*Prof. Dr. Thomas Zimmerer**

Erweiterung des Anlageuniversums für deutsche Investoren: Rendite- und Risikopotenzial österreichischer und ungarischer Aktien- und Rentenmärkte

Fachhochschule Ansbach
Fachbereich Wirtschafts- und Allgemeinwissenschaften
Finanz-, Bank- und Investitionswirtschaft
Residenzstraße 8

91522 Ansbach

Tel.: 0049 981 / 4877-217
Fax: 0049 981 / 4877-202
e-mail: thomas.zimmerer@fh-ansbach.de
Internet: http://www.fh-ansbach.de/~thomas.zimmerer

* *Prof. Dr. Thomas Zimmerer* ist Professor für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre mit Studienschwerpunkt Finanz-, Bank- und Investitionswirtschaft an der Fachhochschule Ansbach und Senior Consultant bei der alpha portfolio advisors GmbH, Bad Soden. Forschungsschwerpunkte: Quantitative Portfolio- und Risikomanagementmodelle, Rentenportfolioanalyse, Portfolio Insurance.

Prof. Dr. Thomas Zimmerer

Erweiterung des Anlageuniversums für deutsche Investoren: Rendite- und Risikopotenzial österreichischer und ungarischer Aktien- und Rentenmärkte

I. Einleitung

Die wachsende Performancebedeutung in der Vermögensverwaltung institutioneller Investoren vor dem Hintergurnd eines historisch niedrigen Zinsniveaus zwingt die Investoren zur Suche nach alternativen Assetklassen, die risikoadjustiert eine höhere Rendite als das rein deutsche Anlageuniversum bei vergleichbarem Risiko versprechen. Der folgende Beitrag beschäftigt sich mit der Frage, ob die Assetklassen Aktien und Renten in Österreich und Ungarn bezüglich Rendite, Risiko und Korrelationsstruktur eine gute Erweiterung des deutschen Anlageuniversums darstellen.

Der Beitrag gliedert sich grob in drei Teile. Der erste Teil in Abschnitt II gibt zunächst einen Überblick über verschiedene Kennziffern, die zur Analyse von Risiko und Ertrag einer Assetklasse zur Verfügung stehen. Dabei werden nicht nur die traditionellen Rendite-Risikomaße wie historische Durchschnittsrenditen und Volatiltäten berechnen, sondern auch Analysen über die Verteilungseigenschaft der Renditen durchgeführt. Anschließend werden im zweiten Teil ab Abschnitt III die Grundzüge der Portfolio Selection von Markowitz skizziert, da die darauf aufbauenden Optimierungsansätze bei der anschließenden empirischen Asset Allocation-Studie angewandt werden. Besonderer Wert wird auf die konsistente Ableitung der Renditeschätzer gelegt, da historisch basierte Schätzungen mit hohen Schätzrisiken behaftet sind, die sich nachteilig in der Optimierung auswirken können. Direkt im Anschluss erfolgen traditionelle μ-σ-Optimierungen mit investorspezifischen Nebenbedingungen, um den potentiellen Mehrwert der Assetklassen Aktien und Renten aus den Universa Österreich und Ungarn für einen deutschen institutionellen Investor zu ermitteln. Die Optimierungen erfolgen anhand klassischer Selektionsmodelle nach dem Portfolio Selection-Modell von *Markowitz* sowie nach dem Separationstheorem von *Tobin*. Dabei wird vom Fremdwährungsrisko abstrahiert, d.h. es wird die Sichtweise eines in Euro investierenden Investors eingenommen, indem die ungarischen Assetrenditen in Euro-Renditen transformiert werden. Die Ergebnisse werden komparativ dargestellt und kritisch gewürdigt. Der dritte Teil der Studie fasst in Abschnitt IV die Ergebnisse resümierend zusammen.

II. Differenzierte statistische Analyse der Aktien- und Rentenmärkte in Deutschland, Österreich und Ungarn

1. Daten

Die Datengrundlage für die anschließenden Untersuchungen bilden nationale Aktienindizes für die Assetklasse Aktien (*Equities*) sowie Staatsanleihenindices für die Assetklasse Renten (*Bonds*). Aus den monatlichen Aktienindexständen können über deren Änderungsraten diskrete monatliche Wertentwicklungsrenditen berechnet werden. Bei der Ableitung der Returns der Rentenidices ist für Ungarn ein Zwischenschritt notwendig. Da ein repräsentativer ungarischer Staatsanleihenindex aufgrund der geringen Markttiefe und – liquidität (noch) nicht existiert, wird ein gleichgewichteter virtueller Index bestehend aus einer fünf- und zehnjährigen ungarischen Benchmarkanleihe generiert[1]. Der Index wird über die verfügbare Historie der fünf- und zehnjährigen ungarischen Benchmarkrenditen berechnet. Dabei ist zu beachten, dass die Zeitreihe der Benchmarkrenditen nicht den *Total Return* einer Staatsanleihe darstellt. Sie reflektiert vielmehr die sog. *Yield to Maturity* der betrachteten Anleihe und quantifiziert den Ertrag, den ein Bondinvestor aus der Anleihe erhält, wenn er die Anleihe bis zum Fälligkeitsende – also fünf bzw. zehn Jahre lang – halten würde. Die monatliche Wertentwicklungsrendite der Bonds erhält man, indem die Yield to Maturities in Bondpreise transformiert und anschließend deren relative Änderungsraten berechnet werden. Der Marktpreis P_t einer Anleihe entspricht dem Gegenwartswert der bekannten, künftigen Cash Flows CF_t zum betrachteten Zeitpunkt t – den Kupons C und der Rückzahlung des Nominalwertes N. Als Zinsfuss zum Diskontieren der Cash Flows fungiert die laufzeitkongruente Rendite y, die am Kapitalmarkt gehandelt wird. Formal lässt sich der Preis schreiben als[2]:

$$P_t = \frac{C}{1+y} + \frac{C}{(1+y)^2} + \ldots + \frac{C}{(1+y)^T} + \frac{N}{(1+y)^T} = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^T} = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+y)^t} \qquad (1)$$

Zu beachten ist, dass Gleichung (1) den *Dirty Price* der Anleihe, d.h. den Kurs inklusive Stückzinsen (*Accrued Interest*) liefert. Der Total Return eines Bonds besteht aus zwei Komponenten: neben dem ordentlichen Ertrag über die Kuponzahlung (*Coupon Return*) der Höhe C besteht ein Ertragsteil, der ausschließlich Preisänderungen des Bonds im Zeitablauf reflektiert (*Price Return*).[3] Wird der Gesamtertrag eines festverzinslichen Wertpapiers zwischen zwei Zeitpunkten betrachtet, so ist der Ertrag R_t eines festverzinslichen Bonds wie folgt definiert:

---

1 Der so generierte Index weist mit einer Duration von 6,1 Jahren eine Zinssensitivität auf, die annähernd mit den JP Morgan Government Bond Indices für Deutschland (6,3 Jahre) und Österreich (6,4 Jahre) korrespondiert.

2 Vgl. *Zimmerer*, 2005 (a), S. 560.

3 Die diskrete Betrachtung zweier Kuponzahlungstermine macht eine exakte Differenzierung zwischen Preisen exklusive Stückzinsen (*Clean Price*) und inklusive Stückzinsen (*Dirty Price*) in Gleichung (2) notwendig. Da der Nenner in Gleichung (2) die Höhe des eingesetzten Kapitals für den Kauf eines Bonds mißt, ist hier der Dirty Price anzusetzen. Im Zähler unterscheidet man zwischen zeitanteiligem ordentlichen Ertrag und Preisänderung aufgrund von Zeitablauf und eventueller Renditebewegungen am Kapitalmarkt. Die Preiserträge werden in Form von Clean Prices gemessen. Somit kann der monatliche Total Return der Anleihen über Gleichung (2) berechnet werden. Zu spezifizieren ist lediglich ein Kupon, der den repräsentativen Anleihen zugrunde liegt. Im Rahmen dieser Studie wurde ein marktnahner Kupon von 6% p.a. gewählt. Vgl. auch *Zimmerer*, 2003, S. 246.

$$R_t = \frac{C_t + (P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} = \underbrace{\frac{C_t}{P_{t-1}}}_{\textit{Coupon Return}} + \underbrace{\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}}_{\textit{Price Return}} \tag{2}$$

Der Bondreturn errechnet sich somit durch Addition von Preisertrag und Kuponertrag pro Monat. Aus den monatlichen Wertentwicklungen der Assetklassen lassen sich nun kumulierte Wertentwicklungsverläufe berechnen und graphisch visualisieren, die einen ersten Eindruck über das Risiko-Ertragsverhalten der Assetklasse per se sowie über das Kovariieren der Assetklassen untereinander liefern. Folgende Abbildung zeigt die historische Wertentwicklung von Dezember 2004 bis September 2005 in den nationalen Aktienidices[4]:

- Dow Jones EuroStoxx50 Price Index
- Deutscher Aktienindex DAX
- Österreichischer Aktienindex (*Austrian Traded Index*) ATX
- Ungarischer Aktienindex (*Budapest Stock Index*) BUX in lokaler Währung und in EUR

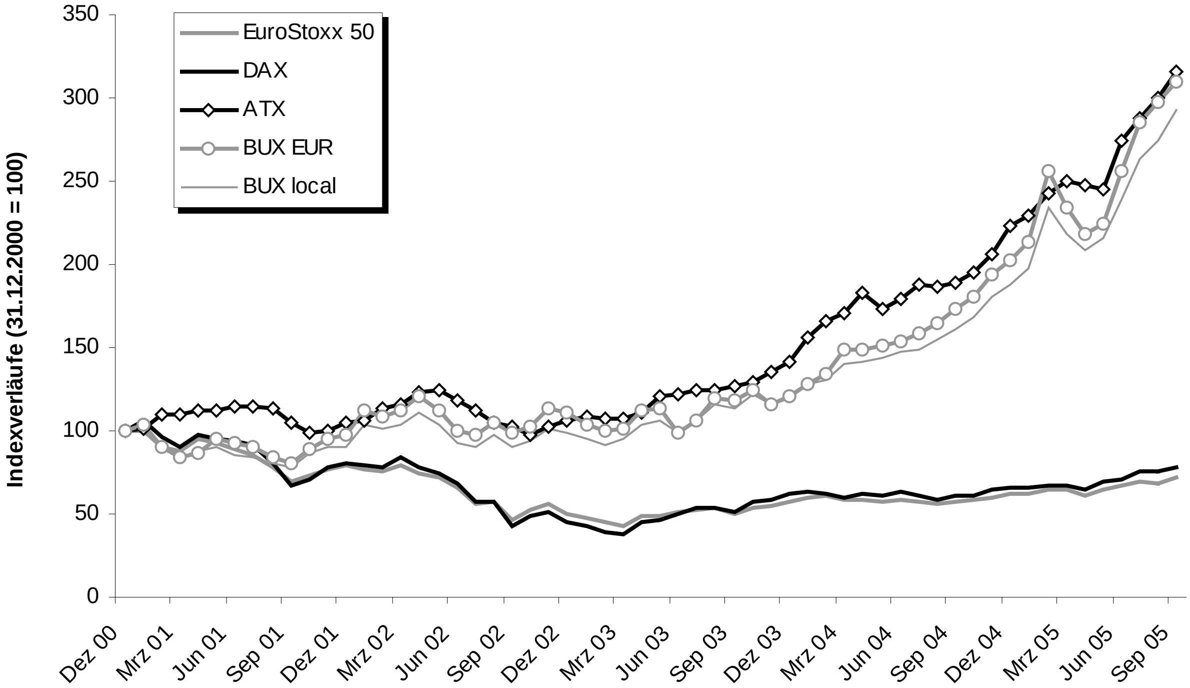


Abb. 1: Historischer Vergleich der Aktienindices

Die historischen Aktienmarktverläufe zeigen, dass der ungarische und österreichische Aktienmarkt von der Aktienmarktbaisse in den Jahren 2000-2002 kaum betroffen waren, sondern entgegen dem Euroland-Trend in dieser Phase seitwärts gingen und anschließend deutlich stärker performten. Ein deutscher Investor, der das ungarische Aktienengagement in Euro-Währung dargestellt hätte, hätte aufgrund der Euro-Aufwertung gegenüber dem ungarischen Forint im betrachteten Zeitraum eine zusätzliche Performance erwirtschaften können.

4 Datenquellen:
EuroStoxx50: www.stoxx.com
DAX: www.bundesbank.de
ATX: www.oenb.at
BUX: www.mnb.hu

Die schwache Korrelation der Aktienmärkte von Österreich und Ungarn zu Deutschland verbunden mit den hohen absoluten Renditen hätte sich für einen deutschen Investor im Portfoliokontext positiv bemerkbar gemacht: hierbei handelt es sich um die Eigenschaften, die effizienzerhöhend wirken und zu einer hohen Gewichtung bei einer *Markowitz*-Optimierung führen[5]. Analog zu den Aktienmärkten sind in folgender Abbildung die Verläufe der nationalen Rentenindices im gleichen Zeitraum dargestellt[6]:

- JP Morgan EMU Government Bond Index
- JP Morgan Germany Government Bond Index
- JP Morgan Austria Government Bond Index
- HUF Bond Index in lokaler Währung und in EUR

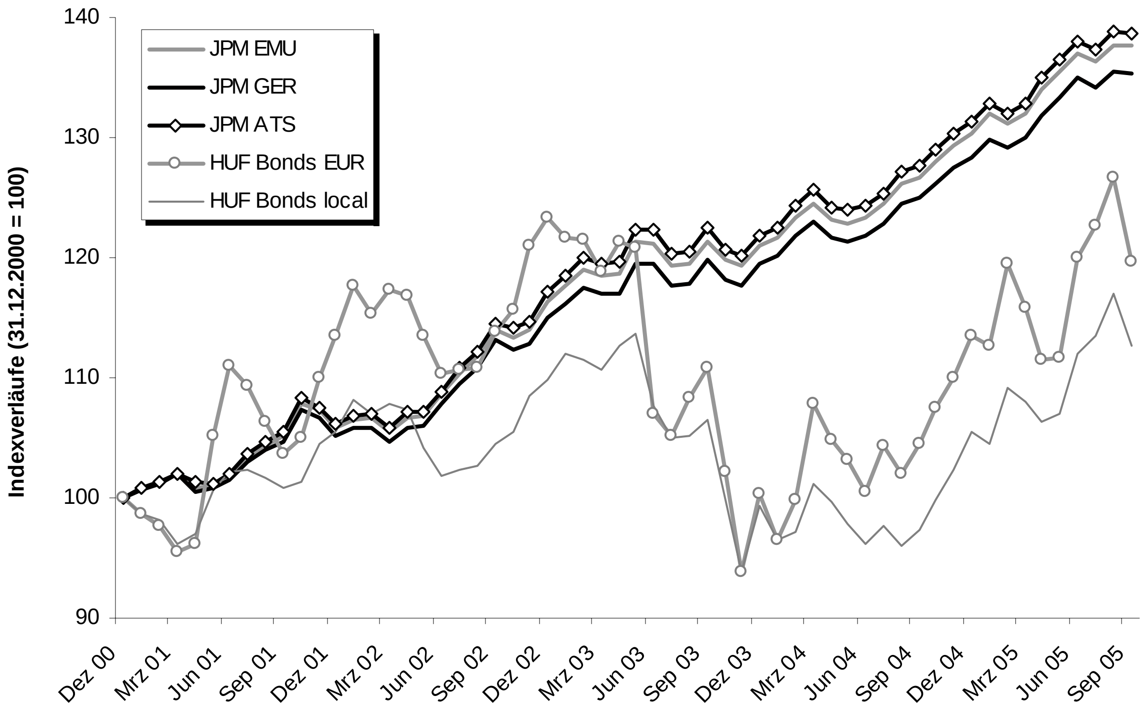


Abb. 2: Historischer Vergleich der Aktienidices

Auf der Rentenseite fällt auf: die Euro-Bondmärkte sind stark korreliert und performen somit relativ ähnlich. Der Benchmarkstatus deutscher Staatsanleihen äußert sich dadurch, dass Bundesanleihen niedriger rentieren als der Euroland-Durchschnitt. Österreich ist auch auf der Bondseite ein Outperformer im betrachteten Analysezeitraum. Der ungarische Bondmarkt war geprägt von einer volatilen und geringeren Wertentwicklung, wobei auch auf der Bondseite die nationale Währung relativ zum Euro schlechter rentierte. Die graphische Aufbereitung der Daten verdeutlicht, dass die Assetklassen über die drei Anlageregionen in den letzten knapp fünf Jahren[7] unterschiedlich hoch performten und ein mehr oder weniger starker Gleich-/Gegenlauf der Wertentwicklungen bei Aktien und Renten in den Anlageregionen erkennbar ist. Zur differenzierten Analyse der Risiko-Ertragsverteilung der sechs Assetklassen erfolgt im folgenden Abschnitt die Berechnung von verschiedenen statistischen Kennziffern.

---

5 Vgl. *Markowitz*, 1952, S. 77-91.

6 Datenquellen:
JP Morgan Indices: www.morganmarkets.com
HUF Bond Index: eigene Berechnungen aus den fünf- und zehnjährigen ungarischen Benchmarkrenditen der ungarischen Nationalbank, www.mnb.hu.

7 Eine längere Historie steht für den österreichischen Staatsanleihenindex nicht zur Verfügung.

2. Statistische Analyse des Rendite- und Risikopotenzials

In diesem Abschnitt werden die Aktien- und Rentenindices in Deutschland, Österreich und Ungarn hinsichtlich ihrer empirischen Rendite- und Risikoeigenschaften einer statistischen Analyse unterzogen. Als Vergleichmaßstab werden zusätzlich analog zu den graphischen Vorabanalysen der EuroStoxx50 Index sowie der JP Morgan EMU Government Bond Index herangezogen. In der folgenden Tabelle sind die Kennziffern komparativ gegenübergestellt, die im Anschluss erklärt und inhaltlich interpretiert werden.

Statistische Kennziffern	Euro Stoxx50	DAX	ATX	BUX local	BUX EUR	JPM EMU	JPM GER	JPM ATS	HUF Bonds local	HUF Bonds EUR
Mittelwert pro Monat	-0,4%	-0,1%	2,1%	2,1%	2,3%	0,6%	0,5%	0,6%	0,2%	0,4%
Standardabw. pro Monat	6,2%	7,8%	4,1%	6,2%	7,1%	1,0%	1,0%	1,0%	2,5%	4,0%
Mittelwert pro Jahr	-4,5%	-1,4%	28,6%	28,1%	30,7%	7,0%	6,6%	7,2%	2,9%	4,8%
Standardabw. pro Jahr	21,5%	27,0%	14,2%	21,5%	24,7%	3,3%	3,3%	3,4%	8,8%	13,9%
Sharpe Ratio	-0,35	-0,16	1,81	1,17	1,12	1,22	1,10	1,26	0,00	0,14
Maximum	14,3%	21,4%	11,7%	18,2%	19,9%	2,6%	2,5%	2,6%	5,9%	9,5%
Minimum	-18,6%	-25,4%	-6,9%	-12,6%	-13,0%	-1,6%	-1,5%	-1,6%	-6,3%	-11,4%
Schiefe	-0,3798	-0,4561	-0,2531	-0,0738	-0,0933	-0,3659	-0,3894	-0,3145	-0,3601	-0,2741
Kurtosis	3,7621	4,5069	2,8542	2,8399	2,7028	2,6122	2,5382	2,5352	3,2816	3,5171
JB-Statistik	2,7497	7,3690	0,6590	0,1126	0,2924	1,6293	1,9467	1,4526	1,4201	1,3489
Signifikanz	25,29%	2,51%	71,93%	94,53%	86,40%	44,28%	37,78%	48,37%	49,16%	50,94%

Tab. 1 Rendite-Riskokennzahlen im Vergleich

Zur Portfoliorisikoanalyse genauso wie zur Portfoliooptimierung ist die Kenntis der *erwarteten* Rendite- und Risikoparameter der im Portfolio enthaltenen Assets notwendig. Die Betonung liegt bewusst auf dem Attribut „erwartet“: empirische Schätzungen auf Basis einer Stichprobe können nicht den wahren, aber erwarteten, unbekannten Grundgesamtheitsparameter liefern. Die Parameter sind von vornherein nicht bekannt und müssen erwartungstreu geschätzt oder prognostiziert werden[8]. In der Literatur existiert eine Vielzahl von Prognoseansätzen zur Vorhersage von ökonomischen Zeitreihen, aus denen die erforderlichen Parameter berechnet werden können[9]. Die Prognose von Renditen und Risiken ist die zentrale Herausforderung für die Finanzmarktpraxis, da sämtliche Risiko- und Optimierungsmodelle darauf aufsetzen. In der Praxis werden die Rendite-Risikoparameter mit Hilfe robuster Schätzformeln aus einer historischen Datenbasis ableitet. Dieses vermeintliche „Quick-and-Dirty“-Vorgehen hat nur dann seine Berechtigung, wenn unterstellt wird, dass die historische Stichprobe repräsentativ ist und man erwartet, dass die darin enthaltenen Zusammenhänge weiterhin zeitstabil gelten[10]. In Tab. 1 schließt man sich zunächst dieser robusten Vorgehensweise an, indem die traditionellen Rendite-Risikoparameter wie historische Durchschnittsrenditen, Volatilitäten sowie *Sharpe Ratios* für die verschiedenen Anlagealternativen ermittelt werden. Darüberhinaus werden zusätzlich Kennziffern berechnet, die Auskunft über die (Normal-)Verteilungseigenschaft der Renditen geben. In Abschnitt II, wenn es um Asset Allocation-Überlegungen geht, bei dem die erwarteten Rendite-Risikoparameter eine zentrale Rolle spielen, wird das Problem der Ableitung konsistenter Rendite-Risikoschätzer weiter diskutiert. Im Folgenden werden die Schätzformeln für die Parameter aus Tab. 1 formal und inhaltlich kurz beschrieben und im Hinblick auf die betrachteten Assetklassen ökonomisch interpretiert.

---

8 Diese wichtige Feststellung trifft bereits Markowitz in seiner Veröffentlichung aus dem Jahre 1952: „*Since the future is not known with certainty, it must be “expected“ or “anticipated“ returns which we dsicount.*“ Vgl. *Markowitz*, 1952, S. 77.

9 Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 116-121.

10 Vgl. *Dichtl*, 2001, S. 145.

Die diskrete Rendite R_t eines Assets zum Zeitpunkt t wird als relative Änderung der Assetpreise P zwischen zwei Zeitpunkten t -1 und t ausgedrückt[11]:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \tag{3}$$

Die erwartete Rendite aus einer Kurszeitreihe von T historischen Kursen wird geschätzt mit:

$$E(R) = \hat{\mu} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t \tag{4}$$

und entspricht dem Erwartungswert oder arithmetischen Mittel der T diskreten Kursrenditen. Sie kann als Maß für die erwartete durchschnittliche Wertänderung (*Renditemaß*) einer Anlage in der betrachteten Periode interpretiert werden. Die geschätzte Varianz einer Assetrendite ermittelt man durch:

$$Var(R) = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}\left(R_t - \hat{\mu}\right)^2 \tag{5}$$

und kann als Maß für die durchschnittliche quadratische Abweichung einer Rendite von ihrem Mittelwert (*Risikomaß*) interpretiert werden[12]. Die *Volatilität* ist gleichbedeutend mit der Standardabweichung als Wurzel aus der Varianz. Die finanzwirtschaftliche Literatur differenziert bei den Rendite-Risikoparametern oft nicht, ob es sich um Schätzparameter (z.B. $\hat{\mu}$) oder um die Parameter einer Grundgesamtheit (z.B. μ) handelt. Für die Darstellung der statistischen Kennziffern soll eine Differenzierung durch das „Dach“ (griechisch *Kappa*) erfolgen, später wird aus Vereinfachungsgründen in den formalen Überlegungen darauf verzichtet, da vorausgesetzt wird, dass es sich bei den Parametern Rendite und Risiko um erwartete Größen handelt.

Die Mittelwerte und Volatilitäten sind auf Monatsbasis und pro Jahr ausgewiesen[13]. Wie man aus Tab. 1 ersehen kann, konnten sich der deutsche und Euroland-Aktienmarkt noch nicht von der Aktienmarktbaisse erholen und erwirtschafteten im Analysezeitraum negative Renditen. Der österreichische und ungarische Aktienmarkt dagegen rentierten pro Jahr mit zweistelligen Renditen. Im Betrachtungszeitraum erzielten der österreichische Aktien- und Rentenmarkt die höchsten Renditen bei vergleichsweise geringen Volatilitäten[14]. Dies reflektiert auch die Sharpe Ratio, die die risikoadjustierte Mehrrendite über Geldmarkt quantifiziert und sowohl für den österreichischen Aktien- wie Rentenmarkt am höchsten ist.

---

11 Die Notation folgt der Konvention, diskrete Variablen in Großbuchstaben, logarithmierte in Kleinbuchstaben auszudrücken. Die diskrete Rendite wird demnach mit R, die stetige Rendite mit r notiert, wobei gilt: $r = \ln(1+R)$ oder $R = e^r - 1$. Da im Portfoliokontext nur mit diskreten Renditen operiert wird, kommen in diesem Beitrag ausschließlich diskrete Renditen vor.

12 Dass es sich bei der historischen Schätzung um eine Stichprobe von Renditerealisationen und nicht um die Grundgesamtheit handelt, wird in der Schätzformel formal zum Ausdruck gebracht, dass die quadrierte Abweichungssumme durch den um Eins reduzierten Stichprobenumfang T-1 dividiert wird.

13 Die Annualisierung der monatlichen (arithmetischen) Durchschnittsrenditen zum erwarteten jährlichen Ertrag erfolgte über die Berechnung $\hat{\mu}_{ann} = (1+\hat{\mu})^{12} - 1$; die annualisierte Standardabweichung wurde berechnet, indem die Standardabweichung der Monatsrenditen mit $\sqrt{12}$ multipliziert wurde, d.h. $\hat{\sigma}_{ann} = \hat{\sigma} \cdot \sqrt{12}$.

14 Zu beachten ist, dass Österreich im EuroStoxx50 Index nicht, im JP Morgan EMU Index enthalten ist.

Die Sharpe Ratio berechnet sich zu:

$$SR = \frac{\hat{\mu} - rf}{\hat{\sigma}}, \tag{6}$$

wobei *rf* die mittlere risikolose Rendite darstellt[15]. Anlageklassen sind in diesem Sinne attraktiv, wenn sie eine hohe (positive) Sharpe Ratio aufweisen. Dies ist der Fall für die Aktienmärkte in Österreich und Ungarn sowie für alle Bondmärkte bis auf den ungarischen. Der deutsche Aktienmarkt weist aufgrund seiner negativen mittleren Rendite eine negative Sharpe Ratio auf. Der ungarische Bondmarkt rentiert gerade mal so hoch wie die risikolose Rendite und liefert eine Sharpe Ratio – je nach Währungsfakturierung – nahe bzw. gleich Null.

Die Volatilität stellt dann ein geeignetes Risikomaß dar, wenn davon auszugehen ist, dass die Renditen hinreichend normalverteilt sind[16]. Ist jedoch die Annahme einer Normalverteilung abzulehnen, dann sind höhere Verteilungsmomente wie *Schiefe* (*Skewness*) oder *Wölbung* (*Kurtosis*) einer Verteilung zu ermitteln.

Die Schiefe als normiertes drittes zentrales Moment stellt ein Maß zur Erfassung der Asymmetrie einer (Rendite-)Verteilung dar. Sie wird berechnet durch[17]:

$$S = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \hat{\mu})^3}{\hat{\sigma}^3} \tag{7}$$

Positive Werte für die Schiefe deuten auf eine rechtsschiefe Verteilung, negative Werte auf eine linksschiefe Verteilung hin. Bei rechtsschiefen (positive Schiefe) treten im Vergleich zu linksschiefen Verteilungen (negative Schiefe) betrachsmäßig große positive Renditen mit einer relativ hohen Wahrscheinlichkeit auf, was aus Investorensicht als erwünschte Eigenschaft beurteilt wird. Demzufolge wird ein risikoaverser Investor eine rechtsschiefe Verteilung präferieren, da das Downside Potenzial verkürzt ist und Verluste mit geringeren Wahrscheinlichkeiten auftreten[18].

Ein Schiefe-Wert von Null impliziert eine symmetrische Verteilung. Eine Schiefe von Null ist ein notwendiges, aber noch nicht hinreichendes Kriterium der Normalverteilung. Daneben spielt auch die „Breite“ der Verteilung eine Rolle, d.h. wie stark die Verteilung um ihren Mittelwert konzentriert ist oder nicht. Die Wölbung als normiertes viertes zentrales Moment quantifiziert die Stärke der Konzentration einer (Rendite-)Verteilung um ihren Mittelwert und errechnet sich durch:

---

15 In der Untersuchung wurde für die Berechnung der Sharpe Ratios die mittlere Rendite der dreimonatigen EURIBOR-Geldmarktrendite verwendet, die im Untersuchungszeitraum 2,96% p.a. betrug.

16 Vgl. *Dichtl/Schlenger*, 2004, S. 310.

17 Zur Lehrbuchdarstellung von Schiefe und Kurtosis sei verwiesen auf *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S. 141 ff.

18 Die Rechtsschiefe von Verteilungen ist Charakteristikum von sog. *Absolute Return*-Strategien, die mittel- bis langfristig die Erwirtschaftung einer vom Marktumfeld unabhängigen positiven Rendite oberhalb der risikolosen Verzinsung anstreben. Zu beachten sind allerdings die (Opportunitäts-)Kosten dieser Strategie, da zwar die Wahrscheinlichkeiten für Verluste bzw. Renditen unterhalb einer vordefinierten Grenze minimiert werden, parallel dazu allerdings auch die Wahrscheinlichkeiten für hohe Renditen abnehmen. Die Kosten der Downside Protection bestehen in einem Verzicht in der Upside Participation. Quantifiziert werden kann dieser Effekt u.a. mit Hilfe der Wölbung der Renditen.

$$K = \frac{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \hat{\mu})^4}{\hat{\sigma}^4} \qquad (8)$$

Ein positiver Wert für die Wölbung impliziert, dass betragsmäßig große negative und positive Renditen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit auftreten als dies bei einer Normalverteilung der Fall ist. Bei einer positiven Kurtosis sind die Verteilungsenden fetter (*Fat Tails*) als bei einer negativen Kurtosis (*Thin Tails*). Man spricht auch von einer leptokurtischen (positive Kurtosis) oder platykurtischen (negative Kurtosis) Verteilung[19]. Ein risikoaverser Investor wird Renditeverteilungen mit positiver Schiefe und negativer Kurtosis präferieren, da es wenige Renditen gibt, die weit vom Mittelwert – und wenn, dann tendenziell oberhalb davon – entfernt sind. Umgekehrt sind Verteilungen mit negativer Schiefe und positiver Kurtosis ein Hinweis dafür, dass betragsmäßig große Renditen häufiger auftreten als bei der Normalverteilung, dass allerdings aufgrund der Leptokurtosis zu erwartenden Renditen an den negativen Verteilungsenden wegen der Linksschiefe nicht durch entsprechend hohe positive Renditen aufgewogen werden: die Verteilung ist durch hohe Ausfallrisiken gekennzeichnet.

Die Normalverteilung wird demnach durch eine Schiefe von Null und durch eine Kurtosis von Drei beschrieben. Da diese Idealkonstellation für keine der betrachteten Assetklassen in Tab. 1 zu beobachten ist, werden die höheren Verteilungsmomente Schiefe und Wölbung zu einer Prüfgröße zusammengefasst, die eine Überprüfung der Normalverteilungsannahme ermöglicht. Als statistisches Instrumentarium steht der *Jarque-Bera*-Hypothesentest zur Verfügung, der die Nullhypothese „Normalverteilung“ gegen die Alternativhypothese „Keine Normalverteilung“ testet. Die Teststatistik lautet[20]:

$$JB = \frac{n}{6}\left[S^2 + \frac{1}{4}(W-3)^2\right] \qquad (9)$$

Die Jarque-Bera(*JB*)-Teststatistik lässt sich einfach interpretieren: normalverteilte Renditen mit einer Schiefe von Null und einer Kurtosis von Drei sind durch einen Wert der *JB*-Statistik nahe Null charakterisiert. Kleine Werte der *JB*-Statistik führen demnach zur Beibehaltung der Normalverteilungsannahme, hohe Werte zur Ablehnung. Die Entscheidung, ob aufgrund der betrachteten empirischen Renditen von einer Beibehaltung der Normalverteilungsannahme ausgegangen werden kann oder nicht, wird in der Praxis durch die Signifikanz der *JB*-Statistik quantifiziert. Sie kann als Konfidenz in die Normalverteilungsannahme oder als reziprokes Wahrscheinlichkeitsereignis als Irrtumswahrscheinlichkeit dafür interpretiert werden, dass die Normalverteilungshypothese irrtümlich ablehnt wird[21].

---

19 Die betragsmäßige Grenze, ab der eine Verteilung leptokurtisch ist, ist in Gleichung (8) ein Wert größer als 3. Je nach Berechnungsweise der Kurtosis finden sich Darstellungen, bei denen die 3 abgezogen wird oder nicht. Vgl. *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S. 143 vs. *Hartung*, 2002, S. 49. Im Rahmen dieser Studie wird die 3 nicht subtrahiert.

20 Vgl. *Füss/Rehkugler/Disch*, 2005, S. 46.

21 Grundsätzlich können statistische Hypothesentests nach Berechnung der Teststatistik „entschieden“ werden, indem man überprüft, ob die Teststatistik innerhalb oder außerhalb eines zu berechnenden Annahme- und Ablehnungsbereich liegt. Die Grenze zwischen Annahme- und Ablehnungsbereich der Nullhypothese wird beim Jarque-Bera-Test unter Rückgriff auf die χ^2-Verteilung berechnet. Alternativ dazu kann auch die Irrtumswahrscheinlichkeit (*p-Value*) berechnet werden, die den Fehler 1. Art (α-Fehler) quantifiziert, die Nullhypothese irrtümlich abzulehenen, d.h. die Normalverteilungsannahme zu verwerfen, obwohl tatsächlich eine Normalverteilung der betrachteten Zufallsvariablen vorliegt.
Vgl. *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S. 337-338.

Tab. 1 weist für sämtliche Assetklassen die *JB*-Statistiken sowie die korrespondierenden Signifikanzen aus. Man kann die Normalverteilung bis auf den DAX mit hohen Signifikanzen beibehalten. Ob man die Normalverteilungshypothese beim DAX ablehnt oder nicht, hängt von der maximal tolerierten Irrtumswahrscheinlichkeit ab: während bei einer maximal geduldeten Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% (gefordertes Vertrauen in die Normalverteilungsannahme von 95%) die Nullhypothese abzulehnen wäre, könnte sie bei maximal tolerierter Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% noch beibehalten werden. Wird eine hohe Konfidenz (99% Vertrauenswahrscheinlichkeit) gefordert, d.h. man toleriert wenig Irrtum (1% Irrtumswahrscheinlichkeit) bzgl. des fälschlichen Ablehnens der Normalverteilungs-annahme, so kann auch für den DAX die Normalverteilungshypothese nicht abgelehnt werden und man erhält als Befund der statistischen Analyse, dass statistisch „kein Widerspruch“ gegen die Normalverteilungsannahme erhoben werden kann. Folgende Abbildung zeigt exemplarisch die empirische Renditeverteilung für die ATX- und BUX-Renditen sowie im Vergleich dazu die korrespondierenden Dichtefunktionen der theoretischen Normalverteilung.

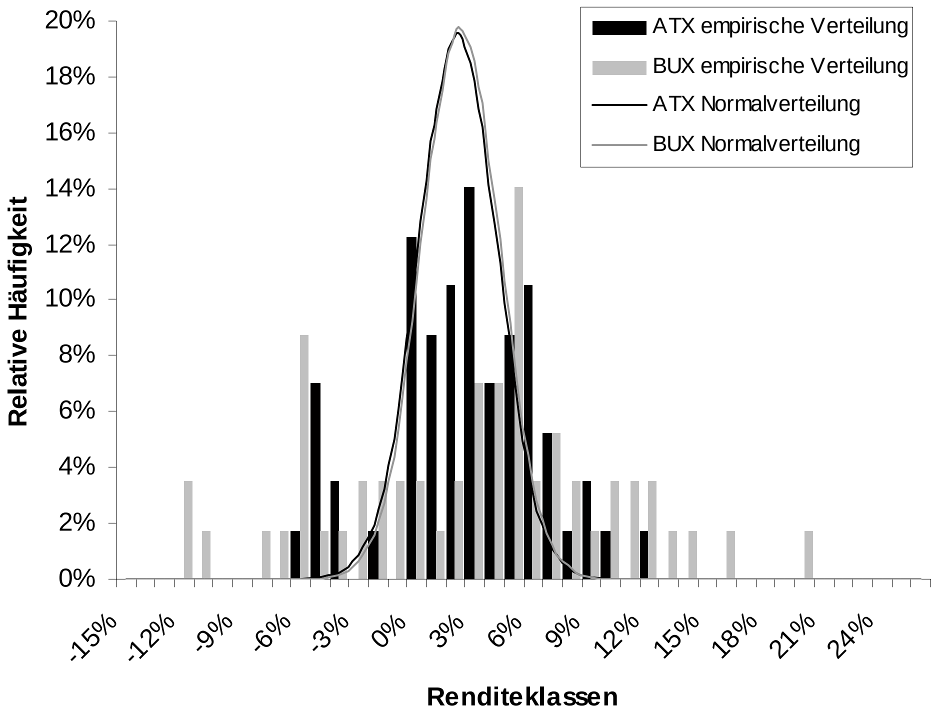


Abb. 3: Histogramm der ATX- und BUX-Renditen

Die Normalverteilungseigenschaft der Renditen gilt als eine der zentralen Annahmen der modernen Portfoliotheorie, um darauf aufbauend Asset Allocation-Überlegungen anstellen zu können. Im folgenden Abschnitt wird zunächst die moderne Portfoliotheorie in ihren Grundzügen intuitiv beschrieben, bevor nach den formalen Optimierungsansätzen die konkrete empirische Asset Allocation-Studie für die drei Anlageregionen Deutschland, Österreich und Ungarn erfolgt[22].

[22] Die Optimierungsüberlegungen konzentrieren sich auf sechs Assetklassen: Aktien und Renten in den Regionen Deutschland, Österreich und Ungarn, wobei die Investments in Ungarn aus Sicht des deutschen Anlegers Euro-fakturiert, d.h. währungsgesichert vorgenommen werden.

III. Asset Allocation-Studie

1. Grundzüge der modernen Portfoliotheorie

Als *Portfolio* wird i.d.R. die rechnerische Zusammenfassung von Vermögensteilen (Anlageklassen oder Assets) eines Individuums bzw. einer Institution oder allgemein eines Investors bezeichnet. Die Assetklassen umfassen allgemein Aktien, Renten, Währungen, Rohstoffe oder Immobilien. Die Portfoliosicht dient der Kontrolle und Steuerung der mit den Assets verbundenen *Erträge* und *Risiken* und zwar in einer Totalsicht, d.h. die einzelnen Anlagen werden im Hinblick auf die Zielsetzung des Investors immer in einer Gesamtsicht betrachtet und analysiert, auch wenn die Assetklassen evtl. getrennt voneinander z.B. in Depots gehalten oder real genutzt oder verwaltet werden. Die Portfoliotheorie liefert die Grundlagen zur Entscheidung für die Strukturierung und das fortlaufende Management des Portfolios und fokussiert dabei ausschließlich auf die Dimension Risiko und Ertrag. Im Wesentlichen beantwortet die Portfoliotheorie folgende Fragestellungen, die von den Risiko-Ertragseigenschaften der Assets einerseits und von den investorspezifischen Bedürfnissen andererseits abhängen: worin besteht die Menge aller theoretisch möglichen Portfolios (*Feasible Set*) bzw. die unter individuellen Beschränkungen reduzierte Menge aller investorspezifischen Portfolios (*Opportunity Set*), d.h. aus welchen Portfolios kann er wählen und welches daraus ist das nach seinen Zielvorgaben optimale Portfolio?

Die Grundüberlegung der Portfoliotheorie zielt darauf ab, dass Investitionsentscheidungen im Asset Management nicht nur anhand der zu erzielenden Rendite alleine getroffen werden, sondern auch das damit resultierende Risiko zu betrachten ist. Die Theorie ist quantitativer Natur: die dem Investor zur Verfügung stehenden Assets werden als Zufallsgrößen betrachtet, die durch deren erwartete Renditen und Risiken beschrieben werden können, wobei die Korrelation der Renditen untereinander im Portfoliokontext systematisch zur Risikoreduktion ausgenutzt werden kann. Die Quintessenz der Portfoliotheorie besteht darin, Invesitions- bzw. Selektionsentscheidungen auf Basis der Rendite- und Risikoeigenschaften der Assets zu treffen. Diese Erkenntnis hatte *Markowitz* 1952 in seiner Arbeit „*Portfolio Selection*" zum ersten Mal formal dargestellt[23]. Würde man eine Investitionsentscheidung ausschließlich anhand der Rendite eines Assets entscheiden, so wäre es am optimalsten, das Anlagekapital in das Asset mit der höchsten Renditeerwartung zu investieren. Das Ziel einer Portfoliobildung liegt darin, durch Investition des Anlagekapitals in verschiedene ertragreiche, aber risikobehaftete Anlagen das Gesamtrisiko bei möglichst gleichbleibender Rendite zu verringern.

Markowitz hatte in einem einfachen quantitativen Ansatz gezeigt, dass es möglich ist, das Risiko-Ertrags-Verhältnis der Investition in einem einzigen – noch so sorgfältig ausgewählten – Asset dadurch zu verbessern, dass es in einem gut diversifizierten Portfolio gehalten wird. Die nicht vollständige Korrelation der Wertentwicklung unterschiedlicher Assets bewirkt nämlich die Reduktion eines Teils des Risikos, wenn dieses Asset zusammen mit anderen Assets kombiniert in einem Portfolio gehalten wird. Ergebnisse der optimalen Kombination der Assets sind *effiziente* Portfolios, die dadurch gekennzeichnet sind, dass eine Erhöhung der erwarteten Rendite nur durch die Übernahme zusätzlicher Risiken erreicht werden kann.

[23] Vgl. *Markowitz*, 1952, S. 77-91.

Ein risikoaverser Investor - wie er bei *Markowitz* grundsätzlich unterstellt wird - wird effiziente Portfolios suchen: er wählt aus zwei Portfolios, die gleich rentieren, immer dasjenige mit weniger Risiko. Das *Portfolio Selection*-Modell formuliert folgende zentrale Aussagen:

- Maßgeblich für die Portfoliokonstruktion sind die Größen erwartete Rendite und Risiko
- Die Kombination von risikobehafteten Anlagen zu Portfolios ist aus Gründen der Diversifikation sinnvoll
- Die Schlüsselgröße für die Risikoreduktion ist die (nicht vollständige, d.h. negative bis schwach positive) Korrelation von Assetrenditen
- Als effizient werden solche Portfolios bezeichnet, zu denen es bei gleicher Rendite kein Portfolio mit einem geringeren Risiko gibt, oder zu denen es bei gleichem Risiko kein Portfolio mit einer höheren Rendite gibt.

Das Verfahren zur Bestimmung effizienter Portfolios greift auf die statistischen Verteilungsparameter Erwartungswert und Standardabweichung sowie die Korrelationen der Assets zueinander zurück und aggregiert diese zu einer Portfoliorendite bzw. zu einem Portfoliorisiko. Die Verteilungsparameter für einzelne Assets lassen sich – wie in den vorigen Abschnitten dargestellt – einfach aus der Historie von Preis- bzw. Kurszeitreihen schätzen. *Markowitz* formulierte mit dem Portfolio-Selection-Modell einen formalen Ansatz dafür, wie aus einer Vielzahl möglicher, effizienter Portfolios ein optimales, den individuellen Risiko-Nutzen-Vorstellungen des Investors entsprechendes Portfolio selektiert werden kann. Das gemäß Portfolio-Selection-Modell optimale Portfolio ist voll investiert und kennt keine risikolose Anlage.

Tobin erweiterte 1958 das *Markowitz*-Modell um die risikolose Anlage. In seiner Arbeit *„Liquidity Premium as Behavior Towards Risk“* formulierte er das *Separationstheorem*[24]. Es beruht auf der Erkenntnis, dass es bei einer vorgegebenen Anzahl von risikobehafteten Anlagen und einer zusätzlichen risikofreien Anlage optimal ist, die risikolose Anlage mit in das Portfolio aufzunehmen. Wenn ein risikoloses Asset existiert, dann sollen alle Investoren die gleichen risikobehafteten Anlagen im untereinander gleichen Verhältnis in ihren Portfolios halten. Die Portfolios unterscheiden sich dann nur in der Aufteilung zwischen der risikobehafteten Anlage, d.h. in der Zusammenstellung aus den beiden Sub-Portfolios riskantes vs. risikoloses Portfolio. Die Auswahl und Gewichtung der risikobehafteten Anlagen im riskanten Sub-Portfolio ist jedoch für alle Investoren gleich. Im Falle homogener Erwartungen aller Investoren wird dieses Portfolio aus risikobehafteten Assets auch als *Marktportfolio* bezeichnet. Das gemäß Separationstheorem optimale Portfolio aus risikoloser Anlage und Marktportfolio wird dann als *supereffizientes* Portfolio bezeichnet.

In einer traditionellen *Markowitz*-Interpretation stellen die aus einer Historie abgeleiteten erwarteten Renditen, Risiken und Korrelationsstrukturen die tatsächlichen Verteilungsparameter dar. Asset Allocation-Studien verwenden typischerweise Punktschätzungen dieser Parameter, die auf der Grundlage einer empirischen Stichprobe gewonnen werden. Alternativ dazu können diese Parameter (in Anlehnung an die Historie) alternativ spezifiziert werden[25].

24 Vgl. *Tobin*, 1958, S. 65-86.
25 Vgl. *Scherer*, 2003, S. 321.

2. Ableitung der Rendite-Risikoschätzer

Empirische Untersuchungen für den amerikanischen und deutschen Aktienmarkt belegen, dass Fehlspezifikationen der Renditeverteilungen zu großen Abweichungen in den Portfoliostrukturen sowie zu Instabilitäten in den Portfoliozusammensetzungen führen[26]. Dabei sind die Fehler in den Renditeschätzungen mit einer deutlich höheren Variabilität der zu optimierenden Portfoliostruktur verbunden als vergleichbare Fehler bei der Risikoschätzung (Varianzen und Kovarianzen). Verstärkt wird dieser Effekt im Falle einer hohen Risikoaversion des Investors, wo die Portfoliostrukturierung primär auf die Risikokomponenten und sekundär auf die Ertragskomponente fokussiert[27]. Minimale Renditeabweichungen in den Assetrenditen können dazu führen, dass die Assets gar nicht oder mit hohen Gewichtsanteilen in den Portfolios enthalten sind, ohne dass damit die gesamte Portfoliorendite oder –standardabweichung zwangsweise stark davon betroffen sein muss[28].

Historisch basierte Renditeschätzer arbeiten mit der Stationaritätsannahme, dass sich die Renditeverteilungen der Assetklassen im Zeitablauf nicht ändern. Während diese Annahme für die berechneten Varianzen und Kovarianzen als Risikomaße hinreichend ist, trifft dies für die historischen Renditemittelwerte als Schätzer für die tatsächlichen Renditen nicht zu[29]. Aufgrund dieser Erkenntnisse scheint es gerechtfertigt, auf der Inputseite der Portfolioüberlegungen Hauptaugenmerk auf die Renditekomponente zu legen. Beim Blick auf die historisch ermittelten Renditeschätzer für die deutschen, österreichischen und ungarischen Aktienmärkte aus Tab. 1 wird unmittelbar klar, dass eine Optimierung einer Asset Allocation auf deren Basis nicht unbedingt die Erwartungen der Kapitalmarktteilnehmer reflektieren würde: die deutschen Aktienmärkte wären evtl. renditemäßig unterschätzt, die „Konkurrenzmärkte“ entsprechend überschätzt. Ähnliches gilt für die Rentenmärkte: die starke Performance der Bondmärkte – bedingt durch den Renditeverfall in Euroland – würde in den historisch basierten Renditeschätzern ihre Extrapolation finden, die auf einem historisch niedrigen Renditeniveau in Euroland nicht weiter zu erwarten sein kann. Parallel dazu lässt der ungarische Bondmarkt im Hinblick auf ein weiteres Annähern an Westeuropa noch Einiges an Renditekonvergenzpotenzial erwarten, was in den historischen Renditen nicht zum Ausdruck käme. Die Renditeerwartung der betrachteten Assetklassen ist unter diesen Aspektpunkten komplett neu zu formulieren, um darauf aufbauend konsistente und konfidente Asset Allocation-Strukturen in der Portfoliooptimierung zu erhalten. Als Alternative zu den historisch basierten Renditemittelwertschätzern wird in der Literatur die Verwendung sog. „*James-Stein*“- oder „*Bayes-Stein*“-Schätzer vorgeschlagen[30]. Das Grundprinzip dieser „*Stein*“-Schätzer besteht darin, dass ein „globaler“, assetklassen-übergreifender Renditemittelwert als Basis für alle betrachteten Assetklassen gilt, zu dem assetklassenspezifische Risikoprämien aufgeschlagen werden[31].

---

26 Vgl. *Kallberg/Ziemba*, 1984, *Chopra/Ziemba*, 1993 und *Schäfer/Zimmermann*, 1998. Zu einer ausführlichen Diskussion der Ergebnisse dieser Studien sei verwiesen auf *Dichtl*, 2001, S. 158 ff.

27 Vgl. *Dichtl/Kleeberg/Schlenger*, 2003, S. 47.

28 Vgl. *Rudolf*, 2003, S. 15.

29 Vgl. *Dichtl/Kleeberg/Schlenger*, 2003, S. 49. Zu einer Literaturauswertung empirischer Studien, die dies belegen, sei verwiesen auf *Dichtl*, 2001, S. 140-144.

30 Vgl. *Hensel/Turner*, 1998, *Michaud*, 1998 und *Chopra/Hensel/Turner*, 1993. Die Studien belegen, dass die Stein-Schätzer zu einer besseren Diversifikation und stabileren Portfoliogewichten, sowie zu einer besseren Out-of-Sample-Performance führen.

31 Vgl. *Dichtl/Kleeberg/Schlenger*, 2003, S. 50.

Die Basisrenditen können intuitiv oder modellhaft abgeleitet werden. Die Renditezuschläge reflektieren allgemeine Risikoprämien wie Bonitäts- oder Liquiditätszuschläge oder aber spezielle Aufschläge differenzierte Stilkategorien (z.B. Value oder Growth) im Aktienbereich bzw. für Übernahme von Spreadrisiken im Bondbereich. Die Renditezuschläge können auch als Zuschläge für übernommene systematische und unsystematische Risiken modelliert werden. Benchmarkorientierte Anlagekonzepte basieren auf der modernen Portfoliotheorie von *Markowitz* und reflektieren die Tatsache, dass zunehmende Ertragserwartungen mit zunehmendem Risiko verbunden sind und umgekehrt[32]. Wenn es darum geht, Rendite und Risiko eines Portfolios in seine Teilkomponenten zu zerlegen, dann gelten folgende grundsätzliche Zusammenhänge[33]:

Portfoliorendite	Portfoliorisiko
=	=
Risikolose Rendite	**0**
+	+
Beta (Risikoprämie)	**Systematisches Risiko**
+	+
Alpha (Selektionsprämie)	**Unsystematisches Risiko**

Abb. 4: Rendite-Risikozusammenhänge

Ausgangspunkt der Überlegungen ist auf der Renditeseite die risikolose Rendite eines Geldmarktinvestments. Die Investition in ein Aktien- oder Rentenportfolio wird mit einer Risikoprämie (*Beta*) dafür vergütet, dass mit kurzfristigen Wertschwankungen zu rechnen ist, die z.T. deutlich unter dem langfristigen Durchschnitt für Aktien und Renten liegen können. Dieses Risiko wird auch als absolutes, systematisches Risiko oder Marktrisiko bezeichnet. Formal wird dafür die Standardabweichung der historischen Renditen als Risikomaß verwendet und als *Volatilität* bezeichnet. Eine Benchmark, üblicherweise repräsentiert durch einen Marktindex, stellt das Anlageuniversum des Investors dar, das seine Anlegerpräferenzen in puncto erwarteter Ertrag und Risiko reflektiert. Aktive Managementkonzepte, die einen Mehrertrag gegenüber dem Vergleichsindex erzielen möchten, sind i.d.R. prognosebasiert und führen zu Portfoliostrukturen, die bewusst von der Benchmark abweichen. Das damit einhergehende relative, unsystematische Risiko, schlechter als der Vergleichsindex abzuschneiden, entsteht bei Aktienportfolios durch Titelselektion (Stock Picking) und wird als *Tracking Error* bezeichnet. Treffen die Prognosen zu, wird dieses unsystematische Risiko mit einer Selektionsprämie (*Alpha*) vergütet. Formal wird der Tracking Error durch die Standardabweichung der historischen Differenzenrenditen zwischen Portfolio und Benchmark quantifiziert. Systematisches und unsystematisches Risiko sind unabhängig voneinander und können ohne Korrelationsterm direkt zum Portfoliorisiko addiert werden. Neben den Renditezuschlägen für übernommene Markt- und Selektionsrisiken können der erwartete Outperformance-Beitrag aus der Selektion eines aktiven Portfoliomanagements sowie die erwarteten Kosten des Mandates erfasst und zu einer erwarteten Assetrendite zusammengefasst werden. Folgende Abbildung zeigt die schrittweisen Ableitung einer Assetrendite bestehend aus diversen Renditekomponenten:

[32] Vgl. *Markowitz*, 1952, S. 77-91.
[33] Vgl. *Zimmerer*, 2005 (b), S. 3.

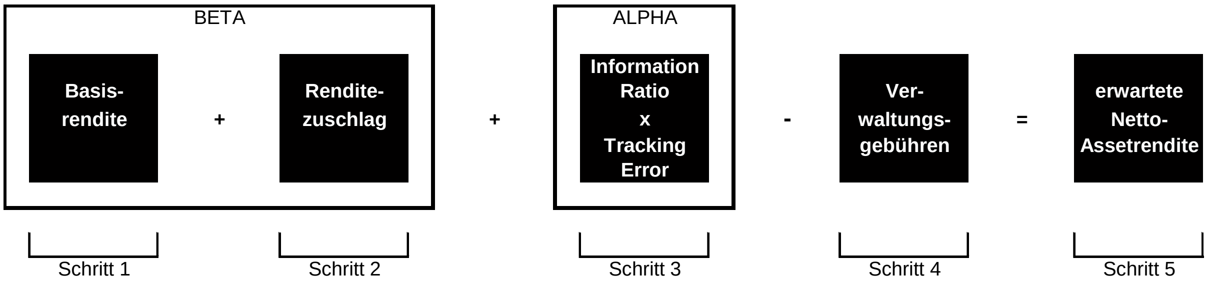


Abb. 5: Schrittweises Schema zur Ermittlung der erwarteten Netto-Assetrenditen

Das Schema geht in fünf Schritten vor: die erwartete Netto-Assetrendite ergibt sich demnach als Summe aus Basisrendite und Renditezuschläge für die betrachteten Assetklassen (Beta-Komponente), einer erwarteten Wertschöpfungskomponente aus der Managerselektion (Alpha-Komponente), sowie einer negativen Kostenkomponente, die die Verwaltungsgebühren beinhaltet. Folgende Tabelle fasst die Ableitung für die sechs Assetklassen in dieser Logik zusammen.

Assetklasse	Basisrendite p.a	Renditezuschlag Assetklasse p.a.	Ziel-Tracking Error p.a.	x	erwartete Information Ratio	=	potenzielle Wertschöpfung Managerauswahl	Verwaltungs-gebühr p.a.	erwartete Netto-Assetrendite p.a.
	Schritt 1	Schritt 2	Schritt 3					Schritt 4	Schritt 5
DAX	6,00%	1,00%	3,0%	x	0,5	=	1,50%	0,50%	**8,00%**
ATX	6,00%	2,00%	3,0%	x	0,5	=	1,50%	0,50%	**9,00%**
BUX EUR	6,00%	3,00%	3,0%	x	0,5	=	1,50%	0,50%	**10,00%**
JPM GER	3,35%	0,00%	0,5%	x	0,5	=	0,25%	0,10%	**3,50%**
JPM ATS	3,35%	0,25%	0,5%	x	0,5	=	0,25%	0,10%	**3,75%**
HUF Bonds EUR	3,35%	0,50%	0,5%	x	0,5	=	0,25%	0,10%	**4,00%**

Tab. 2: Erwartete Netto-Assetrenditen für die Assetklassen

Als Basisrendite fungieren in Schritt 1 auf Aktien- und Rentenseite die sog. Stein-Schätzer. Die Basisrendite sollte die Rendite darstellen, die der Anleger für die nächsten Jahre aus den Assetklassen Aktien bzw. Renten erwartet, ohne sich ausschließlich an der historischen Wertentwicklung zu orientieren. Die Basisrendite für Aktien ist mit 6% p.a. konservativ gewählt, die Basisrendite für Renten in Höhe von 3,35% reflektiert das derzeitige 10-jährige Renditeniveau der Euroland-Benchmarkrenditen. Die Renditezuschläge für die Anlageregionen in Schritt 2 spiegeln auf der Aktienseite das erwartete Potenzial der jeweiligen Märkte wider und räumen den Value Added auf den österreichischen und ungarischen Aktienmärkten ein. Bondseitig erwartet der Investor nur in den österreichischen und ungarischen Märkten zusätzliches Renditepotenzial. Die potenzielle Wertschöpfung durch Managerauswahl in Schritt 3 ist das Produkt aus dem eingeräumten Ziel-Tracking Error p.a. und der erwarteten *Information Ratio* des selektieren Manageres. Die Information Ratio *IR* ist das Verhältnis der durchschnittlichen relativen Portfoliorendite (Portfoliorendite minus Benchmarkrendite) – formal und verbal kurz Alpha (α) genannt - zum Tracking Error *T.E.*:

$$IR = \frac{\alpha}{T.E.} \tag{10}$$

Zähler und Nenner der Information Ratio können in der Vergangenheit realisierte Größen (Vergangenheitsbetrachtung) oder für die Zukunft erwartete Größen (Zukunftsbetrachtung) sein. Das aktive Portfoliomanagement relativ zu einer Benchmark strebt danach, eine im Periodendurchschnitt hohe Mehrrendite gleichmäßig, also mit niedrigem Tracking Error, zu erzielen.

Die Information Ratio gibt darüber Auskunft, inwieweit diese beiden Ziele simultan erreicht wurden (Vergangenheitsbetrachtung) bzw. voraussichtlich erreicht werden (Zukunftsbetrachtung). In der Zukunftsbetrachtung gilt: je höher die Information Ratio, umso höher ist (bei normalverteilten relativen Renditen) die Wahrscheinlichkeit, in einer zukünftigen Periode die Benchmark zu übertreffen. Diese Outperformance-Wahrscheinlichkeit bei einer Investmentperiode von einem Jahr ist beispielsweise bei einer *IR* von Null gleich 50%. Einige weitere Kombinationen sind folgender Tabelle zu entnehmen.

Information Ratio	1-Jahres-Outperformance-Wahrscheinlichkeit
-1	15,87%
-0,5	30,85%
0	50,00%
0,5	69,15%
1	84,13%
1,28	89,97%
1,645	95,00%
1,96	97,50%

Tab. 3: Information Ratios und korrespondierende 1-Jahres-Outperformance-Wahrscheinlichkeiten

Eine mit jährlichen relativen Renditen erzielte *IR* von 0,5 ist erfahrungsgemäß bereits sehr gut. Die nach obiger Tabelle für 1-Jahres-Outperformance-Wahrscheinlichkeiten von mindestens 90% benötigten Information Ratios sind in der Praxis eher unrealistisch. Für die Asset Manager der betrachteten sechs Assetklassen wurden sehr gute *Management Skills* unterstellt: multizpliziert man die erwarteten Information Ratios mit dem eingeräumten Risikobudget in Form von ex ante Tracking Errors, so erhält man die zu erwartenden Outperformance-Beiträge der selektierten Manager[34]. Das aktive Management sollte mindestens so viel an erwartetem Alpha produzieren, um die Kosten des Mandates zu decken. Die Management Fees für die Aktien- bzw. Rentenmandate werden in Schritt 4 subtrahiert. Wie aus Tab. 2 zu entnehmen ist, liefert das aktive Management nach Kosten sowohl aktien- wie rentenseitig einen Mehrertrag. Die erwarteten Netto-Assetrenditen ergeben sich durch Addition der Renditeteilkomponenten in Schritt 5 und sind in Tab. 2 in der rechten äußeren Spalte enthalten. Damit sind die erwarteten Assetrenditen vollständig spezifiziert, um die Optimierung der Asset Allocation im nächsten Schritt vorzunehmen.

[34] Gängige Risikobudgets in Form von vorgegebenen Tracking Errors für moderat aggressive Aktien- bzw. Rentenmandate bewegen sich zwischen 2-5% p.a. bzw. 0,2% bis 1% p.a.

3. Die Bestimmung optimaler Portfolios

3.1. Die Bestimmung der Efficient Frontier

Das Standardmodell der Portfolio Selection beschränkt sich auf die Betrachtung der Anlage über eine Investmentperiode, z.B. ein Jahr oder wie im konkreten Fall ein Monat, da monatliche Risiko-Ertragsschätzer vorliegen[35]. Entscheidungsgrößen des Investors sind Portfoliorendite und Portfoliorisiko, deren Relation zueinander - gegeben die individuelle Risikoeinstellung des Investors - die Portfolioselektion bestimmt. Sind die Verteilungsparameter der einzelnen Assets (erwartete Renditen, Varianzen und Kovarianzen) bekannt, so ist die Struktur eines Portfolios vollständig durch die Anteilsgewichte der einzelnen Assets beschrieben. Die erwartete Portfoliorendite $\hat{\mu}_P$ ist das gewogene Mittel aus den erwarteten Assetrenditen $\hat{\mu}_i$, wobei w_i die Gewichtsanteile in den Assets $i = 1,...,N$ darstellen.

$$\hat{\mu}_P = \sum_{i=1}^{N} w_i \hat{\mu}_i \tag{11}$$

Da der Varianzschätzer im Vergleich zum Mittelwertschätzer eine nichtlineare Funktion ist, ist die Formel für das Risiko eines Portfolios nicht das gewogenene Risiko der einzelnen Assets im Portfolio[36]. Zusätzlich zu den Assetrenditen kommt die Korrelation der Assets zueinander ins Spiel. Die Kovarianzen $\hat{\sigma}_{ij}$ oder der empirische Korrelationskoeffizient $\hat{\rho}_{ij}$ messen die lineare Abhängigkeit zwischen den Assetrenditen zweier Assets *i* und *j*[37]. Die erwartete Portfoliovarianz entspricht:

$$\hat{\sigma}_P^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \hat{\sigma}_i^2 + \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} w_i w_j \hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j \hat{\rho}_{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j \hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j \hat{\rho}_{ij} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j \hat{\sigma}_{ij} \tag{12}$$

Da es sich im Portfoliokontext stets um erwartete Größen handelt, wird im Folgenden auf die explizite Notation verzichtet und das „Kappa“ aus Vereinfachungsgründen nicht weiter verwendet. Für die praktische Anwendung im *N*-Wertpapierfall kann man auch auf die Vektor- und Matrizendarstellung übergehen: Portfoliogewichte sowie die Assetrenditen werden in Vektoren dargestellt, die paarweisen, in jeder denkbaren Kombination erfassten Kovarianzen werden in der Varianz-Kovarianzmatrix zusammengefasst. Folgende Tabelle zeigt die Korrelationsmatrix der Renditen der unterschiedlichen Assetklassen zueinander.

---

35 Die resultierenden Portfoliogrößen können anschließend annualisiert werden.

36 Lediglich im theoretischen Spezialfall einer perfekt positiven Korrelation aller Assets zueinander -was in der Praxis nicht vorkommt – wäre die Portfoliovarianz die gewogene Varianz aus den Assets im Portfolio.

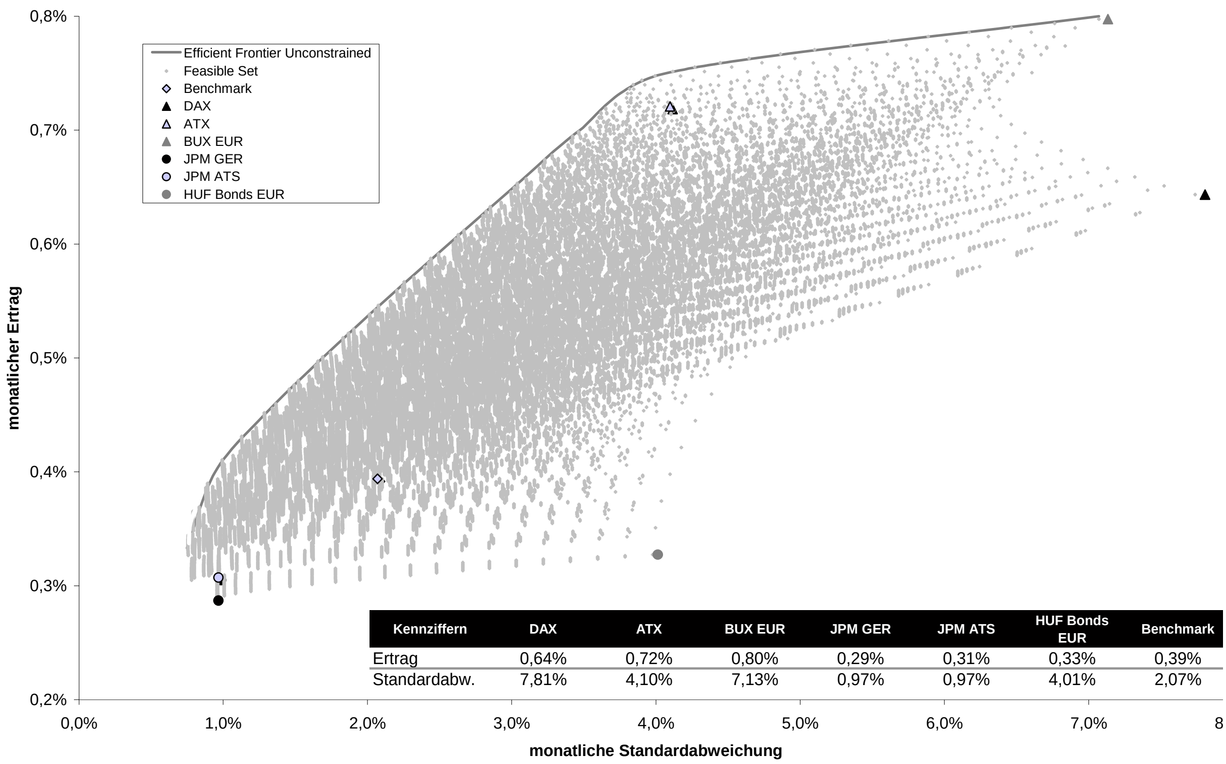
37 Der Korrelationskoeffizient ist lediglich eine Normierung der Kovarianz auf einen interpretierbaren, vergleichbaren Wertebereich [-1;1] und errechnet sich als Quotient der Kovarianz zweier Assetrenditen *i* und *j* durch das Produkt der Standardabweichungen der Assetrenditen *i* und *j*, formal $\hat{\rho}_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} / (\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j)$

	DAX	ATX	BUX EUR	JPM GER	JPM ATS	HUF Bonds EUR
DAX	1,00	0,27	0,47	-0,52	-0,52	0,00
ATX	0,27	1,00	0,22	-0,16	-0,17	0,17
BUX EUR	0,47	0,22	1,00	-0,16	-0,18	0,59
JPM GER	-0,52	-0,16	-0,16	1,00	0,99	0,17
JPM ATS	-0,52	-0,17	-0,18	0,99	1,00	0,16
HUF Bonds EUR	0,00	0,17	0,59	0,17	0,16	1,00

Tab. 4: Korrelationsmatrix der Assetrenditen

Die Korrelationen aus Tab. 4 belegen den Diversifikationseffekt, der den gemischten Portfolios mittel- bis langfristig zugesprochen wird. Die letzten fünf Jahre waren Aktien- und Rentenmärkte stark negativ korreliert. Auffallend ist allerdings auch die schwache Korrelation der Aktienmärkte in Österreich und Ungarn zu Deutschland. Der Bondmarkt in Ungarn erweist sich als nahezu unkorreliert zu den anderen Märkten und ist positiv korreliert zum ungarischen Aktienmarkt. Im Portfoliokontext wird davon auszugehen sein, dass diese Assetklasse keine große Rolle spielen wird, da bei ähnlichem Verlauf der Aktien- und Rentenrenditen in Ungarn, die höherrentierliche Assetklasse, nämlich ungarische Aktien, gewählt wird.

Der risikoscheue Investor wird von zwei Portfolios mit gleichem zu erwartenden Ertrag dasjenige mit der geringeren Volatilität (Standardabweichung der Portfoliorenditen) und von zwei Portfolios mit gleicher Volatilität das mit dem höheren zu erwartenden Ertrag wählen. Kurz: der Investor wählt die effizientere Portfoliostruktur. Bei der Ermittlung effizienter Portfolios nach dem Kriterium der Portfolio Selection nach *Markowitz* werden nun aus der Menge aller möglichen Portfolios, d.h. der Menge aller statistisch möglichen Kombinationsmöglichkeiten der Assets im Portfolio (Feasible Set) diejenigen selektiert, die durch keine effizientere Rendite-Risiko-Kombination übertroffen werden können. Wird das Feasible Set im Risiko-Ertragsraum abgetragen, so ergibt sich für die konkrete Situation der sechs möglichen Assetklassen in den drei Anlageregionen Deutschland, Österreich und Ungarn folgende Ausgangssituation auf Basis monatlicher Daten:



Kennziffern	DAX	ATX	BUX EUR	JPM GER	JPM ATS	HUF Bonds EUR	Benchmark
Ertrag	0,64%	0,72%	0,80%	0,29%	0,31%	0,33%	0,39%
Standardabw.	7,81%	4,10%	7,13%	0,97%	0,97%	4,01%	2,07%

Abb. 6: Feasible Set und Efficient Frontier ohne investorspezifische Nebenbedingungen

Aus Effizienzüberlegungen sind nicht sämtliche Portfolios in Abb. 6 sinnvolle Kombinationen der sechs Assetklassen[38]. Konkret durch Symbole hervorgehoben sind die einzelnen Assetklassen, die zur Kombination zur Verfügung stehen. Da von einem deutschen Investor ausgegangen wird, der vollinvestiert in deutsche Aktien und Renten ist, gilt als Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen eine exemplarische Benchmark von 30% DAX vs.70% JP Morgan Germany. Ziel der Optimierungsüberlegungen ist es, effizientere Kombinationsmöglichkeiten unter Erweiterung des Investmentuniversums für den deutschen Investor zu finden. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass es Asset Allocation-Alternativen für den deutschen Investor gibt, die sowohl weniger Risiko als auch mehr Ertrag offerieren. Der Investor kann sich weiter nach „links oben“ in der Punktewolke in Abb. 6 bewegen. Allerdings ist nur der linke obere Rand der Punktewolke effizient. Die effizienten Portfolios liegen auf einer Begrenzungslinie, die sämtliche darunter liegenden Portfolios dominiert, weil bei gegebener Standardabweichung ein höherer Erwartungswert der Rendite realisiert werden kann. Die Begrenzungslinie wird effizienter Rand, Effizienzkurve oder *Efficient Frontier* genannt und enthält alle effizienten Asset Allocations aus den sechs Anlageklassen. Ineffiziente Portfolios sollten unabhängig von der Risikoeinstellung des Investors nicht gewählt werden.

---

38 Jeder Punkt reflektiert ein Portfolio mit unterschiedlicher Kombination der sechs Assetklassen. Konkret wurden die sechs Assets in jeder denkbaren Kombination gemischt, wobei in 5%-„Lots“ kombiniert wurde, d.h. die kleinste Einheit einer Anlage beträgt 5% des Portfoliovolumens und die Gewichte wurden in diskreten 5%-Schrittgrößen verändert. Alleine bei dieser groben Allokationslogik bestehen rund 53.000 Kombinationsmöglichkeiten.

Konkret verläuft die Efficient Frontier zwischen zwei Endpunkten: der linke äußere Punkt reflektiert das sog. *Minimum Varianz Portfolio* (MVP) und stellt die Asset Allocation mit geringstem Risiko, repräsentiert durch die quadrierte Standardabweichung (Varianz) dar. Der rechte Endpunkt repräsentiert das Portfolio mit höchstem Ertrag (nicht zwingend auch höchstes Risiko) und kann als *Maximum Return Portfolio* (MRP) bezeichnet werden.

Der Diversifikationseffekt aufgrund der nicht vollständigen Korrelation der Assetrenditen sorgt für einen konkaven Verlauf der Efficient Frontier. Je weniger die Assets untereinander korreliert sind, umso größer ist der Diversifikationseffekt und umso „konkaver", d.h. umso mehr nach „links oben ausgewölbt" verläuft die Efficient Frontier. Die Krümmung der Efficient Frontier ist somit vom Diversifikationsgrad im Portfolio abhängig.

Mathematisch erfolgt die Bestimmung der Effizienzkurve durch wiederholtes Anwenden des $\mu - \sigma -$ Effizienzprinzips für unterschiedliche Renditeniveaus, indem für jede erreichbare vorgegebene Portfoliorendite μ_P^* im Renditeintervall $\left[\mu_{MVP};\mu_{MRP}\right]$ die Portfoliovarianz minimiert wird, wobei als Restriktionen Vollinvestment (Bundgetrestriktion, d.h. die Portfoliogewichte summieren sich zu 100%) und Nichtnegativität der Portfoliogewichte (keine Leerverkäufe) zu berücksichtigen sind[39]. Dies stellt zugleich den Nebenbedingungsraum des Standardmodells ohne investorspezifische Restriktionen (*Unconstrained Setup*) dar. Das Optimierungsproblem zur Identifikation eines effizenten Portfolios (EP) bei geforderter Mindestrendite stellt sich formal wie folgt dar:

$$\sigma_P^2 = Min\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \tag{13}$$

unter :

$$\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i = \mu_P^* \quad \text{(Forderung einer Mindestrendite, wobei } \mu_{MVP} \le \mu_P^* \le \mu_{MRP}\text{)}$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad \text{(Budgetrestriktion)}$$

$$w_i \ge 0 \qquad \text{(Nichtnegativität)}$$

Das Optimierungsproblem ist technisch lösbar, wenn es keine zwei Linearkombinationen von Assetklassen gibt, die vollständig miteinander (positiv oder negativ) korreliert sind[40]. Das unter Gleichung (13) dargestellte Optimierungssetup definiert keine weiteren Restriktionen wie etwa Unter- oder Obergrenzen für die Portfoliogewichte. In der Praxis werden aber häufig derartige *Lower* oder *Upper Limits* definiert, um eine Mindest- oder Maximaldiversifikation zu erzwingen oder zu begrenzen, oder aber um gesetzliche oder investorspezifischen Restriktionen zu modellieren. Im konkreten Fall ist als Ausgangssituation ein gleichgewichtetes deutsches Aktien-Rentenportfolio gewählt. Würde man den Optimierer gem. dem Standardmodell ohne weitere Restriktionen entscheiden lassen, so würde zu einem postulierten Ertragsniveau das Portfolio mit geringstem Risiko unabhängig von der Assetallokation Aktien-Renten und unabhängig von der Länderallokation gewählt.

---

39 Vgl. *Füss/Rehkugler/Disch*, 2005, S. 51.

40 Dies ist technisch gleichbedeutend damit, dass die Varianz-Kovarianzmatrix invertierbar sein muss, d.h. sie muss einen vollen Rang aufweisen. Vgl. *Rudolph*, 2003, S. 10. Portfolioptimierungen in der Praxis erfolgen PC-gestützt durch kommerzielle Software-Lösungen, sind aber auch mit vertretbarem Aufwand im Tabellenkalkulationsprogramm Excel™ bis zu 150 Assets implementier- und durchführbar. Vgl. dazu *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004.

Diese beiden Nebenbedinungen sollen derart berücksichtigt werden, dass der Investor maximal 50% Aktien halten kann. Österreich und Ungarn können maximal mit 20% Gewicht gewählt werden, egal ob in Aktien oder Renten. Der Österreich-Ungarn-Block kann maximal 40% im Portfolio aufweisen. Das Nebenbedingungs-Setup lässt sich demnach wie folgt darstellen:

Markt	Minimal	Maximal
DAX	0%	100%
ATX	0%	20%
BUX EUR	0%	20%
JPM GER	0%	100%
JPM ATS	0%	20%
HUF Bonds EUR	0%	20%
Aktien	0%	50%
Österreich-Ungarn	0%	40%

Tab. 5: Investorpezifische Nebenbedingungen

Formal sieht das Optimierungsproblem aus wie unter Gleichung (15) dargestellt: es treten lediglich die beiden Nebenbedingungen

$$w_i \leq w_i^{Max}$$
$$w_i \geq w_i^{Min} \qquad (16)$$

für die Assetgewichte hinzu. Für den Optimierer steht anstelle des unrestringierten Lösungsraumes (*Feasible Set*) ein wesentlich geringerer Möglichkeitsraum (*Opportunity Set*) zur Verfügung und es kommt zu Effizienzverlusten, da die hochrentierlichen Assetklassen (Aktien Österreich und Ungarn) ex ante mit Limits versehen werden. Folgende Abbildung stellt diesen Sachverhalt graphisch dar:

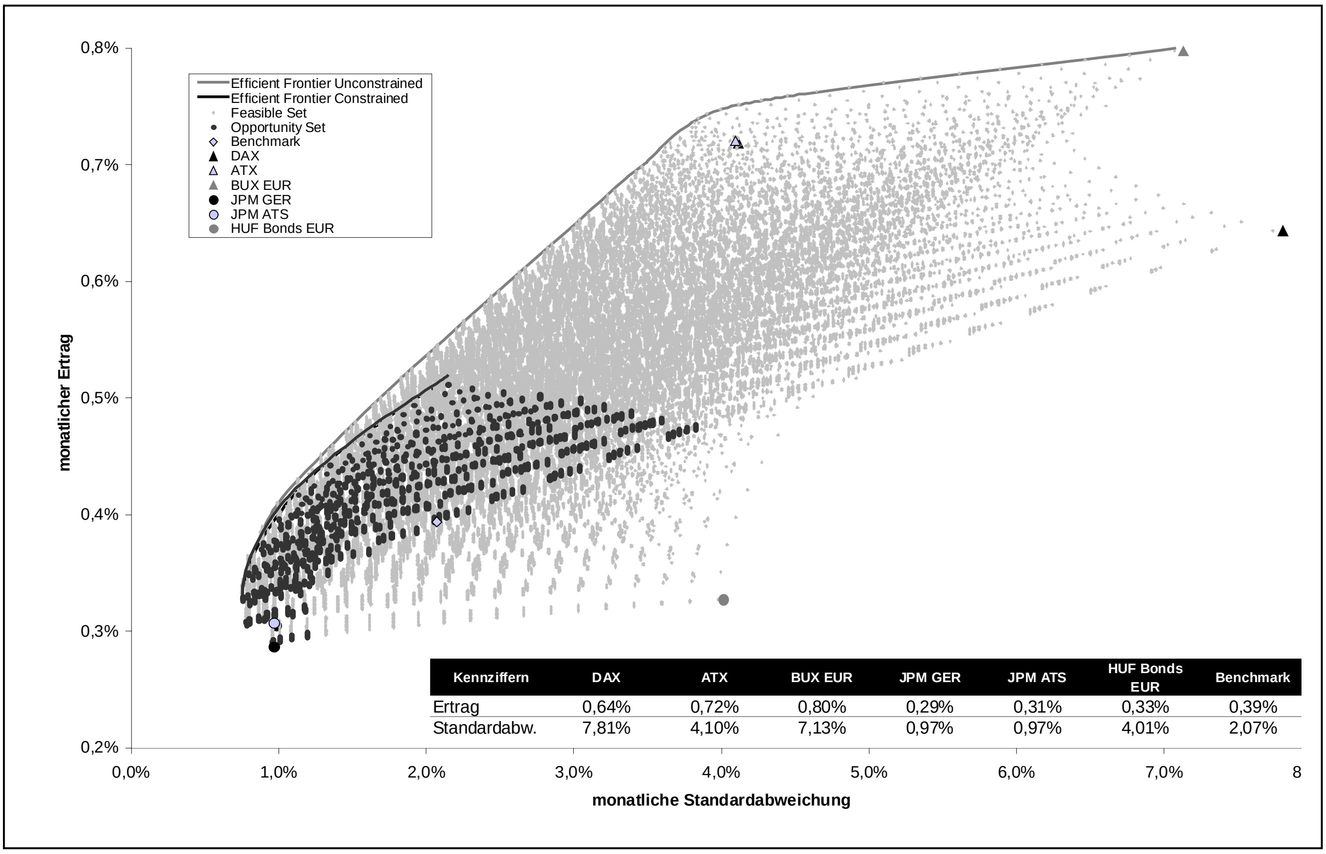


Abb. 7: Opportunity Set und Efficient Frontier bei investorspezifischen Nebenbedingunen

Der Effizienzverlust im retringierten Lösungsraum äußert sich dadurch dass die Effizienzkurve im Feasible Set (*Efficient Frontier Unconstrained*) auf höherem Niveau und steiler verläuft als im Opportunity Set (*Efficient Frontier Constrained*)[41]. Durch die Identifikation der Efficient Frontier ist der Lösungsraum durch eine „Vorselektion“ stark reduziert worden. Welches Portfolio der Anleger nun auf der Efficient Frontier wählen kann bzw. nach welchen Überlegungen er dies tun wird, ist der eigentliche Kerngedanke der Portfolio Selection von Markowitz. Investoren denken üblicherweise in Renditen p.a. anstelle in monatlichen Anlagehorizonten. Das Optimierungsproblem kann nun in p.a.-Dimensionen dargestellt werden, indem man die Sachverhalte unter Abb. 7 annualisiert:

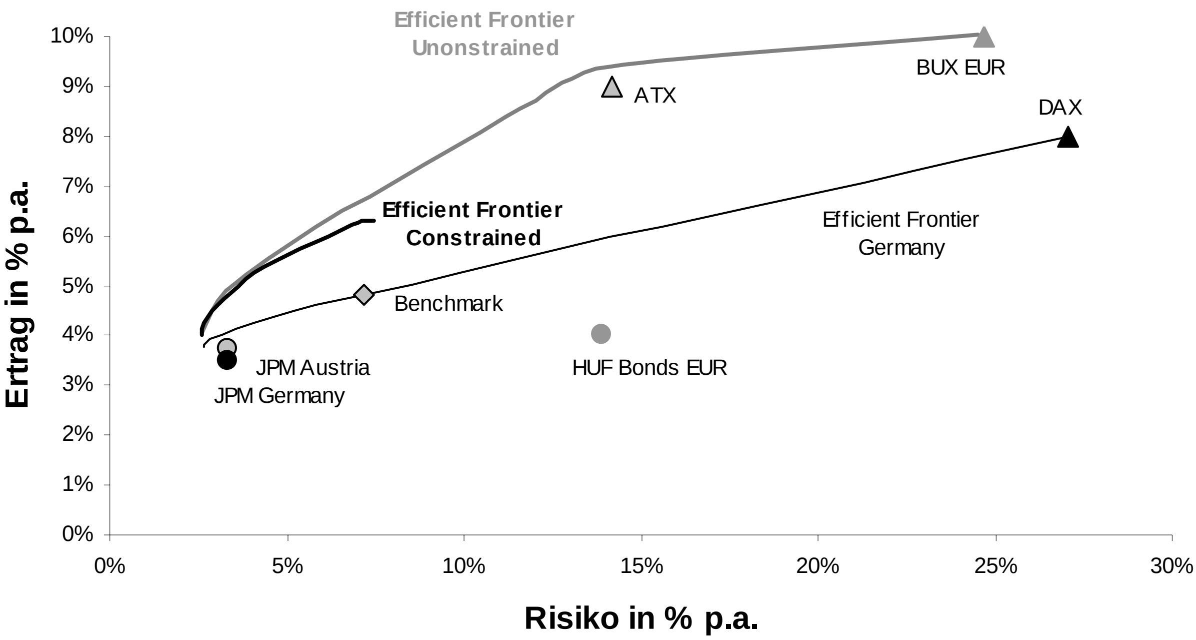


Abb. 8: Ausgangssituation der Asset Allocation Optimierung

Den Effizienzeinbußen aus investorspezifischen Nebenbedingungen relativ zum unrestingierten Setup stehen beträchtliche Effiziengewinne gegenüber der Ausgangssitutation des deutschen Investors dar. Einem deutschen Anleger, der nur in deutsche Aktien und Renten investiert, steht als Opportunity Set lediglich die deutsche Effizienzkurve zur Verfügung. Die Erweiterung des Anlageuniversums resultiert in einer Nach-Links-Oben-Verschiebung der Efficient Frontier und verläuft steiler, was für vorteilhaftere risikoadjustierte Renditen steht: der Investor erhält durch den Einbezug alternativer Investments in sein Analgeuniversum eine höhere Renditeentschädigung bezogen auf das eingegangene Risiko. Zu bemerken ist auch, dass sich das Minimum Varianz Portflio mit nach links oben verschoben hat. Für die folgenden Überlegungen ist nun die Frage zu beantworten, welches Portfolio der Anleger auf der Efficient Frontier Constrained zu wählen hat.

[41] Diese Feststellung sollte allerdings nicht dazu verleiten, die Nebenbedingungen zu lockern. Die Nebenbedingungen definieren den Rahmen: gegeben diesem Rahmen sind die effizienten Allokationen auf die Efficient Frontier Constrained beschränkt.

3.2 Portfolio Selection und Separationstheorem

Portfolios werden durch ihre erwartete Rendite und ihr Risiko charakterisiert. Ein Investor berücksichtigt in seinem Entscheidungskalkül beide Kalküle bei seiner Investitionsentscheidung, wobei der Investor üblicherweise daran interessiert sein wird, cet. par. eine hohe Rendite zu erzielen bzw. cet. par. ein geringes Risiko einzugehen. Jeder Anleger wird insofern einen Kompromiß zwischen dem Renditeziel und dem Sicherheitsziel eingehen müssen. Jeder dieser Rendite-Risiko-Kompromisse, d.h. jede Konstellation von Rendite vs. Risiko wird einen individuellen Nutzen für den Anleger generieren. Der Investor wird dann die Anlage wählen, die ihm den größten Nutzen liefert. Damit liegt es nahe, nach einer funktionalen Transformation der Rendite-Risiko-Konstellationen in einen Risikopräferenzwert zu suchen.

Die Risikoeinstellung des Investors kann mit Hilfe des Konzepts der (Risiko-)Nutzenfunktion veranschaulicht werden. Eine der zentralen Annahmen der *Markowitz*-Welt ist die, dass Investoren risikoavers sind. Diese Annahme ist voll kompatibel mit den Effizienzüberlegungen. Dass der risikoaverse Investor nur auf die effizienten Portfolios konzentriert sein wird, ist unmittelbar klar: alle anderen Portfolios unterhalb der Efficient Frontier sind für ihn suboptimal, da sie bei gleichem Ertrag höhere Risiken aufweisen. Würden sie ausgewählt, so widerspräche dies dem Konzept der Risikoaversion[42]. Formal wird die Risikonutzenfunktion üblicherweise wie folgt dargestellt[43]:

$$U(\mu_P, \sigma_P) = \mu_P - \lambda\, \sigma_P^2 \tag{17}$$

Der Parameter λ heisst Risikoaversionsparameter und kann als Renditeentschädigung für eine zusätzliche Einheit an übernommenem Risiko interpretiert werden. Je größer λ gewählt wird, umso risikoaverser ist ein Investor[44]. Über die Risikonutzenfunktion wird sich der Investor permanent fragen, welchen Nutzen ihm bestimmte Risiko-Ertrags-Konstellationen generieren. Da der Nutzen nun von zwei Größen in unterschiedlichen Wirkungsrichtungen abhängt, wird er Risiko-Ertrags-Kombinationen identifizieren wollen, die für ihn den gleichen Nutzen stiften. Graphisch lassen sich diese Kombinationen mit gleichem Nutzenniveau durch sog. Indifferenzkurven oder Iso-Nutzenkurven beschreiben. Eine Indifferenzkurve ist der geometrische Ort aller Rendite-Risiko-Kombinationen, die dem Investor den gleichen Nutzen stiften. Die Indifferenzkurven eines risikoaversen Investors haben einen konvexen Verlauf im $\mu - \sigma -$Raum. Die Konvexität der Indifferenzkurve besagt nichts anderes, als dass der Investor bei zunehmenden Risikoniveau nur dann bereit ist, mehr Risiko zu übernehmen, wenn das Entgelt für die Risikoübernahme (der erwartete Mehrertrag) überproportional ansteigt. Mit anderen Worten: steigt das Risiko einer Anlage, so muss die erwartete Rendite relativ stärker steigen, damit der Investor diesem gestiegenen Risiko subjektiv den gleichen Nutzen beimisst als zuvor.

---

42 Eine besondere Lösung ohne Kenntnis von persönlichen Risikoeinstellungen ist das sog. Minimum-Varianz-Portfolio (MVP). Dieses Portolio ist dasjenige unter den effizienten Portfolios mit geringstem Risiko, also die Kombination der Anlagealternativen, bei der der Diversifikationseffekt maximal genutzt wird. Zu einer ausführlichen theoretischen Diskussion des MVP mit empirischen Analysen sei verwiesen auf *Kleeberg*, 1995 und *Kleeberg*, 2002.

43 Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 86. Zu einer ausführlichen Diskussion des Risikonutzenkonzeptes im Bereich Portfoliomanagement sei verwiesen auf *Elton/Gruber*, 2003, S. 210 ff.

44 Grundsätzlich gilt: für $\lambda > 0$ ($\lambda < 0$) liegt ein risikoaverser (risikofreudiger) Investor vor. Ein $\lambda = 0$ reflektiert einen risikoneutralen Investor. Der Risikotoleranzparameter wird demnach als bekannt vorausgesetzt. In der Praxis leitet man λ aus einem Referenzportfolio, dessen Risiko-Ertragsparameter bekannt sind und das als „neutrale“ Nutzenposition definiert wird, ab. Dieses Referenzportfolio kann das risikolose Asset oder ein Benchmarkportfolio sein. Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 94 ff.

Um eine vollständige Abbildung der Präferenzstruktur eines Investors zu gewährleisten, muss zu jedem Nutzenniveau eine Indifferenzkurve konstruiert werden. Als Ergebnis erhält man eine ganze Schar von Indifferenzkurven[45].

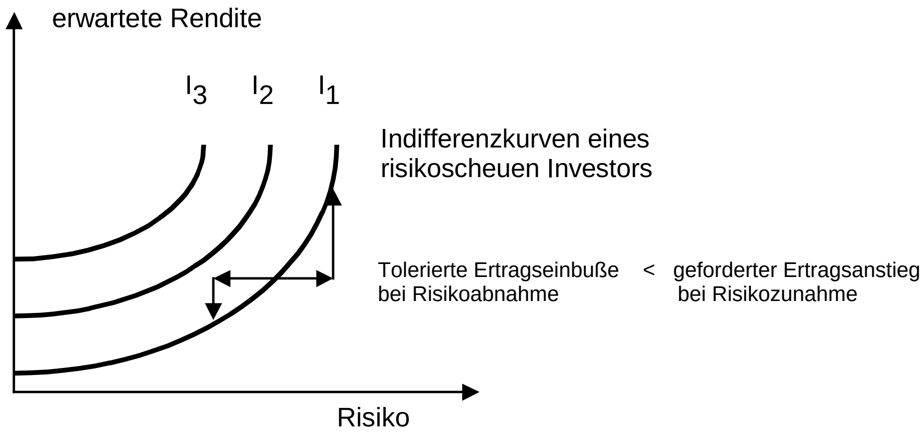


Abb. 9: Indifferenzkurven eines risikoaversen Investors

Bei einem risikoaversen Entscheidungsträger ist es intuitiv, dass er für den Zuwachs an Risiko relativ stärker kompensiert werden will, d.h. der Zuwachs des Ertrages muss stärker ausfallen, um sein Nutzenniveau unverändert halten zu können. Der ansteigende, konvexe Verlauf der Nutzenindifferenzkurven aus Abb. 9 belegt, dass die Überlegungen für abnehmendes Risiko analog, nur mit negativem Vorzeichen gelten. Nimmt das Risiko um eine Einheit ab, so wird der Investor dafür bereit sein, einen Renditeabschlag zu „opfern“ und sein Nutzenniveau bleibt unverändert. Das Besondere am konvexen Verlauf dabei ist allerdings, dass die Ertragseinbuße dafür, dass das Risiko um eine Einheit abnimmt, weniger stark ausfällt, als der Ertragsanstieg im Fall des Risikoansteiges um die gleiche Einheit. Der Trade Off zwischen Risiko und Ertrag bei gleichhoher Risikozu- bzw. –abnahme ist asymmetrisch: ein risikoaverser Investor fordert mehr Ertragszuwachs bei steigendem Risiko als er bereit ist, an Ertrag aufzugeben, wenn das Risiko um das gleiche Ausmaß abnimmt. Je stärker die Indifferenzkurven nach oben gekrümmt verlaufen, d.h. je konvexer der Funktionsverlauf, desto ausgeprägter ist die Risikaversion des Investors. Je weiter außerdem die Kurven vom Ursprung entfernt sind, umso höher ist der mit ihr verbundene Nutzen. Das Nutzenniveau auf I_3 ist demnach höher als das auf I_1.

Um das optimale Portfolio des Investors an der Effizienzlinie zu selektieren, existiert folgende graphische Lösungsmöglichkeit. Dazu ist lediglich die Schar der Indifferenzkurven in den $\mu - \sigma -$ Raum einzutragen. Das für den Investor optimale Portfolio ergibt sich dort, wo die am weitesten vom Ursprung entfernte Indifferenzkurve, d.h. die mit dem höchsten Nutzenniveau den Rand aller effizienten Portfolios tangiert. Die so ermittelten Portfolios sind in folgender Abbildung schematisch für drei unterschiedliche Investoren (1, 2 und 3) mit unterschiedlich starken Risikoaversionen eingetragen[46].

45 Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 91 und *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S.703.

46 Vgl. Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 83 und Vgl. *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S.703.

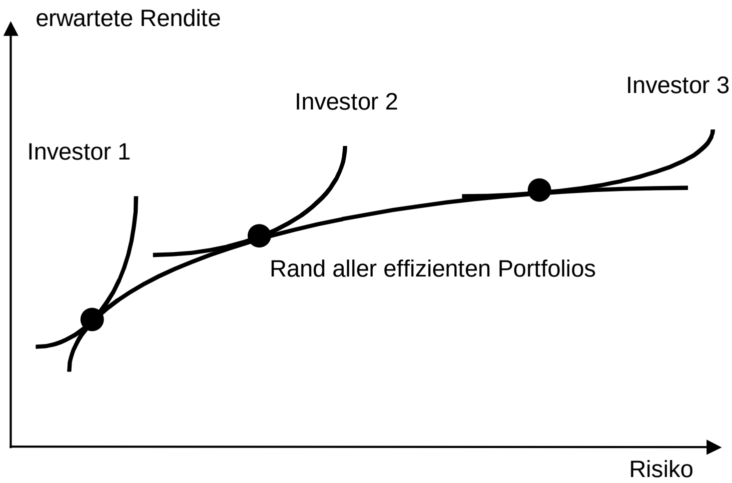


Abb. 10: Tangentialportfolios für unterschiedliche Investoren

Das optimale Portfolio pro Investor ergibt sich demnach als das Tangentialportfolio seiner individuellen Risiko-Nutzenkurve an der Efficient Frontier. Die Selektion des optimalen Portfolios an der Effizienzkurve unter Einbezug der investorspezifischen Risikopräferenzfunktion ist Gegenstand der Portfolio Selection nach *Markowitz*. Der formale Optimierungsansatz zur Bestimmung des Portfolios mit maximalem Nutzen (*Optimal Utility Portfolio* (OUP) nach *Markowitz*) lautet:

$$MaxU(\mu_P, \sigma_P) = \mu_P - \lambda\ \sigma_P^2 \tag{19}$$

unter :

$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$ (Budgetrestriktion)

$w_i \geq 0$ (Nichtnegativität)

$w_i \leq w_x^{Max}$
$w_i \geq w_x^{Min}$ (Ober- und Untergrenzen)

Je nach Risikoeinstellung des Investors wird er näher am Minimum Varianz Portfolio oder näher am Maximum Return Portfolio positioniert sein.

Eine Erweiterung dieses Modells erfolgt durch Einbezug einer risikolosen Kapitalanlage mit der Möglichkeit der Kreditaufnahme bzw. –vergabe zum risikolosen Zinssatz. Durch eine risikofreie Kapitalanlagemöglichkeit erweitern sich die Handlungsspielräume des Investors beträchtlich: er kann Portfolios in der Kombination aus risikobehafteten Anlagen mit der risikolosen Anlage bilden. Da das Risiko einer risikolosen Anlage definitionsgemäß Null ist, wird auf den Erwartungswertoperator verzichtet und als erwartete Rendite μ_{rf} direkt die risikolose Rendite rf gesetzt. Es ergeben sich folgende Risiko-Ertrags-Parameter für das Mischportfolio:

$$\mu_{Mix} = a\mu_P + (1-a)rf \text{ bzw. } \sigma_{Mix} = a\sigma_P \tag{20}$$

Der Anteil der Investitionssummen, der in das risikobhaftete Portfolio investiert wird, entspricht a. Da das Risiko der risikolosen Anlage Null ist, findet man ein zu 100% in risikolose Assets investiertes Portfolio als Punkt mit den Koordinaten (0; rf) im $\mu - \sigma -$ Raum.

Die risikolose Anlage kann nun den reinen effizienten Risiko-Portfolios beigemischt werden. Ein Mischportfolio entspricht einer Linearkombination beider Sub-Portfolios und geometrisch der Verbindungslinie von rf zu einem Portfolio P auf der Efficient Frontier[47].

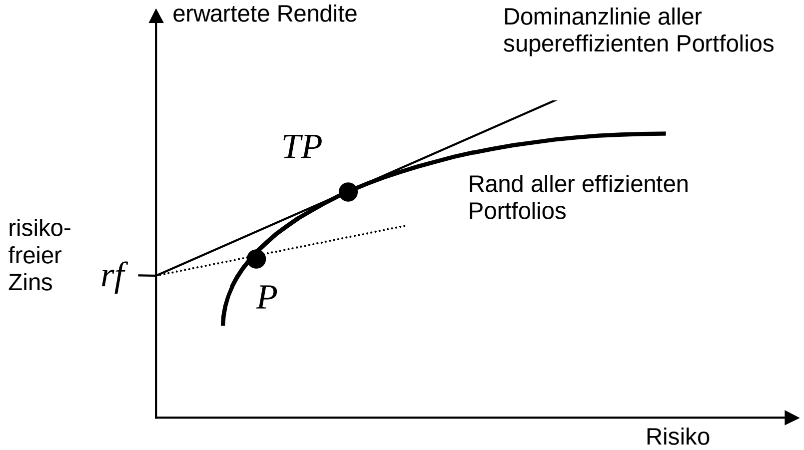


Abb. 11: Dominanzlinie aller supereffizienten Portfolios

Die Kombinationen zwischen risikoloser Anlage und riskantem Portfolio lassen sich in Form einer Geraden im Risiko-Ertrags-Raum abtragen. Die Gerade reflektiert die Zuteilungen der Investitionssummen auf die sub-Portfolios. Man bezeichnet diese Gerade desahalb auch als Kapitalzuteilungsgerade oder *Capital Allocation Line*. Ein beliebiges Portfolio P kombiniert mit der risikolosen Anlage rf ist in Abb. 11 mit dem Streckenzug $rf - P$ gekennzeichnet. Diese Kombination ist jedoch ineffizient, da es ein Portfolio gibt, welches in Kombination mit der sicheren Anlage alle übrigen Kombinationen dominiert. Das optimale Portfolio bestimmt sich aus der von rf ausgehenden Tangente an die Efficient Frontier. Jede auf dieser Tangente liegende Kombination aus sicherer Geldanlage und risikobehafteten Anlagen weist bei gleichem Risiko eine höhere Rendite auf als die reinen Risiko-Portfolios auf der Efficient Frontier. Man bezeichnet diese Portfolios deshalb auch als *supereffiziente* Portfolios. Portfolios links von *TP* auf dieser Tangente sind „Long“-Positionen (positive Portfolioanteile) in der risikolosen Anlage. Formal entspricht dies einem positiven Gewicht $1-a$ kleiner 1. Das Gegengewicht a ist in riskanten Anlagen investiert. Portfolios rechts von *TP* sind „Short“-Positionen (negative Portfolioanteile) in der risikolosen Anlage. Das risikolose Asset ist leerverkauft, was einer Kreditaufnahme gleichkommt. Formal entspricht dies einem a größer 1, d.h. es wird ein Vielfaches des Anlagebetrages in risikobehaftete Assets investiert, wobei die nicht vorhandenen Mittel zur risikolosen Rendite ausgeliehen werden. Das Portfolio ist in diesem Falle gehebelt und man spricht von einem Leverage. Aus Abb. 11 wird unmittelbar deutlich, dass die Verbindungslinie $rf - TP$ alle anderen Kombinationsmöglichkeiten zwischen risikolosen und risikobehafteten Anlagen sowie die puren risikobehafteten Anlagen auf der Effizienzkurve dominiert. Geometrisch ist das Tangentialportfolio das Portfolio, bei der die Steigung der Dominanzlinie maximal ist und die Efficient Frontier gerade tangiert. Über formale Umformungen kann man zeigen, dass die Steigung der Kapitalzuteilungsgeraden gerade der Sharpe Ratio entspricht. Es gilt:

$$\mu_{Misch} = a\mu_P + (1-a)rf = a\mu_P + rf - arf = rf + \frac{\mu_P - rf}{\sigma_P} a\sigma_P = rf + \underbrace{\frac{\mu_P - rf}{\sigma_P}}_{Sharpe\ Ratio}\sigma_{Misch} \qquad (21)$$

---

47 Vgl. Vgl. *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 83 und. *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S.704.

Übertragen in den $\mu - \sigma -$ Raum bedeutet dies:

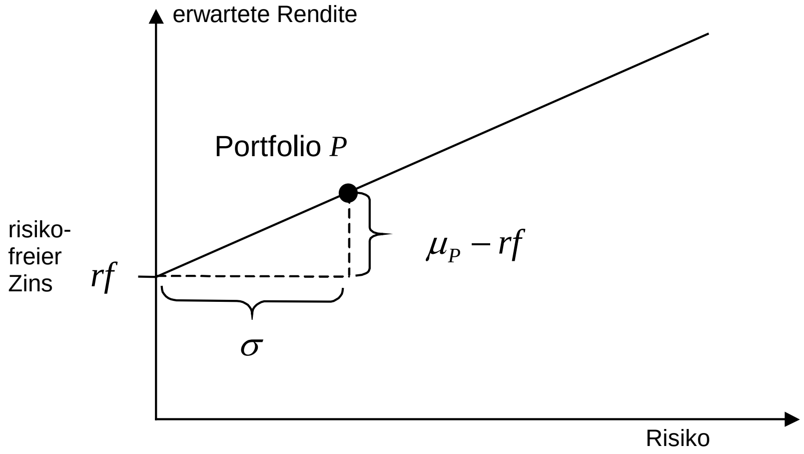


Abb. 12: Kombination eines risikobehafteten Portfolios mit risikoloser Anlage

Das Tangentialportfolio ist demnach das Portfolio mit maximaler Sharpe Ratio. Das Optimierungsproblem zur Identifikation des Tangentialportfolios TP lautet:

$$Max\ SR = \frac{\mu_P - rf}{\sigma_P} \tag{22}$$

unter :

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad \text{(Budgetrestriktion)}$$

$$w_i \geq 0 \qquad \text{(Nichtnegativität)}$$

$$\left.\begin{array}{l} w_i \leq w_x^{Max} \\ w_i \geq w_x^{Min} \end{array}\right. \qquad \text{(Ober- und Untergrenzen)}$$

Stimmen alle Marktteilnehmer in ihrer Einschätzung der Erträge und Risiken hinsichtlich der Assets überein, d.h. existieren homogene Erwartungen hinsichtlich der Risiko-Ertrags-Parameter, so wählt jeder rationale Investor einen Punkt auf dieser Dominanzlinie und entscheidet sich somit für eine Mischung aus risikoloser Anlage und Tangentialportfolio *TP*. Die Indentifikation des Tangentialportfolios ist demnach völlig unabhängig von der Risikoeinstellung der Investoren. Diese kommt erst ins Spiel, wenn es um die Aufteilung des Anlagekapitals auf risikoloses vs. riskantes Sub-Portfolio geht. Formal bedeutet dies die Konkretisierung des Parameters *a*.

Die Annahme homogener Erwartungen führt zu einer besonderen Interpretierbarkeit von *TP*. Wenn alle Marktteilnehmer hinsichtlich ihrer Erwartungsstruktur übereinstimmen, gibt es eine einheitliche Efficient Frontier und somit ein für jeden Investor gleiches Tangentialportfolio. Wenn alle Investoren in das gleiche Portfolio investieren, so kann der Markt nur dann geräumt sein, falls sämtliche risikobehafteten Anlagen in *TP* enthalten sind. Da die Investoren in ihrer Summe wiederum den Markt ergeben, entsprechen die Portfolio-Anteile der risikobehafteten Assets in *TP* den Marktanteilen der risikobehafteten Assets. *TP* wird demnach auch als sog. Marktportfolio bezeichnet[48].

---

[48] Vgl. *Poddig/Dichtl/Petersmeier*, 2003, S.705.

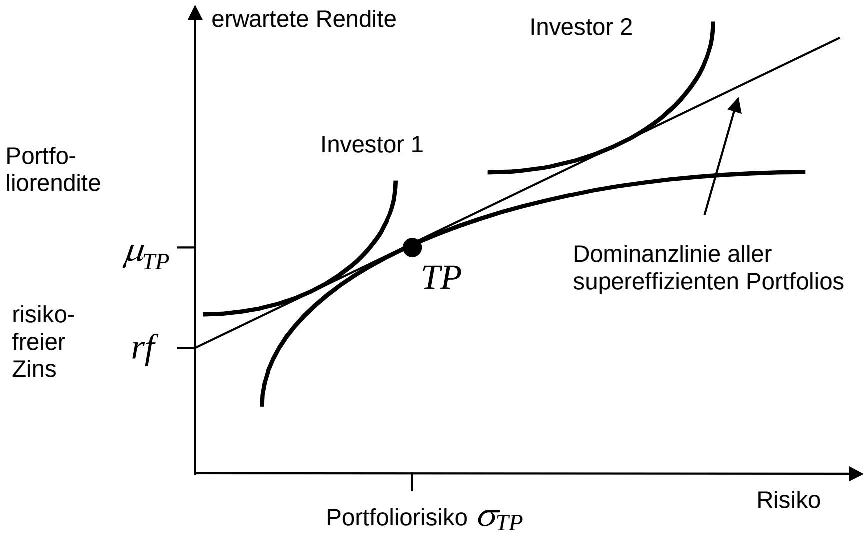


Abb. 13: Schuldner und Gläubiger im Kapitalmarktgleichgewicht

Eine weitere Bedingung für ein Gleichgewicht am Kreditmarkt besteht darin, dass sich Kreditangebot und –nachfrage entsprechen. Das Equilibrium wird über den Preis, in diesem Falle über die risikolose Rendite rf hergestellt, bis die Markträumung (Angebot = Nachfrage) hergestellt ist. Auf der Verbindungslinie $rf - TP$ befindet sich somit der Kreditmarkt im Gleichgewicht.

Die Investoren unterscheiden sich aufgrund ihrer Risikoaversion dadurch, dass sie sich unterschiedlich auf der Dominazlinie $rf - TP$ platzieren werden. Je nach Risikoaversion werden die Investoren demnach Schuldner oder Gläubiger sein, d.h. je nach Verlauf der individuellen Indifferenzkurven, werden die Investoren unterschiedliche Anteile a im riskanten Marktportfolio halten. Abb. 13 zeigt zwei Investoren mit homogener Erwartungsstruktur. Wie bereits erwähnt, zeichnen sich Portfolios rechts vom Marktportfolio durch Leerverkaufspositionen im risikolosen Asset aus. Dies ist bei Investor 2 der Fall. Investor 2 investiert mehr als 100% der Investitionssumme in das riskante Asset und finanziert den die Investitionssumme übersteigenden Anteil durch Verschuldung am Kapitalmarkt zur risikolosen Rendite. Dadurch ist ein höherer Ertrag bei höherem Risiko möglich. Investor 1 dagegen ist risikoscheuer und investiert nur einen gewissen Anteil seiner Investitionssumme in das Marktportfolio und den Rest in das risikolose Asset. Bestünde der Markt lediglich aus den beiden Investoren 1 und 2, so müsste die risikolose Anlage von Investor 1 dem Investitionsbedarf von Investor 2 entsprechen, damit der Markt geräumt ist. Andernfalls müsste der risikolose Zins die Markträumung bewerkstelligen. Wie unmittelbar aus Abb. 13 entnommen werden kann, ist unmittelbar, ob sich ein Investor verschuldet oder nicht, die Sharpe Ratio (Steigung der Kapitalzuteilungsgeraden) des gewählten Mischportfolios konstant und daher unabhängig vom Anteil am risikolosen Subportfolio[49].

---

49 Dies ergibt sich auch formal durch folgende Überlegung:

$$SR_{Misch} = \frac{\mu_{Misch} - rf}{\sigma_{Misch}} = \frac{a\mu_P + (1-a)rf - rf}{a\sigma_P} = \frac{\mu_P - rf}{\sigma_P}$$

Die Sharpe Ratio des Mischportfolios entspricht demnach der des Tangentialportfolios.

Die Erkenntnis, dass es besser ist, eine risikolose Anlage mit dem Tangentialportfolio zu kombinieren, als nur mit risikobehafteten Anlagen zu operieren, ist Gegenstand des Separationstheorems von *Tobin*. Die Selektion des nutzenoptimalen Portfolios nach *Tobin* (OUP) ist demnach eine Optimierung der Gewichtung zwischen risikoloser Anlage und dem Marktportfolio und kann formal wie folgt dargestellt werden:

$$Max\ U(\mu_{Mix}, \sigma_{Mix}) = \lambda \mu_{Mix} - \sigma^2_{Mix} = \lambda \underbrace{(a\mu_P + (1-a)rf)}_{\mu_{Mix}} - \underbrace{a^2\sigma^2}_{\sigma^2_{Mix}} \tag{23}$$

unter :

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad \text{(Budgetrestriktion)}$$

$$w_i \geq 0 \qquad \text{(Nichtnegativität)}$$

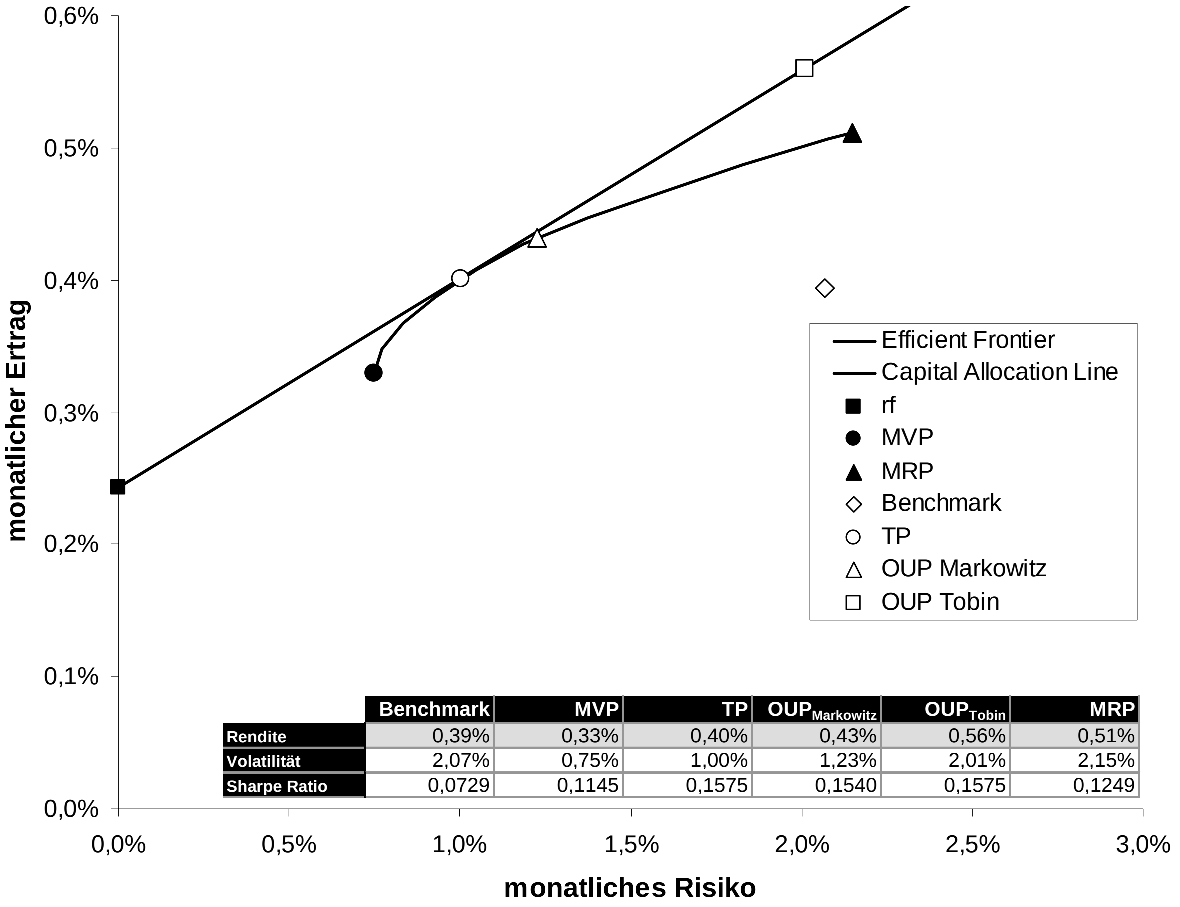
$$\left.\begin{array}{l} w_i \leq w_x^{Max} \\ w_i \geq w_x^{Min} \end{array}\right. \qquad \text{(Ober- und Untergrenzen)}$$

Die dargestellten Optimierungsüberlegungen sollen nun auf die konkrete Problemstellung angewandt werden. Im Folgenden werden folgende Portfoliostrukturen identifiziert, wobei die unter Tab. 5 beschriebenen Nebenbedingungen gelten:

- Effiziente Portfolios (EP), d.h. risikominimale Portfolios für vorgegebene Renditen
- Minimum Varianz Portfolio (MVP)
- Maximum Return Portfolio (MRP)
- Optimal Utility Portfolio nach Markowitz ($OUP_{Markowitz}$)
- Tangentialportfolio TP
- Optimal Utility Portfolio nach Tobin (OUP_{Tobin})

3.3. Empirische Ergebnisse

Die Ergebnisse der empirischen Asset Allocation-Studie lassen sich auf folgender Abbildung zusammenfassen, die die Efficient Frontier Constrained aus Abb. 8 darstellt. Die Symbole reflektieren die selektierten Portfolios, die Gerade stellt die Kapitalzuteilungsgerade dar. Sämtliche Daten basieren auf monatlichen Rendite- und Risikoparametern.



	Benchmark	MVP	TP	$OUP_{Markowitz}$	OUP_{Tobin}	MRP
Rendite	0,39%	0,33%	0,40%	0,43%	0,56%	0,51%
Volatilität	2,07%	0,75%	1,00%	1,23%	2,01%	2,15%
Sharpe Ratio	0,0729	0,1145	0,1575	0,1540	0,1575	0,1249

Abb. 14: Optimierte Portfoliostrukturen im μ-σ-Raum

Die Efficient Frontier wurde konstruiert, indem für verschiedene Portfoliorenditeniveaus die Portfoliovarianzen minimiert wurden. Folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Portfoliostrukturen entlang der Efficient Frontier, beginnend beim MVP und endend beim MRP:

	MVP	R = 4,25%	R = 4,50%	R = 4,75%	R = 5,00%	R = 5,25%	R = 5,50%	R = 5,75%	R = 6,00%	R = 6,25%	MRP
DAX	6,27%	6,09%	5,66%	5,23%	5,03%	5,02%	5,61%	6,20%	6,78%	8,59%	10,00%
ATX	3,54%	7,24%	10,76%	14,29%	17,76%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
BUX EUR	0,00%	0,63%	1,86%	3,09%	4,28%	6,44%	10,07%	13,70%	17,29%	20,00%	20,00%
JPM GER	70,19%	66,04%	61,71%	57,40%	54,97%	54,98%	54,39%	53,80%	53,22%	51,41%	50,00%
JPM ATS	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	17,95%	13,56%	9,93%	6,30%	2,71%	0,00%	0,00%
HUF Bonds EUR	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ATS-HUF	23,54%	27,87%	32,63%	37,38%	40,00%	40,00%	40,00%	40,00%	40,00%	40,00%	40,00%
Aktien	9,81%	13,96%	18,29%	22,60%	27,07%	31,46%	35,67%	39,90%	44,07%	48,59%	50,00%
Renten	90,19%	86,04%	81,71%	77,40%	72,93%	68,54%	64,33%	60,10%	55,93%	51,41%	50,00%
Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Rendite p.m.	0,33%	0,35%	0,37%	0,39%	0,41%	0,43%	0,45%	0,47%	0,49%	0,51%	0,51%
Volatilität p.m.	0,75%	0,77%	0,83%	0,93%	1,05%	1,19%	1,37%	1,59%	1,83%	2,08%	2,15%
Rendite p.a.	4,02%	4,25%	4,50%	4,75%	5,00%	5,25%	5,50%	5,75%	6,00%	6,25%	6,31%
Volatilität p.a.	2,59%	2,67%	2,88%	3,21%	3,62%	4,11%	4,75%	5,51%	6,32%	7,20%	7,44%

Tab. 6: Gewichtungen und Risiko-Ertragsparameter effizienter Portfolios

Die Portfoliorenditen wurden basierend auf p.a.-Niveau und in 0,25%-Schrittweiten ab dem MVP exogen postuliert. Die Optimierung erfolgte auf monatlicher Ebene (per month gleichbedeutend mit p.m.). Die Portfoliostruktur kann graphisch parallel zu Tab. 6 wie folgt visualisiert werden:

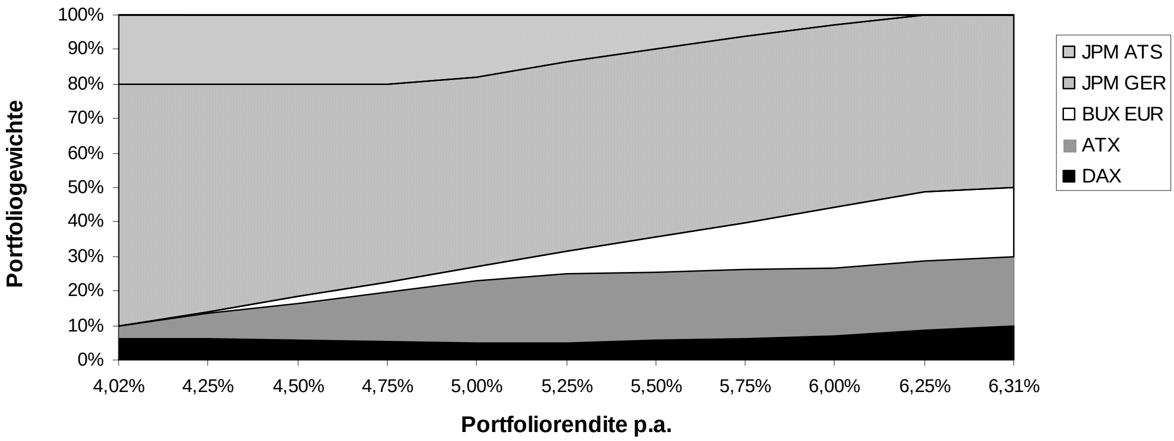


Abb. 15: Portfoliostrukturen der effizienten Portfolios

Man kann in Abb. 15 erkennen, dass mit zunehmender geforderter Portfoliorendite der Aktienanteil annähernd linear zunimmt, wobei der DAX-Anteil relativ konstant bleibt und das ungarische und österreichische Aktienengagement dominieren und für den erforderlichen Renditeanstieg sorgen. Rentenseitig werden österreichische Renten solange bis zum maximalen Gewicht von 20% gehalten, bis die Renditeerfordernis ein Reduzieren zugunsten der Aktien nötig macht. Auffallend ist, dass in keiner Portfoliostruktur ungarische Staatsanleihen zu finden sind. Die Renditen in dieser Assetklasse sind nicht attraktiv genug, um für die hohe Volatilität zu entschädigen.Insgesamt kann der deutliche Effizienzgewinn aus der Verbreiterung des Investmentuniversums in Abb. 13 zusammen mit Tab. 5 deutlich gemacht werden. Die Ausgangsallokation mit der Benchmark 30% Aktien und 70% Renten kann durch ein Portfolio bei annähernd gleicher Aktien-Rentenstruktur auf ein rund 0,5% höheres Renditeniveau bei 3% weniger Volatilität p.a. gehoben werden (vgl. Benchmarkportfolio mit $\mu = 4{,}83\%; \sigma = 7{,}11\%$ mit R = 5,25%-Portfolio mit $\mu = 5{,}25\%; \sigma = 4{,}11\%$). Ergänzend zu Abb. 13 sind in folgender Tabelle die Portfoliostrukturen der optimierten Portfolios angegeben.

	Benchmark	MVP	TP	$OUP_{Markowitz}$	OUP_{Tobin}	MRP
DAX	30,00%	6,27%	5,15%	5,15%	5,15%	10,00%
ATX	0,00%	3,54%	16,61%	20,00%	20,00%	20,00%
BUX EUR	0,00%	0,00%	3,88%	7,26%	7,26%	20,00%
JPM GER	70,00%	70,19%	54,85%	54,85%	54,85%	50,00%
JPM ATS	0,00%	20,00%	19,50%	12,74%	12,74%	0,00%
HUF Bonds EUR	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ATS-HUF	0,00%	23,54%	40,00%	40,00%	40,00%	40,00%
Aktien	30,00%	9,81%	25,65%	32,41%	32,41%	50,00%
Renten	70,00%	90,19%	74,35%	67,59%	67,59%	50,00%
Total	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
Rendite	0,39%	0,33%	0,40%	0,43%	0,56%	0,51%
Volatilität	2,07%	0,75%	1,00%	1,23%	2,01%	2,15%
Sharpe Ratio	0,0729	0,1145	0,1575	0,1540	0,1575	0,1249
Rendite p.a.	4,83%	4,02%	4,92%	5,31%	6,89%	6,31%
Volatilität p.a.	7,17%	2,59%	3,48%	4,25%	6,96%	7,44%
Sharpe Ratio	0,2616	0,4094	0,5652	0,5537	0,5652	0,4511

Tab. 7: Gewichtungen und Risiko-Ertragsparameter optimierter Portfolios

Die Portfoliostrukturen aus Tab. 7 können zusammen mit Abb. 14 inhaltlich interpretiert werden. Die Benchmark bestehend aus der 30% Aktien – 70% Rentenstruktur in Deutschland ist ineffizient. Bereits das Minimum Varianz Portfolio MVP weist bei einer deutlich geringeren Volatilität im Verhältnis dazu nur geringe Ertragseinbußen auf. Das MVP besteht allerdings nur zu rund 10% aus Aktien und ist zwar risikoarm, aber strategisch aufgrund seiner defensiven Ausrichtung wenig chancenreich.

Das Tangentialportfolio TP nutzt seine Freiheiten voll aus, 40% in Österreich und Ungarn zu allokieren und besteht aus 25% Aktien vs. 75% Renten. Das Aktienengagement besteht zu ca. 20% aus österreichischen und ungarischen Aktien. Auf der Rentenseite wird das 20% Bondlimit in Österreich annähernd ausgenutzt. Risikoadjustiert ist im TP der höchste *Excess Return* über der risikolosen Anlage erzielt worden, was die Sharpe Ratio entsprechend maximal ausfallen lässt. Würden alle Marktteilnehmer dieselben Rendite-Risikoerwartungen und ähnliche Restriktionen haben wie der deutsche Investor, so würde das TP dem Marktportfolio entsprechen.

Die *Markowitz*-Optimierung nach dem Portfolio Selection-Modell liefert das Optimal Utility Portfolio $OUP_{Markowitz}$. Der Risikoaversionsparameter wurde aus der Benchmark abgeleitet und mit $\lambda = 4{,}6$ modelliert[50]. Demnach ist der Investor risikoscheu: er hält grundsätzlich an seiner 30% Aktien vs. 70% Renten Allokation fest, verteilt aber mehr als ein Drittel des Aktienengagements auf die neuen Märkte Österreich und Ungarn. In Österreich nutzt der Optimierer das Aktienlimit zu 20% voll, in Ungarn dagegen nur zu rund 7% aus. Der Rest zu 40% erlaubtem Österreich-Ungarn Block wird mit österreichischen Staatsanleihen aufgefüllt.

50 Zur formalen Ableitung von λ aus einem Benchmarkportfolio vgl. *Schlenger*, 1998, S. 79 –87 und *Poddig/Brinkmann/Seiler*, 2004, S. 94-96.

Das nach dem Separationstheorem von *Tobin* modellierte OUP_{Tobin} weist den höchsten Ertrag aller Portfolios aus. Dies liegt am 200%-igen Investitionsgrad, den das Portfolio aufweist, d.h. das TP wird auf Kredit zu 100% zur bestehenden Struktur hinzugekauft. Dem Optimierer wurde die Freiheit des § 51 (2) Investmentgesetz (InvG) voll eingeräumt, wonach das Marktrisikopotenzial eines Sondervermögens 200% betragen darf. Trotz der risikoaversen Einstellung des Investors verschuldet sich dieser, um den doppelten Investitionsgrad herzustellen[51]. Von der Portfoliorendite des OUP_{Tobin} (doppelte Rendite des TP) ist der risikolose Zins, gleichbedeutend mit dem Verschuldungszins, subtrahiert worden. Trotz der gehebelten Position im Portfolio konnte die risikoadjustierte Mehrrendite über Geldmarkt – ausgedrückt durch die Sharpe Ratio – nicht etwa erhöht werden, sondern entspricht der des Tangentialportfolios TP[52].

Das Maximum Return Portfolio MRP schließlich stellt den rechten Endpunkt der Efficient Frontier dar und füllt in absteigender Rendite die hochrentierlichen Assetklassen Aktien Ungarn, Aktien Österreich mit je 20% Maximalgewicht sowie Aktien Deutschland mit 10% auf und muss den Rest zu 50% in deutsche Bonds investieren, um mit den Nebenbedingungen konform zu sein.

Auch in den optimierten Portfolios sind keine ungarischen Staatsanleihen zu finden. Welche Portfoliostruktur gewählt wird, hängt von der Zielsetzung des Investors ab. Die Ergebnisse aus Tab. 7 sind zusammen mit Abb. 14 lediglich eine komparative Gegenüberstellung möglicher Optimierungsansätze. Grundsätzlich wird ein Investor eine bestimmte Zielsetzung ins Auge fassen und nicht erst alle unterschiedlichen Optimierungen durchführen und hinterher eine Portfoliostruktur basierend auf einer bestimmten Optimierung selektieren. Die unterschiedlichen Optimierungsansätze reflektieren keine oder bewusst modellierte Risikopräferenzen. Insofern ist vorab die subjektive Zielfunktion zu definieren, bevor anschließend ein objektives Optimierungsverfahren startet. Eine Darstellung der Efficient Frontier erweist sich jedoch immer als sinnvoll, um das selektierte Portfolio relativ zum Opportunity Set einzuordnen.

---

51 Ein Leverage ist grundsätzlich mit einer risikoaversen Einstellung vereinbar, wenn hinreichende Konfidenz in die erwarteten Renditen der Assetklassen besteht. Wenn mit hoher Konfidenz davon auszugehen ist, dass die Assetrenditen den Verschuldungszins signifikant übertreffen, ist es nur rational, sich zu verschulden und einen Investitionsgrad über 100% herzustellen. Ähnliches gilt auch für das Engagement in Hedge Funds, die über Leverage extreme Positionen eingehen: trotz des hohen Risikos dieser Assetklasse gehen prinzipiell risikoscheue Investoren bewusst dieses Investment ein, wenn sie an die in Aussicht gestellten Renditen glauben.

52 Siehe Fussnote 49.

IV. Zusammenfassung

In der vorliegenden Studie wurden die Chancen und Risiken einer Verbreiterung des Anlageuniversums für einen deutschen Investor auf die österreichischen und ungarischen Aktien- und Rentenmärkte untersucht. Dabei wurden in Anlehnung an historische Datensätze die Risiko-Ertragseigenschaften der Assetklassen analysiert und gegenübergestellt. Dabei wurde deutlich, dass die Märkte Österreich und Ungarn Diversifikationspotenzial aufweisen. Die statistischen Analysen konnten die Normalverteilungsannahme für sämtliche Assetklassen nicht widerlegen.

Die historischen Renditeschätzer reflektieren evtl. nicht die Erwartungen eines Investors hinsichtlich der künftigen Wertentwicklung in den Assetklassen. Die erwarteten Assetrenditen wurden deshalb in einem mehrstufigen Verfahren ausgehend von einer Basisrendite um diverse assetspezifische Renditezuschläge, erwartete Outperformance-Beiträge eines aktiven Portfoliomangagements und um erwartete Kosten modifiziert. Die Risikostrukturen wurde bei den historisch abgeleiteten Varianzen und Kovarianzen belassen. Basierend auf den so modellierten erwarteten Rendite-Risikoparametern erfolgte die Asset Allocation Studie.

Dem risikoaversen Investor stehen unterschiedliche Optimierungsansätze zur Verfügung, um aus der Vielzahl möglicher Portfolios eines Feasible Sets sein optimales Portfolio zu wählen. Dazu können zusätzlich evtl. investorspezifische Restriktionen modelliert werden, um das Feasible Set auf ein Opportunity Set zu reduzieren und daraus eine Efficient Frontier abzuleiten. Die Portfolio Selection, d.h. die Auswahl des optimalen Portfolios erfolgt durch Positionierung auf der Efficient Frontier. Was optimal im Sinne des Investors ist, hängt hauptsächlich von seiner Zielsetzung ab. Der Investor hat zu entscheiden, ob er aus den effizienten Portfolios ohne Spezifikation seiner Risikoeinstellung das Gesamtrisko minimieren will oder einen vorgegebenen Ertrag erwirtschaften will oder aber ob er in seine Allokationsüberlegungen Risiko und Ertrag mit einbeziehen will und damit seine Risikopräferenz zum Ausdruck bringen möchte. Dazu ist es erforderlich, den Trade Off zwischen Risiko und Ertrag in Form einer Risikonutzenfunktion zu modellieren.

Die Ergebnisse der Optimierungen lieferten unterschiedliche Portfoliostrukturen. Dieses Ergebnis ist vor dem Hintergrund unterschiedlicher Zielfunktionen in der Optimierung, d.h. unterschiedlicher Denkweisen und Entscheidungsstrukturen des Investors nicht überraschend, sondern ein zwingendes Resultat. Unabhängig von den Zielfunktionen offenbarte sich das Diversifikationspotenzial aus der Verbreiterung der deutschen Anlagewelt auf die benachbarten Märkte in Österreich und Ungarn. Die beiden Anlageregionen stellen insofern eine Bereicherung für einen deutschen Investor dar.

Literatur:

Chopra, V.K./Hensel, C.R./Turner, A.L. (1993): Massaging Mean-variance Inputs: Returns from Alternative Global Investment Strategies in the 1980s, in: Management Science, Vol. 39, No. 7, S. 845-855.

Chopra, V.K./Ziemba, W.T. (1993): The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice, in: Journal of Portfolio Management 19, Winter, S. 6-11.

Dichtl, H. (2001): Ganzheitliche Gestaltung von Investmentprozessen, Bad Soden.

Dichtl, H./Schlenger, C. (2004): Hedge Funds - Rendite- und Risikopotenzial für Versicherungsunternehmen, in: Versicherungen im Umbruch. Werte schaffen, Risiken managen, Kunden gewinnen, Hrsg.: Klaus Spremann, Springer Verlag, S.197-219.

Elton, E.J./Gruber, M.J. (2003): Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 6. Aufl., Wiley, 2003.

Füss, R./Rehkugler, H./Disch, W. (2005): Hedge Funds als Anlagealternative: Chancen und Risiken, in: Finanz Betrieb, 1/2005, S. 40-55.

Hartung, J.: Statistik. Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik, 13. Aufl., Oldenbourg Verlag.

Hensel, C.R./Turneer, A.L. (1998): Making Superior Asset Allocation Decisions: A Practitioner’s Guide, in Worldwide Asset and Liability Modeling, Hrsg.: Ziemba, W.T./Mulvey, J.M., Cambridge, S. 62-83.

Kallberg, J.G./Ziemba, W.T. (1984): Misspecification in Portfolio Selection Problems, in: Risk and Capital, Hrsg.: Bamberg, G./Spremann, K. Springer Verlag, S. 74-87.

Kleeberg, J.M. (1995): Der Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios, Uhlenbruch Verlag.

Kleeberg, J.M. (2002): Internationale Minimum-Varianz-Strategien, in: Handbuch Portfoliomanagement, 2. Aufl., Hrsg.: Kleeberg, J.M./ Rehkugler, H.:, Uhlenbruch Verlag, S. 361-382.

Michaud, R.O. (1989): The Markowitz Optimization Enigma: Is ‘Optimized’ Optimal?, in: Financial Analysts Journal, Vol. 45, January-February, S. 31-42.

Poddig, T./Dichtl, H./Petersmeier, K.: (2003) Statistik, Ökonometrie, Optimierung, 3. Aufl., Uhlenbruch Verlag.

Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K.(2004): Portfoliomanagement – Konzepte und Strategien, Uhlenbruch Verlag.

Markowitz, H. (1952): Portfolio Selection, in: Journal of Finance, Vol. VII, März, S. 77-91.

Tobin, J. (1958): Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: The Review of Economic Studies, Vol. 25, S. 65-86.

Rudolf, B. (2003): Theorie und Empirie der Asset Allocation, in: in: Handbuch Asset Allocation, Hrsg.: Dichtl. H./Kleeberg, J.M./Schlenger, C., Uhlenbruch Verlag, S. 3-26.

Schäfer, K./Zimmermann, P. (1998): Portfolio Selection und Schätzfehler bei erwarteten Renditen: Ergebnisse für den deutschen Aktienmarkt, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 12. Jahrgang, Nr. 2, S. 131-149

Scherer, B. (2003): Resampling der Effizienzlinie, in: Handbuch Asset Allocation, Hrsg.: Dichtl. H./Kleeberg, J.M./Schlenger, C., Uhlenbruch Verlag, S. 319-336.

Schlenger, C. (1998): Aktives Management von Aktienportfolios. Information, Entscheidung und Erfolg auf der Basis von Aktienalphas, Uhlenbruch Verlag.

Zimmerer, T. (2003): Der Roll Down im Bondmanagement: Theoretisches Phänomen und praktische Implementierung, in: Der Finanz-Betrieb, 04/2003, S. 242-253.

Zimmerer, T. (2005(a)): Duration und Convexity: Zinssensitivität eines festverzinslichen Wertpapiers, in: Wirtschaftswissenschaftliches Studium (WiSt), 10/2005, S. 560-565.

Zimmerer, T. (2005(b)): Theoretische und praktische Aspekte zur Constant Proportion Portfolio Insurance: Wertsicherungs- oder Absolute Return-Konzept?, unveröffentlichtes Arbeispapier, Fachhochschule Ansbach.