekkel kifejezve?*

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page



Page 13 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**(3.4)–3. példa: Mi a kapacitás (kondenzátor) mértékegysége SI-alapegységekkel kifejezve?**

**Megoldás:**

$$Q = C \cdot U \quad \Rightarrow \quad [C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$$

Itt már csak a volt (V) nincs alapegységekkel kifejezve. Ezt pl.  $U = W/q$  alapján tehetjük meg:

$$\text{V} = [U] = \frac{\text{J}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3}$$

Ezt visszahelyettesítve a fenti egyenletbe:

$$[C] = \frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 14 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 3.5. A mértékegység-számítások felhasználása

Leggyakoribb esetek:

- Formulák helyességének ellenőrzése.
- Más alapegységekre való áttéréskor (ritka).
- Mennyiségek közti arányosság jellegének megtalálása.

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page



Page 15 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**(3.5)–1. példa:** Valaki félig elfelejtette a harmonikus rezgőmozgás frekvenciájának képletét. Csak azt tudja, hogy az alábbi kettő közül az egyik jó:

$$\omega = \sqrt{\frac{m}{D}} \quad ??vagy?? \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

**Válasszuk ki a helyeset!**

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 16 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**(3.5)–1. példa:** Valaki félig elfelejtette a harmonikus rezgőmozgás frekvenciájának képletét. Csak azt tudja, hogy az alábbi kettő közül az egyik jó:

$$\omega = \sqrt{\frac{m}{D}} \quad ??vagy?? \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

**Válasszuk ki a helyeset!**

**Megoldás:** Mivel  $F = D \cdot \Delta x$ :

$$[D] = \frac{[F]}{[\Delta x]} = \frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

Így

$$\left[ \sqrt{\frac{m}{D}} \right] = \sqrt{\frac{\text{kg}}{\text{kg/s}^2}} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s}$$

Fentiek közül a bal oldali így biztos rossz. ( $[\omega] = 1/\text{s}$ )

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 17 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

A jobb oldalnak a mértékegysége rendben van, tehát csak ez lehet jó.

**Vigyázat!** Ez a módszer nem mindentudó! Pl. nem buk-  
tatja le, ha egy  $2\pi$  szorzó lemarad, mert annak nincs  
mértékegysége.

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 18 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**(3.5)–2. példa:** Egy fonálinga lengésideje ( $T$ ) csak a fonál hosszától ( $l$ ), a test tömegétől ( $m$ ) és a nehézségi gyorsulástól ( $g$ ) függhet. Milyen lehet ez a függés?

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page



Page 19 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

**(3.5)–2. példa:** Egy fonálinga lengésideje ( $T$ ) csak a fonál hosszától ( $l$ ), a test tömegétől ( $m$ ) és a nehézségi gyorsulástól ( $g$ ) függhet. Milyen lehet ez a függés?

**Megoldás:** Keressük  $T$ -t az alábbi alakban:

$$T = l^a \cdot m^b \cdot g^c$$

ahol  $a$ ,  $b$  és  $c$  egyenlőre ismeretlen kitevők.

A mértékegységekre alkalmazva ezt:

$$s = m^a \text{kg}^b \left( \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)^c = \text{kg}^b \text{m}^{a+c} \text{s}^{-2c}$$

Ha a két oldal megegyezik, akkor az egyes egységek azonos hatványon kell szerepeljenek:

$$0 = b, \quad 0 = a + c, \quad 1 = -2c$$

Könnyű belátni, hogy ennek megoldása:

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = 0, \quad c = -\frac{1}{2}$$

Bevezetés

A távolság mérése

Home Page

Title Page

◀◀

▶▶

◀

▶

Page 20 of 21

Go Back

Full Screen

Close

Quit

Tehát az inga lengésideje nem függ a felakasztott test tömegétől, arányos a fonalhossz gyökével és fordítva arányos a gravitációs gyorsulás gyökével.

Képletben:

$$T = K \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ahol  $K$  ismeretlen konstans. (Ez nem jön ki csak a mértékegységek vizsgálatából. Egyéb megfontolásokkal meghatározható. Pl. kis lengésekre  $K = 2\pi$ )