

Zelkó Lajos

INGATLANBEFEKTETÉSEK PÉNZÜGYEI

AULA, 2001

© Zelkó Lajos, 2001

A kiadvány szerzői jogi védelem alatt áll, arról másolat készítése, más formában való felhasználása (papír, elektronikus stb.) a kiadó előzetes írásbeli engedélye nélkül tilos.

AULA Kiadó KFT.

Budapesti Corvinus Egyetem

Felelős kiadó: *Horváth Béla* Ügyvezető igazgató

Műszaki szerkesztő: Hexaco GNH

Nyomdai munkák: AULA Digitális Nyomda

Felelős vezető: *Dobozi Erika* nyomdavezető

TARTALOMJEGYZÉK

INGATLANBEFEKTETÉSEK PÉNZÜGYEI.....	7
Előszó	7
1. INGATLANBEFEKTETÉSEK.....	9
1.1. Az ingatlanok sajátos vonásai.....	9
1.2. A befektetés fogalma	9
1.3. Az ingatlanbefektetések céljai	10
1.4. Az ingatlanbefektetési döntés meghozatala.....	11
1.5. Az ingatlanbefektetés szereplői és céljaik	12
1.6. Az ingatlanbefektetés környezeti feltételei	12
1.6.1. A piaci környezet	13
1.6.2. A jogi környezet.....	13
1.6.3. A pénzügyi környezet.....	14
1.6.4. Adók és illetékek.....	15
1.7. A jövőbeni pénzáramlások előrejelzése	16
1.8. Döntési kritériumok.....	19
1.9. Kockázat, hozam és piac.....	19
2. AZ INGATLANBEFEKTETÉSEK FINANSZÍROZÁSA.....	21
2.1. A jelzáloghitelek.....	21
2.1.1. A jelzáloghitelezés története	21
2.1.2. Jelzálogszervezetek.....	22
2.1.3. A jelzáloghitel feltételei	23
2.1.4. Jelzáloghitelek és speciális kölcsönfeltételek	23
2.1.5. Az évi kamatrátá nagyságának számítása és deklarálási kötelezettsége	24
2.1.6. Változó (változtatható) kamatozású jelzáloghitelek	24
2.2. Speciális jelzáloghitelek.....	25
2.3. A Bauspar modell.....	26
2.4. Mikor előnyös az ingatlanbefektetés tőkeáttételes finanszírozása?	26
2.5. A jelzáloghitelek piacképes (likvid) értékpapírokkal való refinanszírozása	27
2.6. Jelzáloghitelek Magyarországon	30
3. A JELZÁLOGKÖLCÖNÖKKEL KAPCSOLATOS MATEMATIKAI SZÁMÍTÁSOK	32
3.1. A jelenérték számítása	33
3.2. Nettó jelenérték	36
3.3. A belső megtérülési ráta	37
3.4. Speciális pénzáramlás – sorozatok (járadékok) jelenértéke.....	39
3.5. A kölcsönök törlesztőrészleteinek számítása. A kamatszámítás és a diszkontálás egyes esetei.	45
3.5.1. Névleges kamatláb	45
3.5.2. Névleges és reálkamatláb.....	45
3.5.3. Diszkont és diszkontláb.....	46
3.5.4. Egyszerű kamatozás és kamatos kamatozás	48
3.5.5. Kamatszámítás és diszkontálás egy évnél rövidebb kamatozási időszakra	49
3.5.6. Vegyes kamatozás	49
3.5.7. Egységesített betéti kamatláb mutató	50
3.5.8. Tényleges (effektív) kamatláb	50

3.5.9. Kamatintenzitás	51
3.5.10. A kamatperiódus, a névleges kamatláb, az effektív kamatláb (hozam) és a folytonos kamatláb viszonya	52
3.5.11. A kamatszintek várt időbeli alakulása, a kamatperiódus hossza és a hozam alakulása közötti összefüggések	52
3.5.12. Bruttó hozam, nettó hozam	52
3.5.13. A különböző futamidejű befektetések hozamai közötti összefüggés.....	53
3.6. Jelzálogkölcsönök törlesztőrészleteinek számítása	56
3.6.1. Annuitásos hitelkonstrukció	56
3.6.2. Annuitásos hitelkonstrukció türelmi idővel	64
3.6.3. Lejáratkor egy összegben törlesztendő hitel	65
3.6.4. Egyenletes tőketörlesztés	65
3.6.5. Növekvő részletek fizetése	65
3.7. Bérlet, lízing és ingatlangazdálkodás	66
4. A PIACI KÖRNYEZET	71
4.1. Az ingatlanpiacok elemzése	72
4.1.1. A piaci elemzéstől várt legfontosabb eredmények.....	72
4.1.2. A piaci elemzés legfontosabb általános területei	73
4.1.3. A befektetés kockázatának figyelembe vétele	74
4.1.4. A várható hozam számítása.....	74
4.1.5. A kockázat nagyságának számítása	75
4.1.6. Szabályok a kockázatok és a hozamok összehasonlítására az ingatlanbefektetési döntéseknél.....	75
4.1.7. Hibalehetőségek a piaci környezet vizsgálatánál.....	77
4.2. Az infláció hatása a jelenérték és a törlesztőrészletek alakulására.....	77
4.2.1. Az infláció hatása a jelenérték nagyságára	77
4.2.2. Közép- és hosszú távú hitelek törlesztése és az infláció A változó (növekvő) kamatlábak és a hitelszolgálat problémái.....	78
4.2.3. A törlesztőrészletek számítása.....	79
4.2.4. Infláció, kamatlábak és adósságterhek.....	80
FELHASZNÁLT IRODALOM.....	82

INGATLANBEFEKTETÉSEK PÉNZÜGYEI

Előszó

Az „Ingatlangazdálkodás és pénzügyek” c. tanulmány elkészítésével bizonyos értelemben hiányt szeretne pótolni a szerző. A pénzügyekkel a központilag tervezett gazdaságokban az 1989–91-es politikai és gazdasági fordulat előtt a szakirodalom a tényleges gazdasági állapotokat tükrözve foglalkozott.

A fordulattal párhuzamosan, amellyel együtt járt a fejlettebb tőkés országok pénzügyi intézményi rendszerének és pénzgazdálkodási módszereinek átvételére való törekvés, megtörtént az ezen országokban kifejlődött pénzügyi szakirodalom átvétele a pénzelmélet, a pénzügyi rendszer, a vállalati pénzügyek és a pénzpiaci témák területén.

Ismert, hogy a központilag tervezett gazdaságokban az állami és szövetkezeti tulajdonlás majdnem kizárólagos volt a magántulajdonnal és az intézményi tulajdonnal szemben. A tulajdonlás tárgyát pedig döntő részben az ingatlanokkal – lakás, ipari, kereskedelmi és földingatlanokkal kapcsolatos jogosultságok képezik.

Az ingatlanokkal való gazdálkodás, s különösképpen azok adás-vétele, az állami és szövetkezeti tulajdon túlsúlya folytán a központilag tervezett gazdaságokban még a gazdaság és pénzügyek terén a fejlett kapitalista országokkal szemben érvényesült eltérésekhez képest is lényegesebb különbségeket mutatott. A magántulajdonú lakóingatlanok kivételével nem volt tényleges piaci forgalmuk. Emiatt értékelésük és a velük való gazdálkodás is problematikusává vált.

A gyakorlatnak a piacgazdaságokéhoz e téren való közelítése szintén megindult és folyamatban van. Az eredmények az ipari és kereskedelmi ingatlanok esetében jelentősebbek. E téren a privatizáció is elősegítheti a tulajdonosi jogosultságok tisztázását és egyértelmű nyilvántartását. A lakóingatlanok és a föld tulajdonlását illetően jelentősebbek a tisztázás előtt álló akadályok. (A jogi és nyilvántartási rendezettség Magyarországon tekinthető a legjobbnak a volt központilag tervezett gazdaságú országokban.)

Mégis, gyakorlati követelménnyé vált az ilyen ingatlanokkal való ésszerűgazdálkodás, illetve azok megfelelő forgalmazása, adásvétele. A gyakorlatban ez egyre inkább kiteljesedik. A privatizáció és a forgalmazás is egyre fontosabbá teszik a megfelelő vagyoneértékelést, s az ehhez kapcsolódó elméleti és pénzügyi ismereteket is.

Elsősorban e téren van jelentős előrehaladás Magyarországon a szükséges ismeretek oktatásában.

Az ingatlangazdálkodáshoz – reál és pénzügyi befektetések, a működtetés gazdasági és pénzügyi vonatkozásai és az értékesítések – kapcsolódó pénzügyi ismeretek átfogó és rendszerezett ismertetése szintén egyre fontosabb követelmény. A továbbiakban erre teszünk kísérletet.

...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...

...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...

...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...

...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...

...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...

...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...
...the ... of ...

1. INGATLANBEFEKTETÉSEK

1.1. Az ingatlanok sajátos vonásai

Az ingatlanokba való befektetés meglehetősen népszerű. Ezt számos tényezővel lehet magyarázni. Például a föld esetében adott a rendelkezésre álló mennyiség, miközben a kereslet növekedésére lehet számítani. Adott időpontban és rövidtávon ez egyéb ingatlanokra is áll. Az ingatlanok általában hosszú életűek, lassan amortizálódnak, esetleg még növelik is értéküket az idő függvényében. Változatosságuk, egymástól való különbségeik szintén számítanak, hisz gyakorlatilag nincs két teljesen azonos ingatlan.

1.2. A befektetés fogalma

A befektetés fogalmának legelterjedtebb leírása szerint a befektetési döntések választást jelentenek a jelenbeli fogyasztás és a jövőbeni fogyasztás között. Természetesen ez a definíció tovább értelmezendő. Nagyon nagy vagyonnal rendelkező személyek vagy családok képtelenek lennének teljes vagyonukat elfogyasztani a jelenben, hacsak nem értelmezzük a fogyasztást túl tágan. (Például úgy, hogy a herdálást, ajándékozást, stb. is fogyasztásként fogjuk fel.) Számukra a befektetés a jelenbeli vagyon megtartására, méginkább növelésére tett intézkedés, döntés, ami persze általában végsősoron a jövőbeni fogyasztás lehetőségét is biztosítja.

Minthogy a jelent viszonylag jól ismerjük, a jövő pedig meglehetősen bizonytalan, a befektetések meglévő eszközök (pénzben is kifejezhető) lekötését jelentik bizonytalan jövőbeni előnyök – ezen eszközök gyarapítása – érdekében.

Az ingatlanbefektetés célja általában az ingatlan tulajdonosa számára elérhető jövőbeni jövedelem, illetve az ingatlan értékének a jövőbeni növekedése, vagy ezek együtt.

A jövőbeni jövedelem (pénzbevétel), illetve értékgyarapodás becslése, továbbá annak más lehetőségekkel való egybevetése alapvetően fontos a befektetési döntések meghozatalához. A befektető jelenlegi pénzt köt le várható jövőbeni pénzért. A pénz egy egysége a jelenben általában értékesebb, mint a jövőben (Amint látni fogjuk, a kettő közötti viszonyt számszerűen is megfogalmazhatók.) Emiatt a beruházási döntések függenek az alábbi tényezőkre vonatkozó várakozásoktól:

- a várható pénzkidadások és pénzbevételek nagysága,
- a várható pénzkidadások és pénzbevételek időzítése,
- fentiek kockázatossága

A várható pénzbevételek alapvetően két forrásból táplálkoznak a jövedelemtermelő ingatlanok esetében (elvileg a saját tulajdonú lakás is jövedelemtermelő, hiszen mentesít a lakbérfizetés alól): a használatból, illetve működtetésből származó jövedelmek; valamint az ingatlan értékesítéséből származó bevétel. Az ingatlan értékének meghatározásához mindkettő előrebecslésére szükség van. A becslések azonban mindig bizonytalanok, akár a pénzbevételekre, akár a várható árbevételre vonatkoznak.

A bevétel vagy nettó pénzbevétel (nettó cash flow) becsléséhez a fentiek mellett a várható kiadásokat is figyelembe kell venni. Ezek közül a legfontosabbak: a működtetés költségei, a finanszírozás költségei és az adók.

Nyilvánvaló, hogy a pénzbevételek és a pénzkidadások alakulása egyaránt számos feltételes tényező függvénye. Például egy lakásból származó bevétel függ a lakbér alakulásától, ami viszont a bérletpiacokon létező kereslet-kínálat alakulásától, stb. függ. A kiadások a működtetés, a karbantartás költségeitől, és az adóktól függenek elsősorban.

A befektetőknek tehát azonosítani kell azokat a tényezőket, amelyekről valószínűleg függenek a pénzbevételek és pénzkidadások, ezek figyelembe vételével kell megbecsülni a várható pénzáramlások

kat, s végül az időtényező figyelembe vételével ezeket azonos értékű – jelenbeli, vagy jövőbeni – pénzekké kell átszámítania.

A beruházási döntést meghatározó alapvető tényező a várható jövedelmek nagysága mellett a kockázat nagysága. Az ingatlan-beruházás számos bizonytalansági elemet kénytelen elviselni. A bizonytalanság mértéke nagyon eltérő lehet. Látni fogjuk, hogy az ezzel járó gazdasági kockázat nagysága számszerűsíthető. Ugyancsak bizonyítható, hogy a befektetők akkor vállalnak nagyobb kockázatot, ha a várható jövedelem is nagyobb. Ezért a várható eredményeknek más, hasonló kockázattal járó befektetési lehetőségek eredményeivel való összehasonlítása is fontos.

1.3. Az ingatlanbefektetések céljai

A befektetők általában vett célja gazdagságuk maximalizálása. Ennek valószínűsítésére elég megemlíteni, hogy e cél elérése esetén más, a befektetőket motiváló és a későbbiekben tárgyalandó célok is teljesülnek. Meg kell azonban említeni, hogy sokak álláspontja szerint a maximalizálás nem feltétlen cél. A befektetési döntést hozók e vélemény szerint nem maximális, de kielégítő eredménnyel is beérik. A befektetési lehetőségek keresése során, ha ilyen kielégítő eredményre jutottak, gyakran befejezik a további lehetőségek vizsgálatát, s egy kielégítő, de nem feltétlenül maximálisnak tekinthető eredményt hozó befektetés mellett döntenek.

A maximális, vagy kielégítő eredményt is számos gazdasági mutató alkalmazásával lehet mérni. A későbbiekben részletesen tárgyaljuk, hogy ezek közül jelenleg a leginkább elfogadottak a nettó jelenérték, illetve az ún. belső megtérülési ráta. (E mutatók tartalmát és számításának módját részletesen tárgyalják a pénzügytani és vállalati pénzügyekkel foglalkozó anyagok.) Ezen általános célok mellett az ingatlanokba való befektetés számos gazdasági cél következménye lehet. Ezek közül az alábbiak tekinthetők a legfontosabbaknak:

– Bérbeadásból elérhető jövedelem

Különösen irodai, kereskedelmi és lakáscélokat szolgáló ingatlanokba fektetnek be ezzel a céllal. Az ingatlan használója által az ingatlan tulajdonosának fizetett díjat bérleti díjnak nevezzük.

E befektetéseknél nagy szerepe van az ingatlan helyének és (különösen föld esetében) az ingatlan minőségének. Például a piacokhoz közel fekvő és jó minőségű földért általában magas bérleti díjakat fizetnek. A nagyvárosokban szintén jelentős befolyásoló tényező a telek, illetve az azon fekvő építményingatlan helye és minősége. A piacon ezektől is függően alakulnak ki a bérleti díjak, amelyek viszont az árakkal vannak összefüggésben. A befektetők természetesen mindig arra törekcszenek, hogy az ingatlan értékéhez (árához) képest minél nagyobb bérleti díjat szedjenek.

– Az ingatlanok árának emelkedését egyrészt a pénz vásárlóerejének általános csökkenése okozhatja. Amennyiben az áremelkedés csak ebből adódik, a befektető tényleges gazdagsága nem változik.

– Az ingatlanok árának változása azonban a kereslet és a kínálat változásaiból is adódhat. Ezek a változások már viszonylagosak, s hatással vannak a tulajdonosok gazdagságára. Az árak ugyanis az általános árszintemelkedéstől eltérő mértékben is nőhetnek. A kedvez a tulajdonosok számára az általánosnál nagyobb áremelkedés. Ennek fő okai lehetnek például a gazdasági növekedés, az ingatlan környezetének változása, ízlés- és divatváltozások, a társadalmi változásokból általában adódó igényváltozások, vagy akár speciális közigazgatási szabályváltozások és spekulációs manőverek is.

– Az ingatlanárak általános közép- és hosszútávú emelkedésébe vetett hit az ingatlanbefektetéseket az infláció elleni védekezés egyik legjobb módszerévé avatja számosak szemében. Szerintük hosszabb idő átlagában az ingatlanok áremelkedése eléri, vagy meg is haladja az infláció általános ütemét. Ez természetesen nem érvényesül minden befektetésnél. Meg kell jegyezni, hogy az ingatlanpiacon is tapasztalhatók általános hullámzások, tehát az említett trend nem érvényesül mindig. Másrészt egyes városokban, régiókban és országokban gyakran fordul elő az ingatlanárak viszonylagos, esetleg abszolút csökkenése is.

- A biztonság is nagyon fontos szempont lehet. A földre például mindig szükség lesz, elértéktelenedése – bár egyes esetekben előfordulhat, általában valószínűtlen. Nem lehet ellopni, nem robbanhat fel, stb.
- A befektetők nagy része a kockázat csökkentésére törekszik. Ezt a befektetések diverzifikálásával is el lehet érni. Életbiztosító társaságok, nyugdíjalapok és más pénzügyi befektetők egyre inkább terjesztik ki portfólióikat különböző ingatlanokra is. Az ingatlantartás viszonylag nagy fizikai biztonsága azaz jár, hogy a bankok az ingatlanokat általában szívesen fogadják el az általuk nyújtott kölcsönök visszafizetésének garanciájaként, fedezeteként, jelképes azaz, **jelzálogként**. A körülményektől függően az ingatlanszerzés (építés, vásárlás) költségeit akár 75-90%-ban is hajlandók hitellel megfinanszírozni.
- Abban az esetben, ha a hitelfelvétel költségei alatta maradnak a hitel igénybevétele révén szerzett tulajdonnal kitermelhető jövedelemnek, a befektetők jól járnak. Szívesen nyúlnak tehát ehhez az eszközhöz. Az ingatlanérték nagy részének **hitellel történő, tehát viszonylag nagy tőkeáttételes finanszírozása** a befektetők számára vonzó lehetőség.
- (A hitelfelvétellel költségmegtakarítás is elérhető, ami általában abból adódik, hogy a hitel után fizetett kamatokat a legtöbb országban költségként ismerik el, azok tehát adómegettakarítást tesznek lehetővé.)
- Egyes vélemények szerint sokak számára fontos a befektetések konkrét szervezése és irányítása. Ahelyett, hogy pénzüket „passzív módon” részvényekbe, vagy kötvényekbe fektetnék, inkább választják az aktívabb szerepvállalást a befektetések megvalósításában és irányításában. Természetesen ez általában nagyobb kockázatvállalással és nagyobb várható hozammal is párosul.
- Személyes és gyakran különleges motivációk is kiválthatnak ingatlanokba való befektetéseket. Bizonyos helyen való lakás, üdülő tulajdonlása, stb. gyakran lehetnek motiváló tényezők. (Egyes esetekben – pl. régebben Magyarországon is – ez volt az egyik törvényes magánbefektetési lehetőség a viszonylag kevés megengedett befektetési fajta között.)
- Továbbá az emberek nagy részének lehetősége van választani: vagy ingatlant bérel lakás céljára, vagy saját lakást vásárol, esetleg kölcsön igénybevételevel is. A két lehetőség közötti döntést az általános társadalmi értékrend, az életfelfogás, a munkavállalás helyének várható változásai, vagy viszonylagos állandósága is jelentősen befolyásolja.

1.4. Az ingatlanbefektetési döntés meghozatala

Az ingatlanbefektetés sikere számos tényező függvénye. A döntés meghozatala során ezeket a tényezőket alaposan és rendszerezetten kell számba venni és elemezni. Ennek megfelelően a befektetési döntést az alábbi lépéseknek kell megelőznie:

- A befektetési folyamatban a majdani tulajdonos, a jelzáloghiteleket biztosító intézmények, az esetleges leendő bérlő és a mindenkori kormányzat egyaránt fontos résztvevők. Céljaikat és az általuk alkalmazható esetleges korlátozásokat egyaránt ki kell elégíteni bizonyos mértékig, illetve figyelembe kell venni.
- Az ingatlanbefektetések általában hosszú távra kiható döntések eredményei. A döntések meghozatala előtt elengedhetetlen azon környezeti tényezők elemzése, amelyek a befektetés megvalósulásakor, illetve működése során fontosak, s döntően befolyásolják annak eredményességét.
- Előre kell becsülni a várható bevételeket és költségeket (a cash flow-t), amelyek a befektetés tulajdonlásából fakadnak.
- Alkalmazni kell olyan gazdasági mutatókat, amelyek alkalmasak arra, hogy előre becsülni lehessen: képes lesz-e a befektetés beváltani a különböző résztvevők céljait, valamint eleget tenni a várható korlátozásoknak.

1.5. Az ingatlanbefektetés szereplői és céljaik

A leendő tulajdonos(ok)

A leendő tulajdonosok számára elsőrendűen fontos kérdés, hogy milyen üzleti formában működtessék a tulajdont. Magyarországon is lehetnek csak egyszerű lakástulajdonosok, mint személyek; vagy egyéb, jelenleg létező gazdasági egységek tulajdonosai. Valószínűsíthető, hogy mindegyik formának vannak mind a megvalósítás, mind a működtetés, mind a profitabilitás szempontjából előnyös és hátrányos oldalai.

Biztos, hogy a tulajdonos érdekelt a várható jövedelem nagyságában, valamint abban, hogy ezekre a jövőbeni jövedelmekre is meglegyen a törvényes jogosultsága. Az ingatlantulajdonnal kapcsolatos jelenlegi és jövőbeni jogosultságok egyértelmű tisztázása ezért rendkívül fontos.

A jelzáloghitelezők

Mint már említés történt erről, az ingatlanbefektetésnek a legtöbb esetben fontos szereplője a jelzáloghitelező. A jelzálogra, mint ingatlan formában meglévő biztosítékra nagy összegű a jelzálog értékének is jelentős százalékát (akár 75-90%-át) kitevő hiteleket nyújtanak.

Nyilvánvaló, hogy a hitelezők érdekeltek a hitel visszafizetésében, valamint megfelelő szintű profit (kamat) elérésében és biztosításában is.

A bérlők (használók)

Az ingatlanokat gyakran nem maguk a tulajdonosok hasznosítják. Ehelyett a „bérlők megveszik” a birtoklás (hasznosítás) jogát a tulajdonosoktól. Cserébe bérleti díjat fizetnek. A bérlők elvárásai nagyon fontosak az ingatlanok hasznosítása során. Ezért azokat szintén gondosan kell tanulmányozni.

A bérleti szerződés olyan okirat, amely összekapcsolja a tulajdonost, az ingatlant és a bérlőt. A bérleti szerződéseknek általában kialakult és törvényesített formai és tartalmi követelményei is vannak. Az ezekre vonatkozó törvényi és egyéb jogi szabályozások ismerete a jó ingatlanbefektetési döntéseknél szintén elengedhetetlen.

A kormányzati szervek, beleértve a helyi kormányzatokat is, a negyedik fontos szereplőnek tekinthetők. Egyrészt befolyásolják és szabályozzák a tulajdonos, a hitelezők és a bérlők közötti kapcsolatokat, másrészt gyakran érvényesítenek korlátozásokat az ingatlanok hasznosításának módjára és idejére vonatkozóan is.

1.6. Az ingatlanbefektetés környezeti feltételei

Mint erről már említés történt, az ingatlanbefektetési döntések meghozatala során a második fontos lépés az általános gazdasági környezet, vizsgálata. Ez a következő területekre terjed ki: a piaci környezet, a pénzügyi környezet, az adózás feltételei és a jogi szabályozás.

Ezek együttes elemzése alapján vonhatók le következtetések egy-egy ingatlanbefektetéssel kapcsolatos üzleti kockázat nagyságára. Ez az ingatlanbefektetésekkel járó egyik legjelentősebb kockázat. Az üzleti kockázatot úgy határozzák meg, mint egy befektetéstől elvárt nettó jövedelem elérésének varianciája, vagy szórása. A nagyobb variancia, vagy szórás nagyobb kockázatot jelent. Az ingatlanbefektetések általában két potenciális nettó jövedelemforrással rendelkeznek: egyrészt a működésből származó nettó jövedelem; másrészt a befektetés visszafordításából adódó nettó jövedelem. (A visszafordításon általában a még működő befektetésből – projektből – való kiszállást értjük. Ennek leggyakoribb módja az ingatlan eladása.)

A környezeti tényezők vizsgálatának az a célja, hogy azonosítsuk azokat a lehetőségeket, valamint előfordulásait valószínűségét, amelyek hatással lesznek a nettó jövedelemre. A legfontosabb ezek közül nyilvánvalóan a bérleti díjak és az esetleges eladásból várható árbevétel egyrészt; a működtetés különféle költségei, pl. a személyi és anyagi kiadások, a kamatköltségek és a különféle adók másrészt.

1.6.1. A piaci környezet

A keresletet és kínálatot meghatározó tényezőket kell nagyon alaposan elemezni.

Ingatlanbefektetők gyakran élnek abban a tévhitben, hogy az ingatlanuk önmagában is van egy belső értéke. A valóságban azonban az ingatlanok értékét az általuk most, vagy potenciálisan nyújtott szolgáltatások adják. Az ingatlan iránti kereslet attól függ, hogy az általa megtestesített javak és szolgáltatások iránt mekkora a kereslet. Például eltérő lehet a kereslet a különböző lakások iránt. Magyarországon jelenleg nagyfokú a jövedelmek differenciálódása a tizenöt évvel ezelőttihez képest. Ebből valószínűleg az következik, hogy nő a kereslet az átlagosnál olcsóbb és az átlagosnál drágább lakások iránt. Ugyancsak megnőtt a hely, a környezet jelentősége. Hasonlóan, az egyéb javak és szolgáltatások iránti kereslet; a bevásárlások eltérő módjainak előtérbe kerülése, vagy háttérbe szorulása; az árusítás technikájának változása jelentősen befolyásolhatja a különböző és eltérő helyeken lévő üzlethelyiségek iránti keresletet. Könnyen belátható, hogy a saját tulajdonú, vagy bér-irodaházak iránti kereslet is nagyon sok tényezőtől függ. Például az irodai munka technológiájának és technikájának változása megnövelheti az új, eleve ezek figyelembe vételével épített irodák iránti keresletet. Ugyanakkor a régebbiek iránti keresletet csökkentheti. Más szempontok miatt nagyon magasba szökhet régi, patinás épületek értéke.

A kereslet alatt időben konkrétan felmérhető. Várható alakulására azonban a gazdaság, a népesség várható aggregát mutatóinak alakulásából kell következtetni. Ilyen esetekben a becslések is bizonytalanok.

A kereslet és a kínálat oldaláról egyaránt különböző részekre oszlik az ingatlanok piaca. Például a lakóingatlanok, az ipari vagy kereskedelmi ingatlanok, sőt az üres telkek és az egyéb földpiacok is oszthatók az ingatlan nagysága, helye, a felépítmény jellege, a megközelíthetőség módjai és költségsége, vagy pl. a biztonság, stb. szerint. Mindezek a tényezők hatással vannak az ingatlanok iránti keresletre.

Gyakran követik el az elemzők azt a hibát, hogy egyáltalán nem, vagy nem kielégítő módon foglalkoznak a kínálat várható alakulásával. Pedig az érintett piaci szegmens azonosítása mellett az ott várható kínálat felmérése nélkül az ingatlanbefektetés nagyon bizonytalanává válik.

1.6.2. A jogi környezet

A piac vizsgálata az ingatlanbefektetés gazdasági feltételeivel és a gazdasági korlátokkal foglalkozik elsősorban. A jogi környezet elemzésének tárgya a jogi feltételek és környezet állapota és várható alakulása.

Jogi nézőpontból az ingatlan meglehetősen bonyolult, összetett áru. Jogi szabályok és korlátozások egyaránt vonatkoznak magukra az ingatlanokra, azok tulajdonosaira, bérlőire és a jelzáloghitelt nyújtókra, továbbá a közöttük létező, vagy létesíthető viszony- és kapcsolatrendszerre.

Mint már említettük, az ingatlanbefektetésnél nem elhanyagolható a tulajdonosok, vagy a befektetést megvalósítók gazdálkodó szervezeteinek a megfelelő megválasztása. Nem közömbös, hogy pl. egyéni tulajdonúak, illetve hogy kft-k, vagy részvénytársaságok formájában ténykednek-e. A gazdálkodási formák megválasztását nagyban befolyásolják például olyan tényezők, mint a megfelelő tőke előteremthetősége, a jelzálogkölcsönök megszerzésének költségei és gyorsasága, vagy az adózás szempontjai.

Az ingatlantulajdon általában az ingatlanval kapcsolatos különféle jogok együttesét jelenti. Ilyen jogok például a használatra és az eladásra vonatkozó jogok.

A tulajdonosi jogok mennyiségére és minőségére vonatkozó feltételeket (pl. a bérbe adhatóság feltételei, az elidegeníthetőség feltételei, a használatval kapcsolatosan esetleg meglévő korlátozások) az ingatlan értékelése során általában figyelembe veszik. Az esetleges korlátozások általában csökkentik az ingatlanok értékét.

A tulajdonosi jogok korlátozása egyaránt lehet a következménye kormányzati intézkedéseknek vagy polgári jogi eljárásnak. Például a helyi szabályozás vonatkozhat építési tilalomra, csak bizonyos célú építkezéseket engedhet meg pontos kikötésekkel, stb. Vagy az ingatlanuk más lehet a hasznélvezője és a tulajdonosa.

A jövedelmet termelő ingatlanokra vonatkozó jogokat külön-külön is értékesíteni lehet. Például a használat joga „eladható” a bérlőnek a bérleti díj ellenében. A bérleti szerződésben azonban a bérleti díj rögzítésén kívül még számos tényezőre kell kitérni, ilyenek egyebek mellett a bérleti díj változtathatósága, annak feltételei; a használat feltételei; a használattal járó különböző költségek viselése; a helyreállítás, vagy felújítás rendje és költségeinek viselése; stb.

Ugyancsak fontos az ingatlanbefektetés szociálpolitikai vonatkozásainak a vizsgálata. Még abban az esetben is, ha egy adott ingatlanbefektetés a kereslet-kínálati és egyéb feltételek alapján kifizetődő lenne és annak jogi akadályai sincs, az érintett közösség hozzáállását is fel kell mérni és figyelembe kell venni.

1.6.3. A pénzügyi környezet

Az ingatlanbefektetéseket finanszírozni kell. A szükséges pénz saját forrásból vagy hitellel fedezhető. Mint a későbbiekben ezzel majd részletesen is foglalkozunk, jól működő piacgazdaságokban általában a két forrást együtt veszik igénybe.

Természetes elvárás, hogy az ingatlanbefektetések elég jövedelmet termeljenek mind a kölcsönforrások, mind a saját források „költségeinek” fedezésére. A kölcsönforrások költsége alapján a mindenkori kamat. (Mint látni fogjuk, a hitelnyújtók ezt különféle címeken még igyekeznek kiegészíteni.) A saját források költsége az elvárt megtérülési ráta, ami más, hasonló kockázatú befektetések várható megtérülési rátáihoz közelít.

Ami a jelzáloghiteleket illeti, régebben azok fix kamatozásúak voltak. Törlesztésük általában egyenlő havi részletek befizetésével történt. Ez szükségszerűen azt jelentette, hogy a lejáratú idő elején (a lejáratú idő gyakran volt akár 25-30 év is) a havi részletek túlnyomó része kamatfizetést jelentett, s csupán kis, esetleg szinte jelentéktelen része volt tényleges hiteltörlesztés. Az ilyen jelzáloghiteleket általában fix kamatozású, amortizálódó hitelnek nevezik.

Az USA-ban az 1970-es évektől, de másutt is az infláció felgyorsulása, illetve jelentős mértékben változó üteme miatt elterjedt a változó kamatozású és egyéb szempontból is változatos feltételrendszertű jelzáloghitelek folyósítása. Azokban az országokban, ahol megvan a bizalom arra, hogy az infláció ingadozása viszonylag kisebb mértékű lesz, fix kamatozású hiteleket is nyújtanak, ezek azonban 3-4-5 százalékponttal drágábbak – magasabb kamatozásúak – a változó kamatozású hiteleknél. A változó kamatozású hitelek kamatainak változtatását általában előre meghatározott időszakokhoz, s emellett valamilyen irányadó kamatláb nagyságához kötik. Ilyen lehetne például Magyarországon az MNB alapkamatláb plusz X százalék. Függetlenül a konkrét megoldásoktól, a lényeg ezekben a variációkban mindenütt a kamatváltozás kockázatának a hitelezőről az adósra való áthárítása. A kamatlábak természetesen nem csak növekedhetnek, de csökkenhetnek is. Ilyenkor a változó kamatok az adósok számára kedvezőbbek, sőt a viszonylag magas inflációs időben megállapított fix kamatoknál is előnyösebbek lehetnek. A növekvő infláció és az ezzel járó nagyobb kamatláb emelkedés viszont az adósokat egyszerűen ellehetetlenítheti, csődhelyzetbe viheti. (E kérdésekkel a későbbiekben részletesen is foglalkozunk!)

A saját pénzforrások különböző módokon keletkezhetnek. A tőkeáttétel miatt a saját források az ingatlanbefektetésekben általában kockázatosabbak, mint a hitelnyújtók által rendelkezésre bocsátott források. (A tőkeáttétel leggyakrabban használt mutatója az idegen források összes forráshoz viszonyított aránya: Adósság/Saját + idegen forrás.) Ez általában abból következik, hogy a befektetés által termelt jövedelem kamatokra eső részét a teljes jövedelemből mindenkor le kell vonni, hogy a kamatot a hitelezőknek fizetni lehessen. A teljes jövedelem időbeni változásának mértékénél nagyobb az esedékes kamatok fizetésére levont összegek után megmaradó jövedelem változásainak mértéke. Például tegyük fel, hogy az időszakonként fizetendő kamat nagysága 50. Az első időszakban az összjövedelem 100; a másodikban 110, míg a harmadikban csak 90. Az első időszakhoz mért teljes jövedelem nagyság százalékban kifejezve a második időszakban 10%-kal nőtt, a harmadikban 10%-kal csökkent. A maradvány viszont 20%-kal nőtt és 20%-kal csökkent a második illetve a harmadik időszakban. Belátható, hogy a tőkeáttétel – ez esetben a kölcsönvett tőke össztőkéhez viszonyított arányának – növekedésével együtt a maradvány százalékos változásainak mértéke, tehát a saját tőke kockázata jelentősen megnő.

Másrészt egy határon túl még a jelzálogra nyújtott hitelek kockázata is megnőhet, ha azok az ingatlanérték nagy, pl. 90%-át teszik ki, amennyiben az ingatlanok ára valamilyen ok, vagy okok folytán jelentősen eshet.

A fentiek miatt az ingatlanbefektetésekhez saját tőkét nyújtók általában a kölcsönökért fizetett kamatnál magasabb megtérülést várnak el.

Természetes, hogy a tőke – legyen az kölcsöntőke vagy saját tőke – általában azokra a területekre áramlik, amelyeken azonos kockázat mellett nagyobb az elvárható hozam. Érthető tehát, ha olyan piacokon, ahol ingatlan túlkínálat van, a bankok és más hitelezők vonakodnak jelzáloghitelt nyújtani ingatlanbefektetésekhez. Ha mégis nyújtanak, akkor általában magasabb kamatok ellenében, és alacsonyabb hitel per ingatlanérték mutatót kötnek ki. Ebből az is következik, hogy az elvárható megtérülések változásától függően az össztőke változó hányada áramlik az ingatlanbefektetésekbe más befektetési lehetőségekhez képest.

1.6.4. Adók és illetékek

Az ingatlanbefektetések nettó jövedelmét nagymértékben befolyásolják az adók és illetékek. Az adók általában a folyó, éves bevételeket csökkentik, de érintik a befektetés visszafordításából – leggyakrabban eladásából – származó jövedelmeket is. Ez utóbbi adó az árfolyamnyereség adóztatásának a „filozófiáján” alapul. Általában az értékesítési bevételek bekerülési költségekkel csökkentett részét adóztatják. Az adót vagy az így nyert adóalap, vagy annak egy része százalékában fejezik ki, vagy az adóalapot a vállalati, illetve az egyéni jövedelemhez adják, s azokkal együtt a vállalati, vagy egyéni adókulcsok szerint adóztatják. Olyan időszakokban, amikor az infláció jelentős mértékű, a visszafordítással – ingatlaneladással – szerzett nominális nyereség nem jelent mindig tényleges, reális nyereséget. Előfordulhat, hogy az ingatlanok áremelkedése kisebb mértékű az infláció átlagos üteménél. Ilyen esetekben az ingatlan értékesítése reálisan veszteséget eredményez. Ezen összefüggések miatt jelentős mértékű infláció esetén előfordul, hogy nominális, de a valóságban reálisan nem létező jövedelmeket is megadóztatnak. Ennek elkerülésére viszont meglehetősen bonyolult adóztatási szabályokat kellene kidolgozni.

Az értékesítéssel, illetve vásárlással kapcsolatos egyszeri illetékek és egyéb – pl. ügyvédi – költségek is jelentősen befolyásolhatják a befektetések elvart, illetve tényleges hozamait.

Egyértelmű, hogy a kormányok általában az adózott nyereség nagyságában, s végsősoron az adók nagyságában érdekeltek.

Mivel azonban a befektetők az adózott eredmények, vagy várható adózott eredmények alapján hoznak befektetési döntéseket, az adóztatás erőteljesen befolyásolja egyrészt az ingatlanok piaci forgalmát, másrészt az ingatlan-beruházásokat – létesítéseket – is. Ezáltal jelentős hatással lehet egyes országok gazdasági konjunktúrájára és tőkeallokációjára egyaránt. Mivel az elmúlt időszakban az volt az eléggé egyértelmű tendencia, hogy a jólét növekedésével a fogyasztói kiadások egyre növekvő hányadát költötték ingatlanokra, az ingatlanbefektetéseket érintő döntések egyre fontosabbakká válnak.

A potenciális ingatlan-befektetőnek saját érdekében, a várható jövedelmek pontosabb előrebecslése céljából alapérdeke a vonatkozó adózási környezet várható alakulásának a nagyon alapos elemzése.

Az ingatlanbefektetések után Magyarországon a befektetők státusza, illetve a befektetések hasznosítása alapján eltérő adókulcsok és adószabályok vannak érvényben. Ezek alapvonásai a következők:

Ha a befektető nem vállalkozási formában hasznosítja az ingatlant, hanem vagy maga (családja) használja azt, vagy magánszemélyként folyamatosan hasznosítja (bérbe adja), illetve átruházza (eladja), az adózás a következők szerint alakul:

a) Az ingatlan átruházásából (eladásából) származó jövedelem – legyen az föld, vagy építmény – után az adó a nettó jövedelem 20 százaléka. A jövedelem kiszámításának módja természetesen részletesen szabályozott. A lényeg az, hogy az eladási árból le lehet vonni a megszerzéssel és az értékesítéssel összefüggő költségeket, valamint az értéknövelő beruházásokat.

Amennyiben az így kimutatott jövedelmet az ingatlan átruházása előtti záros időn belül (6 illetve 12 hónap) a jövedelemhez jutó saját maga vagy hozzátartozója lakásszerzésére használja fel, az – illetve annak a felhasznált része nem adóköteles. Ugyancsak nem adóköteles a jövedelem, ha az eladást kö-

vető öt éven belül történik a leírt célra való felhasználása. Sajátos a szabályozás a kártérítéssel, vagy az önkormányzattól lakásprivatizáció során vásárolt ingatlannal kapcsolatosan.

Az adótábla az adóköteles jövedelemre a következő:

Ha az eladás (átruházás) a megszerzés évét követő hatodik évben történik, az adóköteles jövedelem alap 10 százalékkal csökken. Ugyanezzel az összeggel csökken minden további évben, s ennek következtében a tizenötödik évben, illetve utána már nincs adókötelezettség.

b) Ugyancsak 20 százalékkal adózik a tartási, életjáradéki vagy öröklési szerződésből származó jövedelem.

c) Az ingatlan bérbeadásából – föld, illetve építmény – származó bevétel teljes összege jövedelemnek számít és az adó kulcsa 20 százalék. Ez a társasházakra is vonatkozik. Speciális szabályok érvényesek kis (3 hektárt meg nem haladó) termőföld bérbeadása, illetve a falusi turizmus kapcsán.

Megjegyzendő, hogy a külön lakás (ház), illetve társasházi lakások tulajdonosai a saját használat esetén adót nem fizetnek, és amortizációt nem számolnak el.

Ha a befektető társasági formában hasznosítja az ingatlant, az adó nagysága a pozitív adóalap 18 százaléka. Ez egyaránt érvényes az ingatlan üzemeltetéséből, bérbeadásából és átruházásából szerzett jövedelmekre. Mindezen formáknál – kivéve az ingatlanfejlesztési tevékenységet, vagyis építmények azonnali értékesítés céljából történő létrehozását, illetve a föld- és telektulajdont – amortizációt számolnak el. Ezzel a költséggel egyrészt csökkentik a működési jövedelmet, vagyis az adóalapot. Másrészt azonban az építmény átruházásakor az addig elszámolt amortizációval a megszerzési értéket csökkenteni kell.

Az amortizáció nagysága törvényben szabályozott.

- Építmények és épületek esetén a hosszú élettartamúak és az ipari építmények évi kulcsa 2%, a közepes élettartamúak és mezőgazdasági építmények évi kulcsa 3%.
- A vállalkozási övezetben 10%
- Bérbeadás esetén építmény, épület és ültetvény után szintén évi 10%.

1.7. A jövőbeni pénzáramlások előrejelzése

A várható pénzáramlásokat a befektetés tartásának teljes idejére (a teljes befektetési időre) kell előrebecsülni. A döntések ezeken a várakozásokon nyugszanak.

A várható pénzáramlások egyrészt a folyamatos bevételekből, másrészt a befektetés esetleges (tervezett) eladásakor keletkező bevételekből állnak. Természetesen ezekből le kell vonni a működtetéssel és az eladással kapcsolatos költségeket. Ezekbe a jelzáloghitel után fizetett kamatok és esedékes adók is beletartoznak.

A működtetésből egy évre esedékes pénzáramlások becslésének menete a következő:

Először becsülni kell a potenciális teljes bevételeket (PTB). Ezek általában az évi elérhető teljes bérleti bevételeket jelentik. (Vagy azt, hogy saját tulajdon esetén mekkora bérleti díjat takarítanak meg.)

Ezután a tényleges teljes bevétel előrebecslése (TTB) következhet. Ez annyiban különbözik az előzőtől, hogy figyelembe vesszük és becsüljük a nem teljes kihasználás mértékét, valamint azt is, hogy a bérleti díjak egy bizonyos százalékát különböző okok folytán nem fogják megfizetni.

Ha a TTB-ből levonjuk a működtetés költségeit, az eredmény a nettó működési bevétel (NMB) lesz. A működtetés költségeihez általában a következőket sorolják: karbantartás, vezetői díjak, munkabérek, reklámköltségek, szolgáltatásokért (víz, áram, stb.) fizetett díjak, biztosítási költségek és ingatlanadók.

Miután az NMB-ből levonjuk a kifizetett adósságtörlesztési részleteket, megkapjuk az adózás előtti bevételt (pénzáramlást) (AEB). Ezután már csak a működtetéssel kapcsolatos jövedelemadók levonása kell ahhoz, hogy megkapjuk az adózás utáni bevételt (pénzáramlást) (AUB), ami a befektetők szempontjából az igazán fontos mutató.

Az adózás utáni pénzáramlás kiszámításához kalkulálni kell a várható jövedelemadók nagyságát. Ehhez szükségünk van az adózott jövedelem (adóalap) kiszámítására, ami eltér az adózás (jövede-

lemadó) előtti pénzáramlás számításától. A jövedelemadó fizetésének szempontjából levonhatók a tényleges teljes bevételből a működtetéssel járó költségek. Általában levonhatók a hitelek után fizetett kamatok is, de magának a hitelösszegnek a törlesztése nem vonható le. Levonható viszont a törvények szerint elszámolható ingatlan-amortizáció, bár ez nem jelent tényleges pénzkifizetést, hanem csak levonható tételt az adó kiszámításánál.

Általában amortizálhatók a hitelfelvételek nem kamatjellegű költségei is. A mindenkori jövedelemadók nagysága ezek után már az érvényes adókulcsoktól függ.

Az adózás utáni várható jövedelem (a pénzáramlások) számításának menete a következő:

	Potenciális teljes bevételek (PTB)
/ - /	Nem teljes kihasználás és nem teljesített bérleti díjak
/ = /	Tényleges teljes bevétel (TTB)
/ - /	Működési költség (MK)
/ = /	Nettó működési bevételek (MNB)
/ - /	Adósság és kamattörlesztés (HSz)
/ = /	Adó előtti bevételek (pénzáramlás) (AEB)
/ - /	Adók
/ = /	Adózás utáni bevételek (pénzáramlás) (AUB)

Mint erről már volt szó, az adóalap kiszámításának módja, amelyre az adók számításához van szükség (lásd a fenti szemléltetés utolsó előtti sorát) eltér az adózás előtti pénzáramlás (lásd a szemléltetés AEB sorát) számításától. Egyrészt a hitelszolgáltatból csak a kamatfizetések vonhatók le, de az adósság törlesztése nem; másrészt a törvények szerint elszámolható amortizáció is levonható, holott ez nem jár tényleges pénzkiadással. Mivel azonban költség, az adó kiszámításánál levonandó tételként jelenik meg.

Az adóalap és a fizetendő adó számításának menete a következő:

	Tényleges teljes bevételek (TTB)
/ - /	Működési költségek (MK)
/ = /	Nettó működési bevételek (NMB)
/ - /	Kölcsönök utáni kamatfizetések (Ka)
/ - /	Amortizáció (Am)
/ = /	Adóalap (AA)
/ . /	A befektetők marginális adókulcsával
/ = /	Adók

Az adók számításával együtt az esetleges adómegtakarítások is kiszámíthatók. E témakörrel külön lehet foglalkozni.

A meglévő befektetéstől általában meg is lehet szabadulni, a leggyakrabban eladás révén. Ezt a befektetés visszafordításának (reversion) nevezzük. A valóságban ingatlanokat általában egy adott időszakra tartanak tulajdonban, tehát a visszafordításból – eladásból – származó várható bevételt is prognosztizálni kell. Hiszen a beruházási döntésnél az összes jövőbeni pénzáramlással számolnak. Az in-

gatlan értékében várható változás és ezáltal a várható eladási ár becslése elengedhetetlen. Az eladás során felmerülő közvetítői és ügyvédi, valamint esetleges egyéb költségeket is figyelembe kell venni, a teljes eladási árat ezekkel csökkenteni kell. Az ingatlanok nagy részét az eladás idején jelzáloghitel terheli. A hitelszerződések gyakran a teljes visszafizetést kötik ki eladás esetére. Ha nem, akkor az adósság mértékét az árban figyelembe veszik. Tudjuk, hogy a befektetők az adózás utáni bevételek nagyságában érdekeltek. Az ingatlanok eladásából származó bevételeket a legtöbb fejlett országban megadóztatják. Ezért az adóalap számításának módja is fontos. Ezt általában úgy számítják, hogy az eladási árból levonják az eladással kapcsolatos költségeket, majd az ún. módosított bázist. *A módosított bázis tartalmazza az eredeti költségeket, az ingatlan bővítésére, vagy minőségének javítására fordított összegeket, míg az eladásig esetleg elszámolt amortizációs költségeket le kell vonni.*

A fentieknek megfelelően az ingatlanbefektetés visszafordításából az adózás utáni várható jövedelem számításának menete a következő:

	Várható eladási ár (EA)
/ - /	Eladással kapcsolatos költségek (EAK)
/ = /	Nettó eladási bevétel (NEB)
/ - /	Hátralevő jelzáloghitelek (HA)
/ = /	Adó előtti visszafordításból bevétel (AEVB)
/ - /	Az eladáshoz kapcsolódó adók (EAA)
/ = /	Adózás utáni bevétel az ingatlaneladásból

Az ingatlanbefektetések visszafordításából várhatóan képződő adóalap és adó számításának menete az alábbi:

	Várható eladási ár (EA)
/ - /	Eladással kapcsolatos költségek (EAK)
/ = /	Realizált bevételek (RB)
/ - /	Módosított bázis (MB)
/ = /	Teljes eladási bevétel (TEB)
/ . /	Befektető marginális adókulcsával (a)
/ = /	Eladással kapcsolatos adók (EAA)

Ismét hangsúlyozni kell, hogy az adóalap számításánál, tehát annak előrebecslésénél sem veszik figyelembe az inflációt. Másrészt lehetséges, hogy az adóalapként figyelembe vett jövedelmet a befektetők személyes, vagy egyéb jövedelemadójaként adóztatják (ilyenkor kell alkalmazni a marginális adókulcsot, tehát azt, ami az értékesítés nélkül keletkezett adóalap fölötti, azaz az értékesítésből keletkezett adóalapra vonatkozik), de az is lehetséges, hogy erre az adóalapra egységes kulcsot alkalmaznak. (Jelenleg ez a helyzet Magyarországon, ahol az adókulcs egységesen 20%!) Az infláció figyelmen kívül hagyása azonban mindkét esetben a valóságban reálisan nem keletkezett jövedelmet, vagy a valóságban reálisan keletkezettnél nagyobb jövedelmet adóztat meg.

Ez a tény a nagy inflációjú országokban súlyos problémákat okozhat, amennyiben kedvezőtlen irányba viheti az ingatlanbefektetéseket és a befektetéseket általában is.

1.8. Döntési kritériumok

A döntési kritériumok közül az első csoportba a nagyon egyszerű, ún. **hüvelykujj szabályokat** soroljuk. Ezeknek elméleti szempontból komoly hiányosságai vannak. Közülük a leggyakrabban használtak a következők:

- Bruttó jövedelem sokszoros, amely az ár és a várható bruttó első évi bevétel hányadosa. Egyszerűen azt mutatja, hogy hány év alatt térülne meg a befektetés, ha a bevételt teljes egészében erre a célra fordítanák.
- Általános tőkésítési ráta, amely a nettó éves működési bevételek és a teljes befektetési érték hányadosa, illetve ennek a reciproka, amit nettó jövedelem multiplikatornak is neveznek.
- A vagyon osztalék ráta az *adózás előtti*, általában első évi bevétel aránya a teljes vagyonbefektetéshez.

Ezeket a mutatókat úgy értékelik, mint amelyek hasznosak a befektetők számára az adódó lehetőségek első „megszűréséhez”. A tényleges döntések meghozatalához azonban további vizsgáldások is szükségesek.

Az ingatlan értékének (árának) becsléséhez az ún. **tradicionális értékelési módszereket** is szokták használni. Ezekhez a direkt összehasonlítások módszerét, a költségmódszert és a jövedelem-módszert sorolják. Az összehasonlítási módszer lényege az, hogy az ingatlan értékét nemrég eladott, hasonló ingatlanok árait figyelembe véve becsüljük meg. A költség-módszer abból indul ki, hogy a jelenlegi építési költségek alapján, továbbá az ingatlan állapotát és helyét figyelembe véve annak mostani elkészítése miibe kerülne. A jövedelem-módszer lényege, hogy a várható nettó jövőbeni pénzáramlások összegét diszkontálják, azaz kiszámítják annak jelenértékét egy megfelelő tőkésítési ráta alkalmazásával.

E **diszkontált pénzáramlási modellek** alkotják a döntési módszerek harmadik csoportját. Ezek abból az alapfeltevésből indulnak ki, hogy egy ingatlanbefektetés értéke megegyezik a jövőbeni pénzáramlások jelenértékével.

A nettó jelenérték módszer szerint a jövőbeni pénzáramlásokat olyan elvárt megtérülési rátákkal diszkontáljuk, amelyek a befektetések feltételezett kockázatosságát is figyelembe veszik. Ha a jövőbeli bevételek így számított jelenértéke meghaladja a kiadások jelenértékét, a befektetést elfogadhatónak tekintik. Ellenkező esetben a befektetési lehetőségről lemondanak, azt elvetik.

A belső megtérülési rátán alapuló módszer szerint először ki kell számítani a belső megtérülési rátát. Ezt úgy kapjuk meg, hogy megkeressük azt a diszkontlábat, amelynek alkalmazásával a jövőbeni pénzáramlások számított jelenértéke éppen egyenlő a befektetés tényleges jelenértékével. Ha a belső megtérülési ráta magasabb, mint a hasonló kockázatú más befektetésekre elvárt hozam, a befektetés mellett szoktak dönteni. (A nettó jelenérték és belső megtérülési ráta fogalmával és számítási módjaival a későbbiekben részletesen foglalkozunk.)

1.9. Kockázat, hozam és piac

Számos helyen utaltunk már arra, hogy az elvárt hozamok összefüggésben vannak a befektetések kockázatának nagyságával. Ha ez az összefüggés ténylegesen és szorosan érvényesül, az ingatlanbefektetők is tudják, hogy az ígéretesen magas hozam általában magas kockázattal is jár. Ha ellenben nem érvényesül az említett összefüggés, akkor előfordulhat, hogy magas megtérülést lehet elérni kis kockázat vállalásával is, és megfordítva.

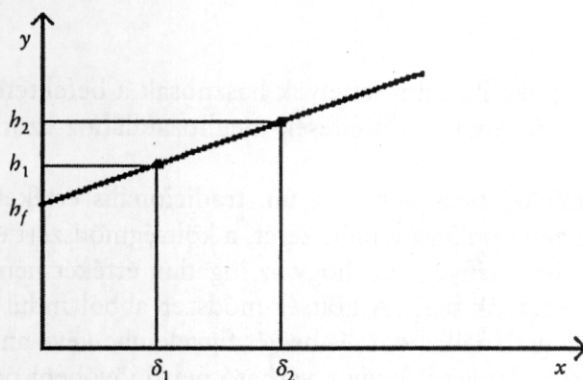
Természetesen következik a kockázat definíciójából (a kockázat egyenlő a várható hozamok varianciáinak, illetve szórásának nagyságával) hogy a várt eredményhez képest valószínűsége kis és nagy kockázat esetén is azonos. A különbség csak a nagyságrendben van. Nagy kockázat vállalása esetén a várt magas hozamtól lefelé és felfelé való eltérés is nagyobb lehet.

A befektetők nagyobb része jellemzően kerüli nagy kockázatok vállalását, ami azzal magyarázható, hogy a nagy veszteség többet vihet el általános értelemben vett „jólétéből”, mint amennyit a

nagy nyereség hozzáadhat. Ennek ellenére az egyes befektetők különböző mértékben kockázatos befektetéseket preferálnak. Egyesek kockázatos, mások kevésbé kockázatos, ismét mások kockázat nélkülinek tekintett befektetéseket választanak. Abban az esetben azonban, ha a nagyobb kockázat általában nem járna nagyobb hozammal, vállalása teljes mértékben irracionális lenne.

Elméleti és gyakorlati kutatások alapján konkrétan is meghatározható a kockázat és az elvárt hozam közötti összefüggés, amely azonban eltérő környezetben eltérő lehet és az idők folyamán is változhat.

Az alapösszefüggés szerint van a kockázat nélkülinek tekintett befektetéseknél (általában ilyeneknek tekintik a kincstár által kibocsátott rövid időre szóló váltókat) is egy adott, de szintén változó hozama. Ehhez képest a kockázat növekedésével arányosan nő az elvárt hozam nagysága is. Az összefüggés a következőképpen illusztrálható:



Az y tengelyen h_f pontban található a kockázatmentes befektetés elvárt hozama. Az x tengelyen jobbra haladva, a kockázat növekedésével nő az elvárt hozam is. δ_1 kockázathoz h_1 ; δ_2 kockázathoz h_2 hozam tartozik.

Fontos tehát, hogy a várható hozam nagyságával mindig össze kell vetni a kockázat mértékének a nagyságát is.

Természetes, hogy az ilyen összefüggések viszonylag erős érvényesülésének feltételei vannak. Az egyik legfontosabb feltétel az ún. hatékony piac létezése. A piac hatékonyságának az a kritériuma, hogy az adásvétel tárgyaival kapcsolatos információk milyen körben milyen gyorsan jut el a piac szereplőjéhez, s hogy ezekre az információkra a piaci árak milyen érzékenyen reagálnak. Ezekről függően általában a piaci hatékonyság eltérő fokozatait szokták megkülönböztetni. Ha ellenben a fenti kritériumok nem, vagy csak nagyon kis mértékben teljesülnek, a piac sem tekinthető hatékonynak.

Feltételezik, hogy az elvárt hozamok és az eltérő kockázatok közötti, fentebb ismertetett összefüggés csak viszonylag hatékony piacokon érvényesül egyértelműen.

Ha a piac nem hatékony, könnyen lehetséges, hogy bizonyos, az árakat befolyásoló információkat egyesek másokat megelőzve tudnak megszerezni. Ezáltal az átlagosnál előnyösebb üzleteket kötnek.

A hatékony piacok létezésének, vagyis annak, hogy az árak minél jobban tükrözzék az új információkat is, egyik feltétele az, hogy a piaci szereplők között ún. spekulánsok is létezzenek. A spekuláció azt jelenti, hogy figyelik az áralakulást, észreveszik, hogy véleményük szerint a piac egyes területein az árak nem tükrözik a számukra rendelkezésre álló információkat. Ily módon vagy eladásokkal, vagy vételkkel igyekeznek gyors haszonhoz jutni. Ezáltal változtatják a kereslet-kínálati viszonyokat, elősegítve azt, hogy az árak tükrözzék a vonatkozó információkat.

Tevékenyséjükkel egyben fellendítik a forgalmat is, tehát likvidebbé, gyorsabban eladhatóvá teszik az árakat. A spekuláns a piac hatékonysága és a likviditás oldaláról nem káros, hanem éppenséggel hasznos funkciókat visel.

Első megközelítésre is látható, hogy az ingatlanpiacok hatékonysága és az ingatlanok likviditása, azaz pénzzé tehetősége, eladása, valószínűleg elmarad a pénzügyi piacok eszközeitől.

Az ingatlanok hasznosságát és árát nagymértékben befolyásolhatják egyes kormányzati döntések. Ilyenek például a repülőtér-építés, fő közlekedési utak telepítése, ipartelepítés elősegítése vagy hátráltatása, stb.

A vonatkozó információk manipulálhatók, a piaci szereplőket előnyös, vagy hátrányos helyzetbe juttatva.

Az ingatlanpiac még a legfejlettebb országokban is szegmentált, széttördelt. Ha ehhez hozzávesszük az ingatlanok teljesen egyedi jellegét (hogy például még az ugyanazon utcában, ugyanakkora telken, szomszédban felépített ugyanolyan házak között is van különbség), akkor egyértelmű, hogy a piaci hatékonyság és likviditás nem azonos például a pénzügyi piacokéval.

Az ingatlanbefektetés kockázata többoldalú. A legjelentősebb kockázattípusok a következők:

- Üzleti kockázat, ami abból következik, hogy az idők folyamán megváltoznak a gazdasági körülmények. Az ingatlanok viszonylag hosszú életűek, s a körülmények változásának valószínűsége az időtávval együtt nő.
- Az áruk egymáshoz viszonyított árárányának változásai
- Inflációs veszteség (az ingatlanárak emelkedése elmaradhat az infláció ütemétől)
- A létesítésekre, bővítésekre, fejlesztésekre felvett kölcsönök visszafizethetősége, stb.

Az ingatlanbefektetésekhez kapcsolódó kockázatok sokfélesége, valamint az ingatlanpiacok nem kellő hatékonysága és kisebb likviditása az ingatlanbefektetéseket a közhiedelemtől eltérően meglehetősen kockázatosá teszik.

2. AZ INGATLANBEFEKTETÉSEK FINANSZÍROZÁSA

Az ingatlanbefektetések nagy részét kisebb nagyobb mértékben kölcsönök igénybevételével finanszírozzák. Erre egyik oldalról az ingatlanok természete, jellege ad lehetőséget. Az ingatlanok általában hosszú életűek, természetüknél fogva vagy egyáltalán nem amortizálódnak (föld), vagy lassan amortizálódnak (építmények). Általában alkalmasak tehát arra, hogy a létesítésükre, vagy értéknövelésükre felvett kölcsönök fedezeteként, biztosítékként, azaz jelzálogként szolgáljanak. Az ingatlanbefektetések kapcsán felvett kölcsönök döntő része tehát jelzáloghitel. Indokolt ennél fogva röviden ismertetni a jelzáloghitel fogalmát.

2.1. A jelzáloghitelek

2.1.1. A jelzáloghitelezés története

A jelzáloghitelezés eredetét már időszámításunk előtt is fellelhetjük. Formális és széleskörű elterjedésére Angliában került sor a XIV. században. Ekkor a jelzálogkölcsönt nyújtók a kölcsön nyújtásával gyakorlatilag a tulajdonjogokat is megszerezték, s a hitelt igénybevevő befektetőt meg is foszthatták tulajdonától, ha érdekeik úgy alakultak. (Az esetek többségében a hitelezők inkább a hitelek és a kamatok rendes fizetésében érdekeltek.)

A polgári jog fejlődésének eredményeképpen azonban az adósok jogai szélesedtek. A jelzálogszerződésben az ingatlan, mint zálog leírása mellett a visszafizetések időpontjait is megjelölték, s a törvények lehetővé tették a fizetések teljesítése után a jelzálogszerződés hatálytalanítását.

Abban az esetben, ha az adós nem fizetett, elvesztette tulajdonosi jogait. Nyilván a kölcsönös érdekek alapján kialakult azonban a méltányos visszaválthatóság intézménye. Ez lehetővé tette az adósok számára, hogy egy meghatározott időszakon belül bizonyos feltételek – fizetések – teljesítése ese-

tén tulajdonukat visszanyerjék. Ezen időszak lejárta esetén azonban a hitelezők gyakorolhatták és gyakorolták is a jelzálog kisajátításának jogát.

A jelzálogjog gyakorlása azonban azt a kérdést is felveti, hogy a hitelezőnek a jelzálog teljes egészére van-e joga, vagy csak a hitel értékének megfelelő részére. Utóbbi esetben általában bírósági eljárásra is szükség van.

2.1.2. Jelzálogszerződések

A jelzálogszerződések gyakorlatilag a hitelező és a fedezet, a jelzálog közötti kapcsolatot részletezik.

Mint már utaltunk rá, a jelzálogjog két válfaja fejlődött ki. Az egyik szerint a hitel nyújtásakor a jelzálog tulajdonosa is megváltozik, a másik szerint csak a visszafizetés kudarca esetén kerülhet erre sor. Létezik még az ún. kezelésbe adás (deed of trust). Ennek az a lényege, hogy a tulajdonos átmenetileg egy harmadik, megbízott fél. Addig, amíg az adósság törlesztése rendben megtörténik, jogilag a megbízott a tulajdonos abból a célból, hogy a törlesztés elmaradása esetén a tulajdont a hitelnyújtóra átruházza, illetve a fizetések teljesítése esetén az ismét az eredeti tulajdonoshoz kerüljön.

A jelzálogszerződés érvényességéhez számos feltételnek kell megfelelni. Meg kell nevezni a tulajdonost és a hitelnyújtót. Jelezni kell, hogy a jelzálog pontosan mely kölcsönre nyújt fedezetet. Pontosan, részletesen kell leírni a jelzálogba adott ingatlant. Egyértelműen kell meghatározni azokat a feltételeket, amelyek esetén a szerződés érvényét veszti. A szerződést a kölcsönt felvevőnek alá kell írnia, esetleg tanúztatni és hivatalos pecséttel is el kell látni. A jelzálogjog még egyéb előírásokat is tartalmaz, például a jelzálog-ingatlan kezelésére, a jelzálog újabb kölcsönökre való kiterjesztésére, stb. vonatkozóan. A szerződés elkészítésénél a megfelelő jogi ismeret nélkülözhetetlen.

A jelzálogszerződéssel párhuzamosan ún. saját váltót is kell adnia a kölcsönt felvevő befektetőnek, aki az ingatlan tulajdonosa. Ez a saját váltó (a kölcsönt felvevő által vállalt fizetési kötelezettség) a hitelt nyújtók és a kölcsönt felvevők közötti kapcsolatot jelenti. Tudni kell, hogy jelzálogkölcsön nyújtása esetén csupán a saját váltó megléte nem elégséges, hiszen a benne foglalt fizetési ígéretet a jelzálogszerződésben körülírt ingatlannal kell fedezni, azaz biztosítani.

A jelzáloghitelezésnek tehát a jelzálogszerződés és a saját váltó (fizetési ígéret) egyaránt elengedhetetlen kellékei.

A saját váltók lehetnek átruházhatók és nem átruházhatók. Az átruházható váltókat azok jogosultjai (a hitelt nyújtók) pénzért, vagy egyéb átruházható váltókért a piacon elcserélhetik. A nem átruházható váltóknál ez a lehetőség nem áll fenn. (A jelzáloghitelezésekhez kapcsolódó saját váltók általában átruházhatók.)

A jelzálogkölcsönök törlesztési módjának megfelelően többféle váltót is használhatnak. Az egyik a kölcsön törlesztését a lejáratkor egy összegben határozza meg, s közben csak az esedékes kamatok fizetését tartalmazza.

Az ún. részletfizetéses váltó szerint a kölcsönt és a kamatokat egyenlő nagyságú részletekkel kell törleszteni. Ez azt jelenti, hogy eleinte a részletek döntő része kamat, s csak egy kis része a visszafizetés. Ez az arány folyamatosan változik a visszafizetéses rész javára, s a periódus vége felé már csak kis részben tartalmaz kamatfizetést az általában havonta fizetett összeg. Az is lehetséges, hogy a törlesztést csak részben fizessék részletekben, s egy nagyobb megmaradó részt a lejáratkor egy összegben törlesztenek.

A saját váltó kiállításának is vannak törvényesen rögzített kritériumai, amelyek gyakran azonosak a jelzálogszerződések érvényességének feltételeivel. Ilyenek például a kiállítás helye és dátuma, a kiállító és a jogosult neve és címe, a kamatozás megkezdődésének időpontja, a kamat nagysága, a törlesztés és kamatfizetés feltételei, a visszafizetések elmaradásának következményei, s a jelzálogfedezet létezésének megállapítása. Kitérhetnek a törlesztések felgyorsítására, az idő előtti törlesztés feltételeire, stb. is.

Elkészítéséhez a megfelelő jogi ismeret nélkülözhetetlen.

2.1.3. A jelzáloghitel feltételei

A jelzáloggal fedezett kölcsönöket, amelyek feltételeit a saját váltón tüntetik fel, tipikusan előre meghatározott kritériumok szerint nyújtják.

A kamatláb nagyságát a múltban jellemzően az egész lejáratú idő tartamára azonos szinten állapították meg. Magas és jelentős mértékben ingadozó inflációs ráta esetén az ilyen kamatmegállapítás, mind a hitelt nyújtók, mind a hitelt felvevők számára nagy kockázatot jelent. Emiatt az utóbbi évtizedekben kialakították a változtatható kamatlábú jelzáloghitel konstrukciókat, amelyek a kockázatot gyakorlatilag a kölcsönt felvevőre hárítják.

A kölcsönnek az ingatlan teljes értékéhez viszonyított aránya ($K/\bar{E}$) a hitelt nyújtók számára azért fontos, mert befolyásolja az általuk vállalt kockázat nagyságát. Amennyiben a kölcsönt nem törlesztik, az ingatlan értéke lehet a fedezet. Az ingatlan értékét a kölcsön nyújtásának idején becsülni kell. A becslés természetesen pontatlan is lehet. Előfordulhat például, hogy 100-ra becsült ingatlant a piacon csak 90-ért lehet eladni. A piaci viszonyok is változhatnak a idő folyamán. Előfordulhat, hogy egy helyesen 100-ra értékelt ingatlan az ingatlanárak általános csökkenése, vagy egyéb okok folytán – például a közvetlen környezet változása egy közeli forgalmas út megnyitása miatt – 70-re csökken ilenkor, ha a nyújtott kölcsön összege 90, vagyis a $K/\bar{E}$ ráta 0,90 volt, és a kölcsönt nem törlesztik, a fedezet elégtelennek bizonyul, s a hitelt nyújtók veszítenek, vagy kénytelenek a váltóban rögzítettnél alacsonyabb hozammal (kamattal) is beérni. Magától értetődő, hogy a saját tőkének az ingatlan teljes értékéhez viszonyított aránya ($ST/\bar{E}$) a $K/\bar{E}$ arányt 1,0-re egészíti ki. Az alacsony saját tőke arány természetesen a saját tőkét befektetők számára is növeli a kockázatot. Hiszen adott lejáratú időt figyelembe véve a törlesztőtörlesztetek növekedését eredményezi. A befektető jövedelmének valamilyen okból bekövetkező csökkenése könnyen vezethet ilyenkor fizetéseképtelenséghez.

A fentiek miatt gyakori, hogy a $K/\bar{E}$ arány felső határát törvényben szabályozzák.

A lejáratú időszakon azt az időt értjük, amely alatt a kölcsönt kamataival együtt vissza kell fizetni. A lejáratú idő, a kamatláb és a $K/\bar{E}$ nagyságával egyetemben, meghatározza a törlesztőtörlesztetek nagyságát. Emiatt gyakran törvényesen szabályozzák, hogy különféle befektetések esetén mekkora a legmagasabb megengedett szintjük.

A kölcsön és az esedékes kamat törlesztésének módját és ütemezését szintén előre rögzíteni kell. Ez egyrészt a szerződő felek érdeke, másrészt adóvonatkozásai is lehetnek. (A kamatfizetés általában költségként számolható el, míg az alapösszeg törlesztését nem lehet költségként elszámolni.) Különösen a lakásokra felvett jelzáloghitelek törlesztését a leggyakrabban havi egyenlő részletek befizetésével szokták megoldani. Ez általában úgy történik, hogy előre kiszámítják az összes fizetendő kamatot, amit hozzáadnak a kölcsön összegéhez. Az így kapott eredményt elosztják a lejáratú periódus hónapjainak számával. A kapott viszonysszámmal szorozzuk a teljes összeget, s így kapjuk az esedékes havi részösszegeket. (A viszonysszámot jelzáloghitel konstansnak nevezzük. A hitelkonstans és az alapösszeg törlesztése időbeli ütemezésének számítási módszereivel a későbbiekben részletesen foglalkozunk.)

Lehetséges azonban, hogy a lakáshiteleknel, de különösen a nem saját lakásbefektetésekre felvett hiteleknel a törlesztés és a kamatfizetések nem egyenlő részletekben történnek. A pontos ütemezésben való előzetes megállapodás s annak megfelelő rögzítése elengedhetetlen.

2.1.4. Jelzáloghitelek és speciális kölcsönfeltételek

A finanszírozás költségei közé szokták sorolni a kölcsön szervezésének egyszeri díját, az értékelési, nyilvántartási, felügyeleti, tulajdonbiztosítási, stb. költségeket. E költségek egy része a kölcsönnel, más része a tulajdonszerzéssel kapcsolatos.

Az ütemezés előtti törlesztés miatti „büntetések” is számottevők lehetnek. Az ingatlannak lejáratú időszakon belüli eladása esetén, vagy olyankor szokott ütemezés előtti törlesztés előfordulni, ha valamilyen ok folytán a befektető számára jobb befektetési lehetőségek adódnak. (Ezek különösen szembetűnőek lehetnek olyan időszakban, amikor jelentősek a kamatváltozások. A kamatláb csökkenése, vagy várható csökkenése esetén az adós jobban jár, ha fix kamatozású kölcsönét idő előtt visszafizeti, s az ehhez szükséges összeget alacsonyabb kamatozású új kölcsön felvételével finanszírozza.)

A jelzálogra kötött biztosítást is megkövetelhetik a hitelnyújtók. A biztosítási díj – még ha nem is túl jelentős – szintén növelheti a kölcsön effektív költségeit. Ezért ezzel és az említett egyéb költségekkel és díjakkal is számolni kell, amikor a befektetések várható hozamát igyekszünk megbecsülni.

2.1.5. Az évi kamatráta nagyságának számítása és deklarálási kötelezettsége

Miután a hitelnyújtás során az alapösszegre megállapított kamatláb mellett egyéb költségeket is terheltek, a valójában ténylegesen fizetett kamatok azok beszámításával a névlegesen közölnél magasabbak voltak. Más „trükköket” is használhattak a hitelt nyújtók. Például évi kamatláb alapján számolt kamatot év közben, több részletben is fizettatva már kamatos kamatokhoz is juthattak. Emiatt például az Egyesült Államokban kötelezővé tették az évi kamatláb nagyságának közlését úgy, hogy számításának módját (milyen nem kamatként felszámított költségeket is kell figyelembe venni; hogyan kell értékelni az évenkéntinél gyakoribb részletfizetéseket, vagy a lejáratú időszak elején felszámított egyszeri díjakat) – szintén kötelező jelleggel szabályozták. Ez tulajdonképpen fogyasztóvédelmi intézkedésnek tekinthető.

Tökéletes megoldást azonban ezen a módon sem lehet biztosítani. Részben azért nem, mert minden költséget mégsem szoktak figyelembe venni, részben, mert azok felmerülési ideje előre nem látható – gondoljunk például a határidő előtti törlesztéssel járó „büntetésre” – s emiatt nem is kalkulálható pontosan.

2.1.6. Változó (változtatható) kamatozású jelzáloghitelek

Mint erről már szó esett, ilyen jelzáloghitelek akkor válnak szükségessé, ha az infláció mértéke jelentőssé válik és ütemének ingadozása is számottevő. Ennek ugyanis hatása van a nominális kamatlábak nagyságára és változásának mértékére, ami szintén számottevővé válik. Fix kamatozású jelzáloghitel esetén a piaci nominális kamatlábak növekedése az adósnak, csökkenése pedig a hitelt nyújtónak kedvez. Az infláció által kiváltott nominális kamatláb-változások a jelzáloghitelek hosszú lejáratú ideje miatt azonban biztonsággal előre nem becsülhetők, ezért mindkét fél számára jelentős kockázatot hordoznak.

A kamatlábak változtathatóságának idejét és mértékét általában előre meghatározzák, illetve a mértékét valamely piaci kamatláb változásához kötik (Például a fix kamatláb, vagy a rövid lejáratú, 3 vagy 6 hónapos állampapír.)

A változtatható (változó) kamatozású jelzáloghitelezés számos válfaja közül a legjellemzőbbek a következők:

A változó kamatozású és fokozatosan növekvő részletű kölcsönök elsősorban a fiatalok számára tűnhetnek vonzóknak, akik viszonylag kisebb kezdeti jövedelmük fokozatos növekedésére számítanak. Ad absurdum még az is előfordulhat, hogy az első egy-két évben még az esedékes kamat fedezetére sem elég a törlesztőrészlet. Természetesen az ilyen konstrukciókban a törlesztőrészlet erőteljesen növekszik, s a kamatterhek is meglehetősen nagy mértékűek. Mivel a kamatláb ez esetben is változik, e konstrukció kockázata infláció esetén különösen megnő mindkét fél számára.

Az infláció mértéke szerint változó kamatozású kölcsön a hitelező számára biztosít teljes védeltséget az inflációval járó veszteség ellen. Mivel ebben a konstrukcióban – mint erre már többször utaltunk – a törlesztőrészletek túl gyors ütemben is emelkedhetnek, az adósok védelmében azt maximálni is szokták. A fennmaradó részeket ebben az esetben a kölcsön alapösszegéhez adják, ami tovább növeli az adósságot és a rá eső kamatokat. Látható, hogy a törlesztőrészlet maximálása nélkül az adós számára túl nagy, azzal pedig már a hitelt nyújtó számára is visszatér a kockázat.

Az újratárgyalat, vagy görgetett kamatozású kölcsön nyújtásának az a jellemzője, hogy a kamatlábak és a törlesztőrészletek változtatása viszonylag ritkábban, például 3-5 évente történik, mégpedig újratárgyalás, új szerződés alapján. Az újratárgyalás pontos feltételeit azonban előre kell rögzíteni, hiszen ellenkező esetben a kockázat mindegyik fél számára becsülhetetlenné válhat. Az adós esetleg

nem lesz képes az elvárt kamat és törlesztőrészlet fizetésére; a hitelt nyújtó esetleg nem tud mit kezdeni a jelzálogként „lefoglalt” ingatlannal.¹

A változó kamatozású jelzáloghitelek jogilag jól szabályozott konstrukciók, s adóvonatkozásaik sem jelentenek különösebb komplikációkat.

A jövőbeni várható pénzáramlások becslését azonban megnehezítik, s ezzel mind a hitelezőnek, mind az adósnak nehézségeket okozhatnak. Az infláció növekedése a nominális évi kamatlábak hasonló, szinte azonos ütemű növekedésével jár. A kamatos kamatszámítás miatt azonban ennél nagyobb ütemben nő a jelzáloghitel konstans, vagyis a fizetendő részletek összege. Ha feltételezzük, hogy az adós nettó jövedelme az inflációval és a nominális kamatlábbal azonos ütemben növekszik, akkor ebből a jövedelemből egyre nagyobb részt kellhet törlesztés és kamatfizetés céljára elvennie, tehát könnyen válhat fizetéseképtelenné. (Részletes számításokkal a későbbiekben foglalkozunk.) A fő kockázatot tehát az adósok viselik. A bankok a nominális kamatlábcsökkenéssel járó kockázatot jó portfóliógazdálkodással semlegesíteni tudják.

2.2. Speciális jelzáloghitelek

A jelzáloghitelek fentebb ismertetett módozatai mellett, amelyek a legáltalánosabbak, speciális jelzáloghitel konstrukciók is léteznek.

Egyikük közvetlenül az eladó és a vevő közötti jelzáloghitel-viszonyt jelent. A vevő, aki nem képes a teljes vételár kifizetésére, saját váltót állít ki az eladóra, mint kedvezményezettre. Ebben szintén részletezni kell a törlesztési és kamatfizetési feltételeket. Amennyiben a vevő ezeket nem teljesíti, az eladónak joga van az ingatlanon, mint jelzálogon érvényesíteni követelését. Az eladó és a vevő közötti szerződéstől függően a követelést csak a tartozás mértékében lehet érvényesíteni, vagy az ingatlan teljes egészében visszakerülhet a volt eladó tulajdonába.

Egy másik *elterjedt konstrukció* szerint egy előre meghatározott idő eltelte után a teljes vételárat ki kell fizetni. Ennek is legalább két válfaja lehetséges. Az egyik szerint az eladáskor a fizetés idején esedékes jövőbeni árat állapítják meg.

A fizetés idején ezt az árat kell megfizetni, az addig eltelt időszakban pedig az arra esedékes kamatokat. A másik megoldás szerint az ár az adásvétel időpontjára vonatkozik. Ebben az esetben a végső fizetés időpontjáig egyenlő, törlesztést és kamatot is tartalmazó részleteket köteles a vevő fizetni. A végső összeget úgy számítják, hogy az addig eszközölt törlesztéseket az eladási árból levonják.

Ugyanazon ingatlant, amely már jelzálogként szolgál egy régebbi hitel fedezetére, *újabb hitel fedezetére is felhasználhatnak*. Ezt a hitelt nyújtók általában csak akkor fogadják el, ha a régebbi kölcsönök részben már törlesztették, vagy egyébként is az ingatlan értékébe az újabb kölcsön még belefér. Természetesen a nagyobbá váló kölcsön per érték (K/É) hányados miatt nő a kockázat, ezért általában magasabb kamatot is számítanak fel. Ez a megoldás olyankor lehet előnyös a saját tőkét befektetőknek, amikor újabb kedvező befektetési lehetőségek adódnak. Ilyenkor a második jelzálogkölcsön igénybevételével – ami régebbi befektetéseiknél a tőkeáttétel növekedését jelenti – újabb ingatlanokba tudnak befektetni és azokban tulajdonosi jogokat szerezni.

Bizonyos feltételek mellett a tulajdonosoknak érdekük lehet jövedelemtermelő ingatlanok eladása és ezzel együtt kötött megállapodás szerinti lízingje. A befektetők olyankor fogadnak el ilyen konstrukciókat, ha a lízingszerződés viszonylag hosszabb időre biztosít a számukra biztos és elégséges pénzjövédelmet.

A jövedelmekben és/vagy az ingatlan eladásakor realizált árbevételekben való részesedés a hitelnyújtás előforduló feltétele. Ilyen esetekben a kölcsönt felvevő befektető hozzájárul ahhoz, hogy a jelzáloghitelt nyújtó a működés során keletkezett jövedelemből, és/vagy az ingatlan eladásakor elért árbevételekből bizonyos százalékos arányban részesedjen. Utóbbi az osztott értéknövekedésű kölcsön.

¹ (Részletesebb ismertetést az USA gyakorlatáról lásd: Szerb László: Az Amerikai Egyesült Államok lakásfinanszírozási rendszere. *Bank Szemle* 1995/2. szám; illetve Financial Institutions, Markets and Money – Dryden Press, Fifth Edition 1993.)

Olyan megoldások is szokványosak, hogy eladáskor az eladó nem egyenlíti ki jelzálogtartozását, ha a kölcsön feltételei kedvezőbbek, mint a jelenleg elérhető. A vevő ilyen esetekben szintén jelzáloghitelt vesz fel az eladótól, s az eladó a vevő által fizetett részletéből fedezi az általa fizetendő összeget. Bizonyos esetekben mindketten jól járhatnak.

2.3. A Bauspar modell

A jelzáloghitellel történő lakás-lakóház építés finanszírozására újabban Magyarországon is bevezetett konstrukció az elsősorban Németországban nagyon elterjedt ún. Bauspar modell. Ennek az a lényege, hogy a kölcsönök folyósítása kölcsönalapból történik. A kölcsönalap egyrészt a leendő tulajdonosok előtakarékosági befizetéseiből, a betétek után felgyülemlett kamatokból; másrészt a már folyósított kölcsönök után fizetett kamatokból és törlesztésekből; harmadrészt az előtakarékosággal befizetett összegek bizonyos százalékában, vagy egyéb módon megállapított állami hozzájárulás (támogatás) összegéből képződik.

Új tagok belépésével, a folyósított hitelek törlesztésével az alap „önfenntartóvá” válik. Természetesen meg kell szabni, hogy az igénybe venni tervezett hitel hány százalékát kell előtakarékoskodással felhalmozni, még abban az esetben is, ha a konstrukció már működik. Indulásához állami hozzájárulásra, egyéb idegen forrásra is szükség lehet. Már működő konstrukció esetén az előtakarékoság kölcsönhöz viszonyított aránya 50 százalék körül alakul.

A modell lehetővé teszi, hogy a betétek és a kölcsönök is fix kamatozásúak legyenek. A piaci kamatlábak változása miatt a résztvevőket nem éri hátrány, hiszen amit nyernének vagy veszítenének betétesként, azt kölcsönfelvevőként visszafizetik, vagy megkapják. (Ismertetését lásd például a Napi Világgazdaság 1996. febr. 28-i számában)

Egyes vélemények ellenére az alkalmazott kamatlábak magas inflációs ráta esetén a piaci kamatok szintjétől mégsem szakadhatnak el tartósan és jelentős mértékben. Magas infláció és alacsony betéti kamatok esetén ugyanis nagyon meghosszabbodna az előtakarékosághoz szükséges időszak, másrészt a kölcsönök után fizetett törlesztések és kamatok reálisan elértéktelenednének. Az alap tehát szükségszerűen folyamatosan szűkülne. (Az első időszakban viszont a bankok gazdagodhatnának a beadott pénz magas kamattal való befektetése révén !)

Az említett és más speciális konstrukciók bizonyos esetekben és helyzetekben jótékony hatásúak lehetnek. Újszerűségük, nem „bejáratott” jellegük miatt azonban számos buktatót tartogathatnak. Ezért esetükben mind a hitelt nyújtók, mind a befektetők számára fontos, hogy alaposan átgondolják és ellenőrizzék az alábbiakat:

- Mi ezen konstrukciók pontos működési mechanizmusa és rendje?
- Milyen hozamra lehet számítani adózás előtt és után?
- Milyen adózási kérdések merülhetnek fel ezen konstrukciók kapcsán például fizetéseképtelenség esetén, vagy milyen sajátos adózási problémák keletkezhetnek?
- Milyen a konstrukciók jogi szabályozottsága? Nem sértenek-e törvényeket, érvényes rendeleteket?
- Milyen esetekben lehet előnyös ezen konstrukciók alkalmazása ?

2.4. Mikor előnyös az ingatlanbefektetés tőkeáttételes finanszírozása?

Többször esett már szó az ingatlanbefektetések azon jellegzetességéről, hogy finanszírozásuk nagymértékben kölcsönök felvételével oldható meg. A kölcsön igénybevétele egyes befektetéseknél – gondoljunk például lakások, családi házak vásárlására – nemcsak lehetőség, de egyben kényszerűség is. A leendő tulajdonosok egy összegben nem képesek kifizetni a megvásárolt ingatlan vételárát.

Az is előfordul azonban, hogy lehetőség lenne a teljes vételár azonnali, saját forrásból eszközölt kifizetésére, de a leendő tulajdonos mégis jelzálogkölcsön felvétele mellett dönt. A nem saját haszná-

lat révén jövedelmet termelő ingatlanokba való befektetésekre specializálódott vállalkozók és cégek azonban általában saját finanszírozásra is képesek. Kölcsönök igénybevételével azonban ilyen esetben is nagymértékben bővíthetik azon ingatlanok körét, amelyekre tulajdonosi jogokat szereznek. Elégséges indok-e ez a kölcsönrel való finanszírozásra? Bizonyára nem, hiszen az adósságnak az ingatlanértékéhez viszonyított növekedése a befektető kockázatát is megnöveli. Az ingatlanhasznosításból befo-lyó bevételek valamilyen okból bekövetkező csökkenése ilyen helyzetben hamarabb teheti a befektetőt fizetéseképtelenné. A nagyobb kockázat következtében pedig megnő a saját tőkéhez viszonyított elvárt hozam mértéke is. Azt ugyanis más, hasonló kockázattal járó befektetési lehetőségek hozamához igazítják.

Ebből az következik, hogy a kölcsönrel való részbeni finanszírozás, azaz a tőkeáttétel csak akkor lehet előnyös, ha a saját tőkére vetített hozam magasabb, mint a teljes befektetésre vetített hozam. Ennek pedig az a feltétele, hogy a teljes befektetésre vetített hozamráta nagyobb legyen, mint a kölcsönvett eszközök tényleges költségrátája. Természetes, hogy ezen összefüggéseknek az adózott hozamokra kell vonatkozniuk, s a következőképpen illusztrálhatók:

$$\begin{aligned} ri &> kk(1-a) \\ rs &> ri \end{aligned}$$

ahol ri = a teljes befektetésre elvárt adózott hozamráta
 kk = a kölcsön adózás előtti költségrátája
 a = a marginális adókulcs
 rs = a saját tőkére elvárt adózott hozamráta.

Mint erről már volt szó, azt, hogy a saját tőkére vetített hozamnak mennyire kell meghaladnia a teljes befektetésre vetített hozamot, az utóbbira vonatkozó kockázat és a saját tőkére vonatkozó kockázat közötti különbség határozza meg. Emiatt a teljes befektetés és a saját tőke kockázatának elemzése és összevetésük egyaránt fontos feltétele a befektetési döntések, valamint a finanszírozási döntések előkészítésének is.

2.5. A jelzáloghitelek piacképes (likvid) értékpapírokkal való refinanszírozása

Lónyay Menyhért, 1863-ban kiadott, „A földbirtoki hitel, s különösen a hitelintézetek”² c. írásában az államhitel mellett kétféle hitelt különböztetett meg:

„Először: személyes hitelt, mely mellett – mint a kereskedő világban, – egyszerűváltóra, kötelezvényre vagy fizetési utalványra történik a hitelezés, hol egyedül a kölcsön-vevőbe helyezett személyes bizalom a hitelezés alapja – A hitelezés másik neve az, mely mellett már nem annyira a kölcsön-vevőbe helyezett bizalom, mint bizonyos biztosításul lekötött érték szolgál a hitelezés alapjául, álljon bár ezen biztosítás a kereskedőknél és iparosoknál bizonyos áruban, ingóságban, vagy a földbirtokosoknál bizonyos ingatlan vagyonban.” Kifejti továbbá, hogy a mezőgazdaságban általában hosszú lejáratú, több évtizedes futamidejű kölcsönökre van szükség.

Eddigi ismereteink alapján a másodikként említett hitelben a jelzáloghitelt ismerjük fel.

Lónyay idézett tanulmányában leírta, hogyan jött létre az 1760-as években Poroszországban az első „földbirtoki hitelintézet”, majd azt követően az európai hitelintézetek. E hitelintézeteket három fő csoportba sorolja:

a) „Az első osztályba tartoznak azok, amelyek egyesületi téren a birtokosok által alakítva, azok által igazgatva, az állam felügyelete alatt, egyedül a birtokosok javára működnek.” Ezek, „...hozzájárulván az álladalom részéről a tetemes tartalék-pénztári dotatio, a jót igazán akaró állam célszerű felügyelete és jótállása – megerősítik az ingadozó földbirtoki hitelt”

² Közügyekről. Nemzetgazdászati újabb dolgozatok. Pest, Osterlamm Károly 1836.

- b) „A második osztályba tartoznak azok, melyek tőkepenzések által alakítva és igazgatva, inkább a tőkepenzések, mint a földbirtokos érdekeit képviselik.”
- c) A harmadik osztályba tartoznak azon intézetek, melyek az államok által a földbirtokosok javára, a földművelési érdekek előmozdítására állítván föl, – egyenesen az állam által igazgattatnak és kezeltenek.”

Hozzáteszi, hogy Angliában ilyen hitelintézeteket nem kellett létesíteni, mer a hitelek enélkül is bőven álltak rendelkezésre. „Az állam pedig költséges javítási munkákra, – minők az alagcsövezés, ki-szárítás, kopár vidék termékeny tétele – igen csekély kamat mellett előlegez. „

A földbirtoki hitelintézetek lényegét abban látja, hogy általuk már „nem csak egyesek a hitelt nyújtó tőkepenzések adósai”, hanem maga a nagy vagyoni fedezeteket egyesítő hitelintézet, amely pontos kamatfizetésre és törlesztésre képes, a tőkés tulajdonában lévő záloglevél pedig – a biztos jövedelem mellett – „egyszerű hátírat által bárkire forgatható”. A kiadott záloglevelek tehát biztos kamatjövödelmeket hoznak és likvidek, forgalomképesek, könnyen eladhatók.

A fentiek jól illusztrálják a jelzáloghitelek jelentőségét, s a hitelek forrásainak biztosításával kapcsolatos technikai megoldásokat, valamint szervezeti és egyéb feltételeket. Bár Lónyay a jelképes záloggal biztosított hitelek kapcsán az építményeket csak a földbirtokhoz kapcsolva említi, ma már közismert, hogy az építmények, épületek jelzálogként való használata általánossá vált, és súlyát tekintve előtérbe került.

A mezőgazdaságra pedig jelenleg is számos országban alkalmaznak speciális szervezeti és garanciális megoldásokat. E téren máig is jelentősebb az állam szerepvállalása.

A „földbirtoki hitelintézetek” kialakulásának és történeti fejlődésének egyik sajátossága pedig az, hogy kezdetben a nagybirtokosok számára és által jöttek létre – önkéntes, szövetkezeti, illetve alapítványi formában – s csak később fogták át a közép-, sőt a kisbirtokok számára, illetve a kisbirtokok létrejöttét elősegítő jelzáloghitelzési tevékenységet.

Utóbbiaknál különösen jelentős volt az állami kezdeményezés és támogatás, illetve a profitorientáció, magántulajdonban lévő bankok tevékenysége.

Az Európában, Poroszországból az 1760-as években megindult fejlődés kiindulópontja – mint láttuk – a nagybirtok volt.

A nagybirtok hasonló formában Észak-Amerikában nem alakult ki. Mezőgazdasági – gyakran hosszú lejáratú – hitelekre azonban természetesen ott is szükség volt. Még ennél is jelentősebbé vált azonban a lakóházak, lakások és más épületek, építmények építésére, vagy vételére igényelt jelzálogkölcsönök súlya.

Jól megfigyelhető, hogy az USA-ban az életszínvonal növekedése az utóbbi évtizedekben együtt járt a személyes fogyasztáson belül a lakáscélra fordított jövedelmek arányának növekedésével. Ezt illusztrálja például az, hogy az USA-ban 1987-ben a fogyasztói árak alakulását kifejező index számításánál a lakáscélú kiadások részaránya a teljes fogyasztói kiadásokon belül 42,7 százalékkal szerepelt.³ Ha szem előtt tartjuk, hogy ingatlanokra – földre és felépítményekre egyaránt – a gazdálkodásban, a kultúrában, a honvédelemben, stb. is szükség van, s hogy létesítésük, megvásárlásuk finanszírozásában a jelzálogkölcsönök milyen szerepet játszanak, nem tűnik lehetetlennek – mégha meglepő is lehet –, hogy az USA-ban a 80-as évek végén a teljes jelzáloghitelek állománya (még nem törlesztett összege) közel kétszerese volt annak, mint amivel amerikai állampolgároknak, amerikai vállalatok, vagy a külföld tartozott.⁴ Vagy, hogy 1986-ban az USA-ban a jelzáloghitelek GNP-hez viszonyított aránya 0,60, míg ugyanez az arány a vállalati kötvényeknél 0,16, a központi kormány tartozásainál pedig 0,43 volt.⁵

³ Lásd: Financial Institutions, Markets and Money, 16. old.

⁴ Lásd: Financial Institutions, Markets and Money, 233. old.

⁵ Lásd: Miles Livingston: Money and Capital Markets, Printice Hall, Inc. 1990.

A múltban a pénzügyi elemzők a pénzügyi piacok ezen részével mégis kevésbé foglalkoztak. A részvénytársaságok által kibocsátott adósság-igazolások (értékpapírok) elemzése izgalmas feladat volt, hiszen azokkal aktívan kereskedtek, s árfolyamaik is gyakran változtak. Ugyanakkor a jelzáloghitelek különösen értéknagyságukat tekintve eltérőek (nem standardizáltak) voltak, s ezek folyósításához helyi pénzintézetek helyi ismeretére volt szükség.

A földhitel rendszer (Farm Credit System) viszont egy központi hitelintézetre épül, amelyet a hiteleket elosztó szervezetek országos hálózata egészít ki. A rendszer szövetkezeti típusú.

A mezőgazdasági minisztériumhoz tartozó Farmers Home Administration biztosította a kölcsönöket és nyújtott garanciát.

Az USA-ban az elmúlt 40–50 évben azonban jelentősen megváltozott a helyzet. A lakó – és egyéb ingatlanbefektetéseknek a nemzetgazdaságban játszott fontos szerepét felismerve a központi kormány közvetlenül és erre a célra létesített intézményeken keresztül kiterjesztette az ingatlanbefektetésre felvett kölcsönök visszafizetésének biztosítás útján történő garantálását. Ennek nyomán magánbiztosító társaságok is felismerték a jelzáloghitelek biztosításában rejlő üzleti lehetőségeket, s ezáltal a kölcsönök biztosítása meglehetősen általánossá vált.

Az USA kormánya ugyancsak intézmények létrehozásával és a törvényi feltételek megteremtésével elősegítette és ösztönözte nagy jelzáloghitel alapok (kezelők) kialakulását. Ezek az alapok sokféle feltételű és lejáratú jelzáloghitelt összpontosítottak nagy értékekben. Az így megvalósult diverzifikációval el lehetett érni egy előre viszonylag jól becsülhető és egyenletes bevétel-ütemezést, ami ráadásul még biztosított is volt.

A két folyamat együttesen azt eredményezte, hogy a jelzáloggal fedezett saját váltókat (adósságbizonylatokat) azok kedvezményezettjei a pénzügyi piacokon a vállalati és kormánykötvényekkel versenyezve el tudják adni.

A másodlagos jelzálogpiaci intézmények nagyon gyakran előírják azokat az értékelési, stb. szabályokat, amelyeket az általuk megvásárolt hitelekre alkalmazni kell.

A jelzáloghitelek „értékpapírosításának” nagyon sok lehetséges módja van. Ezek között két alapvető megoldás terjedt el.

Az egyik szerint az alapok adott értékrészeit képviselő értékpapírok megvásárlásával pontosan az így szerzett tulajdonosi hányadnak megfelelő arányban lehet részesedni a befolyó törlesztőrészek által képzett bevételből. Az esedékes bevétel-részt az alapok a befolyással azonos ütemezésben, például havonta utalják át az értékpapírok tulajdonosainak (bevétel-továbbadó értékpapírok, pass through certificates).

A másik megoldás az alapok létesítését nem egyszerűen csak kezelés céljából, hanem már tényleges befektetésként, nagyobb kockázatot vállalva valósítja meg. Természetesen a várható jövőbeni pénzáramlásokat megbecsülve az értékpapír vásárlóinak már egy fix, illetve előre pontosan meghatározott változtatható jövedelmet ígér. Ezáltal az ilyenfajta értékpapír a vállalati kötvények jellegzeteségeivel rendelkezik, a piacokon azt kötvényként kezelhetik.

Az USA rendszer lényegéhez tartozik, hogy az elsődleges hitelnyújtók mérlegéből kikerül a követelés, s az így elért pénzbevétel lehetővé teszi újabb hitelek nyújtását. Ezáltal már meglévő infrastruktúrára épül.

A nagybirtokrendszerből kiinduló fejlődés, illetve a farmrendszer és az épület-építményhez kapcsolódó eredeti jelzáloghitelező rendszeren alapuló fejlődés a jelenlegi intézményi rendszerekre is rányomja a bélyegét. Az előbbi a Németországban meglévő rendszer, az utóbbit az USA-ban létező rendszer illusztrálja.

Németországban jelenleg majdnem minden hitelintézet nyújt jelzáloghitelt. Jelzáloglevelet azonban csak jelzálogbank bocsáthat ki a forrásfedezés céljából. A jelzáloglevél eladható, a tőzsdén is forgalmazható értékpapír. Ezáltal kibocsátója a forrásgyűjtésben másokkal szemben előnyös helyzetben lehet. A jelzáloglevelek fedezetét a jelzálogkölcsönök nyújtásakor kikötött jelzálogjogok jelentik. Természetesen nem áll minden egyes jelzáloglevél mögött egy specifikus, adott ingatlanra bejegyzett jelzálog, hanem az adott jelzálogbank által kihelyezett összes hitelre bejegyzett jelzálog áll.

A jelzáloglevelek tulajdonosai tehát közvetlenül a szigorú szabályozás alá eső jelzálogbankkal állnak üzleti viszonyban.

A jelzálogbankok ellenőrzésénél elsőrendű fontosságú az általuk alkalmazott ingatlanértékelés felügyelete. Az ingatlanérték számbavételénél az átlagos értékből kell kiindulniuk. Ezen érték a forgalmi értéknél alacsonyabb, s ezen érték 70%-ára nyújthatnak jelzáloghitelt. Ugyanakkor e kölcsönöknek is csak maximum 60%-át finanszírozhatják jelzáloglevelek révén. Ez kedvezővé teszi a jelzáloglevelek hitelességét, forgathatóságát. Annál is inkább, mert a jelzálogbank javára bejegyzett követelések minden más követelést megelőznek, s ezzel együtt a jelzálogbankok hitelezői közül a jelzáloglevél tulajdonosok élveznek elsőbbséget a jelzálogbank esetleges csődje esetén.

Jellemző még, hogy e bankok meglehetősen kevés fiókkal, kevés alkalmazottal dolgoznak, s nagyrészt ügynökök révén bonyolítják hitelügyleteiket. Ezáltal kis költségekkel és más hitelintézetekhez képest alacsony kamatréssel tudnak működni.

Meg kell még jegyezni, hogy kivételképpen a jelzálogbankok mellett a tartományi bankok, valamint 3 nagy univerzális bank is bocsáthat ki jelzálogleveleket. Ezek viszont az állam által garantált értékpapírok.⁶

Az USA jelzáloghitel piacán a lakosságnak közvetlenül a kisebb kereskedelmi bankok, vagy nagyobb helyi fiókjai, illetve szövetkezeti és takarékbankok nyújthatnak hitelt. Ezek döntő részben házak, lakások építésével, vásárlásával kapcsolatosak. Választékuk színes: kiterjednek a hagyományos fix kamatozású hitelektől a változtatható kamatozású és a növekvő törlesztésű hitelekig.

Mint fentebb említettük, az USA-ban a jelzáloghitelek súlya és abszolút nagysága is nagyon jelentős. A szükséges forrásokat emiatt a viszonylag kis helyi hitelintézetek nem képesek biztosítani. Viszont rendelkeznek a jelzáloghitelek biztonságos nyújtásához feltétlenül szükséges helyi ismeretekkel. Az általuk nyújtott hitelek – elsősorban nagyságukat tekintve – nem standardizáltak. Mégis, a forrásaikat meghaladó hiteligények kielégítése céljából érdekeltek abban, hogy követeléseik forrásaikat meghaladó részét értékesítsék. Ez elvileg lehetséges közvetlen befektetők felé, vagy a másodlagos piacokon.

Az USA-ban ennek megfelelően olyan rendszer alakult ki, amelyet kétszintű jelzálogpiacnak is szoktak nevezni. Ez a folyamat jelentős kormányzati szerepvállalással valósult meg.

Az értékpapírosítás újszerű és nagyon hasznos technikát jelent a jelzáloghitelezésben, amire egyre inkább szükség is van. A helyi ismeretek szükségessége ezen a piacon az értékpapírosítás nélkül korlátozza egyes pénzforrások finanszírozásba történő bevonását. Biztosítási és nyugdíjalapok, de más pénzügyi intézmények, sőt ipari és szolgáltató vállalatok is igyekeznek bővíteni, szélesíteni befektetési portfóliójukat az ingatlanpiacon is. Számukra, valamint a kisbefektetők számára ezt a jelzáloghitelek értékpapírosítása teszi lehetővé azzal, hogy a jelzáloghiteleket a nyílt, s gyakran a szervezett piacokra viszi.

Figyelembe kell venni azonban, hogy különböző okok miatt ezek a piacok még nem feltétlenül elég hatékonyak és likvidek. A piaci hatékonyság és a likviditás növelése érdekében szükség van arra, hogy ezen piacokon a kormány közvetlenül vagy közvetve aktív szereplővé váljon. A sikereknek a biztosítás és az alapok szervezésének állami támogatása mellett ez egy harmadik, fontos kritériuma lehet.⁷

2.6. Jelzáloghitelek Magyarországon

A jelzáloghitelek jelzáloglevelekkel való finanszírozása Magyarországon a porosz minta alapján, de mintegy évszázados késéssel indult. Ez döntően arra vezethető vissza, hogy a jelzáloghitel alapját a föld szabad adásvétele és a megfelelő telekkönyvi nyilvántartás adja.

⁶ Lásd: Dr Osváth Piroska: Jelzáloghitelintézetek Németországban. *Pénzügyi Szemle* 1955. 11. szám.

⁷ Megjegyezzük, hogy a jelzáloghitelek értékpapírosításának mintájára más területeken is próbálkoznak hasonló finanszírozási módszerekkel. Például a kétes nemzetközi hitelek, vagy kétes belföldi hitelek eladásával. E megoldások elméleti kérdéseivel és franciaországi tapasztalataival részletesen foglalkozik Keszler Gábor: „A kétes hitelek problémája és a titrizáció” c. cikkében. *Bank Szemle*, 1995/3-4. szám

Magyarországon azonban csak a jobbágyfelszabadítás (1848) és az ősiségnek az 1852-es császári pátenstól történt végleges eltörlése teremtette meg a föld szabad adásvételének a lehetőségét.

Azt itt is felismerték, hogy a mezőgazdaság speciális igényeit csak hosszú lejáratú hitelek elégíthetik ki. A Bühring berlini kereskedő tervezete szerint Nagy Frigyes által 1769-ben létesített első záloglevél kibocsátó intézet (Landshaft) szervezetét és működését Gróf Desewffy Emil 1839-ben jelent XI. Alföldi levelében ismertette.⁸ Ezzel az ismertetéssel jelentős mértékben járult hozzá az 1844-ben készült törvényjavaslathoz, amely jelzálog-hitelintézet létesítésére vonatkozott, amelyet az országgyűlésen el is fogadtak, majd a király visszautasítása miatt mégis megbukott. 1856-ban az Osztrák Nemzeti Bank jelzálogosztályának működését Magyarországra is kiterjesztették. Ezzel azonban nem oldódott meg a magyarországi hitelszükségletek kielégítése. Ismételten felmerült emiatt egy magyarországi önálló földhitelintézet létrehozásának az igénye.

1862-ben meg is alakult a Magyar Földhitelintézet. Ez szövetkezeti alapon létesült, alapítványi tőkével indult és non-profit alapon működött. (A kamatokból származó jövedelmet az alapítványok visszafizetésére és tartalékok képzésére fordították.) Ez az intézet azonban a nagy- és középbirtokosok hitelszükségletét elégítette ki.

A kisbirtokosok hitelszükségletének kielégítését az 1872-ben alakult Kisbirtokosok Országos Földhitelintézete tűzte ki céljául.

1911-ben hívták életre a Földintézetek Országos Szövetségét, amelynek elsődleges célja a parcellázással, valamint a mezőgazdasági termeléssel kapcsolatos hitelígények kielégítése volt.

Az első részvénytársasági alapon működő profit-orientált, csak ezzel az üzletággal foglalkozó jelzálogintézet az 1869-ben alapított Magyar Jelzáloghitel Bank volt. Nagy mennyiségű jelzáloglevelet értékesített külföldön.

Az 1880-as évektől már számos pénzintézet foglalkozott jelzáloghitelezéssel és jelzálog levél kibocsátással Magyarországon. E jelzálog levelek egész Európában keresettek voltak.

Budapesten 1892-ben megalakították a Magyar Takarékpénztárak Központi Jelzálog Részvénytársaságát. Tevékenysége a jelenlegi USA-beli „alapok” szerepéhez hasonlított. Kapcsolata a kölcsönök felvevőivel közvetlenül nem volt.

A takarékpénztároktól gyűjtött jelzálog követeléseket, s ezekre bocsátott ki jelzálog leveleket.⁹

Az első világháborút követően a Magyarországon addig koronában nyújtott hitelek elértéktelepedtek. A jelzálogüzlet országunkban megszűnt, a hitelintézetek beszüntették működésüket.

1924-1925-ben történtek újabb jelzáloglevél kibocsátások Magyarországon, de a régi külföldi piacokat (Franciaország, Németország, Hollandia, Belgium) ez alkalommal Anglia, Svájc, Svédország és az USA váltotta fel, sokkal kisebb értéknagyságban.

Az 1929-33-as nagy gazdasági válság után már nem bocsátottak ki újabb jelzálogleveleket Magyarországon.¹⁰

1945 után a hosszú lejáratú jelzálogkölcsönök és az azokat nagyrészt finanszírozó jelzáloglevelek kibocsátása 1997-ig szünetelt. (A saját tulajdonú lakások s néhány egyéb épület – pl. üdülő – kivételével. Ezek a kölcsönök általában az állam által támogatottak és így kedvezményezettek voltak.)

Ahhoz, hogy az ingatlan – a földingatlant is beleértve – fedezetével nyújtott jelzáloghitelezés, valamint az ezt jelentős részben refinanszírozó jelzáloglevél kibocsátás többé-kevésbé megvalósulhasson, szükséges megteremteni a jogi és gazdasági feltételeket.

Az egyik legfontosabb jogi feltétel az ingatlanok eladhatósága, a megfelelően aktív ingatlanpiaccal, mint gazdasági feltétellel párosítva. Igazában csak ez teszi lehetővé a kölcsönök fedezetéül szá-

⁸ Gróf Desewffy Emil Alföldi levelek (1839–40) és néhány toldalék (1841) Budán 1842. 267. oldal – Nagy László József hivatkozása alapján” A záloglevél kibocsátás alapjául szolgáló törlesztéses kölcsön konstrukciójának a kialakulása” című tanulmányából. MNB, 1972. június.

⁹ Lásd: Sebők Éva: A magyarországi földhitelintézetek az első világháború előtti években. *Kereskedelmi Szemle* 1993. 34. évfolyam, 9–10. szám

¹⁰ Lásd: Spilákné Kértész Márta: A magyarországi értékpapírok története 1945-ig Magyar Tőzsde-alapítvány, Budapest 1989.

mító ingatlanértékek reális megállapítását. A másik fontos jogi feltétel az ingatlanok megbízható és naprakész nyilvántartása (telekkönyv) mellett az, hogy a kölcsönvevő nem teljesítése esetén a kölcsönrel terhelt ingatlan tulajdonjoga átruházható legyen.

A gazdasági feltételek közül a kellően aktív ingatlanpiac a földforgalom terén még nem bontakozott ki teljes mértékben. Ebből is fakad a túl alacsony földár színvonal, ami viszont akadály a földművelés megfelelő technikai és technológiai fejlesztésének. (A másik ok a mezőgazdasági termelés alacsony jövedelmezősége.)

Mindezek mellett is elmondható, hogy a jogi és gazdasági feltételek nagyrészt már kialakultak, illetve várhatóan néhány éven belül teljesen megteremtődnek.

Ezt feltételezve Magyarországon az 1997 évi XXX. törvény már rendelkezik a jelzáloghitel intézetről és a jelzáloglevélről. Az ilyen intézet alaptevékenysége a jelzáloghitelezés, valamint a kölcsönök refinanszírozását szolgáló jelzáloglevelek kibocsátása. Az intézet zömében a maga által nyújtott kölcsönökre bocsáthat ki a megengedett értékig zálogleveleket, de megvásárolhat más pénzintézetek által nyújtott jelzáloghiteleket is. Így tehát a német és az amerikai rendszer ötvözetéről van szó.

A törvény a hitelnyújtásra vonatkozóan fedezeti szabályba foglalja, hogy a nyújtott jelzáloghitelek állománya nem haladhatja meg az ingatlanok hosszú távra becsült értékének a 70 százalékát, s ebbe a bank által esetleg nyújtott garancia is beletartozik.

Az intézet ingatlanbefektetései a szavatoló tőke 5%-át csak átmenetileg haladhatják meg, s csak akkor, ha azokat felszámolás, vagy végrehajtás esetén, vagy vesztesége mérséklésére hitel-ingatlan cse-reügylettel szerezte meg.

A jelzáloglevelekre vonatkozó szabályozás szerint azok lehetnek bemutatóra, vagy névre szóló értékpapírok. A fedezeti szabály szerint fedezetként a jelzálog hitelbiztosítéki értékének (hosszú távra becsült értékének) 60 százaléka tekinthető. Ez a *rendes fedezet*. Emellett létezhet *pótfedezet* is, mint például a központi banknál zárolt számlán tartott pénz, állampapírok, stb. A rendes fedezetnek az összfedezet 80 százalékát kell kitennie. Eszerint hitellel nyújtott jelzáloghitel maximum 75 százaléka refinanszírozható. ($75 \times 0,8 = 60$)

Az intézet védelmét szolgálja az a rendelkezés, amelynek értelmében a piaci kamatok csökkentése esetén a fix kamatozású kölcsön lejárat előtti törlesztését visszautasíthatják. (Ezek fedezete ugyanis nagy valószínűséggel fix kamatozású jelzáloglevél, vagy egyéb forrás.)¹¹

A magyar jelzálog-hitelintézetek első képviselőjeként 1997-ben létrejött a Földhitel- és Jelzálogbank. Rt. Ezen intézet és a jelzáloghitelezés intézményi és feltételrendszere ma is a tapasztalatgyűjtés és formálódás állapotában van.

3. A JELZÁLOGKÖLCSÖNÖKKEL KAPCSOLATOS MATEMATIKAI SZÁMÍTÁSOK

A befektetők kalkulációinak kiinduló pontja az, hogy egységnyi pénz ma többet ér, mint egy későbbi időpontban, s egy későbbi időpontban többet ér, mint egy még későbbi időpontban. Ezen összefüggés akkor is érvényes, ha a pénz vásárlóereje nem csökken, hanem változatlan. Annak kiszámításánál, hogy a pénz egysége ma mennyivel ér többet, mint későbbi időpontokban, első megközelítésben eltekintenek az inflációtól, a pénz egységének vásárlóerejét változatlannak tételezik.

Látszólag ellentmondás van a fentiekben. Ha a pénz egységének vásárlóereje változatlan, egysége miért ér többet jelenleg, mint egy későbbi időpontban? Azért mert a pénz befektethető, s a befektetett pénzzel a jövőben általában a befektetett összegnél nagyobb összegre lehet szert tenni.

Arra a kérdésre, hogy egységnyi jövőbeni pénz hány egység jelenbeli pénzt ér, illetve hogy egységnyi jelenbeli pénz hány egység jövőbeni pénzt ér, (általában hány egységnyi jövőbeni pénzre lehet

¹¹ Lásd: Kiss Kornélia: A jelzálog-hitelintézetek működésének szabályozása *Bankszemle*, 1997. XLI évfolyama 2. szám

azt befektetéssel növelni), a jövőbeni pénz diszkontálásával, illetve a jelenbeli pénz felkamatozásával (több időszak esetén kamatos kamatszámítással) lehet megadni a választ. Eldöntendő, hogy mekkora diszkonttényezővel, azaz kamattal számolhatunk. Ez egyrészt mély gazdasági összefüggések eredménye, amelyek meghatározzák a kamatlábak nagyságát általában, másrészt attól függ, hogy a befektetők mekkora kockázattal számolnak. Nagyobb kockázat ugyanazon időpontban magasabb diszkonttényezőt, azaz kamatlábat jelent, mint az alacsonyabb kockázat. Eszerint különböző területeken, tehát általában eltérő kockázatú, vagy eltérő időben befektetett pénz értéke ma nagyobb, vagy kisebb mértékben ér többet, mint a jövőben.

Ezen összefüggés alapján azt mondhatjuk, hogy a jelzáloghitelezés esetében oly mértékben ér többet a jelenbeli pénz egysége a jövőbeni pénz egységénél, amilyen adott időpontban a hasonló kockázatú befektetések kamatlába, illetve alternatíva költsége.

A befektetések pénzügyeivel foglalkozó könyvekben általában elhelyeznek olyan táblázatokat, amelyek azt mutatják, hogy egységnyi jövőbeni pénz az idő és a diszkonttényező függvényében hány egység jelenbeli pénzt ér; illetve, hogy ugyanezen tényezők függvényében egységnyi jelenbeli pénz hány egység jövőbeni pénzzel egyenlő.

Mivel a jelzáloghitelek törlesztése egyszerre is, de leggyakrabban részletekben történik, szükség lehet arra, hogy számítani tudjuk egy jövőbeni összeg jelenértékét, valamint jövőbeni nem egyenlő, vagy egyenlő összegek sorozatának a jelenértékét. Ez utóbbi alapozza meg az örökjáradék, valamint az évjáradék számítását, amelyekre szükség van a részbefizetések nagyságának, a még hátralévő kölcsönösszeg bármely időpontban esedékes nagyságának, valamint annak a kiszámítására, hogy a részbefizetések mely része szolgál törlesztésre, illetve kamatfizetésre.

A későbbiekben, a befektetések un. visszafordítása kapcsán, valamint az elért tényleges hozadék számításához szükség lesz az un. belső megtérülési ráta és a nettó jelenérték kalkulációjára is.

3.1. A jelenérték számítása

Egy jövőbeni összeg jelenértékét úgy számolhatjuk ki, hogy az összeget elosztjuk $(1+i)^n$ -nel. E kifejezésben i az időszakra eső kamatlábat, n az időszakok számát jelöli. A tankönyvekben megtalálható egységnyi pénzre vetített jelenérték-tényező táblázatok kiszámításának módja a következő: (3/1. képlet)

$$JÉT_{in} = \frac{1}{(1+i)^n};$$

$$\left(PVF_{in} = \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

ahol $JÉT$ = egységnyi pénzre vetített jelenérték-tényező, i kamatláb és n periódus esetén,
 i = az időszakra vonatkozó kamatláb,
 n = a figyelembe veendő időszakok száma

Bármely időszakbeli érték (pénzösszeg) jelenértékét úgy kapjuk meg, hogy az összeget megszorozzuk az alkalmazandó jelenérték-tényezővel:

$$JÉ = (JÉT_{in})JöÉ$$

$$PV = (PVF_{in})(FV)$$

ahol $JÉ$ = jelen érték

$JÉT_{in}$ = az egységnyi pénzre vetített jelenérték-tényező, i kamatláb és n periódus esetén

$JöÉ$ = jövő érték

Példa egy jövőbeni összeg jelenértékére

Mi a jelenértéke 1 Ft-nak, amelyet 7 év múlva kapunk, s amelyet évi 10%-os kamattal kell diszkontálni?

A jelenértéktényező ez esetben 0,51316, az eredmény tehát:

$$\frac{1}{(1+0,1)^7}(1,0) = 0,51316(1,0) = 0,51316 \text{ Ft}$$

Tehát az az egy forint, amit 10% kamat esetén hét év múlva kapunk, jelenleg nagyjából 51 fillért ér. Más oldalról közelítve egy befektető ma 51 fillért fizetne egy olyan befektetésért, amit 7 év múlva várhatóan 1,0 forintért tudna eladni, s így évi 10 százalékos megtérülést hozna.

Példa a jövőben eltérő nagyságú összegek jelenértékének a számítására

Amennyiben egy ingatlanbefektetés a jövőben évente eltérő adózás utáni jövedelmet hoz, de az elvárt megtérülési ráta azonos, például 10% , az eltérő összegeket az adott évekre érvényes jelenérték tényezővel szorozzuk, s az egyes évekre így kapott eredményeket összegezzük:

Év	Jövedelem	JÉT (10%)	JÉ
1	10 000	0,90909	9 091
2	–	0,82645	–
3	15 000	0,75131	11 270
4	20 000	0,68301	13 660
Összesen	45 000		34 021

Arra az esetre, ha a megtérülési ráták az egyes évekre várhatóan eltérnek, természetesen az azoknak megfelelő jelenértéktényezővel kell kiszámítani a végösszegeket is.

A 3.1. képlet logikája szerint ugyanazon időpontbeli ugyanazon nagyságú jövőérték jelenértéke zérónál nagyobb diszkontráta esetén a jövőértéknél kisebb, s annál kisebb, minél nagyobb a diszkontráta. A fenti példában a jelenértékek összege 10 százaléknál nagyobb diszkontráta (alternatíva költség) esetén a fentebb számítotttnál kisebb, 10 százaléknál kisebb diszkontráta esetén annál nagyobb.

Ha ismerjük az eredetileg befektetett tőkét (C_0), és a tőke n -edik év végére felnövekedett értékét (C_n), azaz akkori jövőértékét, akkor kiszámíthatjuk azt a kamatlábat, amellyel a C_0 -at minden évben kamatos kamattal növelve megkapjuk a C_n -t, vagyis az n -edik év végére elért értéket. (3/2. képlet)

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

Ebből:

$$\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$$

Tehát:

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

Példa: Mekkora az évenkénti hozam, ha befektetésünk 5 év alatt megháromszorozódott?

Megoldás: $(1+i)^5 = \sqrt[5]{3} = 1,24573$

ebből $i = 24,573\%$

Ugyanezt a kamatlábat diszkontlábként is kiszámíthatjuk. Ismerve a jelenértéket és a jövőértéket egy negyedik periódus (év) végén, továbbá a diszkontálás fogalmát $\frac{C_n}{(1+i)^n}$, a feladat az i meghatározása a következő képletből:

(3/3. Képlet) $C_0 = C_n \frac{1}{(1+i)^n}$

Átalakítva: $\frac{C_0}{C_n} = \frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$

Átalakítva: $\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$

Átalakítva:

$$(1+i) = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} \quad \text{és} \quad i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

Bár a gyakorlatban ritkán fordul elő, hogy a kamatozási időszakot (a kamatozási periódusok számát) nem ismerjük de ismerjük a jelenértéket, a jövőértéket és a kamat (illetve a diszkontláb) nagyságát, mégsem érdektelen, hogy a kamatozási időszak nagyságát hogyan lehet kiszámítani. E feladatnál kiindulhatunk a 3/2. képletből: (3/4. képlet)

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

Átalakítva: $\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$

Mindkét oldal logaritmusát véve:

$$\log C_n - \log C_0 = n \log(1+i)$$

Ebből: $n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log(1+i)}$

Tíztes alapú logaritmussal (lg) számolva például:

Példa: Mennyi idő alatt (hány év múlva) lesz 400 ezer forintos betétünk jövőértéke 800 ezer forint, ha $i = 16\%$?

Megoldás: $800\,000 = 400\,000 (1 + 0,16)^n$

ebből: $\lg 800\,000 = \lg 400\,000 + n \lg (1 + 0,16);$

$$n = \frac{\lg 800000 - \lg 400000}{\lg 1,16} = 4,7 \text{ év}$$

A kamatlábat diszkontlábnak tekintve a diszkontláb kiszámítására ugyanezt a végső formulát kapjuk

Jól megjegyzendő, hogy ezek az összefüggések akkor érvényesek, ha adott jelenértéket ugyanazon kamatos kamattal számolva jutunk C_n -hez és megfordítva, ugyanazon kamatlábbal diszkontálva jutunk C_0 -hoz.

3.2. Nettó jelenérték

A befektetők abban érdekeltek, hogy növeljék gazdagságukat.

A gazdagságot pénz formában fejezzük ki. A *gazdagság viszonylagos nagyságát* adott időpontokban a jelenértékek viszonylagos nagysága mutatja. A gazdagság, mint javak és szolgáltatások mennyisége akkor is nőhet (és a termelékenység emelkedése folytán nő is), ha a jelenértékek összege nem változik, de azonos vásárlóerő mellett nagyobb jövőértékeket kapunk. Az a befektető, aki a befektetés kockázatával arányos, átlagos hozamot ér el, növeli gazdagságát, de nem növeli viszonylagos gazdagságát. A befektetések kiválasztásánál, a döntések során a befektetők számára általában az a cél, hogy viszonylagos gazdagságukat növeljék, vagy legalább megőrizzék. Ebből következik a befektetések kritériumának a meghatározása is. A befektetők általában arra törekszenek, hogy az azonos kockázatú más befektetéseknél magasabb hozamot érjenek el, vagy legalább hogy az általuk realizált hozam semmiképp se legyen alacsonyabb az adott területen átlagos hozamnál.

A várt átlagos hozamráta tölti be a tervezési és döntési folyamatban a diszkontráta szerepét. A becsült nettó bevételeket ezzel a várt átlagos hozammal diszkontálják (számítják át közös, egységes pénzre), azaz jelenértékre.

A tényleges eredmények, a jövőbeli nettó bevételek befektetésenként és az azonos kockázatú területek átlagaként is eltérhetnek a várt értékektől.

Azok a befektetők, akik az átlagosnál magasabb hozamrátát érnek el, növelik viszonylagos gazdagságukat is. A számításokat a várt, előre becsült eredmények alapján, és a tényleges eredmények alapján is az átlagos hozamrátaival való diszkontálással végezhetjük. (Megjegyzendő, hogy a befektetők általában kockázatkerülő magatartása miatt a nagyobb kockázatú befektetések átlagos várt – becsült – és tényleges hozama is magasabb, mint az alacsonyabb kockázatú befektetéseké.)

Egy-egy területen – (azaz azonos kockázatú befektetéseknél) azok a befektetések növelik a befektetők viszonylagos gazdagságát, amelyek hozama időszakra, több periódusra vonatkozó átlagos kamata, illetve átlagos diszkontrátája nagyobb, mint az azonos kockázatú befektetések összességére vetített átlagos hozam.

Ha tehát a jövőértéket az azonos kockázatú befektetések átlagos hozamával diszkontáljuk, a befektetések így kapott jelenértékeinek összege megegyezik a befektetett pénzek összegével.

$$\sum(PVF) = \sum C_0$$

Azonos területek egyes befektetéseinek a hozama (becsült, illetve tényleges) azonban rendszerint eltér a befektetések átlagos hozamától: annál lehet magasabb és alacsonyabb is. Az egyes befektetések évi átlagos hozamát *belső megtérülési rátának* nevezzük.

Az egyes befektetések belső megtérülési rátája – évi átlagos hozama – két ok miatt is eltérő éves hozamok eredménye is lehet.

Egyrészt azért, mert az egyes években eltérőek lehetnek az adott nagyságú kockázati szintekhez kapcsolódó (elvárt) kamatráták – hisz az általános reális kamatszínvonal változhat.

Másrészt azért, mert az általános kamatszint nem változik ugyan, de ugyanazon befektetéseknek különböző okok folytán évenként (periódusonként) eltérő a nettó jövedelem-összege. (Periódusonként eltérnek a jövőértékek!)

Ezekben a helyzetekben is fontos a befektetők számára és az egyes befektetések összehasonlításakor, hogy több éves időszakokban mekkora az egy évre eső átlagos hozam, azaz a *belső megtérülési ráta*.

Az alkalmazandó diszkontráta a jelenértékek számításánál a területenkénti (azonos kockázati szintenkénti) átlagos (várt, illetve tényleges) hozamráta. Az egyes befektetések belső megtérülési rátái ezzel azonban csak véletlenül eshetnek egybe, rendszerint többé-kevésbé eltérnek. Eltérések esetén a diszkontálandó jövőértékek is eltérőek az átlagostól, következésképpen az alkalmazandó diszkontrátával számított jelenértékük is alacsonyabb, egyenlő, vagy magasabb lehet a befektetett összegtől:

$$C_0 \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} PV_s$$

Vagyis, ha ugyanazzal az átlagos hozammal diszkontálunk, az egyes befektetések – jövőbeli, adott időszakra adott periódusszámmra várt, vagy ténylegesen eső tiszta bevételeinek diszkontált összege – azaz jelenértéke – eltérhet, és leggyakrabban el is tér a befektetett összegtől:

$$C_0 \begin{matrix} > \\ \equiv \\ < \end{matrix} PV_s$$

Az egyes befektetések jövőbeli nettó hozamai – pénzbeáramlásai – akkor is eltérhetnek, ha a befektetések összegei – a pénzkiráramlások – azonosak. A pénzbeáramlások és a pénzkiráramlások jelenértékeinek különbségét nevezzük nettó jelenértéknek (NPV) 3/5. képlet

$$NPV = PV - C_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+i)^t} - C_0$$

Ha adott valamely jövőbeli pénzáramlás – sorozat mai piaci ára (hogy tudniillik mennyit kell érte befektetni), meg tudjuk mondani, érdemes-e elcserélni (befektetni) a mai pénzt a jövőbeni pénzáramlásokért. A mai „ár” a 0. időpontbeli pénzáramlás.

Ha a nettó jelenérték pozitív, a jövőbeli pénzáramlás többet ér C_0 -nál, ezért viszonylagos gazdagságunk is növekszik. Ha a nettó jelenérték negatív, vagyunk, gazdagságunk viszonylag, s esetleg abszolút értékben is csökken. (Abszolút csökkenésről akkor beszélhetünk, ha a jövőértékek nem diszkontált összege kisebb C_0 -nál.)

Ha a nettó jelenérték nulla, akkor a befektetés hozama éppen átlagos, vagyis egyenlő azzal a hozammal, amellyel a jövőbeni pénzáramlásokat diszkontáljuk.

3.3. A belső megtérülési ráta

Ezt az összefüggést megfordítva azt is mondhatjuk, hogy adott befektetés jelenértékét ezen befektetés jövőbeni pénzáramlásaival úgy tudjuk azonosnak venni, ha megkeressük az ehhez szükséges diszkontrátát, vagyis a belső megtérülési rátát. Ennek számítása az $NPV = 0$ egyenlet alapján történik. Egy adott befektetéssel elért időben átlagos hozam (Internal Rate of Return – IRR) számítása tehát a következő összefüggés alapján történik:

$$NPV = PV - C_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+IRR)^t} - C_0 = 0$$

Egy befektetés belső megtérülési rátáját tehát úgy is meghatározhatjuk, mint azt a diszkonttényezőt, amely mellett az adott befektetés pénzkiráramlásának jelenértéke egyenlő pénzbeáramlásainak a jelenértékével.

A belső megtérülési ráta (IRR) kiszámítása gondot okozhat, ha $n > 2$. Megoldást csak iterációval, azaz a diszkontráta olyan értékének próbálkozásokkal való keresésével kapunk, amely mellett az

egyenlőség fennáll. (Számítógépek segítségével az ehhez szükséges funkció megléte esetén ez a feladat már könnyebb.)

Példa a nettó jelenérték számítására: (diszkontláb 10%)

Év	Nettó jövedelem	PVF	PV	Kiadások C_0
0	–	–	–	32 000
1	10 000	0,90909	9 091	–
2	–	0,86645	–	–
3	15 000	0,75130	11 270	–
4	20 000	0,68031	13 6,6	–

PV összesen: 33 967

– C_0 32 000

NPV (nettó jelenérték): 1 967

Példa a belső megtérülési ráta számítására

– Mennyi lesz a fenti pénzáramlások nettó jelenértéke 11%-os diszkontráta mellett?

Eredmény: $PV = 33\ 155$, tehát az $NPV = 33\ 155 - 32\ 000 = 1\ 155$

– Mennyi lesz az NPV 12,5%-os diszkontráta mellett?

Eredmény: $PV = 31\ 910$; $NPV = 32\ 000 - 31\ 910 = -90$

Az IRR tehát valamivel 12,5% alatt van.

Az iterációs módszer alkalmazása esetén a következő eljárást kell követni:

Ha egy adott diszkontrátával kapott NPV pozitív, a diszkontrátát növelni kell. Ellenkezőleg, negatív nettó jelenérték esetén csökkentett diszkontrátával lehet újra elvégezni a számítást.

Mint fentebb már említettük, a befektetők általános elvárása az, hogy növeljék viszonylagos gazdagságukat, de az semmiképp se csökkenjen, vagyis egy-egy befektetéssel nettó jelenértékre tegyenek szert, de az semmiképp se legyen negatív. Ehhez azonban el kell érniük az adott területen (az azonos kockázatú) eszközölt befektetések átlagos hozamát, illetve annál nagyobb belső megtérülési rátát.

Példa a) Adott területen adott időpontban a kockázatot figyelembe véve az általában elvárt hozam 10%. A pénzáramlások az alábbiak:

Év	Befektetés	Nettó bevételek	PVF	PV
0	-40 000	–	–	-40 000
1	–	11 001	0,909	10 000
2	–	12 106	0,826	10 000
3	–	13 316	0,751	10 000
4	–	14 641	0,683	10 000

Összes nettó bevétel: 51 046

Nettó jelenérték (NPV): 0

Mivel számításainkban feltételeztük a pénz vásárlóerejének állandóságát, megállapítható, hogy az adott pénzáramlások esetén a befektető abszolút gazdagsága 11 064-el nőtt. ($51\ 064 - 40\ 000$)

Mivel a nettó jelenérték nulla, viszonylagos, területen belüli gazdagsága változatlan. Ez egy határeset, s dönteni lehet a befektetés mellett, vagy ellen.

Példa b)

Év	Befektetés	Nettó bevételek	PVF	PV
0	-40 000	–	–	-40 000
1	–	11 099	0,909	10 089
2	–	12 315	0,826	10 072
3	–	13 679	0,751	10 273
4	–	15 175	0,683	10 365
Összes nettó bevétel:		52 268		
Nettó jelenérték (NPV):				899

Fentiek alapján a befektető abszolút gazdagsága 12 268-cal nő. Területen belüli viszonylagos gazdagsága is nőtt, mert a befektetés nettó jelenértéke plusz 899.

Példa c)

Év	Befektetés	Nettó bevételek	PVF	PV
0	40 000	–	–	-40 000
1	–	10 905	0,909	9 913
2	–	11 876	0,826	9 810
3	–	12 953	0,751	9 728
4	–	14 124	0,683	9 647
Összes nettó bevétel:		49 585		
Nettó jelenérték (NPV):				-902

A táblázat adatai alapján elmondható, hogy a befektető abszolút gazdagsága 9 858-al nőtt (49 858 – 40 000), de az azonos területen (kockázattal) befektetők között viszonylagos gazdagsága csökkent, mert a befektetés nettó jelenértéke -902 lett.

Kiszámítható, hogy a példa a) részében az adott befektetés belső megtérülési rátája 10%, tehát éppen akkora, mint az elvárt (átlagos) hozam. Következésképpen ugyanazon jelenértékre diszkontálódnak a jövőbeni nettó jövedelmek a diszkontráta és a belső megtérülési ráta alkalmazásával is.

Ugyancsak kiszámítható, hogy a b) táblázat adatai alapján a belső megtérülési ráta 11%; tehát az adott befektetés hozama nagyobb, mint a terület átlagos hozamrátája. Ebből adódik a pozitív nettó jelenérték. Arról is meggyőződhetünk, hogy a jövőértékeket (a nettó bevételeket-pénzbeáramlásokat) 11%-kal diszkontálva nulla jelenértéket kapunk.

A c) táblázat által jellemzett befektetés belső megtérülési rátája 9%, mert ezzel kellene diszkontálni a jövőértékeket (nettó pénzbeáramlásokat) hogy a nettó jelenérték éppen nulla legyen. Mivel azonban ez alatta marad a terület elvárt hozamának, a nettó jelenérték negatív.

3.4. Speciális pénzáramlás – sorozatok (járadékok) jelenértéke

Gyakran előfordul, hogy szabályos időszakonként (periódusonként) személyeknek vagy intézményeknek, stb. azonos összegeket kell kifizetniük, vagy azonos összegeket kapnak. A rendszeres időközönként ismétlődő azonos nagyságú, vagy azonos mértékben változó (növekvő) pénzáramlások sorozatát járadék(ok)nak nevezzük.

Az esedékes összeg – pénz be-, vagy kiáramlás – a járadéktag, a pénzáramlások közötti időszakok neve a járadékköz.

Ha a pénzáramlás-sorozat örökké esedékes (nincs előre meghatározott száma), akkor örökjáradékról van szó, ha a sorozat meghatározott számú, akkor annuitásról, évjáradékról. Akkor is annuitásnak

nevezzük a meghatározott számú sorozatokat, ha a periódusok – járadékközök – hossza nem egy év, hanem például egy hónap, egy hét, stb.

Abban az esetben, ha a járadéktagok járadékközönként azonos ütemben nőnek, növekvő tagú a járadék.

A járadékok jelenértékét – amennyiben a diszkontáláshoz használt kamatláb minden járadéktagra (minden időpontra) azonos – egyszerű képletek felhasználásával tudjuk kiszámítani.

Élve azzal a feltételezéssel, hogy a kamat – illetve diszkontláb változatlan, az örökjáradék fizetését adott összeg befektetésével, kamatoztatásával lehet biztosítani. Például fix kamatozású, le nem járó kötvényt vásárolva a járadékközre eső kamat teszi ki a járadéktagot.

Példa: Mekkora összeget kell befektetnünk, hogy az évente fizetett örökjáradék 100 pénzegység legyen?

Megoldás: Ha a kamatláb 10%; 1 000 pénzt; ha a kamatláb 5%, akkor 2 000 pénzt, mert ezen összegek kamata lesz évente 100, 200, stb.

$$[(1\ 000)(0,10) = 100 ; (2\ 000) (0,05) = 100]$$

Ezt az összefüggést általánosítva, a művelet megfordításával, tehát a járadéktagok adott kamatlábbal, (és annak figyelembe vételével, hogy hányadik járadékközről van szó) való diszkontálásával az örökjáradék jelenértékét kapjuk.

Példa:

10%-os kamatláb esetén

$$C_0 = PV = \frac{100}{0,10} = 1000$$

5%-os kamatláb esetén

$$C_0 = PV = \frac{100}{0,05} = 2000$$

Általánosítva $C_0 = PV = \frac{C}{i}$

ahol C = járadéktag
 i = hozamráta

(Feltételezzük, hogy az első fizetés (pénzáramlás) egy járadékköz elteltével például az első év elteltével történik, hiszen a járadékközre eső hozamot fizetik.)

Mindezt matematikai formába öntve:

a)
$$PV = \frac{C}{(1+i)} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots$$

Ebből:

b)
$$PV = \frac{C}{1+i} \left[1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots \right]$$

Mindkét oldalt $\frac{1}{1+i}$ -vel beszorozva:

$$c) \quad PV \times \frac{1}{1+i} = \frac{C}{1+i} \left[\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots \right]$$

b)-ből levonva c)-t

$$PV \left[1 - \frac{1}{(1+i)} \right] = \frac{C}{(1+i)}$$

$$PV \left(\frac{1+i-1}{1+i} \right) = \frac{C}{1+i}$$

$$PV = \left(\frac{i}{1+i} \right) = \frac{C}{1+i}$$

$$PV = \frac{C}{i}$$

Az eredmény tehát az, hogy C járadéktagú örökjáradék értéke egyenlő $\frac{C}{i}$ -vel.

A fentebbi számpéldákból látható, hogy magasabb hozam esetén ugyanazon nagyságú örökjáradék jelenértéke alacsonyabb, míg alacsonyabb hozam mellett magasabb. Ez nem meglepő, hiszen a jelenérték számítás alapösszefüggését tükrözi. Az örökjáradék jelenértéke azonban pontosan fordítottan arányos a hozamrátaival, mert a pénzáramlások nagysága egyenlő. A nem szabályos pénzáramlás sorozatoknál (ahol a pénzáramlások nagysága eltérő), csak az összefüggés iránya állapítható meg a hozamráták függvényeként.

Különböző okok folytán olyan örökjáradék-konstrukciók is előfordulnak, amelyekben a járadéktagok minden fizetéskor adott arányban – százalékkal – meghaladják az előző összegek nagyságát. (Például az infláció semlegesítése révén a járadéktag vásárlóerejének változatlanul tartása, vagy egyéb megfontolásból a járadéktag vásárlóerejének növelése is cél lehet.)

Példa: Egy gazdag és adományozó hajlamú személy a gazdaságtudományi oktatás színvonalának még további emelése céljából örökjáradékot kíván biztosítani a BKVE-nek. Ezt fix hozamot biztosító államkötvények vásárlásával teszi. A ma örökre ígért évi hozam 10%. Feltételezi azonban, hogy a bérék reálértéke évente 3 százalékkal egyenletesen fog nőni, s így is biztosítani akarja egy kiváló professzor fizetését beláthatatlan ideig. Egy professzori fizetés jelenleg évi 2 500 000 forint. Mekkora összegben kell ma államkötvényeket vásárolnia? (A munkahely munkabérre vetített kötelező TB., stb. befizetéseitől eltekintünk.)

Megoldás: Növekvő tagú örökjáradékról van szó, ahol a járadéktagok állandó ütemben ($g\%$ -kal) növekednek és a sorozat a végtelenig tart.

Jelenértéke:
$$PV = \frac{C_i}{(i-g)}$$

A képlet számlálójában C_i szerepel, hiszen a járadéktagok (C -k) nagysága változó! Azt is meg kell jegyezni, hogy a képlet csak akkor használható, ha a várható hozam (i) nagyobb, mint a járadéktagok növekedési üteme g ($i > g$). Ha megegyező nagyságúak lennének, vagy a járadéktag növekedési üteme nagyobb lenne a hozamnál: $i < g$; a mértani sor, amelyből az összefüggés levezethető, már végtelen nagyságú lenne. (Az örökjáradékok jelenértéke ugyanis egy mértani sor !)

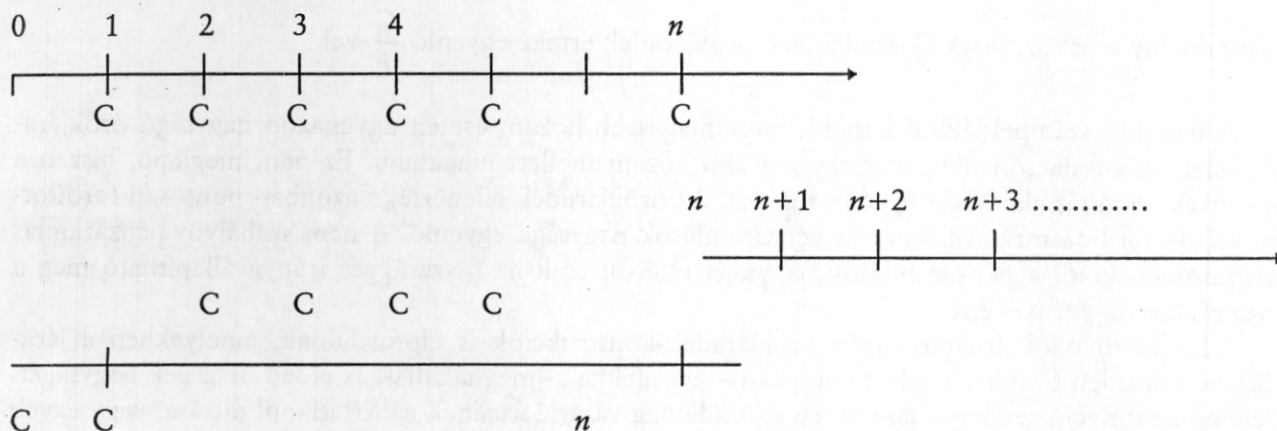
A számítás eredménye:

$$PV = \frac{2\,500\,000}{(0,10 - 0,03)} = 35\,714\,286 \text{ forint}$$

Az adományozónak tehát jelenleg majdnem 36 millió forintot kell kötvényekbe fektetnie. (Ha a járadéktag nem nő évi 3%-kal, a jelenérték csupán 25 millió!)

Mi lesz egy olyan örökjáradék jelenértéke, amelyet csak adott számú járadékköz (időszak) elteltével kezdenek fizetni? Annak az időszaknak az elején, amelyben a járadék fizetése megkezdődik, (ha n számú járadékköz elteltével kezdődik az örökjáradék fizetése, az n -edik időszak végén) az örökjáradék akkori jelenértéke szintén a $PV = \frac{C}{i}$ képlettel számítható. Az így kapott összeg a jelen pillanatban azonban jövőérték, hiszen az n -edik időszak végére érvényes. Az igazi jelenre tehát diszkontálni kell a várt hozamnak és az n számának megfelelően.

A fentieket az alábbi ábrával lehet szemléltetni:



Példa:

a) Mi a jelenértéke az n -edik év végén annak a 100 összegű örökjáradéknak, amelyet először az $(n+1)$ -dik év végén fizetnek, ha a várt hozam 10%?

Megoldás:

$$PV_n = \frac{C}{i} = \frac{100}{0,10} = 1000$$

b) Mi ennek a 0. időpontra diszkontált jelenértéke, ha $n = 6$ és a várt hozam 10%?

Megoldás:

$$PV_{(0)} = PV_{(n)}(PVF_{6\text{év}, 10\%}) = PV_{(n)} \cdot \frac{1}{(1 + 0,1)^6}$$

$$PV_{(0)} = 1000 \times 0,56447 = 1000 \cdot \frac{1}{1,77156} = 564,47$$

c) Mi a 0. időpontra diszkontált jelenérték, ha $n = 6$; az n -edik időpont végétől várt hozam pedig 7%?

Megoldás:

$$PV_{(0)} = PV_{(n)}(PVF_{6\text{év};7\%}) = PV_{(n)} \cdot \frac{1}{(1+0,07)^6}$$

$$PV_{(0)} = 1000 \times 0,66634 = 1000 \cdot \frac{1}{1,07^6} = 666,34$$

Felvetődhet a kérdés úgy is, hogy mi annak a C járadéktagú pénzáramlásnak a jelenértéke, amely az első év végén kezdődik, és a 6. év végéig tart, vagyis amikor $n = 6$? Mivel ez a sorozat meghatározott számú, – mint már említettük – annuitásnak nevezzük: az annuitás meghatározott időtartam alatt egyenlő járadékközönként, például évente történő azonos járadéktagú pénzáramlás-sorozat.

Az ilyen pénzáramlás-sorozat jelenértéke kiszámítható úgy, hogy az egyes pénzáramlásokat a hozam és járadékköz sorszámának megfelelően diszkontáljuk, és a kapott jelenértékeket összeadjuk. (Lásd a jelenérték számításról írottakat!)

Abban az esetben, ha a járadéktagok száma nagy, a jelenérték számítás meglehetősen munkaigényes. Abban az esetben azonban, ha a diszkontáláshoz használt kamatláb minden járadéktagra azonos, az örökjáradékhoz hasonlóan az évjáradék jelenértékét is egyszerű képlettel lehet kiszámítani.

Abból lehet kiindulni, hogy kiszámítjuk egy, a 0. időpontban kezdődő örökjáradék jelenértékét és egy, az annuitás utolsó pénzáramlásakor kezdődő örökjáradék jelenértékét. Tudjuk, hogy a 0. időpontban kezdődő örökjáradék jelenértéke $\frac{C}{i}$. Az előző példából láttuk, hogy az $n+1$ -edik időpont-

ban kezdődő örökjáradék jelenértéke $\frac{C}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$. Ebből az következik, hogy az n tagú évjáradék jelenértékét úgy is kiszámíthatjuk, hogy a 0. időpontban kezdődő örökjáradék jelenértékéből levonjuk az $n+1$ -edik időpontban kezdődő örökjáradék 0. időpontra diszkontált jelenértékét:

$$PVA_{i,n} = \frac{C}{i} - \frac{C}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^n}$$

Ebből:

$$PVA_{i,n} = C \left[\frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)^n} \right]$$

Ha a járadéktagot 1-nek vesszük, az annuitás jelenértéke: $\frac{1}{i} - \frac{1}{i(1+i)^n}$ lesz.

Az 1 forint járadéktagú annuitás jelenértékét kifejező számot annuitástényezőnek nevezzük (Present Value Factor of Annuity PVFA). A jelenérték tényező táblázatokhoz hasonlóan a tankönyvek gyakran tartalmaznak annuitástényező táblázatokat is. Ezekkel most is számítási munkát takaríthatunk meg. Igazán nagy segítséget jelentettek akkor, amikor ezek elvégzéséhez még nem álltak rendelkezésre kalkulátorok és számítógépek.

Példa: annuitás jelenértékének a számítására:

a) Mennyit ér ma a 10 éven keresztül évente 100 000 forintot fizető annuitás, ha az éves hozam (diszkontláb) 8%?

Megoldás:

$$PV = 100\,000 \cdot \left[\frac{1}{0,08} - \frac{1}{0,08(1+0,08)^{10}} \right] =$$

$$= 100\,000 \cdot \left(12,5 - \frac{1}{0,17271} \right) =$$

$$= 100\,000(12,5 - 5,79) =$$

$$= 6,71(100\,000) = 671\,000$$

b) Mekkora évjáradékra ad fedezetet 6 éven keresztül a ma e célra befektetett 3 millió forint, ha a hozam (diszkontráta) 14%?

Megoldás:

$$3\text{millió} = C \cdot \left[\frac{1}{0,14} - \frac{1}{0,14(1,14)^6} \right] = C \cdot PVA_{14\%;6\text{év}} = C \cdot 3,889$$

$$C = \frac{3\text{millió}}{3,889} = 0,7414407\text{millió}$$

c) Az annuitásszámítást a leginkább talán a kölcsöntörlesztések részleteinek számításánál használjuk.

Például: Mekkora éves törlesztőrészletet (törlesztés plusz esedékes kamat) kell fizetni, ha az éves kamat 15% és a 3 milliós kölcsönt 7 év alatt kell kamatostul visszafizetni?

Megoldás:

$$3\text{millió} = C \cdot PVFA_{15\%;7\text{év}} = C \cdot 4,16$$

$$C = \frac{3\text{millió}}{4,16} = 0,721154\text{millió}$$

Itt arról van szó, hogy az adott kölcsönösszeg a jelenérték, s adott kamatlábat feltételezve mekkora jövőbeni, szabályos – évente, havonta, stb. – pénzáramlások jelenértéke egyenlő a kölcsönösszeggel!

3.5. A kölcsönök törlesztőrészleteinek számítása.

A kamatszámítás és a diszkontálás egyes esetei.

A 3. fejezetben az ingatlanbefektetések finanszírozása kapcsán arról volt szó, hogy az ingatlanbefektetések hitellel való finanszírozása során a hitel biztosítéka (collateral) szinte mindig a vásárolt, vagy épített ingatlan. Természetesen az is előfordulhat, hogy ingatlan vásárlását, vagy építését vállalatok, intézmények s esetleg személyek is olyan kölcsönrel finanszírozzák, amelyhez az ingatlant nem kell biztosítékként bejegyezni. Ezek azonban ritkán előforduló „szabályostól” eltérő esetek.

Másrészt hangsúlyozni kell, hogy azok a hiteltörlesztési konstrukciók, amelyekről a jelzálogkölcsönök fajtáinál szót ejtettünk, a nem jelzáloggal biztosított hiteleknel is létezhetnek. Ennek folytán azokat általánosan, hiteltörlesztési konstrukcióknak nevezhetjük.

A pénz időértékének (jelenérték, jövőérték, nettó jelenérték, járadékok jelenértéke) tárgyalása során hozamról beszéltünk, amelynek rátáját a jövőérték számításakor kamatnak, a jelenérték számításakor diszkontrátának neveztük. A kamatszámításnak és diszkontálásnak azonban számos változata van. A jövőbeli tisztánlátás és az egységes és egyértelmű fogalomhasználat érdekében az alábbiakban áttekintjük a témánk szempontjából legfontosabb ismereteket.

3.5.1. Névleges kamatláb

Az eddigiekben jellemzően az egy éves időszakra esedékes kamatlábat használtuk a pénzáramlások felnövekvő értékének (jövőértékének) illetve jelenértékének a számításához. Ez a kamatláb a befektetett pénz (a tőke) egységének 1 év alatti növekménye. Mivel számításánál viszonyítási alapnak a befektetett pénz névértékét vesszük, névleges kamatlábnak nevezzük. Eszerint a névleges kamatláb a kezdő tőke százalékában kifejezett éves növekmény.

Példa:

$$\frac{\text{Kamatösszeg}}{\text{Kezdő tőke}} = i; \quad \frac{15}{100} = 0,15 = 15\% \quad \text{névleges kamatláb}$$

A névleges kamatlábat – ha nincs kifejezetten megjelölve más időtartam – mindig egy éves időszakra vonatkoztatjuk, s a kamat elszámolása is mindig egy év elteltével történik. Azt a mértéket, amely egységnyi pénz egy év alatti felnövekedett értékét jelzi, egyéves kamattényezőnek nevezzük. Ez egyenlő 1 plusz a kamatlábbal: $(1+i)$. Természetesen más, egy évnél rövidebb időtartamokra (például fél év, egy hónap, egy nap, stb.) megadott kamatlábak is vannak, amikor a kamatfizetések gyakorisága (a kamatok elszámolása) is ennek megfelelően történik. Ezekre később részletesebben kitérünk. Előbb azonban a névleges és reálkamatláb viszonyát tekintjük át.

3.5.2. Névleges és reálkamatláb

Az elmúlt években jól megfigyelhető volt, hogy a névleges kamatlábak Magyarországon együtt változtak az infláció mértékével. Magasabb inflációs ráta esetén a névleges kamatlábak is magasabbak voltak és megfordítva, amikor csökkent az infláció üteme, a névleges kamatlábak is csökkentek.

Erre az a magyarázat adható, hogy a pénzbefektetők befektetéseik révén növelni akarják gazdagságukat, ami csak úgy következik be, ha pénzük az idő előrehaladtával nagyobb vásárlóerőt képvisel. Mint erre már utaltunk, a gazdagság növelésének elvárt mértéke számos tényezőtől függ, s ezek alakulásától függően változik általában is a befektetők által a gazdagságuk növekedésének általában elvárt mértéke, más szavakkal a kamatszint általános reális (vásárlóerőben kifejezett) nagysága. Adott reálkamat színvonal mellett az egyes befektetések kockázatától függ ezek reális hozamának általában elvárt mértéke. Nagyobb kockázat esetén magasabb a befektetők által elvárt hozamráta.

Az infláció rátája egyenlő a pénzegység vásárlóerő alakulásának (általában csökkenésének) a reciprokával. Ha a pénz egységének a vásárlóereje most az egy évvel ezelőttinek 90 százaléka, akkor

az infláció számított üteme $1/0,9 = 1,111$; azaz 11,1% és megfordítva, ha az infláció (általános drágulás) üteme 11%, a pénz vásárlóerejének csökkenése $1/1,11 = 0,9009$; azaz 9,009%.

Abból, hogy a pénzbefektetők tényleges gazdagságukat akarják növelni, az következik, hogy a névleges kamatlábak (a névleges hozamok) megállapításakor számolnak a várható – és hangsúlyozni kell, hogy várható – infláció mértékével. Ha például a rendelkezésre álló adatok alapján általában arra számítanak, hogy az infláció 0%-os lesz, s reális hozamként (a gazdagodás tényleges rátájaként) 3%-ot várnak el, a névleges kamatlábat is 3%-ban állapítják meg. Ha a reális hozam elvárás 3%, de a várt (becsült) egy éves infláció 5%; a névleges kamatlábat $1,03 \times 1,05 = 1,0815$ azaz 8,15%-ban állapítják meg. Ha a becsült infláció a befektetés időpontjában kezdődő egy év végére 30%, a névleges kamatlábat $1,03 \times 1,30 = 1,339$ azaz 33,9%-ban állapítják meg.

Általános megfogalmazásban: a névleges kamatlábat úgy állapítják meg, hogy azt a várt inflációs rátával módosítva a reális kamatlábhoz jussanak. (Fisher tétele)

(Kiseb inflációs várakozások esetén az elvárt reálkamat és a várt infláció rátáját általában csak összeadják. Egyesek számára ez túlzott nagyvonalúságnak tűnhet. Ha azonban tudatában vagyunk annak, hogy a várt infláció becslésében ennél lényegesen nagyobb lehet a pontatlanság, a módszer megengedhetőnek látszik.)

Jól meg kell jegyezni az infláció ütemének alakulása és a névleges kamatláb alakulása közötti összefüggést! Az infláció önmagában nem, csak ütemének a növekedése váltja ki a névleges kamatláb növekedését! Az infláció megléte, de ütemének változatlansága esetén a névleges kamatláb is változatlan (ha feltételezzük az elvárt reálkamat változatlanságát); az infláció megléte, de ütemének csökkenése esetén pedig a nominális kamatláb is csökken! Ezt az alábbi adatokkal szemléltetjük:

Év	Infláció (%)	Névleges kamatláb (%)
0	0	3,00%
1	5	$1,03 \times 1,05 = 1,0815$ ----- 8,15%
2	30	$1,03 \times 1,30 = 1,3390$ ----- 33,90%
3	25	$1,03 \times 1,25 = 1,2875$ ----- 28,75%
4	20	$1,03 \times 1,20 = 1,2360$ ----- 23,60%
5	20	$1,03 \times 1,20 = 1,2360$ ----- 23,60%

3.5.3. Diszkont és diszkontláb

Amikor a jövőértéket, illetve a jelenértéket számoljuk (utóbbi esetben diszkontálunk) a kamatrátát, illetve a diszkontrátát megegyezik. Ezt a jövőérték és a jelenérték számításánál már láttuk. Ezideig a diszkontálásnál is egy éves periódusokat feltételeztünk.

Az egy éves diszkonttényező azonban a kamattényező reciproka: $\frac{1}{1+i}$.

Azt fejezi ki, hogy a jelenbeli tőkeérték hányszorosa az egy év múlva esedékes tőkének, azaz hogy mekkora az 1 év múlva esedékes 1 forint 0. időpontbeli értéke.

Illusztrációként tételezzük fel például, hogy jelenleg egy olyan kincstárjegyet vásárolunk 8800 forintért, amely egy év múlva 10 000 forintot ér (ennyit fizetnek érte). Nyilván azért kell érte a tízezres mérték helyett most kevesebbet fizetni, mert a most befektetett tőke kamatozódik fel egy év alatt tízezerre. A tízezerből levont kamat (illetve a 8800 befektetéssel egy év alatt megszerezhető kamat) a diszkont. A diszkontot a *jövőbeli értékhez* viszonyítva a diszkontlábát kapjuk. (A befektetés összegéhez viszonyítva viszont a kamatláb adódik.)

$$\text{diszkontláb}(d) = \frac{\text{Levont kamat (Diszkont)}}{\text{Tőke jövőértéke } (C_1)}; \quad d = \frac{1200}{10\,000} = 0,12$$

$$\text{Kamatláb}(i) = \frac{\text{Hozzáadott kamat}}{\text{Tőke jelenértéke } (C_0)} = \frac{12\,000}{8800} = 0,1364$$

A fenti eset alapján az egy év múlva esedékes összeg, a 10 000 jelenértéke a 8800. Az eddigi je-
lölésekkel:

a) $PV = C_0 = C_1(1-d)$ Ez jelenérték számítás

$$8800 = 8800 = 10\,000(1-0,12)$$

A 8800 jövőértéke:

b) $FV = C_1 = C_0(1+i)$ Ez jövőérték számítás

$$10\,000 = 10\,000 = 8800 \left(1 + \frac{1200}{8800} \right) = 8800 \cdot (1 + 0,1364) = 10\,000$$

Ebből:

$$C_0 = \frac{C_1}{(1+i)}$$

c) a) -ból és b) -ből:

$$C_0 = C_1(1-d) = \frac{C_1}{(1+i)}; \text{ majd } C_0 \text{ mindkét itteni kifejezését}$$

$$C_1 \text{ -el elosztva: } 1-d = \frac{1}{(1+i)}$$

Látható, hogy az egyenlet jobb oldala az egy éves diszkonttényező, illetve jelenérték tényező: PVF !

A c) pont eredményeként adódó képletből $[1-d = \frac{1}{(1+i)}]$ kifejezhető a kamatlábbal egyenértékű
diszkontláb:

$$d = \frac{i}{(1+i)}$$

illetve a diszkontlábbal egyenértékű kamatláb:

$$i = \frac{d}{(1-d)}$$

A kamatláb és a diszkontláb értelmezéséből és a fenti két képletből következően is mindig a disz-
kontlábnál nagyobb kamatláb és a kamatlábnál kisebb diszkontláb fedti ugyanazt az összeget:

kamatláb > vele egyenértékű diszkontláb

Példa:

- a) Mekkora éves diszkontláb felel meg 15%-os éves kamatlábnak?

Megoldás:

$$\frac{0,15}{1,15} = 0,1304 \text{ azaz } 13,04\% \text{ diszkontláb}$$

- b) Egy év múlva lejáró váltónk névértéke 10 000 forint.
Mennyit kapunk érte ma, ha az éves diszkontláb 15%? Mekkora éves kamatlábat jelent ez?

Megoldás:

$$10\,000(1 - 0,15) = 8500 \text{ forintot kapunk ma.}$$

$$\frac{0,15}{1 - 0,15} = 0,17647 \text{ azaz } 17,65\text{-os kamatlábat jelent.}$$

- c) Mekkora az éves diszkonttényező az a) és b) variációnál?

Megoldás:

$$\text{a) } (1 - 0,1304) = 0,8696 \quad \text{illetve} \quad \frac{1}{1 + 0,15} = 0,8696$$

$$\text{b) } (1 - 0,15) = 0,85 \quad \text{Illetve} \quad \frac{1}{1 + 0,1765} = 0,85$$

Látható, hogy a diszkontláb a diszkontálás levonásos módszeréhez kapcsolódik. A diszkontáláshoz azonban gyakrabban alkalmazzák a kamatlábat, amit ilyenkor diszkontrátának is neveznek. Ezt használják fel a diszkonttényező (jelenérték-tényező) kiszámításához is.

3.5.4. Egyszerű kamatozás és kamatos kamatozás

A jövőérték számítása kapcsán már volt szó arról, hogy ha egy befektetés több periódus utáni értékét számoljuk, akkor minden egyes periódus után a kamattal felnövelt összeget vehetjük az újabb periódusban a befektetett tőkének és azt kamatoztatjuk. Eddigi példáinkban – ha azok nem csupán egy periódusra vonatkoztak – így jártunk el. Ezt kamatos kamatozásnak nevezzük.

Akkor azonban, ha az egyes periódusok végén a kamat összegét felvesszük és valamire felhasználjuk – nem fektetjük be újra az előtte lévő periódusban befektetett tőkét felnövelve és így kamatoztatva – akkor egyszerű kamatozásról van szó.

Utóbbi esetben minden periódus végén felvesszük a kamatot, de nem fektetjük be (nem kamatoztatjuk) az alaptőkével együtt. Így a tőke értéke a második év végére $1 + i + i$ lesz. (A kamatokat nem fektetjük be, de az alaptőke után minden periódusban jár az esedékes kamat.)

Ha a kamatot újra befektetjük, akkor az első időszak végére a tőke $1 + i$ lesz, a második időszak végére viszont már $(1 + i)(1 + i) = (1 + i)^2$ és így tovább. Ily módon magasabb a tőkenövekmény. Ez a kamatos kamatozás.

Ha tehát a tőke kamatait minden periódus végén kifizetik (nem adják hozzá az induló tőkéhez), valamely kezdő tőke n év alatt felnövekedett értékét egyszerű kamatozással számítjuk:

$$C_n = C_0(1 + n \cdot i)$$

ha ellenben a tőke kamatait minden évben újra befektetik (hozzáadják a kezdő tőkéhez és az így felnövelt összeget kamatoztatják a következő periódusban), akkor kamatos kamatszámítással kapjuk meg a kezdő tőke n év alatt az n -edik év végére felnövekedett értékét:

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

3.5.5. Kamatszámítás és diszkontálás egy évnél rövidebb kamatozási időszakra

Az egy évnél rövidebb kamatozási időszakra a számítás két alapfeltevésből indulhat ki.

Feltételezzük, hogy a tört (egy évnél rövidebb) időszakban lehetőség van a kamatos kamat számításra (illetve diszkontálásra) s az éves névleges kamat ennek az eredménye, illetve diszkontálásnál az éves névleges eredmény a kiindulópont. Ebből az következne, hogy az éven belül a jövőérték az időarányosnál kisebb, hiszen az éves névleges kamat a kamatos kamatszámítás eredményként adódik. Hasonlóan alakulnak az időarányos jelenértékek is.

Ezt a számítási módszert speciális területen alkalmazzák ugyan, de a bankbetétek illetve a kölcsönök utáni kamatok számításánál nem.

Utóbbiaknál az egy évnél rövidebb időszakra vonatkoztatott kamatszámítást időarányos, azaz lineáris kamatszámítással végzik. Ez azt jelenti, hogy amennyiben az egy évre esedékes kamat például 24%, az egy hónapra eső kamat $24/12 = 2$ százalék. A gyakorlatban gyakran napokra arányosítva kell a kamatot számítani. Ha például az év hossza 365 nap, 24%-os éves névleges kamat esetén a 113 napra járó kamatot a következőképpen számítják:

$$\text{Kamatösszeg} = C_0 \cdot n \cdot \frac{i}{365};$$

$$1 \text{ forint betét, vagy hitel kamata} = 1 \cdot 113 \cdot \frac{0,24}{365} = 0,0743 \text{ azaz } 7,43\%.$$

Régebben a számolás könnyítése érdekében, ma pedig a hagyomány folytán gyakran 360 napos évre adják meg az éves névleges kamatot. Ebben az esetben a 113 napra eső kamat valamelyest módosul (nő).

$$\text{Kamatösszeg} = C_0 \cdot n \cdot \frac{i}{360};$$

$$1 \text{ pénz betét vagy hitel kamata} = 1 \cdot 113 \cdot \frac{0,24}{360} = 0,0753$$

A diszkontálás módja a következő:

$$FV \cdot \frac{1}{1+i}; \quad 1,075333 \cdot \frac{1}{1,075333} = 1$$

3.5.6. Vegyes kamatozás

Gyakran fordul elő, hogy a kamatozási időtartam egy vagy több egész évből és egy tört évből tevődik össze. Ilyen esetekben az évekre általában nem egyszerű, hanem kamatos kamatszámítást (vagy diszkontálást) végeznek, a tört évre viszont lineáris, azaz időarányos kamatot számolnak. Ha a tört évet t -vel jelöljük, a képlet a következő:

$$C_{n+t} = C_0 (1+i)^n (1+t \cdot i) = C_0 (1+i)^n \left(1 + n \cdot \frac{i}{365} \right)$$

Példa: Mekkora lesz 1 milliós betét felnövekedett értéke (jövőértéke) 4 év és 75 nap múlva, ha az éves névleges kamatláb 18%?

$$C_{n+t} = 1(1,18)^4 \left(1 + 75 \cdot \frac{0,18}{365} \right) = 1,93877 \cdot 75 \cdot \frac{0,18}{365} = 2,010485 \text{ millió}$$

A diszkontálást hasonlóan két lépésben végezhetjük. Először kiszámoljuk az n -edik év végére a jövőértéket, majd azt diszkontáljuk a 0. évre.

$$FV_n = 2,010485 \cdot \frac{1}{1 + 75 \cdot \frac{0,18}{365}} = 2,010485 \cdot \frac{1}{1,0369863} = 1,938777$$

$$PV = 1,938777 \cdot \frac{1}{1,18^4} = 1 \text{ millió}$$

3.5.7. Egységesített betéti kamatláb mutató

A fentiekben utaltunk arra, hogy az éves névleges kamatot különböző időszakokra (eltérő számú napot tartalmazó) évre vonatkoztatják. Arra is felhívtuk a figyelmet, hogy a tört (nem egész) éves időszakokra a kamatot időránnyosan, lineárisan számolják. Emellett a bankok különféle jogcímen díjakat és illetékeket is szoktak számolni. Ezért a betétesek és a kölcsönt igénybe vevők védelmére valamint az egyértelmű összehasonlíthatóság céljából az illetékes felügyelet egységesített kamatláb mutatókat igyekeznék bevezetni. Ezek számításánál azonos hosszúságú évre számítják át a kamatlábakat, másrészt szabályozzák, hogy a felszámított díjakkal és illetékekkel hogyan kell azokat módosítani.

A Magyarországon az Állami Pénz és Tőkepiaci Felügyelet által 1997-ben bevezetett egységesített betéti kamatláb mutató (EBKM) az éves névleges kamatok 365 napos évre számolja át. (Megjegyezzük, hogy különböző okok miatt – például idő előtti törlesztés büntethetősége – ezek a mutatók sem lehetnek tökéletesek.)

3.5.8. Tényleges (effektív) kamatláb

Az eddigiekben feltételeztük, hogy a kamatok tőkésítésére (befektetésére) évenként kerül sor. (Ezt rendelkezés szerint vagy az illetékes pénzügyi intézet, vagy maga a befektető teszi meg.) A gyakorlatból tudjuk azonban, hogy a kamatperiódusok gyakran egy évnél rövidebbek. (Elvileg hosszabbak is lehetnek, de erre nehéz lenne példát találni.)

Amennyiben a kamatperiódusok egy évnél rövidebbek, a periódusonkénti kamatláb alacsonyabb, de a kamatfizetés gyakoribb, tehát a kamatok tőkésítésére (befektetésére) is gyakrabban kerül sor. Valószínűsíthető, hogy az évi névleges kamat lineáris, időránnyos vetítésével a rövidebb kamatperiódusokra, egy év alatt a kamatos kamatszámítás folytán a tényleges növekmény – hozam – magasabb lesz, mint az évi névleges kamatláb. Ez a következőkkel illusztrálható:

Példa: Az évi névleges kamatláb 24%.

Az egy havi kamatperiódusra arányosan eső kamatláb 2%.

1 millió forint jövőértéke az éves periódus esetén

$1 \cdot 1,24 = 1,24$ millió, a hozam tehát 0,24 millió.

1 millió forint jövőértéke havi kamatperiódus esetén

$1 \cdot (1,02)^{12} = 1,2682$ millió, a hozam tehát 0,2682 millió.

Az egy év alatti tényleges tőkenövekmény tehát függ a periódusonkénti névleges kamatláb nagyságától és attól, hogy egy évben hány kamatperiódus van. Az évi tényleges tőkenövekményt hozamnak nevezzük. Mivel a hozamok összehasonlítása egy éves periódusra vonatkozik, kiküszöböltük a

különböző periódushosszak által előidézett különbségeket. A tényleges (effektív) kamatláb (hozam) a tőke egy év alatti növekménye és a továbbiakban r -rel jelöljük.

Ha m -mel jelöljük a kamatfizetés éven belüli egyenletes gyakoriságát, a kamatperiódus hossza $1/m$ év. A kamatperiódusra vonatkozó névleges kamatláb i/m . Az effektív kamatláb (hozam) a következő képlet alapján számítható ki:

$$1+r = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m$$

Minél nagyobb az m , tehát minél gyakoribb az esedékes kamat tőkésítése, és minél nagyobb a névleges éves kamat, annál nagyobb az effektív kamatláb. Ha m értékét végtelenül növeljük, eljutunk a folyamatos kamatozáshoz, ahol a hozam értéke e^i -el egyenlő ($e = 2,71828$; a természetes logaritmus alapszáma).

A naponkénti kamatozás és tőkésítés feltételezésével már nagyon közel jutunk ehhez az értékhez, s e feltételezésnek a bankközi hitelezéseknél igazi valóságtartalma van. (Overnight kamatok!)

3.5.9. Kamatintenzitás

Az effektív kamatlábat (éves hozamot) úgy számítottuk, hogy különböző kamatperiódusú befektetések egy évre esedékes hozamát számítottuk ki. Így ugyanazon éves névleges kamatláb mellett, de eltérő kamatperiódusú hozamokat – effektív kamatlábakat – kapunk és tudunk összehasonlítani. Az azonos időszakra – egy évre – való számítás és összehasonlítás azonban értelmét veszti, ha a valóságban egy évnél rövidebb időszakokra jutó hozamokat keresünk.

A folytonos kamatozás segítségével erre a problémára is találtak megoldást.

Feltételezik, hogy éves i folytonos kamatláb megfelel $(e^i - 1)$ nagyságú, évente egyszeri kamatfizetésnek. Ebből i -t kamatintenzitásnak szokták nevezni, hiszen azt mutatja, hogy hány százalék éves névleges kamatlábbal kell folytonos kamatot számolni ahhoz, hogy adott éves hozam legyen az eredmény:

$$1_n(1+r) = e^i$$

A folyamatos kamatozás t időszakra (egy évnél rövidebb, vagy hosszabb időszakra) kiterjesztett értéke – a folytonos kamattényező – e^{ti} .

Példa:

Egy befektetés összege két hét alatt 100 forintról 101 forintra nő.

- a) Mekkora az éves névleges kamat? Mekkora az éves hozam?
- b) Mekkora a (folytonos) növekedési ütem?

Megoldás:

a) $101/100 = 1,01$ azaz 1% a kéthetenkénti kamatláb

Tehát $26 \times 1 = 26$ az éves névleges kamatláb

Kéthetenkénti kamat fizetéssel az éves hozam: $1,01^{26} = 1,295256$ azaz 29,525%.

b) $i = \ln(1+r) = \ln 1,295256$ azaz 25,87% az éves (folytonos) növekedési ütem (a kamatintenzitás).

3.5.10. A kamatperiódus, a névleges kamatláb, az effektív kamatláb (hozam) és a folytonos kamatláb viszonya

Az éves névleges kamatláb alacsonyabb a hozamnál, ha a kamatperiódus egy évnél rövidebb. Ha az éves névleges kamatláb nem változik, a hozam a kamatfizetések gyakoriságának növekedésével nő. A névleges kamatláb magasabb a folytonos kamatlábnál. Az említett eltérések annál nagyobbak, minél magasabb az éves névleges kamatláb.

3.5.11. A kamatszintek várt időbeli alakulása, a kamatperiódus hossza és a hozam alakulása közötti összefüggések

Az előző pontban felsorolt összefüggések abban az esetben érvényesek, ha feltételezzük az általános kamatszínvonal változatlanlanságát. Más eredményeket kapunk abban az esetben, ha az inflációs várakozások változása, vagy egyéb okok folytán az éves névleges kamatláb időpontról-időpontra megváltozik, növekszik vagy csökken.

Nézzük először a kamatszint növekedésének az esetét:

Lekötés hossza	Kamat-fizetés gyak.	Éves névleges kamatláb ($i\%$)	Átszámítás	Éves hozam ($r\%$)	Hozam / névleges éves kamat
1 hó	12	12	$(1,01)^{12} = 1,126825$	12,6825	1,056875
3 hó	4	15	$(1+15/4)^4 = 1,158650$	15,8650	1,057667
6 hó	2	18	$(1+18/2)^2 = 1,1881$	18,81	1,045000
12 hó	1	24	1,24	24,00	1,000000

Látható, hogy az évi névleges kamat növekedése esetén a hozam és a névleges kamat aránya (különbsége) közötti tendenciát ellensúlyozhatja a várt névleges évi kamatláb növekedése. Nyilvánvaló azonban, hogy amennyiben az általános várt kamatszint nő, az éves hozam akkor is nőhet, ha a kamatperiódus hossza nő.

A kamatszint várt csökkenése esetén a kép a következő:

Lekötés hossza	Kamat-fizetés gyak.	Éves névleges kamatláb ($i\%$)	Átszámítás	Éves hozam ($r\%$)	Hozam / névleges éves kamat
12 hó	1	24	1,24	24	1,00
6 hó	2	18	$(1+0,09)^2 = 1,1881$	18,81	1,045
3 hó	4	15	$(1+0,0375)^4 = 1,1587$	15,87	1,058
1 hó	12	12	$(1+0,01)^{12} = 1,1268$	12,68	1,05

Egyértelmű, hogy ebben az esetben a befektető a kamatperiódusok csökkenésével veszít, növelésével viszont nagyobb hozamhoz jut.

3.5.12. Bruttó hozam, nettó hozam

A befektetett tőke hozamából [kamatt, profit, ár(folyam)nyereség] általában – bár nem mindig – adót, vagy adókat kell fizetni. A befektetőket végső soron a tisztán náluk maradó hozam érdekli, ami függ az adó előtti (bruttó) hozamtól és az adó(k) nagyságától. Emiatt is az adózás mértéke és módja jelentősen befolyásolja a befektetések alakulását.

Az adózás előtti hozamot bruttó hozamnak, az adózás utáni hozamot nettó hozamnak nevezik:

$$r_{\text{nettó}} = (1 - T) r_{\text{bruttó}} ;$$

ahol T az adónak a bruttó hozamhoz viszonyított százaléka.

Példa:

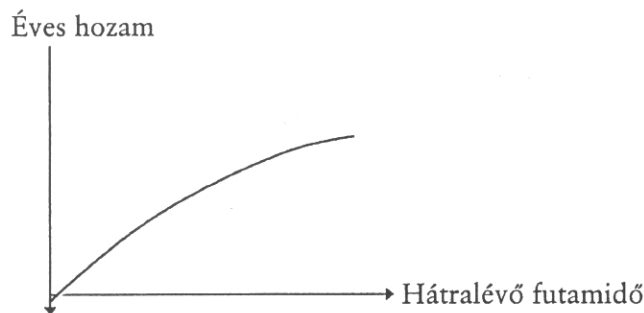
$$r_{\text{nettó}} = (1 - 0,18) \cdot 2 \text{ millió} = (0,82) \cdot 2 \text{ millió} = 1,64 \text{ millió}$$

A kamatos kamat számításnál és a diszkontálásnál általában a nettó hozamokat használják, hiszen azok újrabefektetésére van lehetőség.

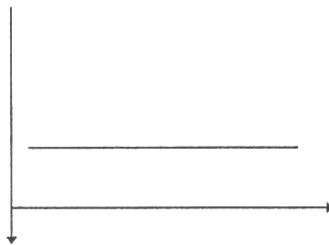
3.5.13. A különböző futamidejű befektetések hozamai közötti összefüggés

Gyakorlati tapasztalatok mutatják, hogy azonos időpontokban a különböző hátralévő futamidejű pénzbefektetések – ha egyébként a feltételek, s különösképpen a kockázatok azonosak – eltérő effektív kamatlábakat, hozamokat eredményeznek. (A kockázatok azonossága olyan értelemben veendő, hogy azok azonos futamidő esetén lennének azonosak.) Ezen eltérések alapján szoktak beszélni a kamatlábak lejárat szerkezetéről, azaz a hozamgörbékről.

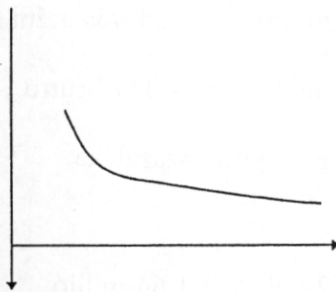
Abban az esetben, ha az inflációt nullának, vagy változatlan üteműnek feltételezzük, az éves hozam a futamidő hosszabbodásával általában (egy adott futamidő hosszig) növekszik. Ezt gyakran a kockázat futamidőtől függő növekedésével, illetve a likviditásról, a befektetett pénz feletti rendelkezés korlátlan lehetőségéről való lemondásért járó prémiummal magyarázzák.



A hozamok görbéje azonban lehet vízszintes is, ha a hozamok a hátralévő futamidőtől függetlenül változatlanok.



Abban az esetben, ha az idő előrehaladtával az infláció ütemének csökkenése várható, s ez a tendencia töretlen, a hozamgörbe süllyedő: (Ez – bár kisebb mértékben – akkor is előfordulhat, ha az általános reálkamat színvonal valamilyen egyéb ok/okok folytán észrevehetően csökken.)



A normális hozamgörbére fentebb adott magyarázatok mellett egy másik kiinduló pont is létezik. Ennek alapfeltételezése az, hogy a befektetők a hátralévő futamidőre teljesen közömbösek, s egyetlen szempontjuk az éves átlagos kamatláb, tehát a profit maximumának biztosítása. Ezt úgy tudják elérni, ha szem előtt tartják, hogy egy kamatperiódusnál, például egy évnél hosszabb futamidő esetén több variáció közül is választhatnak. Ez a futures (határidős) befektetések lehetőségéből adódik. A befektetőknek lehetőségük van arra, hogy például egy három kamatperiódusú (egy három éves) pénzbefektetés esetén különböző hosszúságú – periódusszámú – lekötésekre szerződjenek.

- A szerződéskötés időpontjában megállapíthatják az éves átlagos hozamot a teljes periódusra
- A szerződéskötés időpontjában megállapítják az éves hozamot az első két évre, s egy ettől eltérő hozamot a harmadik évre
- A szerződéskötés időpontjában rögzítik az éves hozamot az első kamatperiódusra, és külön az átlagos éves hozamot a második-harmadik periódusra
- A szerződéskötés időpontjában rögzítik az egyes periódusokra külön-külön a hozamokat.

Nyilvánvaló, hogy a befektetők a választáskor a várt kamatlábakból indulnak ki. A várt kamatlábak az egyes kamatperiódusokra eltérőek lehetnek akkor is, ha a befektetések feltételei (elsősorban kockázataik) egyébként megegyeznek. A várt kamatlábak lehetséges eltéréseinek legfőbb oka – mint erről már volt szó – a várt inflációs ráták eltérése, de más tényezőknek, például az elvárt reális kamatszínvonalak változásának is lehet szerepe.

A felsorolt négy lehetőség közül csak az elsőben állapítják meg az éves névleges kamatlábat azonosként mindhárom kamatperiódusra (prompt kamatmegállapítás). A többi variációban futures (határidős) szerződés(ek) is szerepelnek. Ez azt jelenti, hogy legalább egy kamatperiódusra az első éves névleges kamattól eltérő kamatot várnak, s erre a periódusra most kötnek szerződést, amelyben az adott periódusra várt kamatlábat (hozamot) jelölik meg. Természetesen a hozam tényleges fizetésére (bevételére) az adott kamat-periódus végén kerül sor. Ha például az első két évre azonos éves névleges kamatot például 10%-ot várnak, külön kötnek egy prompt szerződést, amelynek értelmében a befektető az első év végén realizálja az első éves betét 10%-át, és a második év végén a második éves betét 10%-át. Egyben jelenleg köthetnek egy határidős szerződést is a harmadik évre. Ha a harmadik periódusban alacsonyabb éves névleges kamatot, például 7%-ot várnak, a szerződés értelmében a harmadik éves betét 7%-át realizálná a befektető a periódus végén.

Abban az esetben, ha a különböző prompt és határidős szerződések kombinációi eltérő éves átlagos hozamot eredményeznének, a befektetők nyilván kihasználnák az optimális kombinációt, az arbitrage lehetőségét. Ez a lehetőség visszahat tehát az egyes periódusok kamatlábainak az alakulására is.

A visszahatás annak az eredménye, hogy a rövid távú kamatlábak későbbi időszak(ok)ban bekövetkező emelkedésére vonatkozó várakozásoknak az lesz a hatása, hogy a jelenlegi alacsonyabb kamatszinten hosszú futamidőre nem érdemes befektetni. Ha viszont mindenki a rövid futamidőre való befektetésre törekszik, illetve a már meglévő hosszabb hátralévő futamidejű szerződéseket is rövid kamatperiódusúakra igyekeznek átváltani, a kereslet-kínálat változása folytán a hosszabb hátralévő futamidejű értékpapírok ára a megnöött kínálat miatt csökken, hozamuk tehát emelkedik.

Például az egy éves spot kamatláb jelenleg 6%, s eddig a két éves futamidejű befektetések éves névleges kamatlába is 6% volt. Ez azt is jelenti, hogy az egy év múlva kezdődő egy éves határidős (futures) kamatláb is 6% volt. A két év összhozamaként pedig $1,06 \times 1,06 = 1,1236$ azaz 12,36% adódott.

Ha a várakozások megváltozása folytán ezentúl a második egy éves periódusra már nem 6%-os, hanem 12%-os kamatra lehet számítani, a 12%-os kamattal megköthető a határidős üzlet. A hozam a kétéves időszakra $1,06 \times 1,12 = 1,1872$ azaz 18,72 százalékos lesz. A befektetők tehát a rövidebb egy éves periódusokban lesznek érdekeltek. Megindul tehát a fentebb érzékeltetett mozgás. A hosszabb hátralévő futamidejű éves spot kamatok mindaddig nőnek, amíg az éves átlagos hozamok kiegyenlítődnek. A kétéves futamidő átlagos éves hozama $\sqrt{1,1872} = 1,08959$ lesz. Ez alacsonyabb a határidős rövidtávú kamatnál és magasabb a prompt rövidtávú kamatnál.

A hosszabb futamidejű befektetések éves átlagos kamatlába ennek megfelelően a következő formula alapján alakul:

$$r_n = [(1 + {}_0f_1)(1 + {}_1f_2) \dots (1 + {}_{n-1}f_n)]^{\frac{1}{n}}$$

r_n = n éves befektetés átlagos éves hozama

${}_0f_1$ = az első kamatperiódus (év) ténylegespromthozama

${}_1f_2$ = a második kamatperiódus határidős (futures) hozama

${}_{n-1}f_n$ = az utolsó kamatperiódus határidős hozama

A fentiekből látható, hogy a hosszú hátralévő futamidejű befektetések átlagos éves (kamatperiódusra eső) hozama az egy periódusú prompt és futures hozamok mértani átlaga.

Példák:

A most induló, vagy egy év hátralévő futamidejű befektetések hozama 15%; az egy év múlva kezdődő egyéves befektetések határidős hozama 12%; a két év múlva kezdődő egy éves befektetések határidős hozama pedig 8%.

Mekkora éves átlagos hozamot érhet el egy befektető, ha egyéves időszakokra fektet be két éven keresztül?

Mekkora éves átlagos hozamot érhet el egy befektető ha egyéves időszakokra fektet be három éven keresztül?

Mekkora a kétéves futamidőre szóló befektetés éves átlagos hozama?

Mekkora a hároméves futamidőre szóló befektetés éves átlagos hozama?

Megoldás:

a) $\sqrt{(1 + 0,15)(1 + 0,12)} = \sqrt{1,288} = 1,1349$ azaz 13,49%

b) $\sqrt[3]{(1,15)(1,12)(1,08)} = \sqrt[3]{1,39104} = 1,1163$ azaz 11,63%

c) 13,49%

d) 11,63%

A most induló egyéves befektetések hozama 13%; az egy év múlva kezdődő egyéves befektetések határidős éves hozama 16%; a két év múlva kezdődő határidős befektetések éves hozama 18%.

Mekkora az éves átlagos hozam, ha egyéves időszakokra fektetünk be két éven keresztül?

Mekkora az éves átlagos hozam, ha egyéves időszakokra fektetünk be három éven keresztül?

Mekkora a kétéves futamidőre szóló befektetés éves kamata?

Mekkora a hároméves futamidejű befektetés éves kamata?

Megoldás:

a) $\sqrt{(1+0,13)(1+0,16)} = \sqrt{1,3108} = 1,1449$ azaz 14,49%

b) $\sqrt[3]{(1,13)(1,16)(1,18)} = \sqrt[3]{1,546744} = 1,1565$ azaz 15,65%

c) 14,49%

d) 15,65%

3.6. Jelzálogkölcsonök törlesztőrészleteinek számítása

3.6.1. Annuitásos hitelkonstrukció

Az ingatlanbefektetések finanszírozása kapcsán (II. fejezet), szó esett arról, hogy a befektetésekre felvett kölcsönök fedezete maga az ingatlan, azaz a jelképeszálog, azaz jelzálog. A gyakorlatból is tudjuk, hogy – elsősorban a családi ingatlanbefektetések finanszírozására felvett hitelek – az azonos részletfizetésű törlesztéses hitelkonstrukciók. Más szavakkal, az adós azonos időközönként (járadék-közhöz) meghatározott számú és azonos összegű részletfizetéssel törleszti a hitelt és annak esedékes kamatait. Ebből a konstrukcióból nem nehéz ráismerni az annuitás definíciójára. Ezért annuitásos hitelkonstrukciónak is szokták nevezni.

Olyan időszakokban, amikor az inflációs ráta nem volt magas és nem változott jelentős mértékben, s ennél fogva a névleges kamatláb sem volt magas és nem is változott jelentős mértékben, a jelzáloghitelek fix, azaz teljes futamidőre megállapított, nem változó kamatozásúak voltak. Jelenleg a fejlett országokban is elterjedt mind a fix, mind a változtatható kamatozású jelzáloghitelkezés. Mivel a fix kamatozás a hitelnnyújtó számára is jelentős kockázatot jelent, azokban az országokban, ahol az infláció nem magas, a fix kamatok általában magasabbak a változtatható kamatoknál.

Az annuitásos hitelkonstrukciónál először fix kamatozást feltételezünk.

Az állandó törlesztőrészlet meghatározásához az annuitás jelenértékének képletéből indulunk ki. Mivel a kölcsönt a jelenben folyósítják, a részletfizetésekre pedig a jövő eltérő időpontjaiban kerül sor, a kölcsön az annuitás jelenértéke, a törlesztések pedig az annuitástagok:

$$Kö = \frac{TR}{(1+i)} + \frac{TR}{(1+i)^2} + \dots + \frac{TR}{(1+i)^n}$$

ahol $Kö$ = a jelenben folyósított kölcsön összege

TR = a részletfizetések összege

Mint az annuitás számítás ismertetésénél láttuk, a fentieket a következő formulával is helyettesíthetjük:

$$Kö = TR \left[\frac{1}{i} \right] \left[1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Ebből is látható, hogy a kölcsönösszeg a TR nagyságú évjáradék jelenértéke! A két nagyzárójeles tag szorzata – mint már tudjuk – a járadéktagok számának és a kamat nagyságának megfelelő annuitás tényező:

$$Kö = (TR) (AT) ; \quad \text{amiből } TR = \frac{Kö}{AT}$$

Például egymillió forintos kölcsönösszeget, 20 éves törlesztési időt és 10 százalékos évi kamatot figyelembevéve az évenkénti törlesztés nagysága:

$$TR = \frac{1\,000\,000}{8,514} = 117\,454 \text{ forint}$$

A 20 törlesztőrészlet összege 2 349 720 Ft, amiből 1 millió a törlesztés, míg a fennmaradó 1 349 720 Ft a kamat. Bár az utóbbi összeg meglehetősen nagynak tűnhet, 20 éves törlesztési idő és évi 10 százalékos kamat mellett mégis ez a korrekt szám.

Mivel a törlesztések gyakrabban történnek havonta, mint évenként, a részlet összegének kiszámításánál a havi törlesztést feltételezve a fenti képletben értelemszerűen az egy hónapra eső kamatlábbal és a hónapok számával kell kalkulálni.

A fenti példából kiindulva az

$$AT = \left(\frac{1}{0,00833333} \right) \left[1 - \frac{1}{(1 + 0,00833333)^{240}} \right] = 120(0,863537) = 103,6245$$

Továbbá:

$$TR = \frac{1\,000\,000}{103,6245} = 9650,23$$

Amennyiben tehát nem évente, hanem havonta törlesztünk, a törlesztőrészletek összege $9650,20 \times 240 = 2\,316\,055$ lesz. Ez mintegy 33 ezerrel kevesebb az éves törlesztések összegénél. A magyarázat az, hogy a törlesztés már egy hónap után elkezdődött, a jövőértékek diszkontálása tehát átlagban valamivel kisebb időtávra történt.

Abból a célból, hogy elkerülhetők legyenek a fentebb ismertetett alkalmankénti számítások, a jelenérték, annuitás, stb. tényezőket tartalmazó táblázatok mellett ún. jelzálogkölcsön-konstans táblázatokat is tartalmaznak a szakkönyvek.

A *jelzálogkölcsön-konstans* az a szám, amellyel a kölcsön alapösszegét megszorozva megkapjuk a havi (vagy évi) törlesztőrészletek abszolút nagyságát.

$$A \quad K\ddot{o} = TR \cdot AT - t \quad K\ddot{o} - \text{vel elosztva}$$

$$1 = \frac{TR \cdot AT}{K\ddot{o}} - t \text{ kapunk,}$$

Ezt mindkét oldalon AT -vel elosztva kapjuk az

$$\frac{1}{AT} = \frac{TR}{K\ddot{o}} - t;$$

$$\text{azaz } \frac{1}{AT} \cdot K\ddot{o} = TR$$

a konstans tehát az AT reciproka!

Az évi törlesztőkonstans a következő képlet alapján is számítható:

$$\text{Konstans}_{\text{év}} = \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}.$$

Ez szintén az annuitástényező reciproka!

A havi konstans számításánál úgy járunk el, hogy az éves nominális kamatlábat elosztjuk 12-vel, s ennek megfelelően a jelenérték tényező kiszámításánál is évi 12 részletfizetéssel számolunk, hiszen ennyiszor lehet törleszteni évente:

$$\text{Konstans}_{\text{hó}} = \frac{i/m}{1 - \frac{1}{(1+i/m)^{n \cdot m}}}.$$

Például egy évi 12%-os és 20 éves lejáratú kölcsön évi törlesztő-konstansa:

$$\text{Konstans}_{\text{év}} = \frac{0,12}{1 - \frac{1}{(1+0,12)^{20}}} = 0,13388$$

Továbbá egy évi 12%-os és 20 éves lejáratú kölcsön havi törlesztő-konstansa:

$$\text{Konstans}_{\text{hó}} = \frac{0,12/12}{1 - \frac{1}{(1+0,01)^{240}}} = 0,01101$$

Minden törlesztőrészlet (részletfizetés) részben az esedékes kamat, részben a kölcsönösszeg egy részének törlesztését tartalmazza. (Utóbbit a kölcsönösszeg amortizálásának, értékcsökkenésének is szokták nevezni.) Újabb és újabb részbefizetésekkel csökken a kölcsönből még fennálló tartozás összege, tehát ennek megfelelően az esedékes kamat összege is csökken. Ha a törlesztőrészletek összege azonos marad, akkor ez azzal jár, hogy egy-egy részbefizetésben egyre csökken a kamat, és egyre nő a kölcsön tényleges törlesztésére eső hányad.

Annak a kiszámítása, hogy például adott év befizetéseiből mennyi a kamat és mennyi a tényleges törlesztés, különböző okokból is fontos lehet. Egyrészt a kamatfizetéseket gyakran költségként lehet elszámolni, míg a tényleges törlesztéseket nem. Adózás szempontjából a két összeg tehát elkülönítendő.

Másrészt az ingatlan eladása esetén, valamint akkor, ha a kölcsönösszegre felszámított kamatlábat megváltoztatják (változó kamatozású kölcsönök), szintén szükséges a még fennálló kölcsön összegének a kiszámítása. A még hátralévő lejáratú időre ezt, valamint az új kamatlábat alapul véve lehet kiszámítani a törlesztőrészlet nagyságát, illetve a jelzálogkölcsön – konstansokat. (A törlesztőrészlet nagysága konstans táblázat segítségével úgy is kiszámítható, hogy a még fennálló kölcsön összegét szorozzuk az új kamatlábnak és a még hátralévő időszakoknak megfelelő konstanssal.)

Mint erről már volt szó, a törlesztőrészletek egyik része a felvett hitel egy részének a visszafizetése, a másik része pedig az adott időpontban esedékes kamat megfizetése. Különválasztásuk egyrészt azért fontos, mer a kamatokat általában költségként lehet elszámolni, míg a hitel visszafizetését nem. Ezért fontos lehet a két rész különválasztása. Az alapelv nyilván az lehet, hogy ismerve a kamatperiód-

dusban fennálló tartozás összegét és a kamatláb nagyságát, kiszámítjuk a kamatösszeget, majd azt a törlesztőrészlet teljes összegéből levonva megkapjuk azt, hogy az adott részletből mennyi a hitelvisszafizetés. Utóbbival csökken a következő periódusban meglévő tartozásunk összege. E számítást elvégezhetjük lépésről-lépésre, külön-külön minden járadékközre, illetve járadéktagra.

Példa: Határozzuk meg a törlesztőrészletek kamat és törlesztéstartalmát, ha a kölcsön összege 1 millió, a futamidő 3 év, a kamat 10 százalék és évente egyenlő részleteket fizetünk !

$$TR = \frac{Kö}{AT} = \frac{1000000}{2,487} = 402091$$

Év	Kölcsön	Kamat	Törlesztés	T. Részlet
1	1000 000	100 000	302 091	402 091
2	697 909	69 791	332 300	402 091
3	365 609	36 561	365 609	402 170 *

* Az utolsó évben kerekítési pontatlanság folytán a számítottnál valamivel nagyobb törlesztőrészlet adódott !

Ez a módszer még akkor is elképzelhető, ha hosszú futamidőről és rövid, tehát sok járadékközről és sok járadéktagról van szó. Például 25 éves futamidő és havonkénti törlesztőrészlet fizetés esetén a járadéktagok száma 300! Ha előre kiszámítják az úgynevezett törlesztési menetrendet (tervet) a fenti bontásban, bármely járadékközre megvan a még hátralévő tartozás (más oldalról követelés) összege, s ennek alapján a törlesztőrészlet kamathányada is.

Előfordulhat azonban, hogy nem készítenek előre ilyen részletes törlesztési „menetrendet”, de valamilyen oknál fogva tudni akarják, hogy adott járadékközben mekkora a még nem törlesztett kölcsön összege (például az ingatlan eladása, vagy a kamatláb megváltozása miatt), illetve hogy a járadékköz(ök) végén mekkora lesz a fizetendő kamat (például a fizetendő adó előrebecslése céljából). Ezekre a kérdésekre általános képletet használva lehet elvégezni a számításokat.

A törlesztőrészletnek azt a részét, amely a kölcsönösszegből kerül levonásra, a következő képlettel lehet kiszámítani:

$$Kö \text{ visszafizetés} = TR \left(\frac{1}{1+i} \right)^{n-e+1}$$

ahol TR = a törlesztőrészletek (részfizetések) nagysága
 n = a járadékközök száma
 i = az érvényes kamatláb
 e = a részfizetés járadékköze (például 5. vagy 11. stb. járadékköz)

$$Kö \text{ kamatfizetés} = TR \left[1 - \left(\frac{1}{1+i} \right)^{n-e+1} \right] \text{ és a még}$$

$$Vissza nem fizetett kölcsön = TR \sum_{e=1}^{n-e} (1+i)^e$$

Fenti képletet az alábbi, három törlesztési periódust (járadékközt) például évet feltételező példával lehet illusztrálni:

Járadék-köz	Kö törlesztés	Kamatfizetés	Összes részfizetés
1	$TR (1+i)^{-3}$	$TR [1 - (1+i)^{-3}]$	TR
2	$TR (1+i)^{-2}$	$TR [1 - (1+i)^{-2}]$	TR
3	$TR (1+i)^{-1}$	$TR [1 - (1+i)^{-1}]$	TR

Számszerűsítve és évi törlesztéseket feltételezve valamint 1 millió kölcsönösszegeből és 10 százalékos évi kamatlábból kiindulva az alábbi eredményeket kapjuk:

Járadék-köz	Kö törlesztés	Kamatfizetés	Összes részlet-fizetés (TR)
1	$TR (1,10)^{-3}$ $402\,091(0,7513)=302\,091$	$TR [1 - (1,20)^{-3}]$ $402\,091(0,2487)=100\,000$	402 091
2	$TR (1,10)^{-2}$ $402\,091(0,8264)=332\,288$	$TR [1 - (1+0)^{-2}]$ $402\,091(0,1736)=69\,791$	402 091
3	$TR (1,10)^{-1}$ $402\,091(0,9090)=365\,500$	$TR [1 - (1,10)^{-1}]$ $402\,091(0,091)=36\,590$	402 091

A még hátralévő, azaz a még vissza nem fizetett kölcsön összege az első év végén a fenti képlet alapján a

2. évben $1\,000\,000 - 302\,091 = 697\,909$

3. évben $697\,909 - 332\,288 = 365\,627$

3. év végén 4. év elején = 0

(Az eredményekben előforduló pontatlanságok a kerekítésekből származnak!)

A még vissza nem fizetett (hátralévő) kölcsön összegének a kiszámítása nagyszámú járadéktag esetén az ismertetett és illusztrált módon meglehetősen munkaigényes.

Az annuitátszámításokból kiindulva ez a feladat azonban egyszerűbben is megoldható. Logikailag is belátható az, amit az annuitástényezők táblázatából jól megfigyelhetünk: egységnyi jelenérték (kölcsön) azonos kamatláb esetén annál kisebb járadéktagokból áll össze, minél nagyobb a járadékközök száma. Ez abból adódik, hogy azonos kamatláb esetén az annuitástényező (AT) egyre nő az n (a járadékközök) számának növekedésével, és hogy

$$TR = \frac{Kö}{AT} \text{-vel!}$$

Megfordítva: minél nagyobb azonos kamatlábak esetén a járadékközök száma, egységnyi nagyságú járadéktag annál több egység jelenértéket ad ki a diszkontálás folyamatában. Például 10%-os kamatláb és 3 járadéktag feltételezésével az egységnyi járadéktagok összegezett jelenértéke 2,848; míg 10 járadéktag esetén az egységnyi járadéktagok összegezett jelenértéke 6,145.

Ha viszont azt akarjuk tudni, hogy egységnyi jelenérték azonos (10%) kamatláb esetén különböző 3, illetve 10 járadékköz esetén mekkora járadéktagok diszkontálásának az eredménye, az $\frac{1}{2,848}$;

illetve az $\frac{1}{6,145}$ számításokat kell elvégeznünk. Ezek az eredmények: 0,402576; illetve 0,162734 az

annuitás tényezők reciprocai, és törlesztő-konstansoknak lehet nevezni őket. Azt mutatják, hogy a jelenérték hányszorosa az annuitásnak (*a kölcsönösszeg hányszorosa a törlesztőrészlet*).

A megfelelő annuitás tényezők viszont azt mutatják, hogy a kölcsönösszeg *hányad* része a törlesztőrészlet.

Például egységnyi kölcsön esetén

3 év futamidő és 10% kamat mellett a törlesztőrészlet $1 \times 0,402567$

10 év futamidő és 10% kamat mellett a törlesztőrészlet $1 \times 0,162734$

Másképpen: a törlesztőrészlet egységnyi kölcsön esetén a fenti feltételekkel

$$\frac{1}{2,484} ; \text{ illetve } \frac{1}{6,145} .$$

A fentiek azt jelentik, hogy amennyiben egységnyi törlesztőrészlet tíz év alatt 6,145 jelenértéket, három év alatt pedig 2,484 jelenértéket ad, akkor a közben eltelt 7 év alatt $6,145 - 2,484 = 3,661$ jelenérték kerül törlesztésre. A hátralévő tartozás, a 2,484 az eredetinek a $\frac{2,484}{6,145} = 0,4042$ -ed része.

A kérdés úgy is felfogható, hogy ugyanakkora járadéktagok esetén azonos kamatláb, de eltérő járadékköz-szám mellett mekkora az annuitások jelenértéke. Ha például 10%-os és 10 éves annuitás jelenértéke egységnyi járadéktag esetén 6,145, míg a 3 évesé 2,484; akkor a két év eltelte után fennálló adósság az eredeti adósság $\frac{2,484}{6,145} = 0,4042$ -ed része.

Ebből általánosítva: a hátralévő kölcsönhányad úgy számítható ki, hogy az eltelt időben alkalmazott kamatlábhoz és a még hátralévő futamidőhöz tartozó AT-t elosztjuk az eltelt időben alkalmazott kamatlábhoz és az eredeti futamidőhöz tartozó AT-vel!

Például: A kölcsön eredeti összege 2 millió. A futamidő 15 év, a kamatláb 10%. Mennyi a hátralévő kölcsönösszeg 5 évi annuitásos törlesztés után ?

Megoldás:

$$AT_{10\%;15\text{ év}} = 7,606$$

$$AT_{10\%;10\text{ év}} = 6,145$$

$$\frac{6,145}{7,606} = 0,8079 \cdot 2\,000\,000 = 1\,615\,830$$

Mint fentebb láttuk, a törlesztőkonstans az annuitás tényező reciproka $\left(TC = \frac{1}{AT} \right)$. Ebből az következik, hogy a nagyobb számú járadékközkhöz tartozó TC-t kell elosztani a kisebb számú járadékközkhöz tartozó TC-vel !

A fenti példára alkalmazva:

$$TC_{10\%;15\text{ év}} = \frac{1}{7,606} = 0,131475;$$

$$TC_{10\%;10\text{ év}} = \frac{1}{6,145} = 0,162734;$$

$$\frac{0,131475}{0,162734} = 0,8079 \cdot 2\,000\,000 = 1\,615\,827$$

Mint arról már szó esett, a még hátralévő kölcsönösszeg kiszámítására a jelzáloggal terhelt ingatlan eladásán túl akkor is szükség van, ha a kölcsönt változtatható kamattal nyújtják. Ha a kamatláb adott idő eltelte után megváltozik (nö, vagy csökken), a hátralévő futamidőre új törlesztőrészleteket kell megállapítani, amelyek az addigiaknál nagyobbak, vagy kisebbek lesznek.

1. Példa: A változtatható kamatozású jelzálogkölcsönt a bankok jelenleg évi 12%-os kamattal nyújtják. Y család úgy kalkulál, hogy jövedelméből egy esetleges kölcsön törlesztésére legfeljebb havi 100 000 pénzt tud fordítani. Ugyanakkor a gazdasági előrejelzések szerint várható, hogy a jelenlegi 8%-os infláció két év múlva évi 14%-os lesz.

- Maximum mekkora kölcsönt vehet fel a család, ha úgy gondolják, hogy a törlesztés akkor sem haladhatja meg a havi 100 000 pénzt, s a kölcsönt 20 éves futamidőre nyújtják?
- Mekkora lehet a kölcsön összege, a 20 éves futamidő mellett, ha két év múlva havi 115 000 pénzt tudnak törlesztésre fordítani?

Megoldás:

- A várakozások szerint két év múlva a nominális éves kamatláb 12%-ról 18%-ra nő.
($1,12 + 0,06$; illetve $1,12 \times 1,06 = 1,1872$)

$$\begin{aligned} K\ddot{o} &= TR(AT_{1\%;240\text{ hónap}}) = 100\,000 \left(\frac{1}{0,01} \right) \left[1 - \frac{1}{(1,01)^{240}} \right] = \\ &= 10\,000\,000 = \left[1 - \frac{1}{(1,01)^{240}} \right] = 10\,000\,000 \left[1 - \frac{1}{10,89255} \right] = \\ &= 10\,000\,000(1 - 0,0918) = \\ &= 10\,000\,000(0,918)(100) = 9\,080\,000 \end{aligned}$$

Abban az esetben, ha a kamatláb nem emelkedne, a felvehető kölcsön összege 9 080 000 lenne. Nézzük meg azonban, hogy két év eltelte után mekkora lehet a még hátralévő hitel nagysága?

$$\begin{aligned} K\ddot{o} &= 100\,000(AT_{1,5\%;216\text{ hónap}}) = \left(\frac{1}{0,015} \right) \left[1 - \frac{1}{(1,015)^{216}} \right] = \\ &= 100\,000(66,666667) \left(1 - \frac{1}{24,967} \right) = 100\,000 \cdot 66,666667 \cdot 0,96 = \\ &= 6\,666\,667 \cdot 0,96 = 6\,400\,000 \end{aligned}$$

Ehhez hozzá kell adnunk a két év alatt 24-szer fizetett havi százezer forint jelenértékét

$$PV = 100000(AT_{1\%;24\text{ hónap}}) = 100000 \cdot 21,243 = 2124300$$

azaz $6400000 + 2124300 = 8524300$ a most felvehető összeg.

b)

$$Kö = 115\,000(AT_{1,5\%;216\hónap}) = 115\,000(66,666667 \cdot 0,96) = 7\,360\,000$$

azaz $7360000 + 2124300 = 9484300$

2. Példa: A változtatható kamatozású kölcsön eredeti futamideje 15 év, induláskor megállapított kamatlába 15%. Három év futamidő eltelte után az éves névleges kamatláb 12%-ra, majd újabb két év eltelte után 10%-ra csökken. A kölcsön összege 15 millió.

Mekkorák a havonta esedékes törlesztőrészek

- a) az első három évben,
- b) majd az *évente esedékesek* az ezt követő két évben,
- c) illetve a hátralévő futamidő alatt ?

a)

$$15\,000\,000 = TR(AT_{1,25\%;180\hónap}) = TR\left[\frac{1}{0,0125}\right]\left[1 - \frac{1}{(1+0,0125)^{180}}\right] =$$

$$= 80TR = \left(1 - \frac{1}{(1,025)^{180}}\right) = 80TR \cdot 0,89312 = TR \cdot 71,4496$$

$$TR = \frac{15\,000\,000}{71,4496} = 209\,938,19 \text{ pénz}$$

b)

$$AT_{1,25\%;156\hónap} = \left(\frac{1}{0,0125}\right)\left[1 - \frac{1}{(1,0125)^{156}}\right] = 80 \cdot 0,856 = 68,4797$$

$$15000000 \frac{68,4797}{71,4496} = 15000000 \cdot 0,9584 = 14376505 \text{ a fennmaradt kölcsön összege.}$$

$$14376505 = TR(AT_{12\%;12\text{ év}}) = TR(6,194)$$

$$TR = \frac{14376\,505}{6,194} = 2\,321\,037 \text{ a második időszakban az éves törlesztőrészlet.}$$

c)

$$Kö = \frac{AT_{12\% ; 10 \text{ év}}}{AT_{12\% ; 12 \text{ év}}} (14\,376\,505) = \frac{5,650}{6,194} (14\,376\,505) =$$

$$= 0,9122(14\,376\,505) = 13\,113\,861 \text{ a hátralévő 10 éves futamidő refennmaradttartozás.}$$

$$13113861 = TR(AT_{10\% ; 10 \text{ év}}) = TR(6,145)$$

$$TR = \frac{13113861}{6,145} = 2\,134\,070 \text{ pénz}$$

3.6.2. Annuitásos hitelkonstrukció türelmi idővel

Gyakran fordul elő, hogy gazdasági ingatlanok, de még inkább lakások vásárlói a felhasznált jelzáloghitelek visszafizetését, esetleg az esedékes kamatokat is csak bizonyos türelmi idő (néhány év) eltelte után kezdik fizetni. Ebben az esetben az annuitásos konstrukciót sajátosan kell alkalmazni. Amennyiben a kamatokat kezdettől fogva fizetik, s csak a kölcsön visszafizetésére van türelmi idő, a türelmi idő elteltével esedékes törlesztőrészletek kiszámítása az érvényes kamatláb és a hátralévő futamidő alapján az ismert módon történik.

Példa: A kölcsön összege 100 millió, futamideje 10 év, a megállapított kamatláb 12%. Az első 3 évben csak az esedékes kamatot kell fizetni. Mekkora lesznek a törlesztőrészletek a hátralévő 7 éves futamidőben?

Megoldás: Az első 3 évben az év végén 12–12 millió a fizetendő kamat. A törlesztőrészletek a következők:

$$100 \text{ millió} = TR(AT_{12\% ; 7 \text{ év}}) = TR(4,564)$$

$$TR = \frac{100}{4,564} = 21,910605 \text{ pénz}$$

Példa: Abban az esetben, ha a 3 év türelmi idő alatt kamatfizetésre sem kerül sor, a futamidő hátralévő 7 évében a kölcsön összegének az eredeti kölcsönösszeg kamatos-kamattal felnövelt (jövő) értékét kell tekinteni.

Megoldás:

$$100 \text{ millió} = (1,12)^3 = 100 \text{ millió}(1,404928) = 140,4928 \text{ millió}$$

Ebből kiindulva:

$$140,4928 \text{ millió} = TR(AT_{12\% ; 7 \text{ év}}) = TR(4,456)$$

$$TR = \frac{140492800}{4,564} = 30\,782\,822 \text{ pénz lesz az évenkénti törlesztőrészlet.}$$

3.6.3. Lejáratkor egy összegben törlesztendő hitel

Abban az esetben fordulhat elő ez a konstrukció, amikor a befektető általában viszonylag rövidebb idő, néhány év eltelte után egyéb forrásból nagy összegű pénzbevételt tervez, vagy eleve eldönti – megtervezi – hogy a jelzáloghitellel vásárolt ingatlant eladja.

A konstrukció lényege az, hogy a fixre, vagy változtathatóra megállapított kamatot fizetik évente (vagy gyakrabban), s magát a kölcsönösszeget az előre megállapított futamidő végén, esetleg az adós által választható időpontban kell, illetve lehet fizetni. Utóbbi esetben változtatható kamatozás esetén, illetve fixált kamatfizetés mellett is előnyösebb az adós helyzete. Különösen a fix kamatláb esetén szembeűnő ez, hiszen általános kamatemelkedés esetén a bank nem tud kamatot emelni, az adós tehát jól járhat a törlesztés halasztásával, általános kamatcsökkenés esetén viszont az adós adott kamatozású tartozását alacsonyabb kamatozásúra tudja átváltani.

3.6.4. Egyenletes tőketörlesztés

A kamatkonstrukció lényeg az, hogy az adós előre megadott futamidő alatt időközönként ugyanakkora kölcsönt visszafizet, s kamatot így csak a fennmaradó rész után kell fizetnie. Fix kamatozás mellett ez egyre csökkenő kamatösszeget jelent, ami azzal jár, hogy a törlesztőrészek is egyre csökkennek.

Nyilvánvaló, hogy ez a konstrukció olyan esetekben lehet kedvező, amelyekben a várható nettó bejövő pénzáramlások lassú csökkenésére kell számítani.

Például egy házaspár úgy látja, hogy gyermekei nevelésére, azok iskoláztatására korosodásukkal egyre többet kell költeni, de a családi jövedelem jelentősebb emelkedésére reálisan nem számíthatnak. Hasonló lehet egy nyugdíjhoz közeli állapot is.

Példa: A kölcsön összege 10 millió. A fix kamatláb évi 10%. A futamidő 10 év. A törlesztés az egyes évek végén a következő:

Idő	Hitelállomány a tőketörlesztés előtt	Kamat	Tőketörlesztés	Törlesztőrészlet
1	10 000 000	1 000 000	1 000 000	2 000 000
2	9 000 000	900 000	1 000 000	1 900 000
3	8 000 000	800 000	1 000 000	1 800 000
4	7 000 000	700 000	1 000 000	1 700 000
5	6 000 000	600 000	1 000 000	1 600 000
6	5 000 000	500 000	1 000 000	1 500 000
7	4 000 000	400 000	1 000 000	1 400 000
8	3 000 000	300 000	1 000 000	1 300 000
9	2 000 000	200 000	1 000 000	1 200 000
10	1 000 000	100 000	1 000 000	1 100 000

3.6.5. Növekvő részek fizetése

Olyan esetekben előnyös, amikor az egyéni (családi) jövedelmek fokozatos növekedésével lehet számolni. Ugyancsak lehetnek olyan projektek (befektetések) amelyekből adott ideig egyenletesen növekvő nettó pozitív pénzáramlásra lehet számítani.

Példa: A kölcsön összege 10 millió. A fix kamatláb évi 10%. A futamidő 9 év. A törlesztés az egyes évek végén a következő:

Idő	Hitelállomány a tőketörlesztés előtt	Kamat	Tőketörlesztés	Törlesztőrészlet
1	10 000 000	1 000 000	100 000	1 100 000
2	9 900 000	990 000	200 000	1 190 000
3	9 700 000	970 000	300 000	1 270 000
4	9 400 000	940 000	500 000	1 440 000
5	8 900 000	890 000	800 000	1 690 000
6	8 100 000	810 000	1 200 000	2 010 000
7	6 900 000	690 000	1 700 000	2 390 000
8	5 200 000	520 000	2 400 000	2 920 000
9	2 800 000	280 000	2 800 000	3 080 000

3.7.Bérlet, lízing és ingatlangazdálkodás

Az ingatlanok adózása kapcsán már megjegyeztünk egyes eltéréseket a saját használatra vásárolt, vagy épített ingatlanok és az üzleti célokból építettek vagy vásároltak között. A földingatlanok között, bár azok általában gazdálkodás tárgyát képezik, az adózást illetően szintén lehetnek eltérések. Ezek jellemzői inkább a kisgazdaságok adómentességében, illetve kedvezmények adóztatásában mutatkoznak. Ugyancsak sajátosak a földingatlanok – és a saját személyes, családi épületek – abban, hogy azokra amortizációs költségeket nem számolnak el, bár a vállalkozási célú föld feljavítására, ültetvények, s esetleg erdők létesítésére fordított összegek – mivel azokat folyó költségként általában nem lehet elszámolni – amortizálhatók.

A személyes vagy családi használatra – lakhatásra – használt ingatlanok megszerezhetők saját pénzen, hitellel vagy bérrelhetők. Hitellel való szerzés, vagy bérlet esetén a kamat, vagy a bérleti díj kedvezményes is lehet, de azok az adózást illetően nem tekinthetők költségnek, mint az amortizáció sem! (A személyes fogyasztás dotálható, de nem költség!)

Az üzleti célt szolgáló ingatlanok szintén megszerezhetők saját pénzen, hitellel, vagy bérrelhetők, illetve bérbe adhatók. A saját pénzen, vagy hitellel szerzett üzleti célú ingatlanoknál az amortizáció, illetve a kölcsön után fizetett kamat költségként elszámolható, ezáltal adócsökkentő tétel. A bérleti díj (lízingdíj) a bérbe adó számára jövedelem, a bérlő számára költség, s ezek szerint kell, illetve lehet azt elszámolni.

A lízing speciális bérlet. Lényege az, hogy a lízingbe adó megvásárolja a lízingbe vevő által igényelt jószágot, hogy neki rendszeres díjfizetés ellenében adott időre használtára átengedje. Látni fogjuk azonban, hogy ingatlanok esetében ez sajátosan érvényesül, s inkább a bérbeadás a jellemző. A lízing két alapesetét szokták megkülönböztetni.

Az operatív lízing esetében a lízingbe vevő általában a lízingtárgy élettartamának csak kisebb részére bérlő, a bérleti idő rövidíthető és hosszabbítható. A tulajdonos, a lízingbe adó amortizálhatja a lízingtárgyat. A bérlő alternatívája általában a saját pénzen való megvásárlás.

A pénzügyi lízing kiterjed a lízingtárgy gazdasági élettartamának jelentős részére. Nem felmondható. A tulajdonos, vagy a lízingbe vevő amortizál. A lízingbe vevő alternatívája az, hogy hitel felvételével vásároljon. A lízingdíj tehát az adósságszolgálatnak megfelelő kötelezettség. Ez a lízing tehát finanszírozási forrás.

A operatív lízing hasznosságának értékelése a *költségegyenértékes* számításával lehetséges. A bérlő akkor jár jól, ha a lízingdíj alacsonyabb, mint a bérlő költsége lenne a lízingelt eszköz (épület) megvásárlása esetén. A bérlet és a tulajdonlás gazdaságossági összehasonlítása szintén a költségegyenértékes számításával lehetséges.

A költségegyenértékes fogalma és számítása

A költségegyenértékest nem egyenletes pénzáramlás sorozatok esetében szokták számolni. Olyan járadéktag (annuitás tényező), amely azonos számú járadékköz esetén ugyanakkora jelenértéket adna, mint amekkora az eredeti, nem azonos nagyságú járadéktagokból álló pénzáramlás jelenértéke.

Példa:

Egy család a szükségesnek ítélt lakást (házat) 25 millióért tudná megvásárolni. A karbantartás, fűtés, világítás, biztosítás költségei az első tíz évben évi 0,7 milliót, később évi 1,5 milliót tennének ki. A ház 25 év után 15 millióért eladható. A hasonló befektetés elvárt hozama évi 10%.

Mekkora a 25 év pénzáramlásának jelenértéke?

Mekkora a költségegyenértéke?

Mekkora bérleti díj jelentene a vétellel szemben jobb alternatívát, ha a karbantartási, stb. költségeket a bérlőnek kellene biztosítania?

$$\begin{aligned} & -25\text{millió} - 0,7(AT_{10\%;10\text{ év}}) - 1,5(AT_{10\%;15\text{ év}})(DF_{10\%;10\text{ év}}) + 15(DF_{10\%;25\text{ év}}) = \\ & = -25 - 0,7(6,145) - 1,5(7,606)(0,386) + 15(DF_{10\%;25\text{ év}}) = \\ & = -25 - 4,3015 - 4,403874 + 1,38 - 32,325374\text{ millió} \end{aligned}$$

$32,325374 : (AT_{10\%;25\text{ év}}) = 32,325374 : 9,077 = \underline{3,561240\text{ millió}}$ a költségegyenértékes!

A bérelő fedezi az első tíz év (4,3015) és az utána következő 15 év (4,4039) karbantartási, stb. költségeinek jelenértékét. Ezeket tehát a 25 millió vételárhoz nem kell hozzáadni, viszont az épület maradvány-jelenértékét abból ki kell vonni. A költségegyenértékes tehát

$$(25,00 - 1,38) : (AT_{10\%;25\text{ év}}) = \underline{23,62 : 9,077 = 2,602181\text{ millió}}$$

A bérleti díjat azonban egy-egy évre előre fizetik a bérlők, jelenértékük tehát a következő képlettel számítandó: $AT(1+i)$

Esetünkben $(AT_{10\%;25\text{ év}})(1+i) = 9,077(1,1) = 9,9847$, tehát a járadéktagnak (lízingdíjnak) $23,62 : 9,9847 = 2,365619$ milliónál kisebbnek kell lennie.

A 25 tagból álló lízing (bérleti) díj jelenértéke úgy is kiszámítható, hogy az első részlet összegéhez hozzáadjuk a hátralévő 24 azonos nagyságú díjnak, mint annuitástagoknak a jelenértékét:

$$\begin{aligned} & 2,365619 + 2,365619(AT_{10\%;24\text{ év}}) = \\ & = 2,365619 + 2,365619(8,985) = \\ & = 2,365619 + 21,25587 = \underline{23,620705\text{ millió}} \end{aligned}$$

A fenti példa (eset) az *operatív lízinghez* hasonlít abban, hogy az alternatíva a *vásárlás vagy bérlet* volt. A nálunk jelenleg érvényes szabályozás (adózás) alapján a személyes (család) használatra szolgáló ingatlan megvétele esetén a tulajdonosok nem számolnak amortizációt és nem adóznak. A használók bérelőként adóbevallásuk során a bérleti (lízing) díjat nem vehetik figyelembe.

Az ingatlanok saját használatot szolgáló tulajdonlása esetén a szerzéshez igénybe vett kölcsönök után fizetett kamatot sem vonhatják le személyes (vagy családi) jövedelmükből. (Mint ahogy nem is amortizálhatnak!) Ebben az esetben azonban a szerzés (vétel, befektetés) jelenértékét már kissé bonyolultabban lehet csak számolni, hiszen a vételi (jelen) értéket a törlesztés plusz kamat (törlesztőrészek) jelenértékének és a vételkor felhasznált saját befizetés jelenértékének összegeként kell számolni. Mivel a kölcsönt profitorientált cégek nyújtják, valószínű, hogy az általuk elvárt hozam valamivel magasabb, mint amit a vásárlók tudnak elérni meglévő pénzük hasonló területen (kockázattal) való befektetésével.

Példa:

40 költségen után 12%-os kamatot kell fizetni. (újra házasságnál első lakás esetén 0/10-0/12 az alternatíva költség (elvárt megtérülés, azaz diszkontráta) 10%. A lakás 10 év után 25 millióért eladható.

Milyen összegű bérleti díj esetén érdemesebb bérelni, mint vásárolni 12%, illetve 8% kamat esetén, ha az éves karbantartási, stb. költség 1 millió, s azt a bérlő fizeti?

a)

$$10 + 15 - (DT_{10\%; 10 \text{ év}}) = 25 - 25(0,386) = 15,35$$

$$15,35 : (AT_{12\%; 10 \text{ év}})(1,12) = 15,35 : 5,65(1,12) = 2,425727 \text{ millió a költségegyenértékes,}$$

azaz a határérték. Ha a bérleti díj ennél alacsonyabb, inkább érdemes bérelni, mint hitellel vásárolni.

$$10 + 15 - 25(DT_{10\%; 10 \text{ év}}) = 15,35 \text{ millió}$$

$$15,35 : (AT_{8\%; 10 \text{ év}})(1,08) = 15,35 : 6,71(1,08) = 2,1181176 \text{ millió az egyenértékes.}$$

Az eltérés a) és b) eset között abból adódik, hogy a maradványérték jelenértékét a piaci elvárt hozammal diszkontáltuk mindegyik esetben, s így a költségegyenértékesek az eltérő kamatok miatt eltérőek!

A két példából láthattuk, hogy Magyarországon igazában nincs különbség aszerint, hogy megvásárolással, vagy teljesen (gyakorlatban részben) hitellel való megvásárlással jutunk a *saját használatra szánt* ingatlanhoz. Az ingatlanlízingnél saját használat esetén igazában színes tehát különbség a bérlet, az operatív lízing és a pénzügyi lízing között. A választás szempontja a vétel és bérlet, illetve a hitellel való vétel és bérlet között inkább az, hogy rendelkezünk-e elégséges pénzzel, illetve, hogy az állam támogatja-e a hitellel történő hozzájutást. Valószínűsíthető, hogy amennyiben nem támogatja, a kamat jelenleg magasabb, mint az általában várt alternatíva-költség, tehát érdemesebb a tulajdont saját pénzen megszerezni, vagy bérelni, mint a tulajdont hitellel megszerezni. Ha a hitel állami támogatása jelentős, a hitellel való vásárlás lehet a kifizetődőbb. Ha ellenben az állam nem a hitelt, hanem az építkezést, vagy a vételt támogatja egyszeri összeg juttatásával, vagy adóelengedéssel, a hitellel való szerzés végképpen (különösen) kedvezőtlen lehet.

Más a helyzet a nem saját használatú, hanem *az üzleti célú ingatlanok esetében*. Ezek bérbeadás esetén nem feltétlenül számítanak operatív, vagy pénzügyi lízingnek. A bérlet általában nem terjed ki a közel teljes élettartamra (nem pénzügyi a lízing), a bérlő oldaláról azonban a bérlet alternatívája a hitellel való tulajdonszerzés.

Tegyük fel, hogy ezekben az esetekben a bérlet a hitellel való vásárlás alternatívája, tehát egyértelműen egy finanszírozási mód. A bérbevevő vállalat törlesztőrészletek helyett bérleti díjakat fizet. Azt, hogy a lízingbe vevő vállalatnak melyik megoldás az előnyösebb, a bérbevételi pénzáramlások és másrészt a hitellel való vásárlás pénzáramlásainak az összevetése alapján dönthető el.

Példa:

Egy épület beszerzési költsége 1 000 millió. Évente 4 százalékkal, tehát 40 millióval amortizálható, lineárisan. A bérlet 25 évre szól, becslések szerint maradványérték nem lesz. A bérlő Y vállalat adókulcsa 18%. Az éves bérleti díj 130 millió. Mekkora a bérleti díjak nettó jelenértéke, ha az alkalmazandó diszkontráta 10%. (12,95% kamat, 18% adó!) [12,1951% kamat – 12,1951 × 0,18% adó]

Megoldás:

Az épületet nem kell megvenni, ez +1 000 millió jelenértéket ad. Az amortizáció révén tulajdonlás esetén elérhető adómegtakarítás elmaradásának jelenértéke

$$-40(0,18)(AT_{10\%; 25 \text{ év}}) = 7,2(9,077) = -65,3544.$$

A bérleti díjak jelenértéke

$$130(AT_{10\%;25\text{ év}})(1,1) = 130(9,077)(1 \cdot 1) = -1298,011 \text{ millió.}$$

A bérleti díjakból származó adómeztakarítás jelenértéke

$$130(0,18)(9,077) = +212,4018 \text{ millió.}$$

Az épület bérlő cég pénzáramlásai a következők:

$$+1000 - 65,3544 - 1298,011 + 212,4018 = -150,9636$$

A bérleti díj tehát túl magas, a megvétellel szemben a 25 év alatt mintegy 151 millió a többletköltség jelenértéke (a bérleti díjak jelenértékét az év eleji esedékesség miatt az $BD(AT_{10\%;25\text{ év}})(1,1)$ formulával, míg az amortizációs adómeztakarítás kiesések és az BD -vel járó adómeztakarítások jelenértékét – mivel az év végén keletkeznek – az $AM(AT_{10\%;25\text{ év}})$ illetve az $BD(AT_{10\%;25\text{ év}})$ formulákkal számoltuk.

Ugyanezen eljárással ellenőrizhető, hogy 112 millió éves bérleti díj esetében a pénzáramlások a következőképpen alakulnának:

$$+1000 - 65,3544 - 1118,2864 + 182,99232 = -0,64848 \text{ millió,}$$

vagyis a bérlés már csak kissé lenne gazdaságosabb, mint a vásárlás! Bizonyos, hogy 111 millió éves bérleti díjjal már a bérlés lenne a gazdaságosabb megoldás:

$$+1000 - 65,3544 - 1108,3017 + 181,35846 = +7,70236 \text{ millió!}$$

Pénzügyi lízing esetén a megfelelő (a bérlő számára kedvező) lízingdíj kiszámítása kissé bonyolultabb. *Ha kölcsönből vásároljuk az ingatlant*, a bekerülési költség jelenértéke maga a kölcsön összege. Ebben az esetben azonban ki kell számolnunk az évente fizetett kamatokkal, mint költséggel elérhető adómeztakarítások jelenértékét, valamint az amortizációval elérhető adómeztakarítások jelenértékét, amit a tényleges bekerülési költségéből levonhatunk. Lineáris értékcsökkenési leírás esetén az utóbbi egyszerű, a kamatfizetés költségei által elérhető adómeztakarítások jelenértékét viszont csak egyenletes (azonos összegű) kamatfizetés esetén tudjuk egyszerűen kiszámítani. (Ha a törlesztés egy összegben, a futamidő lejártakor történik.) A diszkontráta ez esetben is az adómeztakarítással számolt kamat (elvárt hozam).

Fentiek alapján a hitellel való finanszírozás pénzáramlásainak végeredménye a következő:

$$\begin{aligned} &+1000 + 65,3544 - 100(9,0770 - 100(DT_{10\%;25\text{ év}})) = \\ &= +1000 + 65,3544 - 907,7 - 92 = 65,6544 \end{aligned}$$

A hitel pozitív (bejövő) pénzáramlás, amikor felvesszük. Az adott példában 25 éven keresztül fizetjük a 12,1751 százalékos kamatot, amiből 18%-os adómeztakarítás 18%-os adórátája esetén (hiszen a kamat költségként elszámolható), tehát az adómeztakarítás jelenértékét a kamatösszegek jelenértékéből levonva ugyanazt az eredményt kapjuk, mint ha a kamatot csökkentjük 18 százalékkal, s az így kapott kamatösszeg jelenértékét számítjuk. A példában ez 112,1951 millió helyett 100 millió, aminek a 10%-os alternatíva költséget és 25 éves futamidőt figyelembe véve számítottuk a jelenértékét. Ugyanezen paraméterekkel számítottuk az amortizációval elérhető adómeztakarítások, valamint a futamidő lejártakor esedékes törlesztés jelenértékét is.

A kerekítési pontatlanságoktól eltekintve látható, hogy a kamatfizetések jelenértéke plusz a törlesztés jelenértéke megegyezik a kölcsön összegével (ez elméletileg szükségszerű, ha az adó utáni kamatláb megegyezik az alternatíva költséggel, azaz a diszkontrátával.) Az amortizációval elérhető adó-

megtakarítás végül ugyanúgy csökkenti a vételár (a befektetés) jelenértékét, mintha az ingatlant saját pénzen vásároltuk volna.

Végül annak megállapítására, hogy milyen összegű lízingdíj (bérleti díj) lenne ugyanolyan gazdaságos, mint a hitellel történő vásárlás, ismét csak a költség-egyenértékes kiszámításával tudunk választani. Esetünkben ez a következő:

$$1000 - 65,6544 = 9,9847(Ke) - 0,18(9,077)(Ke)$$

Az amortizációk révén elérhető adó megtakarítások jelenértéke:

$$40(0,18)(AT_{10\%; 25\text{ év}}) = 7,2(9,077) = 65,3544$$

A lízingdíjak (bérleti díjak) jelenértéke $9,9847 \times (LD \text{ azaz } Ke)$. A 9,9847-et az $(AT_{10\%; 25\text{ év}})(1,1)$ formula alapján számoltuk.

A lízingdíjak (költségegyenértékesek) költségként való elszámolásával elérhető adó megtakarítások jelenértéke $0,18 (LD \text{ azaz } Ke)(9,077)$. A 9,007-et az $AT_{10\%; 25\text{ év}}$ alapján számoljuk.

A számítást folytatva:

$$934,3456 = 9,9847Ke - 1,6326Ke$$

$$934,3456 = 8,3521Ke$$

$$Ke = 934,3456 : 8,3521 = 111,869542$$

A 111,869542 milliónál alacsonyabb lízingdíj esetén tehát már érdemesebb lízingelni, mint hitellel vásárolni!

Az ingatlanok bérlete (lízingbe vétele) az eddigi példák alapján is több okkal magyarázható. A legjellemzőbbek a következők:

- rövid időre kell, a megvétellel járó ráfordítások nem kifizetődőek,
- rövid időre kell, a bérleti díj gazdaságosabb (a költségegyenértékesnél alacsonyabb),
- hosszú időre kell, a bérleti díj gazdaságosabb,
- nincs pénz a megvételre, s kölcsönt sem lehet igénybe venni
- a bérleti díj alacsonyabb, mint a kölcsönrel való szerzés költségegyenértékese.

Látható, hogy a fentiek közül is csak egy esetben szükségszerű a bérlet (nincs pénz, nincs kölcsönforrás) a többi esetben a bérlet gazdaságosabb. (Csak egy esetben azért, mert a szerzéssel kapcsolatos ráfordítások túl nagyok a használat idejéhez képest!) Ezek alapján feltételezhetjük, hogy a bérlet (vagy lízingbe) adónak és vevőnek a legtöbb esetben nem a konstrukció tényleges működéséből adódó gazdaságosság eléréséből származók (nem tényleges megtakarításból származik) az előnye. A nagybani eladásból, a széleskörű karbantartásból, a várható élettartam gyártó általi jobb előrelátásából, stb. származó előnyök e konstrukció nélkül is megvannak és realizálhatók!

A kérdés az, hogy akkor miből származhatnak a bérleti (lízing) konstrukció tényleges előnyei a felek számára?

A válasz általában az, hogy a lízing és a bérlet révén a két fél együttesen valami módon (a legtöbbször nem a lízingtárgyak olcsóbb beszerzése, vagy ésszerűbb, hatékonyabb működtetése révén) magasabb jövedelemhez jut, s ezen valamilyen arányban osztozkodhatnak. A magasabb együttes jövedelemhez az említett módok kizárása esetén pedig csak adó megtakarítás révén juthatnak. Ez a következő esetekben érhető el.

- A bérbeadó magasabb adókulccsal adózik.
- A bérbevevő a bérelt tárgyak értékének egységére vetítve alacsonyabb nyereséget ér el.
- A bérbevevő kedvezőbb amortizációs sémát használhat. (Rövidebb idő alatt amortizálhat, illetve a gyorsított leírási séma alkalmazásával az amortizációs nagyobb részét számolhatja el az élettartam elején!)

Az eredmény mindhárom esetben az, hogy a kormányzat kisebb adóbevételhez jut, mintha a bérbeadó fizetné az adót. A különbségen azután a két fél megosztozhat, s ez mindegyik számára növeli az adó előtti nyereséget, amin azután természetesen mindegyik fél a maga adókulcsával adózik.

Megjegyezzük, hogy a lízingtárgyak olcsóbb forgalmazására, egybeni nagyobb volumenű eladására, azok karbantartásának, egyéb szervizelésének koncentrálására, hatékonyabbá tételére, stb. is valószínűleg a lízingkonstrukció kínálkozik sok esetben a legelőnyösebb megoldásként.

Megemlítendő még, hogy ingatlanok visszlízinge fontos módja lehet a pótlólagos forrásszerzésnek, s ezáltal az üzleti tevékenység szélesítésének. (Visszlízinge: saját tulajdonú ingatlan eladása és ezzel egyidőben való bérlése és további működtetése, használata.)

4. A PIACI KÖRNYEZET

A piaci környezet tanulmányozása a befektetés feltételeinek elemzésében az egyik legfontosabb lépés. Az ingatlanpiac az ingatlanok iránti kereslet és az ingatlanok kínálatának a kölcsönhatása, találkozás. Az ingatlanpiac úgy is felfogható, mint egy mechanizmus, amelyen keresztül az ingatlanokat és a hozzájuk kapcsolódó szolgáltatásokat elcserélik, adják-veszik. Fontos megjegyezni, hogy ezt a mechanizmust a piaci szereplők igényei mellett a politikai és kormányzati ráhatások, beavatkozások is alakítják.

A piacok funkciója általában a szűkös javak elosztása. Az ingatlanpiacon a szűkös jószág az ingatlan, amely magában foglalja a földet és annak értéknövelését – építményeket és egyéb minőségjavításokat –, valamint a tulajdonlással járó jogokat. Az ingatlanok piaci elosztása is az ármechanizmussal történik. Ez azt jelenti, hogy az ingatlant általában az tudja megszerezni, aki a legmagasabb árat tudja adni érte. Bizonyos esetekben azonban a társadalom döntése ezt a mechanizmust korlátozza azaz, hogy az elosztás módját a kormány (központi, de inkább helyi kormányzat) jogkörébe utalja. Ennek megnyilvánulása például természetvédelmi övezetek, útvonalak létesítése, vagy a helyi zónákra vonatkozó szabályozás.

Mint erre már utaltunk, az ingatlanpiac sajátos. Például az ingatlanok helyhez kötöttek, ennél fogva a konkrét helységeket nem ismerők számára bizonytalanok, nehezen értékelhetők. Emellett az egyes ingatlanok egyedisége, páratlansága kizárja, hogy a piacra kerülő – eladásra szánt – ingatlanokról típus-tájékoztatókat készítsenek. Ahhoz azonban, hogy országot átfogó egységes ingatlanpiac létezhesen, egy egységes információs formulára és rendszerre lenne szükség. Végül hasonló ingatlanok piacra kerülése a meglévők közül viszonylag ritka, tehát ezt mindig külön kellene jelezni egy egységes rendszerben is. Ezekkel a sajátosságokkal magyarázható, hogy miért nincs igazában az ingatlanpiacoknak egy-egy központja, mint például a tőzsde.

(Az ingatlanpiac abból a szempontból is sajátos, hogy a kínálat egyes szegmensei – pl. a föld nagyságukat tekintve változatlanok, vagy csak nagyon lassan változnak. Rövid távon a kínálat alapjának mennyisége fixnek tekinthető. Másrészt a meglévő mennyiségnek rövid távon általában csak elenyésző része válik tényleges kínálattá, illetve csak ilyen része iránt nyilvánul meg tényleges kereslet.)

Arra is történt már utalás azonban, hogy bizonyos jelzőkölcsönök másodlagos piacainak a kialakulása (értékpapírosítás) könnyebbé teszi a befektetések adásvételét. Egyre inkább válik az is, hogy pénzügyi befektetők más országrészekben, esetleg más országokban is ingatlanbefektetésekben szerezzenek érdekeltséget.

Mivel az ingatlanbefektetés egyértelműen biztos jelenbeli kiadások bizonytalan jövőbeni bevételekkel való szembeállítás, elsőrendű fontosságú, hogy a befektetők a piac elemzésével becsülni tudják a jövőbeni bevételeket. Ezek különböző tényezőinek becslése azonban eltérő biztonsággal, valószínűséggel lehetséges. Más szavakkal: az egyes befektetések megtérülésének valószínűségi eloszlása – azaz kockázata – is eltérő biztonsággal becsülhető. Az időtáv egyrészt növeli a kockázat nagyságát, másrészt csökkenti a becslések pontosságát, amit szintén a kockázat tényleges növekedéseként értékelhetünk.

A piaci környezet elemzése a várható megtérülések becslésének a pontosításához szükséges. A becsült kockázat nagyságának kiszámítása pedig annak a feltétele, hogy a különböző befektetési lehetőségek közül ésszerűen lehessen választani. Következésképpen a piaci környezet részletesebb elemzése is e két alaplépésre osztható: Egyrészt a környezet minél alaposabb elemzése a becslések pontosabbá tétele céljából; másrészt a becsült kockázatok és hozamok összevetése a befektetési döntések elősegítése érdekében.

4.1. Az ingatlanpiacok elemzése

A befektetőknek az ingatlanpiacokon egyrészt a tulajdonjogok hasznosításának, azaz a bérleteknek a piacát; másrészt az ingatlanok tulajdonlásának a piacát kell elemezniük. A tulajdonossá váló befektetőt mindkettő érinti. Ez könnyen érthető, ha egy szálloda, vagy egy bérbeadandó irodaház tulajdonosára gondolunk, hiszen ők részben tulajdonjogaikat szándékoznak bérbeadni, s a bérbeadás feltételeinek alakulásától is függ, hogy tulajdonukat mennyire tudják hasznosítani. De ugyanez – bár kissé áttételesen – áll egy lakás, vagy lakóház tulajdonosára is. Hiszen a tulajdonlás árát kell összevetnie a bérleti díjak várható alakulásával, hogy dönteni tudjon: vásároljon-e lakást, vagy inkább bérelje azt, s esetleg máshol eszközölnön befektetést, ha van szabad pénze.

Az ingatlan használatára irányuló kereslet attól függ, hogy az milyen hasznosítási lehetőségeket nyújt. Például egy lakás iránti kereslet a bérlők szemszögéből nézve attól függ, hogy a lakás milyen szolgáltatásokat biztosít. Ezek közül a legismertebb a lakhatóság, a kényelem, a munkahely és a bevásárlóhelyek elérhetősége, a biztonság, a nyugalom, a levegő tisztasága, a presztízs és a környékbeliekkel való kapcsolat. A bérlő tehát nem csupán egy, az lakhatást biztosító építményt, hanem egy sor „szolgáltatást” is megfizet. Minél nagyobb e szolgáltatások iránti kereslet, annál magasabb a bérleti díj. Ennek ellenére, a szolgáltatásokért fizetett díjakat nem vetítik külön-külön ezekre, hanem fizikai egységenként pl. négyzetméterenként tartják számon. Emiatt ügyelni kell arra, hogy a bérleti szerződésben a szolgáltatásokat pontosan megjelöljék.

Az ingatlanok eladásánál és vételénél a piac elemzése az ingatlan árára irányul mind az eladó, mind a vevő részéről. Az ár, vagy érték a várható jövőbeni jövedelmektől függ, amelyek a bérleti díjakból és egy majdani eladási árból tevődnek össze.

A bérlők szempontjain alapuló elemzés a tulajdonosok számára a bérleti díjak várható nagyságának becsléséhez ad segítséget.

A tulajdonosoknak azonban arra is szükségük van, hogy megállapítsák a jövőbeni jövedelmek jelenértékét. Ehhez a jelenérték számításához szükséges diszkontráta helyes megválasztása is kell. Ez pedig a várható kockázat nagyságától és attól is függ, hogy hasonló kockázatú más befektetési lehetőségeknek mekkora a várható hozama.

4.1.1. A piaci elemzéstől várt legfontosabb eredmények

A piaci elemzés az adothoz hasonló, tehát azzal versenyben lévő ingatlanok kínálatának és keresletének várható alakulását vizsgálva elsősorban az alábbi kérdésekre igyekszik választ adni:

- a) Az adott ingatlan bérleti díjának várható alakulása, azok nagyságának különböző valószínűsége, valamint a bérleti díjakban várható jövőbeni változások
- b) Az igénybevétel, vagy az üresen maradás arányának becslése szintén valószínűségekkal egyetemben. (A saját célra lakást vásárlók számára ez nyilván nem kérdés, ehelyett más tényezőket – pl. meddig számíthat az adott településről elérhető munkahelyre, vagy meddig lesz szüksége ekkora lakásra stb. – kell figyelembe vennie.)
- c) Speciális tényezők, pl. a vétel, eladás, finanszírozás, használati korlátozások különleges szabályozások stb. figyelembe vétele
- d) A várható jövőbeni eladási árak alakulása

4.1.2. A piaci elemzés legfontosabb általános területei

Az ingatlanbecsléseket leginkább befolyásoló általános tényezőket aszerint is osztályozhatjuk, hogy a kínálatot, vagy a keresletet befolyásolják-e.

A **jövedelmek** alakulása elsősorban a kereslet alakulására van hatással. Az ingatlanokhoz javak és szolgáltatások kapcsolódnak, a befektetőknek vizsgálniuk kell, hogy adott ingatlanon milyen javak termelhetők és az ingatlan léte milyen szolgáltatásokat biztosít. A lakások iránti kereslet a velük járó hasznosítási lehetőségektől, valamint a jövedelmek nagyságától függ. A jövedelmek adják a finanszírozás bázisát is.

A **demográfia**, azaz a népesség alakulásának a jellegzetességei az ingatlanpiac hosszútávú alakulásának fő meghatározói közé tartoznak. Nagyon fontos e tekintetben is a korok szerinti összetétel, a házassági arányszámok alakulása, a születések számának alakulása, az elhalálozások aránya és száma, továbbá a régiók, városok és országok közötti migráció is. Az emberek átcsoportosulásának irányát és nagyságát – különösen hosszú távon – nagyon nehéz megbízhatóan előrejelezni. Ugyanakkor bizonyos helységek vagy körzetek esetében – ha azok hirtelen vonzáshellyé váltak, vagy éppen ellenkezőleg valamilyen oknál fogva taszítják a népességet – ez lehet az ingatlanpiac keresleti-kínálati viszonyait a leginkább meghatározó tényező.

Az ingatlanpiacon belül a **felépítményeket hosszú időn keresztül létesítették**. Még akkor is, ha egy éven belül az új építmények mennyisége meghaladja a kiselejtezett, lebontott építményekét, a növekmény a meglévő állományhoz viszonyítva általában jelentéktelen. Az állomány tehát viszonylag változatlan nagyságú. A meglévő állomány jellemzői például a kor szerinti megoszlás, az elhelyezkedés, a fizikai állapot, a modern funkcióknak való megfelelés, stb. mind figyelembe veendő tényezők.

A **gazdasági növekedés** várható, országon belüli – sőt nemzetközi – alakulása, továbbá az ingatlan közelebbi környezetében várható gazdasági trendek – termelés, jövedelem, munkanélküliség stb. – elemzése ugyancsak elsőrendű fontosságú.

Az ingatlan – föld és felépítmények – **fizikai jellemzői** is korlátozhatják, vagy növelhetik annak hasznosságát. Közülük az alábbiak a legjellemzőbbek:

- a telek – föld – helyzete, alakja, mérete
- topográfiai /domborzati/ viszonyok
- csatornahálózat – esővíz elvezető rendszerek állapota
- vízügyi viszonyok (folyók, források, talajvízszint stb.)
- talaj és altalaj viszonyok
- közüzemekkel való ellátottság és azok állapota
- az ingatlan funkcionális adottságai
- biztonságos-e pl. az épület
- megközelíthetőség szállítás és közlekedés.

Kérdés, hogy a fenti tényezők figyelembe vételével hogyan alakul a kereslet és a kínálat viszonya adott piaci körzetben, hiszen ez is befolyásolja – ha nem meghatározza – a jövőbeli pénzáramlások nagyságát és valószínűségi mutatóit.

Végül a **szociálpolitikai környezet** elemzése is egyre fontosabbá válik Magyarországon is. Amíg a fentebb említett környezeti tényezők a kereslet – kínálat alakulását befolyásolják elsődlegesen, a szociálpolitikai környezet közvetlenül a kockázat mértékére hat. Közvetlenül a befektetésnek a „szomszédsággal”, a helyi közösséggel való kapcsolatát jelenti. Egy befektetés lehet jogi értelemben megfelelő (pl. megfelelhet a zónára vonatkozó előírásoknak), de a helyi közösség esetleg mégis ellenzi. Ennek az oka elsősorban az ingatlanbefektetések, különösen üzemek, bevásárló központok, szórakozóhelyek, stb. által előidézett externáliákkal magyarázható. Ilyenek például a megnövekedett forgalom és zaj, és a környező ingatlanok értéknövekedése is. Abban az esetben, ha a helyi közösségek úgy ítélik meg, hogy a befektetések összehatása negatív, a befektetést akadályozhatják, profitabilitását csökkenthetik. A helyi közösségek az utóbbi időben egyre gyakrabban vonnak magukhoz olyan jogokat, amelyek régebben egyértelműen a magántulajdonosi tulajdonhoz tartoztak. (Például reklámokra vonatkozó előírások, fák kivágásának korlátozása, állattartás korlátozása stb.)

A fenti tényezők közül a jövedelmek és a népesség alakulása elsősorban a keresletet, az ingatlan-állomány és az ingatlanlétesítés a kínálatot, míg az egyéb tényezők a keresletet és a kínálatot is befolyásolják.

4.1.3. A befektetés kockázatának figyelembe vétele

A közgondolkodásban a bizonytalanság és a kockázat gyakran szinoním fogalmak. A gazdasági elemzésekben a kockázat egyértelműen a befektetések megtérüléseinek szóródása – a várt megtérüléstől való pozitív és negatív eltérések nagysága. Általában a kockázatra vonatkozó elemzések a várt átlagos hozamból kiindulva az ettől való eltérések varianciájával, illetve szórásának nagyságával mérik a kockázat mértékét.

A legtöbb befektetés hozamát nem lehet biztosra venni. Úgyszintén, a kockázat nagyságának számítására egyes esetekben használható statisztikai adatok állnak rendelkezésre, más esetekben azonban nem. Utóbbi esetben egyéb adatok, vagy szubjektív értékelés alapján – valószínűségek feltételezésével – lehet számítást végezni a kockázat nagyságára vonatkozóan.

Az ingatlanbefektetések esetében a hozamot befolyásoló egyes tényezők, például a fix kamatozás esetén a törlesztés nagysága, az amortizáció, egyes más költségfajták viszonylag könnyen becsülhetők, míg a várható bérleti díjak, a kihasználás mértéke, vagy a majdani esetleges eladási ár már sokkal nehezebben láthatók előre.

Más oldalról nézve az is megállapítható, hogy minél távolabbi időre nézünk előre, annál nagyobb lesz a kockázat, azaz annak mérőszáma, a szórás. Ennek az a magyarázata, hogy a hozam nagyságát befolyásoló tényezőkben hosszabb idő alatt nagyobb változások következhetnek be. Nem lehet tudni azonban, hogy milyenek lesznek ezek a változások, s emiatt az idő hosszúságának növekedésével a becslések is egyre bizonytalanabbak.

Az ingatlanbefektetésekhez kapcsolódó üzleti kockázat nagyságát azzal mérik, hogy mekkora a saját tőke befektetésére vetített szórás mértéke. (Ezt tőkeáttételes befektetés esetén is így kell számítani.) Ezt figyelembe véve egy általános szabályból lehet kiindulni, amikor adott befektetés elvárható hozamát állapítják meg. A kockázat nélkülinek tekintett befektetés hozama a jelenlegi fogyasztás elhalasztásának a prémiuma, míg a kockázattal arányosan ennél nagyobb hozam – amely elvárt a kockázatos befektetésekre – a kockázatvállalást kompenzálja:

$$k = k_f + k_m$$

ahol k az elvárt hozam
 k_f a kockázat nélküli hozam
 k_m a kockázatot kompenzáló hozam

Arra a kérdésre, hogy a kockázat növekedésével a hozam milyen mértékű növekedése szükséges, gyakorlati felmérésekkel lehet válaszolni. Valószínű, hogy az összefüggés térben és időben is változó.

4.1.4. A várható hozam számítása

A hozam várható nagyságát legegyszerűbben a következőképpen szokás számítani:

$$H = \frac{NMB}{\dot{E}}$$

ahol H a várható hozam (megtérülési ráta)
 NMB a várható nettó működési bevétel
 $\dot{E}$ a befektetés értéke

Például, ha egy befektetés várható nettó működési bevétele egy millió forint, s a befektetés értéke húsz millió, a várható hozam $1/20$; azaz $0,05$, tehát 5 százalék.

Bonyodalmat okozhat azonban a számításnál az, hogy a nettó működési bevétel nem biztosan lesz egy millió. Ennek például csak 60 százalék a valószínűsége. Lehetséges, hogy 30 százalékos valószínűséggel a hozam összege csak $0,8$ millió, és 10 százalékos valószínűséggel $1,1$ millió lesz. Ezeket a lehetséges előfordulásokat teszi áttekinthetőbbé az alábbi táblázat:

A várható megtérülések illusztrációja

Érték	Nettó működési bevétel	Valószínűség	Megtérülési ráta
20	1,0	0,60	0,05
20	0,8	0,30	0,04
20	1,1	0,10	0,055

A fenti adatok alapján kiszámítható az átlagos várható megtérülési ráta, ha az egyes megtérülési rátákat a hozzájuk tartozó valószínűségekkel súlyozzuk:

$$H_{v\acute{a}rt} = 0,05 \cdot 0,6 + 0,04 \cdot 0,3 + 0,055 \cdot 0,1 = 0,0475$$

azaz $4,75$ százalék

4.1.5. A kockázat nagyságának számítása

Mint tudjuk, a kockázat nagyságát a befektetéseknél a variancia, illetve a szórás nagyságával mérjük. Ezek mutatják azt, hogy a különböző valószínűséggel várható hozamok hogyan térnek el ezek átlagától. Ezáltal információt adnak arról, hogy a tényleges hozamok milyen mértékben térnek el a várt átlagos hozamtól

A varianciát a következő képlet szerint számítják:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^m [H_i - H_{v\acute{a}rt}]^2 \cdot V_i ; \text{tehát}$$

- Kiszámítjuk az egyes lehetséges hozamoknak a várt átlagos hozamtól való eltérését
- Ezeket az eltéréseket négyzetre emeljük
- Az eredményeket megszorozzuk a vonatkozó (hozzá rendelt) valószínűséggel
- Az eredményeket összegezzük

A hozamok (megtérülési ráták) nagyságát százalékban fejezzük ki, a variancia viszont „négyzetre emelt százalék”, tehát gazdaságilag nem értelmezhető. A variancia négyzetgyökét számítva kapunk százaléknyi eredményeket, ezért gyakoribb az így nyert mutatószámnak, azaz a szórásnak a használata.

A fenti táblázat adatai alapján számolt variancia értéke $0,0011875$; aminek a négyzetgyöke, azaz a szórás nagysága $0,01089725$.

4.1.6. Szabályok a kockázatok és a hozamok összehasonlítására az ingatlanbefektetési döntéseknél

A befektetési döntésekre vonatkozó ismérvként egyaránt használható a variancia és a szórás, mint mérőszám. Alkalmazásuknál a következő szabályok érvényesítendőek:

A befektetést választjuk B befektetéssel szemben, ha

- A várt megtérülési rátája nagyobb (vagy egyenlő) B megtérülési rátájánál, miközben szórása kisebb, mint B-é.

- b) A befektetés várt megtérülési rátája nagyobb, mint B befektetésé; miközben a hozzá tartozó szórás kisebb (vagy egyenlő) a B-hez tartozó szórásnál.

Képletben kifejezve:

a) $H_{várt A} \geq H_{várt B}$ miközben $\sigma_A < \sigma_B$

b) $H_{várt A} > H_{várt B}$ miközben $\sigma_A \geq \sigma_B$

A fenti példánkban

$H_{várt A}$ (átlagos)hozam	0,0475 azaz 4,75%
a variancia _A	0,00011875
a szórás _A	0,01089725

Feltételezzük, hogy egy másik, B-vel jelölt befektetés megfelelő adatai:

$$\begin{aligned} H_{várt B} &= 0,0475 \\ &= 0,00013875 \\ &0,01177822 \end{aligned}$$

Mivel A és B befektetési lehetőség összevetése alapján megállapítható, hogy A megtérülési rátája egyenlő B-ével, de kockázata kisebb, az ésszerű választás kétségtelenül A lesz. B esetében ugyanis azonos a várható hozam, de az nagyobb kockázattal párosul.

Bizonyos esetekben a fenti szabályok jól alkalmazhatók. Tegyük fel például, hogy az alábbi befektetési lehetőségek kínálóknak:

Befektetés	Hozamvárt	Kockázat σ
X	0,15	0,04
Y	0,17	0,04
Z	0,15	0,05

X és Z lehetőségek várható megtérülési rátája azonos, de Z kockázata nagyobb, tehát X jobb Z-nél. Y hozama magasabb, mint X-é, a kockázatok viszont egyenlőek, tehát Y jobb X-nél. Ha X jobb Z-nél, Y jobb X-nél, akkor Y jobb Z-nél is, tehát egyértelmű, hogy Y-t kell választani.

A fenti szabályok tényleges alkalmazása azonban nem ennyire egyszerű. A különböző befektetési lehetőségek várható átlagos hozamai és kockázatai ugyanis nem pontosan egyformák, kisebb-nagyobb mértékben térhetnek el egymástól. Például X variációnál a hozam 0,15; Y-nál 0,16; de a kockázatok 0,04, illetve 0,05. lesznek. El kell döntenie ebben az esetben, hogy az Y variáció 0,01-gyel nagyobb kockázata milyen mértékben kompenzálja a 0,02-vel, azaz 2 százalékkal magasabb várt hozamot. Ez nyilvánvalóan két tényezőtől függ:

- mekkora a kockázat nélküli hozam
- milyen a viszony a kockázat és a hozam növekedése között.

Ha például feltesszük, hogy a kockázat nélküli hozam 5%, továbbá, hogy a szórás egy százalékos növekedése általában a megtérülési ráta 2%-os növekedésével jár, akkor X variáció lesz a jobb;

$$H_X = 5 + (4 \cdot 2) + 2 \text{ extra} = 15\%$$

$$H_Y = 5 + (5 \cdot 2) + 1 \text{ extra} = 16\%$$

Látható, hogy ebben a példában mindkét lehetőség jobb az átlagosnál, hiszen a hozam mindkét esetben meghaladja az átlagos kockázati prémiumot, de a kedvező eltérés X variációnál nagyobb, mint Y-nál.

4.1.7. Hibalehetőségek a piaci környezet vizsgálatánál

A piaci környezet vizsgálatánál célirányosnak kell lenni. Ha nem ismert a potenciális befektető(k) célja, az elemzés csak általános lehet, s ennél fogva nem adhat igazán megalapozott segítséget a befektetési döntés meghozatalához.

A piaci környezet vizsgálatánál felsorolt legfontosabb tényezőket (jövedelem, népesség, állomány stb.) konkrétan kell vonatkoztatni a vizsgált potenciális befektetéshez. Csak odavetett, nem kellően értelmezett és magyarázott statisztikai adatok nem adnak megfelelő támpontokat.

A kereslet és kínálat pontatlan meghatározása azt jelenti, hogy nem a vizsgált befektetéssel ténylegesen versenyző területeket vizsgáljuk. Ahhoz, hogy ez a hiba elkerülhető legyen, például a következő kérdésekből kell kiindulni:

- mi a vizsgált befektetés tényleges piaca
- az adott projekt pontosan milyen piaci szegmenst érint
- hogyan állja meg a helyét a szóban forgó projekt más, esetleg versenyben lévő, vagy versenybe léptethető projektekkel szemben

A kereslet és kínálat számszerűsíthető összehasonlítása nélkül nem adható megbízható becslés a projekt kihasználhatóságának várható mértékére. (Pl. arra, hogy irodák, elárusítóhelyek, lakások milyen százalékban lesznek bérbe adhatók.)

Az általános, nemzeti vagy nemzetközi gazdasági előrejelzéseknek a konkrét területre való kihatásait is fel kell mérni, becsülni kell. Az általános gazdasági előrejelzések figyelmen kívül hagyása súlyos tévedésekhez vezethet.

A piaci elemzés nagyrészt támaszkodhat általános statisztikai adatokra és gazdasági jelzőszámokra. Ez azonban nem elégséges. A konkrét projektekre vonatkozó adatgyűjtés elmulasztása szintén üressé teheti az elemzést. Ez a konkrét adatgyűjtés irányulhat például egy adott piaci szegmensben az ízlések, preferenciák felmérésére, a működtetési költségek, a bérleti díjak, a kihasználtsági ráták, stb. vizsgálatára.

4.2. Az infláció hatása a jelenérték és a törlesztőrészletek alakulására

4.2.1. Az infláció hatása a jelenérték nagyságára

A piaci környezet vizsgálatánál a befektetések hozamát befolyásoló viszonylagos (más árukhoz és szolgáltatásokhoz, vagy más ingatlanbefektetésekhez viszonyított) árváltozások előrebecslése az egyik legfontosabb feladat. Ezeket a viszonylagos árváltozásokat bizonyos ingatlanok árát illetően a kereslet-kínálati viszonyokat befolyásoló tényezők, például az érintett lakosság létszámának, vagy összetételének a változásai, a reáljövedelmek változása, a környék gazdasági helyzetének változása, a vonatkozó adórendelkezések változása stb. válthatják ki.

A relatív árváltozások azt jelentik, hogy adott ingatlan ára más ingatlanok, vagy egyéb áruk és szolgáltatások árához képest nő, vagy csökken. Ha feltesszük, hogy az infláció évi 5%, de egy ingatlan ára 25%-kal nőtt, akkor az áremelkedésből származó nyereségráta 20%. (Feltéve, hogy az ingatlant eladták ezen az áron.) Hiszen miközben az általános áremelkedés csak 5%, a kérdéses ingatlan áremelkedése 25%-os volt.

Ilyen eset akkor fordulhat elő, ha a kereslet nagyobb mértékben nő mint a kínálat, illetve ha változatlan kínálat mellett a kereslet nő. (Utóbbira a leggyakoribb példa a föld változatlanul tekinthető kínálata.

A valóságban azonban a föld kínálata hosszú távon inkább csökkenő, mint változatlan, hiszen egyre nagyobb területeket szakítanak ki útépítésre és egyéb célú létesítményekre.)

Az ingatlan árának viszonylagos változása azért van hatással a hozam nagyságára, mert a befektetések jelenértéke két tényezőtől, nevezetesen azok jövőértékétől és az alkalmazandó diszkontrátától (megtérülési rátától) függ.

Más a helyzet, ha adott ingatlan ára azért változik, – általában hosszabb távon növekszik – mert infláció van, s az ár változása csak ezt tükrözi. Ha az elvárt megtérülési rátát a kockáztat nélküli megtérülési ráta, h_f , a piaci kockázati prémium, h_k és az inflációval módosított összetevő $h_{\text{infláció}}$ összegeként fogjuk fel, akkor

$$H = h_f + h_k + h_i$$

Ha nincs infláció, akkor $h_i = 0$. Ha feltesszük, hogy a kockázatmentes hozam 0,05 azaz 5%, a kockázati prémium pedig 10%, akkor az elvárt hozam 15%.

$$H = 0,05 + 0,10 + 0,0 = 0,15 \text{ azaz } 15\%$$

Feltételezve, hogy az infláció 5%, s egy ingatlan ára összesen 20%-kal, például egy éve alatt 10 millióról 12 millióra nőtt, akkor az elvárt hozam sem 15, hanem 20% lesz.

$$H = 0,05 + 0,10 + 0,05 = 0,20$$

Az ingatlan jelenértéke:

$$\frac{12 \text{ millió}}{(1 + 0,20)^1} = 10 \text{ millió lesz}$$

Infláció nélkül az elvárt megtérülési ráta, mint láttuk 15%, de a viszonylagos áremelkedés is csak 15%, azaz 1,5 millió forint.

Ha egészen pontosan akarunk számolni, akkor az adott esetben $10\,000\,000(1,05 \cdot 1,15) = 12\,075\,000$ ár esetén kapjuk a 15 százalékos megtérülési rátát.

Nagyobb infláció esetén már jelentősége van a pontos számítási módnak is !

Az ingatlan jelenértéke ebben az esetben:

$$\frac{11,5 \text{ millió}}{(1 + 0,15)^1} = 10 \text{ millió illetve } \frac{12\,075\,000}{(1 + 0,2075)} = 10 \text{ millió lesz}$$

Az inflációs áremelkedés azért nincs hatással az ingatlanbefektetések jelenértékére, mert a pénzügyi piacok a várható infláció mértékével növelik a nominális piaci kamatlábat, tehát az elvárt nominális megtérülési rátákat is. Ezáltal az inflációnak a reális jelenértékre hatása nincs. Más szóval, a reális megtérülési ráta, azaz a reális elvárt hozam változatlan marad. (Az a befektető azonban, aki a bekövetkező inflációt az általánosnál jobban tudja megbecsülni, külön profitra is szert tehet !)

Tehát a közhiedelemmel esetleg ellentétben, az ingatlantartásból származó értéknövekedés nem az inflációs, hanem kizárólag csak a viszonylagos áremelkedések eredménye lehet.

4.2.2. Közép- és hosszú távú hitelek törlesztése és az infláció

A változó (növekvő) kamatlábak és a hitelszolgálat problémái

A várt infláció üteme hatással van a kamatlábak alakulására.

A reálkamatláb nagyságát végső soron a tőke hozadékának a nagysága határozza be. Ha a beruházások például a nagyobb technikai fejlődés révén általában a termelékenység gyorsabb növekedését indukálják, akkor a reálkamatláb is magasabb lehet. Hosszabb távon a gyakorlati eredményekből kiindulva a reálkamatlábak 2-5 százalékos nagyságát tartják reálisnak.

A nominálkamatláb a reálkamatláb mellett még a várt inflációt is magában foglalja. Ha például a reálkamatláb 4% körül alakul, s a következő időszakra várt infláció évi 4%, akkor a nominális évi kamatláb nagyjából 8% lesz. Ha viszont a várt infláció 30%, akkor az évi névleges kamatláb 35,2% lesz ($1,30 \times 1,04$).

A fentiekből az is következik, hogy a magas infláció miatti magas névleges kamatok a folyó áron számított megtérülési mutatókkal szemben támasztott elvárásokra és követelményekre is hatással vannak. Az olyan befektetések, amelyekhez hitelt vesznek igénybe, a hitel költségét, azaz a nominális kamatlábat is viselik. A hitel igénybevétele csökkenti az eredményt, ha a befektetés megtérülési rátája elmarad a kamatlábtól. Általában is egy befektetés csak akkor lehet megfelelően profitábilis, ha hozamrátája meghaladja az infláció mértékét. (Ezt Magyarországon az elmúlt években sokan tapasztalhatták.)

A viszonylag magas és ütemében ennél fogva is jelentősen változó infláció és a vele járó magas és nagy mértékben változó kamatlábak a gazdaságban számos kérdést vetnek fel.

Ezek közül az egyik a közép- és hosszú lejáratú hitelek törlesztésének a kamatláb változásai miatti teherváltozása és kockázata.

Egy másik kérdés annak az elemzése, hogy az országok államháztartására (vagy központi költségvetésére), annak terhére hogyan hatnak ezek a változások.

Az alábbiakban az első kérdésre igyekszünk választ adni.

A közép- és hosszúlejáratú hiteleket a leggyakrabban jelzálogfedezetre nyújtották. (A fő kivételt a költségtérítésnek a jegybank által, vagy kötvények vásárlásával nyújtott hitelek képezik.) Jelzálogként a hitel felhasználásával szerzett ingatlanok, vagy ingóságok (például jármű vagy termelőeszköz) szolgálnak.

E kölcsönök törlesztése és kamatainak fizetése nagyon változatos lehet, bár a leggyakoribb az azonos időközönként egyenlő nagyságú részletek fizetése. (E részletek egyszerre, de változó arányban tartalmaznak kamatot és törlesztést.)

Fix kamatozású kölcsönök esetén az eredetileg számított részletek összege a futamidő alatt nem változik.

Az infláció meglódulása és ütemváltozásai miatt azonban az utóbbi időben e kölcsönöket nagyrészt változtatható kamattal nyújtják. Ezáltal a piaci kamatlábak változásának (növekedésének) kockázatát az adósokra hárítják. A részleteket a kamatlábak változásakor a még hátralévő futamidőre újra kell számolni.

A futamidő meghosszabbításának a lehetősége elméletileg fennáll, s ezáltal a kamatlábak növekedése miatti részletnövekedések is mérsékelhetők, vagy elkerülhetők. A befektetések jövedelmentermelő képessége azonban időben véges. Hasonló a helyzet a kölcsön felhasználásával lakást vásárlók jövedelmével.

Másrészt a részletek törlesztéséhez alapul szolgáló vállalati vagy családi jövedelmek általában előre becsülhetők, s *reálértékük* az infláció meglódulásaival általában nem nő. A jövedelmek adott, előre felmérhető hányadát lehet csak, vagy lehet csak túlzott kockázat nélkül törlesztésre fordítani. A családi jövedelmek törlesztésre fordítható hányada e jövedelmek abszolút nagyságától és a család kiadásainak a nagyságától függ. A vállalati jövedelmeknél bonyolultabb a kép, de itt is léteznek pontok, amelyek átlépése túlzott kockázattal, esetleg csőddel is járhat.

4.2.3. A törlesztőrészletek számítása

Az adott futamidőre adott kamatláb mellett esedékes részletek úgy foghatók fel, mint adott ideig szabályos időközönként teljesített fizetések, azaz mint a futamidő alatt évente, vagy havonta (vagy egyéb időközönként) fizetett „évjáradék”, melynek fedezete – jelenértéke – a kölcsön összege. Tehát a részletek jelenértékének meg kell egyeznie a kölcsön összegével:

$$Kö = Jelenérték = Részlet \left[\frac{1}{r} \right] \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right]; \text{ ahol}$$

r = adott időszakra (például évre, vagy hónapra) érvényes kamatláb

n = a fizetendő részletek száma

$$\left[\frac{1}{r} \right] \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right] = \text{járadék} - \text{tényező (ami azt jelenti, hogy } n \text{ alkalommal meghatározott időnként fizetendő egységnyi pénznek mekkora a jelenértéke, ha a fizetési időszakokban a kamatláb } r \text{ nagyságú)}$$

A képletet elemezve is látható, hogy a véges időszakra érvényes járadék – tényező a futamidő növekedésével nő, míg a kamatláb növekedésével csökken. Ebből az következik, hogy azonos futamidőt és fizetési gyakoriságot feltételezve a kamatláb emelkedése a járadék – tényező csökkenését váltja ki, ami viszont a részlet növekedését eredményezi:

$$Kö = TR \times AT ;$$

$$TR = Kö / AT$$

Ha a kölcsön összegét egységnyiinek vesszük, az $1/AT$ azt mutatja, hogy egységnyi kölcsön törlesztéséhez és kamatainak fizetéséhez adott törlesztési periódus és adott kamatláb mellett alkalmanként hány egységnyi részletet kell fizetni. Ezt a viszonyszámot, amely a járadék--tényező reciproka, törlesztőkonstansnak nevezzük:

$$TK = \frac{1}{AT}$$

Azonos futamidő feltételezése esetén nagyságának a változása azt mutatja, hogy a törlesztőrészlet nagysága hogyan változik a kamatláb változásainak a függvényében. Például havi törlesztést, 5 éves futamidőt és 8%-os évi (azaz 8/12 százalékos havi) kamatlábat feltételezve a törlesztőkonstans értéke 0,02028; míg ugyanazon futamidőt és szintén havi törlesztést, de évi 16%-os kamatlábat feltételezve 0,02432-es értéket kapunk. A törlesztőrészlet növekedési üteme ebben a példában $0,02432 / 0,02028 = 1,1992$ azaz 19,92%. Általában véve megállapítható, hogy a konstans számítási módjából adódóan a törlesztőrészlet növekedési üteme nagyobb annál, mint ahány abszolút százalékponttal az infláció, illetve a kamatláb megnő. A törlesztőrészletek növekedési üteme, ceteris paribus, a kamatláb nagyságának változásától függ.

4.2.4. Infláció, kamatlábak és adósságterhek

Az eddigiek alapján már visszatérhetünk az eredeti kérdésre: hogyan változtatja meg a kamatlábak változása az adósok adósságterheit? A válasz keresése során kiindulásként feltételezzük, hogy az adósok reáljövedelme és adósságának a nagysága nem változik. Ebben az esetben a teher reális nagyságának alakulása két tényezőtől függ:

- a) az infláció változásától, hiszen ennek mértékében változik a részletek fizetésének alapjául szolgáló nominális jövedelem;
- b) a részlet nominális változásának a nagyságától.

A konkrét elemzés során három alapesetből lehet kiindulni:

1. Az infláció üteme nő

Minden olyan esetben, amikor a fizetendő részletek nominális növekedésének az üteme meghaladja az infláció nagyságát, azaz a fizetés alapjául szolgáló nominális jövedelem növekedésének ütemét, megnő a teherviselés viszonylagos és abszolút mértéke. Ha ellenben a részletek növekedési üteme alacsonyabb, mint az infláció, a teherviselés viszonylagos és abszolút mértéke csökken.

2. Az infláció változatlan

Amikor az infláció valamely szinten stabilizálódik, s ennél fogva a kamatlábak és a törlesztőrészletek nominális nagyságai már nem változnak, a változatlan nagyságú reáljövedelmet kifejező nominális jövedelmek még mindig nőnek az infláció mértékében. Ebből az következik, hogy ilyen helyzetben a változatlan reáljövedelmű adósok reális terhei évről évre csökkennek.

3. Az infláció üteme csökken

Amennyiben az infláció üteme csökken, s ennek folytán a kamatlábak nagysága és a fizetendő részletek nominális nagysága is csökken, kettős, de azonos irányú hatás érvényesül:

- a) a részletek nagyságának abszolút csökkenése;
- b) a fizetések alapjául szolgáló változatlan reáljövedelmek nominális nagyságának az inflációtól függő növekedése.

(Zéró infláció esetén a b) hatás természetesen nem létezik.) Ebben a helyzetben a részletek viszonylagos csökkenése a két hatás együttes következménye, s mindenképpen a teherviselés abszolút csökkenésével is együtt jár.

A fenti három alapest közül az alkalmazott feltételezések – az adósság nagyságának és futamidejének változatlansága, valamint az adósságszolgálat alapjául szolgáló jövedelem reálértékének változatlansága – érvényessége esetén csupán az elsőnél, tehát a kamatlábak növekedése következtében kell az adósoknak adóssághozjárjuk növekedésével számolni. Ez esetben is csak akkor, ha a részletek gyorsabb ütemben nőnek, mint amilyen az infláció tényleges üteme.

Meghatározható-e pontosan ezen esetek halmaza?

A törlesztőkonstansok ismeretében és a várt infláció rátájából kiindulva minden konkrét esetre, aminek bekövetkezésével számolhatunk, nagyon egyszerű megadni a pontos, számszerű választ.

Például a fenti példában a részlet növekedési üteme 19,92% volt. Ha feltesszük, hogy az inflációs ráta közben 4%-ról 12%-ra nőtt, s a változatlan reáljövedelem is 12%-kal nagyobb nominális összegben jelent meg, a teher viszonylagos és abszolút növekedését konstatálhatjuk.

Ha viszont feltesszük, hogy 0 évben 20%-os az infláció és 24% a kamatláb, 0+1 évben viszont 30%-ra nő az infláció és 35%-ra a kamatláb, a részlet $(0,03549 / 0,02877 = 1,2336)$ azaz 23,36 százalékkal nő. Ennél nagyobb mértékben nő a nominális jövedelem, tehát az adóssághozjárjuk nem nőttek, hanem csökkentek!

A törlesztő részletek változatlan kamatláb mellett a futamidő növelésével csökkennek; változatlan futamidő mellett a kamatlábak növekedésével nőnek. Azok az értékek azonban, amelyeket a kamatlábnöveléssel átlépve a törlesztőrészletek gyorsabb ütemben nőnek, mint amilyen az infláció rátája, egyrészt a kamatlábak növekedési ütemétől, másrészt abszolút szintjétől függnék. Utóbbitól azért, mert amint ismert, ez szorosan kapcsolódik a mindenkor várt infláció rátájához. Minél nagyobb a kamatlábak növekedési üteme, annál valószínűbb ezen értékek átlépése; minél magasabb az inflációs ráta, annál magasabb kamatnövekedési ütem szükséges ezen értékek átlépéséhez.

Az adóssághozjárjuk változása természetesen az adósság nagysága és a részletek fizetéséhez alapul szolgáló – változatlannak tekintett – reáljövedelmek arányától is függ. Ha a családi költségvetés feszített, a részleteknek az infláció rátájánál nagyobb növekedése elviselhetetlenné válhat. Hasonló lehet az eredmény a vállalat adósságai és jövedelmei közötti arány értékelésekor.

Egy másik figyelembe veendő tényező, hogy a törlesztőrészletek változása a várt inflációs ráták változásától függ. Emiatt – különösen havi törlesztések esetén – időben megelőzheti az infláció tényleges ütemváltozását. Hasonlóan, gyakran fordul elő, hogy a családi, illetve a vállalati jövedelmek infláció által kiváltott névleges növekedése a részletek növekedését csak késéssel követi. Ilyen helyzet kialakulásának kisebb a valószínűsége, ha a szolgáltatásfizetés nem havonta, hanem félévente, vagy évente esedékes.

Mint erre a bevezetőben már utaltunk, elméletileg az adott időhosszra megnövekedett adóssághozjárjuk a futamidő növekedésével enyhíthetők, de ennek korlátai vannak. A másik elvi lehetőség a kölcsön összegének az átmeneti növelése. A fizetésképtelen adósoknak azonban még drágábban adják a kölcsönt, ha egyáltalán adják. Az ilyen helyzeteket tehát tanácsosabb elkerülni.

FELHASZNÁLT IRODALOM

Financial Institutions, Markets and Money

David S. Kidwell, Richard L. Peterson, David W. Backwell

6th Edition, 1997.

The Driden Press

Fundamentals of Real Estate Investment

Austin J. Jaffe, C.F. Sirmans

Prentice Hall, Inc., 1989.

Money and Capital Markets

Miles Livingstone

Prentice Hall, Inc., 1999.

Közügyekről. Nemzetgazdasági újabb dolgozatok

Lónyay Menyhért

Osterlamm Károly, Pest, 1863.

A záloglevélkibocsátás alapjául szolgáló törlesztéses kölcsön és a pénzüintézetek kötvénykibocsátásai

Magyarországon

Nagy László József

MNB Közgazdasági Főosztálya, Budapest, 1972.

Pénzügyi Számtan

Fazakas Gergely, Gáspár Bencéné, Soós Renáta, Sulyok-Pap Márta

PERFEKT, Budapest, 1999.

A jelzáloghitelintézetek működésének szabályozása

Kiss Kornélia

Bank Szemle, 1997. XLI évf. 2. szám

A kétes hitelek problémája és a tritizáció

Keszler Gábor

Bank Szemle, 1995. 3–4. szám

A magyarországi földhitelintézetek az első világháború előtti években

Sebők Éva

Kereskedelmi Szemle, 1993. 9–10. szám

Az Amerikai Egyesült Államok lakásfinanszírozási rendszere

Szerb László

Bank Szemle, 1995. 2. szám

Jelzáloghitelintézetek Németországban

Dr. Ostváth Piroska

Pénzügyi Szemle, 1995. 11. szám

Kamattényező

$$KF(t, r) = (1+r)^t$$

1Ft jövőbeli értéke a t-edik évben

Évek száma	Éves kamatláb																											
(t)	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%	4,5%	5,0%	5,5%	6,0%	6,5%	7,0%	7,5%	8,0%	8,5%	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%	13,0%	13,5%	14,0%
1	1,005	1,010	1,015	1,020	1,025	1,030	1,035	1,040	1,045	1,050	1,055	1,060	1,065	1,070	1,075	1,080	1,085	1,090	1,095	1,100	1,105	1,110	1,115	1,120	1,125	1,130	1,135	1,140
2	1,010	1,020	1,030	1,040	1,051	1,061	1,071	1,082	1,092	1,103	1,113	1,124	1,134	1,145	1,156	1,166	1,177	1,188	1,199	1,210	1,221	1,232	1,243	1,254	1,266	1,277	1,288	1,300
3	1,015	1,030	1,046	1,061	1,077	1,093	1,109	1,125	1,141	1,158	1,174	1,191	1,208	1,225	1,242	1,260	1,277	1,295	1,313	1,331	1,349	1,368	1,386	1,405	1,424	1,443	1,462	1,482
4	1,020	1,041	1,061	1,082	1,104	1,126	1,148	1,170	1,193	1,216	1,239	1,262	1,286	1,311	1,335	1,360	1,386	1,412	1,438	1,464	1,491	1,518	1,546	1,574	1,602	1,630	1,660	1,689
5	1,025	1,051	1,077	1,104	1,131	1,159	1,188	1,217	1,246	1,276	1,307	1,338	1,370	1,403	1,436	1,469	1,504	1,539	1,574	1,611	1,647	1,685	1,723	1,762	1,802	1,842	1,884	1,925
6	1,030	1,062	1,093	1,126	1,160	1,194	1,229	1,265	1,302	1,340	1,379	1,419	1,459	1,501	1,543	1,587	1,631	1,677	1,724	1,772	1,820	1,870	1,922	1,974	2,027	2,082	2,138	2,195
7	1,036	1,072	1,110	1,149	1,189	1,230	1,272	1,316	1,361	1,407	1,455	1,504	1,554	1,606	1,659	1,714	1,770	1,828	1,888	1,949	2,012	2,076	2,143	2,211	2,281	2,353	2,426	2,502
8	1,041	1,083	1,126	1,172	1,218	1,267	1,317	1,369	1,422	1,477	1,535	1,594	1,655	1,718	1,783	1,851	1,921	1,993	2,067	2,144	2,223	2,305	2,389	2,476	2,566	2,658	2,754	2,853
9	1,046	1,094	1,143	1,195	1,249	1,305	1,363	1,423	1,486	1,551	1,619	1,689	1,763	1,838	1,917	1,999	2,084	2,172	2,263	2,358	2,456	2,558	2,664	2,773	2,887	3,004	3,126	3,252
10	1,051	1,105	1,161	1,219	1,280	1,344	1,411	1,480	1,553	1,629	1,708	1,791	1,877	1,967	2,061	2,159	2,261	2,367	2,478	2,594	2,714	2,839	2,970	3,106	3,247	3,395	3,548	3,707
11	1,056	1,116	1,178	1,243	1,312	1,384	1,460	1,539	1,623	1,710	1,802	1,898	1,999	2,105	2,216	2,332	2,453	2,580	2,714	2,853	2,999	3,152	3,311	3,479	3,653	3,836	4,027	4,226
12	1,062	1,127	1,196	1,268	1,345	1,426	1,511	1,601	1,696	1,796	1,901	2,012	2,129	2,252	2,382	2,518	2,662	2,813	2,971	3,138	3,314	3,498	3,692	3,896	4,110	4,335	4,570	4,818
13	1,067	1,138	1,214	1,294	1,379	1,469	1,564	1,665	1,772	1,886	2,006	2,133	2,267	2,410	2,560	2,720	2,888	3,066	3,254	3,452	3,662	3,883	4,117	4,363	4,624	4,898	5,187	5,492
14	1,072	1,149	1,232	1,319	1,413	1,513	1,619	1,732	1,852	1,980	2,116	2,261	2,415	2,579	2,752	2,937	3,133	3,342	3,563	3,797	4,046	4,310	4,590	4,887	5,202	5,535	5,888	6,261
15	1,078	1,161	1,250	1,346	1,448	1,558	1,675	1,801	1,935	2,079	2,232	2,397	2,572	2,759	2,959	3,172	3,400	3,642	3,901	4,177	4,471	4,785	5,118	5,474	5,852	6,254	6,682	7,138
16	1,083	1,173	1,269	1,373	1,485	1,605	1,734	1,873	2,022	2,183	2,355	2,540	2,739	2,952	3,181	3,426	3,689	3,970	4,272	4,595	4,941	5,311	5,707	6,130	6,583	7,067	7,585	8,137
17	1,088	1,184	1,288	1,400	1,522	1,653	1,795	1,948	2,113	2,292	2,485	2,693	2,917	3,159	3,419	3,700	4,002	4,328	4,678	5,054	5,460	5,895	6,363	6,866	7,406	7,986	8,609	9,276
18	1,094	1,196	1,307	1,428	1,560	1,702	1,857	2,026	2,208	2,407	2,621	2,854	3,107	3,380	3,676	3,996	4,342	4,717	5,122	5,560	6,033	6,544	7,095	7,690	8,332	9,024	9,771	10,575
19	1,099	1,208	1,327	1,457	1,599	1,754	1,923	2,107	2,308	2,527	2,766	3,026	3,309	3,617	3,951	4,316	4,712	5,142	5,609	6,116	6,666	7,263	7,911	8,613	9,373	10,197	11,090	12,056
20	1,105	1,220	1,347	1,486	1,639	1,806	1,990	2,191	2,412	2,653	2,918	3,207	3,524	3,870	4,248	4,661	5,112	5,604	6,142	6,727	7,366	8,062	8,821	9,646	10,545	11,523	12,587	13,743
21	1,110	1,232	1,367	1,516	1,680	1,860	2,059	2,279	2,520	2,786	3,078	3,400	3,753	4,141	4,566	5,034	5,547	6,109	6,725	7,400	8,140	8,949	9,835	10,804	11,863	13,021	14,286	15,668
22	1,116	1,245	1,388	1,546	1,722	1,916	2,132	2,370	2,634	2,925	3,248	3,604	3,997	4,430	4,909	5,437	6,018	6,659	7,364	8,140	8,994	9,934	10,966	12,100	13,346	14,714	16,215	17,861
23	1,122	1,257	1,408	1,577	1,765	1,974	2,206	2,465	2,752	3,072	3,426	3,820	4,256	4,741	5,277	5,871	6,530	7,258	8,064	8,954	9,939	11,026	12,227	13,552	15,014	16,627	18,404	20,362
24	1,127	1,270	1,430	1,608	1,809	2,033	2,283	2,563	2,876	3,225	3,615	4,049	4,533	5,072	5,673	6,341	7,085	7,911	8,830	9,850	10,982	12,239	13,633	15,179	16,891	18,788	20,888	23,212
25	1,133	1,282	1,451	1,641	1,854	2,094	2,363	2,666	3,005	3,386	3,813	4,292	4,828	5,427	6,098	6,848	7,687	8,623	9,668	10,835	12,135	13,585	15,201	17,000	19,003	21,231	23,708	26,462
26	1,138	1,295	1,473	1,673	1,900	2,157	2,446	2,772	3,141	3,556	4,023	4,549	5,141	5,807	6,556	7,396	8,340	9,399	10,587	11,918	13,410	15,080	16,949	19,040	21,378	23,991	26,909	30,167
27	1,144	1,308	1,495	1,707	1,948	2,221	2,532	2,883	3,282	3,733	4,244	4,822	5,476	6,214	7,047	7,988	9,049	10,245	11,593	13,110	14,818	16,739	18,898	21,325	24,050	27,109	30,541	34,390
28	1,150	1,321	1,517	1,741	1,996	2,288	2,620	2,999	3,430	3,920	4,478	5,112	5,832	6,649	7,576	8,627	9,818	11,167	12,694	14,421	16,374	18,580	21,072	23,884	27,056	30,633	34,664	39,204
29	1,156	1,335	1,540	1,776	2,046	2,357	2,712	3,119	3,584	4,116	4,724	5,418	6,211	7,114	8,144	9,317	10,653	12,172	13,900	15,863	18,093	20,624	23,495	26,750	30,438	34,616	39,344	44,693
30	1,161	1,348	1,563	1,811	2,098	2,427	2,807	3,243	3,745	4,322	4,984	5,743	6,614	7,612	8,755	10,063	11,558	13,268	15,220	17,449	19,993	22,892	26,197	29,960	34,243	39,116	44,656	50,950

Kamattényező

$$KF(t, r) = (1+r)^t$$

1Ft jövőbeli értéke a t-edik évben

Évek száma	Éves kamatláb																								
(t)	14,5%	15,0%	15,5%	16,0%	16,5%	17,0%	17,5%	18,0%	18,5%	19,0%	19,5%	20,0%	20,5%	21,0%	21,5%	22,0%	22,5%	23,0%	23,5%	24,0%	24,5%	25,0%	25,5%		
1	1,145	1,150	1,155	1,160	1,165	1,170	1,175	1,180	1,185	1,190	1,195	1,200	1,205	1,210	1,215	1,220	1,225	1,230	1,235	1,240	1,245	1,250	1,255		
2	1,311	1,323	1,334	1,346	1,357	1,369	1,381	1,392	1,404	1,416	1,428	1,440	1,452	1,464	1,476	1,488	1,501	1,513	1,525	1,538	1,550	1,563	1,575		
3	1,501	1,521	1,541	1,561	1,581	1,602	1,622	1,643	1,664	1,685	1,706	1,728	1,750	1,772	1,794	1,816	1,838	1,861	1,884	1,907	1,930	1,953	1,977		
4	1,719	1,749	1,780	1,811	1,842	1,874	1,906	1,939	1,972	2,005	2,039	2,074	2,108	2,144	2,179	2,215	2,252	2,289	2,326	2,364	2,403	2,441	2,481		
5	1,968	2,011	2,055	2,100	2,146	2,192	2,240	2,288	2,337	2,386	2,437	2,488	2,541	2,594	2,648	2,703	2,759	2,815	2,873	2,932	2,991	3,052	3,113		
6	2,253	2,313	2,374	2,436	2,500	2,565	2,632	2,700	2,769	2,840	2,912	2,986	3,061	3,138	3,217	3,297	3,379	3,463	3,548	3,635	3,724	3,815	3,907		
7	2,580	2,660	2,742	2,826	2,913	3,001	3,092	3,185	3,281	3,379	3,480	3,583	3,689	3,797	3,909	4,023	4,140	4,259	4,382	4,508	4,636	4,768	4,903		
8	2,954	3,059	3,167	3,278	3,393	3,511	3,633	3,759	3,888	4,021	4,159	4,300	4,445	4,595	4,749	4,908	5,071	5,239	5,412	5,590	5,772	5,960	6,154		
9	3,383	3,518	3,658	3,803	3,953	4,108	4,269	4,435	4,607	4,785	4,969	5,160	5,357	5,560	5,770	5,987	6,212	6,444	6,683	6,931	7,187	7,451	7,723		
10	3,873	4,046	4,225	4,411	4,605	4,807	5,016	5,234	5,460	5,695	5,939	6,192	6,455	6,727	7,011	7,305	7,610	7,926	8,254	8,594	8,947	9,313	9,693		
11	4,435	4,652	4,880	5,117	5,365	5,624	5,894	6,176	6,470	6,777	7,097	7,430	7,778	8,140	8,518	8,912	9,322	9,749	10,194	10,657	11,139	11,642	12,164		
12	5,078	5,350	5,636	5,936	6,250	6,580	6,926	7,288	7,667	8,064	8,480	8,916	9,372	9,850	10,349	10,872	11,419	11,991	12,589	13,215	13,869	14,552	15,266		
13	5,814	6,153	6,510	6,886	7,282	7,699	8,138	8,599	9,085	9,596	10,134	10,699	11,294	11,918	12,575	13,264	13,988	14,749	15,548	16,386	17,266	18,190	19,159		
14	6,657	7,076	7,519	7,988	8,483	9,007	9,562	10,147	10,766	11,420	12,110	12,839	13,609	14,421	15,278	16,182	17,136	18,141	19,202	20,319	21,497	22,737	24,044		
15	7,622	8,137	8,684	9,266	9,883	10,539	11,235	11,974	12,758	13,590	14,472	15,407	16,399	17,449	18,563	19,742	20,991	22,314	23,714	25,196	26,763	28,422	30,176		
16	8,727	9,358	10,030	10,748	11,514	12,330	13,201	14,129	15,118	16,172	17,294	18,488	19,760	21,114	22,554	24,086	25,714	27,446	29,287	31,243	33,320	35,527	37,870		
17	9,993	10,761	11,585	12,468	13,413	14,426	15,511	16,672	17,915	19,244	20,666	22,186	23,811	25,548	27,403	29,384	31,500	33,759	36,169	38,741	41,484	44,409	47,527		
18	11,442	12,375	13,381	14,463	15,627	16,879	18,226	19,673	21,229	22,901	24,696	26,623	28,692	30,913	33,295	35,849	38,588	41,523	44,669	48,039	51,647	55,511	59,647		
19	13,101	14,232	15,455	16,777	18,205	19,748	21,415	23,214	25,156	27,252	29,511	31,948	34,574	37,404	40,453	43,736	47,270	51,074	55,166	59,568	64,301	69,389	74,857		
20	15,001	16,367	17,850	19,461	21,209	23,106	25,163	27,393	29,810	32,429	35,266	38,338	41,662	45,259	49,150	53,358	57,906	62,821	68,130	73,864	80,055	86,736	93,945		
21	17,176	18,822	20,617	22,574	24,708	27,034	29,566	32,324	35,325	38,591	42,143	46,005	50,203	54,764	59,718	65,096	70,935	77,269	84,141	91,592	99,668	108,420	117,901		
22	19,666	21,645	23,812	26,186	28,785	31,629	34,740	38,142	41,860	45,923	50,361	55,206	60,494	66,264	72,557	79,418	86,895	95,041	103,914	113,574	124,087	135,525	147,966		
23	22,518	24,891	27,503	30,376	33,535	37,006	40,820	45,008	49,605	54,649	60,181	66,247	72,896	80,180	88,157	96,889	106,446	116,901	128,333	140,831	154,488	169,407	185,697		
24	25,783	28,625	31,766	35,236	39,068	43,297	47,963	53,109	58,781	65,032	71,917	79,497	87,839	97,017	107,110	118,205	130,397	143,788	158,492	174,631	192,338	211,758	233,050		
25	29,521	32,919	36,690	40,874	45,514	50,658	56,357	62,669	69,656	77,388	85,940	95,396	105,846	117,391	130,139	144,210	159,736	176,859	195,737	216,542	239,460	264,698	292,478		
26	33,802	37,857	42,377	47,414	53,024	59,270	66,219	73,949	82,542	92,092	102,699	114,475	127,545	142,043	158,119	175,936	195,676	217,537	241,736	268,512	298,128	330,872	367,060		
27	38,703	43,535	48,946	55,000	61,773	69,345	77,808	87,260	97,813	109,589	122,725	137,371	153,692	171,872	192,114	214,642	239,704	267,570	298,544	332,955	371,170	413,590	460,660		
28	44,315	50,066	56,532	63,800	71,966	81,134	91,424	102,967	115,908	130,411	146,657	164,845	185,198	207,965	233,419	261,864	293,637	329,112	368,701	412,864	462,106	516,988	578,128		
29	50,741	57,575	65,295	74,009	83,840	94,927	107,423	121,501	137,351	155,189	175,255	197,814	223,164	251,638	283,604	319,474	359,705	404,807	455,346	511,952	575,322	646,235	725,551		
30	58,098	66,212	75,415	85,850	97,674	111,065	126,222	143,371	162,761	184,675	209,429	237,376	268,913	304,482	344,579	389,758	440,639	497,913	562,353	634,820	716,276	807,794	910,567		

Kamattényező

$$KF(t, r) = (1+r)^t$$

1Ft jövőbeli értéke a t-edik évben

Évek száma (t)	Éves kamatláb																				
	26,0%	26,5%	27,0%	27,5%	28,0%	28,5%	29,0%	29,5%	30,0%	30,5%	31,0%	31,5%	32,0%	32,5%	33,0%	33,5%	34,0%	34,5%	35,0%	35,5%	36,0%
1	1,260	1,265	1,270	1,275	1,280	1,285	1,290	1,295	1,300	1,305	1,310	1,315	1,320	1,325	1,330	1,335	1,340	1,345	1,350	1,355	1,360
2	1,588	1,600	1,613	1,626	1,638	1,651	1,664	1,677	1,690	1,703	1,716	1,729	1,742	1,756	1,769	1,782	1,796	1,809	1,823	1,836	1,850
3	2,000	2,024	2,048	2,073	2,097	2,122	2,147	2,172	2,197	2,222	2,248	2,274	2,300	2,326	2,353	2,379	2,406	2,433	2,460	2,488	2,515
4	2,520	2,561	2,601	2,643	2,684	2,727	2,769	2,812	2,856	2,900	2,945	2,990	3,036	3,082	3,129	3,176	3,224	3,273	3,322	3,371	3,421
5	3,176	3,239	3,304	3,369	3,436	3,504	3,572	3,642	3,713	3,785	3,858	3,932	4,007	4,084	4,162	4,240	4,320	4,402	4,484	4,568	4,653
6	4,002	4,098	4,196	4,296	4,398	4,502	4,608	4,716	4,827	4,939	5,054	5,171	5,290	5,411	5,535	5,661	5,789	5,920	6,053	6,189	6,328
7	5,042	5,184	5,329	5,477	5,629	5,785	5,945	6,108	6,275	6,446	6,621	6,800	6,983	7,170	7,361	7,557	7,758	7,963	8,172	8,386	8,605
8	6,353	6,557	6,768	6,984	7,206	7,434	7,669	7,910	8,157	8,412	8,673	8,941	9,217	9,500	9,791	10,089	10,395	10,710	11,032	11,364	11,703
9	8,005	8,295	8,595	8,904	9,223	9,553	9,893	10,243	10,604	10,977	11,362	11,758	12,166	12,588	13,022	13,469	13,930	14,405	14,894	15,398	15,917
10	10,086	10,493	10,915	11,353	11,806	12,275	12,761	13,265	13,786	14,325	14,884	15,462	16,060	16,679	17,319	17,981	18,666	19,374	20,107	20,864	21,647
11	12,708	13,274	13,862	14,475	15,112	15,774	16,462	17,178	17,922	18,695	19,498	20,332	21,199	22,099	23,034	24,005	25,012	26,058	27,144	28,270	29,439
12	16,012	16,791	17,605	18,455	19,343	20,269	21,236	22,245	23,298	24,396	25,542	26,737	27,983	29,281	30,635	32,046	33,516	35,048	36,644	38,306	40,037
13	20,175	21,241	22,359	23,531	24,759	26,046	27,395	28,808	30,288	31,837	33,460	35,159	36,937	38,798	40,745	42,782	44,912	47,140	49,470	51,905	54,451
14	25,421	26,870	28,396	30,001	31,691	33,469	35,339	37,306	39,374	41,548	43,833	46,234	48,757	51,407	54,190	57,113	60,182	63,403	66,784	70,332	74,053
15	32,030	33,991	36,062	38,252	40,565	43,008	45,587	48,311	51,186	54,220	57,421	60,798	64,359	68,114	72,073	76,246	80,644	85,277	90,158	95,299	100,713
16	40,358	42,998	45,799	48,771	51,923	55,265	58,808	62,563	66,542	70,757	75,221	79,949	84,954	90,251	95,858	101,789	108,063	114,698	121,714	129,130	136,969
17	50,851	54,392	58,165	62,183	66,461	71,016	75,862	81,019	86,504	92,338	98,540	105,133	112,139	119,583	127,491	135,888	144,804	154,269	164,314	174,972	186,278
18	64,072	68,806	73,870	79,284	85,071	91,255	97,862	104,919	112,455	120,501	129,087	138,249	148,024	158,448	169,562	181,411	194,038	207,492	221,824	237,087	253,338
19	80,731	87,040	93,815	101,087	108,890	117,263	126,242	135,871	146,192	157,253	169,104	181,798	195,391	209,943	225,518	242,183	260,011	279,077	299,462	321,253	344,540
20	101,721	110,106	119,145	128,885	139,380	150,682	162,852	175,952	190,050	205,216	221,527	239,064	257,916	278,175	299,939	323,315	348,414	375,358	404,274	435,297	468,574
21	128,169	139,284	151,314	164,329	178,406	193,627	210,080	227,858	247,065	267,806	290,200	314,370	340,449	368,581	398,919	431,625	466,875	504,857	545,769	589,828	637,261
22	161,492	176,194	192,168	209,519	228,360	248,811	271,003	295,077	321,184	349,487	380,162	413,396	449,393	488,370	530,562	576,219	625,613	679,032	736,789	799,217	866,674
23	203,480	222,886	244,054	267,137	292,300	319,722	349,593	382,124	417,539	456,081	498,012	543,616	593,199	647,091	705,647	769,253	838,321	913,298	994,665	1082,938	1178,677
24	256,385	281,950	309,948	340,600	374,144	410,842	450,976	494,851	542,801	595,185	652,396	714,855	783,023	857,395	938,511	1026,953	1123,350	1228,386	1342,797	1467,382	1603,001
25	323,045	356,667	393,634	434,265	478,905	527,932	581,759	640,832	705,641	776,717	854,638	940,035	1033,590	1136,049	1248,220	1370,982	1505,289	1652,179	1812,776	1988,302	2180,081
26	407,037	451,184	499,916	553,688	612,998	678,393	750,468	829,877	917,333	1013,616	1119,576	1236,145	1364,339	1505,265	1660,132	1830,261	2017,088	2222,181	2447,248	2694,149	2964,911
27	512,867	570,748	634,893	705,952	784,638	871,735	968,104	1074,691	1192,533	1322,768	1466,645	1625,531	1800,927	1994,476	2207,976	2443,398	2702,897	2988,833	3303,785	3650,572	4032,279
28	646,212	721,996	806,314	900,088	1004,336	1120,179	1248,855	1391,725	1550,293	1726,213	1921,305	2137,574	2377,224	2642,680	2936,608	3261,936	3621,882	4019,981	4460,109	4946,526	5483,899
29	814,228	913,325	1024,019	1147,613	1285,550	1439,431	1611,022	1802,284	2015,381	2252,708	2516,909	2810,909	3137,935	3501,551	3905,688	4354,685	4853,323	5406,874	6021,148	6702,542	7458,102
30	1025,927	1155,356	1300,504	1463,206	1645,505	1849,668	2078,219	2333,958	2619,996	2939,784	3297,151	3696,346	4142,075	4639,555	5194,566	5813,504	6503,452	7272,245	8128,550	9081,945	10143,019

Diszkonttényező

$$DF(t, r) = 1/(1+r)^t$$

A t-edik évben esedékes 1 Ft jelenértéke

Évek száma (t)	Éves kamatláb																								
	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%	4,5%	5,0%	5,5%	6,0%	6,5%	7,0%	7,5%	8,0%	8,5%	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%
1	0,995	0,990	0,985	0,980	0,976	0,971	0,966	0,962	0,957	0,952	0,948	0,943	0,939	0,935	0,930	0,926	0,922	0,917	0,913	0,909	0,905	0,901	0,897	0,893	0,889
2	0,990	0,980	0,971	0,961	0,952	0,943	0,934	0,925	0,916	0,907	0,898	0,890	0,882	0,873	0,865	0,857	0,849	0,842	0,834	0,826	0,819	0,812	0,804	0,797	0,790
3	0,985	0,971	0,956	0,942	0,929	0,915	0,902	0,889	0,876	0,864	0,852	0,840	0,828	0,816	0,805	0,794	0,783	0,772	0,762	0,751	0,741	0,731	0,721	0,712	0,702
4	0,980	0,961	0,942	0,924	0,906	0,888	0,871	0,855	0,839	0,823	0,807	0,792	0,777	0,763	0,749	0,735	0,722	0,708	0,696	0,683	0,671	0,659	0,647	0,636	0,624
5	0,975	0,951	0,928	0,906	0,884	0,863	0,842	0,822	0,802	0,784	0,765	0,747	0,730	0,713	0,697	0,681	0,665	0,650	0,635	0,621	0,607	0,593	0,580	0,567	0,555
6	0,971	0,942	0,915	0,888	0,862	0,837	0,814	0,790	0,768	0,746	0,725	0,705	0,685	0,666	0,648	0,630	0,613	0,596	0,580	0,564	0,549	0,535	0,520	0,507	0,493
7	0,966	0,933	0,901	0,871	0,841	0,813	0,786	0,760	0,735	0,711	0,687	0,665	0,644	0,623	0,603	0,583	0,565	0,547	0,530	0,513	0,497	0,482	0,467	0,452	0,438
8	0,961	0,923	0,888	0,853	0,821	0,789	0,759	0,731	0,703	0,677	0,652	0,627	0,604	0,582	0,561	0,540	0,521	0,502	0,484	0,467	0,450	0,434	0,419	0,404	0,390
9	0,956	0,914	0,875	0,837	0,801	0,766	0,734	0,703	0,673	0,645	0,618	0,592	0,567	0,544	0,522	0,500	0,480	0,460	0,442	0,424	0,407	0,391	0,375	0,361	0,346
10	0,951	0,905	0,862	0,820	0,781	0,744	0,709	0,676	0,644	0,614	0,585	0,558	0,533	0,508	0,485	0,463	0,442	0,422	0,404	0,386	0,368	0,352	0,337	0,322	0,308
11	0,947	0,896	0,849	0,804	0,762	0,722	0,685	0,650	0,616	0,585	0,555	0,527	0,500	0,475	0,451	0,429	0,408	0,388	0,369	0,350	0,333	0,317	0,302	0,287	0,274
12	0,942	0,887	0,836	0,788	0,744	0,701	0,662	0,625	0,590	0,557	0,526	0,497	0,470	0,444	0,420	0,397	0,376	0,356	0,337	0,319	0,302	0,286	0,271	0,257	0,243
13	0,937	0,879	0,824	0,773	0,725	0,681	0,639	0,601	0,564	0,530	0,499	0,469	0,441	0,415	0,391	0,368	0,346	0,326	0,307	0,290	0,273	0,258	0,243	0,229	0,216
14	0,933	0,870	0,812	0,758	0,708	0,661	0,618	0,577	0,540	0,505	0,473	0,442	0,414	0,388	0,363	0,340	0,319	0,299	0,281	0,263	0,247	0,232	0,218	0,205	0,192
15	0,928	0,861	0,800	0,743	0,690	0,642	0,597	0,555	0,517	0,481	0,448	0,417	0,389	0,362	0,338	0,315	0,294	0,275	0,256	0,239	0,224	0,209	0,195	0,183	0,171
16	0,923	0,853	0,788	0,728	0,674	0,623	0,577	0,534	0,494	0,458	0,425	0,394	0,365	0,339	0,314	0,292	0,271	0,252	0,234	0,218	0,202	0,188	0,175	0,163	0,152
17	0,919	0,844	0,776	0,714	0,657	0,605	0,557	0,513	0,473	0,436	0,402	0,371	0,343	0,317	0,292	0,270	0,250	0,231	0,214	0,198	0,183	0,170	0,157	0,146	0,135
18	0,914	0,836	0,765	0,700	0,641	0,587	0,538	0,494	0,453	0,416	0,381	0,350	0,322	0,296	0,272	0,250	0,230	0,212	0,195	0,180	0,166	0,153	0,141	0,130	0,120
19	0,910	0,828	0,754	0,686	0,626	0,570	0,520	0,475	0,433	0,396	0,362	0,331	0,302	0,277	0,253	0,232	0,212	0,194	0,178	0,164	0,150	0,138	0,126	0,116	0,107
20	0,905	0,820	0,742	0,673	0,610	0,554	0,503	0,456	0,415	0,377	0,343	0,312	0,284	0,258	0,235	0,215	0,196	0,178	0,163	0,149	0,136	0,124	0,113	0,104	0,095
21	0,901	0,811	0,731	0,660	0,595	0,538	0,486	0,439	0,397	0,359	0,325	0,294	0,266	0,242	0,219	0,199	0,180	0,164	0,149	0,135	0,123	0,112	0,102	0,093	0,084
22	0,896	0,803	0,721	0,647	0,581	0,522	0,469	0,422	0,380	0,342	0,308	0,278	0,250	0,226	0,204	0,184	0,166	0,150	0,136	0,123	0,111	0,101	0,091	0,083	0,075
23	0,892	0,795	0,710	0,634	0,567	0,507	0,453	0,406	0,363	0,326	0,292	0,262	0,235	0,211	0,189	0,170	0,153	0,138	0,124	0,112	0,101	0,091	0,082	0,074	0,067
24	0,887	0,788	0,700	0,622	0,553	0,492	0,438	0,390	0,348	0,310	0,277	0,247	0,221	0,197	0,176	0,158	0,141	0,126	0,113	0,102	0,091	0,082	0,073	0,066	0,059
25	0,883	0,780	0,689	0,610	0,539	0,478	0,423	0,375	0,333	0,295	0,262	0,233	0,207	0,184	0,164	0,146	0,130	0,116	0,103	0,092	0,082	0,074	0,066	0,059	0,053
26	0,878	0,772	0,679	0,598	0,526	0,464	0,409	0,361	0,318	0,281	0,249	0,220	0,194	0,172	0,153	0,135	0,120	0,106	0,094	0,084	0,075	0,066	0,059	0,053	0,047
27	0,874	0,764	0,669	0,586	0,513	0,450	0,395	0,347	0,305	0,268	0,236	0,207	0,183	0,161	0,142	0,125	0,111	0,098	0,086	0,076	0,067	0,060	0,053	0,047	0,042
28	0,870	0,757	0,659	0,574	0,501	0,437	0,382	0,333	0,292	0,255	0,223	0,196	0,171	0,150	0,132	0,116	0,102	0,090	0,079	0,069	0,061	0,054	0,047	0,042	0,037
29	0,865	0,749	0,649	0,563	0,489	0,424	0,369	0,321	0,279	0,243	0,212	0,185	0,161	0,141	0,123	0,107	0,094	0,082	0,072	0,063	0,055	0,048	0,043	0,037	0,033
30	0,861	0,742	0,640	0,552	0,477	0,412	0,356	0,308	0,267	0,231	0,201	0,174	0,151	0,131	0,114	0,099	0,087	0,075	0,066	0,057	0,050	0,044	0,038	0,033	0,029

Diszkonttényező

$$DF(t, r) = 1/(1+r)^t$$

A t -edik évben esedékes 1 Ft jelenértéke

Évek száma (t)	Éves kamatláb																								
	13,0%	13,5%	14,0%	14,5%	15,0%	15,5%	16,0%	16,5%	17,0%	17,5%	18,0%	18,5%	19,0%	19,5%	20,0%	20,5%	21,0%	21,5%	22,0%	22,5%	23,0%	23,5%	24,0%	24,5%	25,0%
1	0,885	0,881	0,877	0,873	0,870	0,866	0,862	0,858	0,855	0,851	0,847	0,844	0,840	0,837	0,833	0,830	0,826	0,823	0,820	0,816	0,813	0,810	0,806	0,803	0,800
2	0,783	0,776	0,769	0,763	0,756	0,750	0,743	0,737	0,731	0,724	0,718	0,712	0,706	0,700	0,694	0,689	0,683	0,677	0,672	0,666	0,661	0,656	0,650	0,645	0,640
3	0,693	0,684	0,675	0,666	0,658	0,649	0,641	0,632	0,624	0,616	0,609	0,601	0,593	0,586	0,579	0,572	0,564	0,558	0,551	0,544	0,537	0,531	0,524	0,518	0,512
4	0,613	0,603	0,592	0,582	0,572	0,562	0,552	0,543	0,534	0,525	0,516	0,507	0,499	0,490	0,482	0,474	0,467	0,459	0,451	0,444	0,437	0,430	0,423	0,416	0,410
5	0,543	0,531	0,519	0,508	0,497	0,487	0,476	0,466	0,456	0,446	0,437	0,428	0,419	0,410	0,402	0,394	0,386	0,378	0,370	0,363	0,355	0,348	0,341	0,334	0,328
6	0,480	0,468	0,456	0,444	0,432	0,421	0,410	0,400	0,390	0,380	0,370	0,361	0,352	0,343	0,335	0,327	0,319	0,311	0,303	0,296	0,289	0,282	0,275	0,269	0,262
7	0,425	0,412	0,400	0,388	0,376	0,365	0,354	0,343	0,333	0,323	0,314	0,305	0,296	0,287	0,279	0,271	0,263	0,256	0,249	0,242	0,235	0,228	0,222	0,216	0,210
8	0,376	0,363	0,351	0,338	0,327	0,316	0,305	0,295	0,285	0,275	0,266	0,257	0,249	0,240	0,233	0,225	0,218	0,211	0,204	0,197	0,191	0,185	0,179	0,173	0,168
9	0,333	0,320	0,308	0,296	0,284	0,273	0,263	0,253	0,243	0,234	0,225	0,217	0,209	0,201	0,194	0,187	0,180	0,173	0,167	0,161	0,155	0,150	0,144	0,139	0,134
10	0,295	0,282	0,270	0,258	0,247	0,237	0,227	0,217	0,208	0,199	0,191	0,183	0,176	0,168	0,162	0,155	0,149	0,143	0,137	0,131	0,126	0,121	0,116	0,112	0,107
11	0,261	0,248	0,237	0,225	0,215	0,205	0,195	0,186	0,178	0,170	0,162	0,155	0,148	0,141	0,135	0,129	0,123	0,117	0,112	0,107	0,103	0,098	0,094	0,090	0,086
12	0,231	0,219	0,208	0,197	0,187	0,177	0,168	0,160	0,152	0,144	0,137	0,130	0,124	0,118	0,112	0,107	0,102	0,097	0,092	0,088	0,083	0,079	0,076	0,072	0,069
13	0,204	0,193	0,182	0,172	0,163	0,154	0,145	0,137	0,130	0,123	0,116	0,110	0,104	0,099	0,093	0,089	0,084	0,080	0,075	0,071	0,068	0,064	0,061	0,058	0,055
14	0,181	0,170	0,160	0,150	0,141	0,133	0,125	0,118	0,111	0,105	0,099	0,093	0,088	0,083	0,078	0,073	0,069	0,065	0,062	0,058	0,055	0,052	0,049	0,047	0,044
15	0,160	0,150	0,140	0,131	0,123	0,115	0,108	0,101	0,095	0,089	0,084	0,078	0,074	0,069	0,065	0,061	0,057	0,054	0,051	0,048	0,045	0,042	0,040	0,037	0,035
16	0,141	0,132	0,123	0,115	0,107	0,100	0,093	0,087	0,081	0,076	0,071	0,066	0,062	0,058	0,054	0,051	0,047	0,044	0,042	0,039	0,036	0,034	0,032	0,030	0,028
17	0,125	0,116	0,108	0,100	0,093	0,086	0,080	0,075	0,069	0,064	0,060	0,056	0,052	0,048	0,045	0,042	0,039	0,036	0,034	0,032	0,030	0,028	0,026	0,024	0,023
18	0,111	0,102	0,095	0,087	0,081	0,075	0,069	0,064	0,059	0,055	0,051	0,047	0,044	0,040	0,038	0,035	0,032	0,030	0,028	0,026	0,024	0,022	0,021	0,019	0,018
19	0,098	0,090	0,083	0,076	0,070	0,065	0,060	0,055	0,051	0,047	0,043	0,040	0,037	0,034	0,031	0,029	0,027	0,025	0,023	0,021	0,020	0,018	0,017	0,016	0,014
20	0,087	0,079	0,073	0,067	0,061	0,056	0,051	0,047	0,043	0,040	0,037	0,034	0,031	0,028	0,026	0,024	0,022	0,020	0,019	0,017	0,016	0,015	0,014	0,012	0,012
21	0,077	0,070	0,064	0,058	0,053	0,049	0,044	0,040	0,037	0,034	0,031	0,028	0,026	0,024	0,022	0,020	0,018	0,017	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,010	0,009
22	0,068	0,062	0,056	0,051	0,046	0,042	0,038	0,035	0,032	0,029	0,026	0,024	0,022	0,020	0,018	0,017	0,015	0,014	0,012	0,011	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006
23	0,060	0,054	0,049	0,044	0,040	0,036	0,033	0,030	0,027	0,024	0,022	0,020	0,018	0,017	0,015	0,014	0,012	0,011	0,010	0,009	0,009	0,008	0,007	0,006	0,006
24	0,053	0,048	0,043	0,039	0,035	0,031	0,028	0,026	0,023	0,021	0,019	0,017	0,015	0,014	0,013	0,011	0,010	0,009	0,008	0,008	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005
25	0,047	0,042	0,038	0,034	0,030	0,027	0,024	0,022	0,020	0,018	0,016	0,014	0,013	0,012	0,010	0,009	0,009	0,008	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004
26	0,042	0,037	0,033	0,030	0,026	0,024	0,021	0,019	0,017	0,015	0,014	0,012	0,011	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003	0,003
27	0,037	0,033	0,029	0,026	0,023	0,020	0,018	0,016	0,014	0,013	0,011	0,010	0,009	0,008	0,007	0,007	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002
28	0,033	0,029	0,026	0,023	0,020	0,018	0,016	0,014	0,012	0,011	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002
29	0,029	0,025	0,022	0,020	0,017	0,015	0,014	0,012	0,011	0,009	0,008	0,007	0,006	0,006	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
30	0,026	0,022	0,020	0,017	0,015	0,013	0,012	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001

Diszkonttényező

$$DF(t, r) = 1/(1+r)^t$$

A t -edik évben esedékes 1 Ft jelenértéke

Évek száma (t)	Éves kamatláb																							
	25,5%	26,0%	26,5%	27,0%	27,5%	28,0%	28,5%	29,0%	29,5%	30,0%	30,5%	31,0%	31,5%	32,0%	32,5%	33,0%	33,5%	34,0%	34,5%	35,0%	35,5%	36,0%		
1	0,797	0,794	0,791	0,787	0,784	0,781	0,778	0,775	0,772	0,769	0,766	0,763	0,760	0,758	0,755	0,752	0,749	0,746	0,743	0,741	0,738	0,735		
2	0,635	0,630	0,625	0,620	0,615	0,610	0,606	0,601	0,596	0,592	0,587	0,583	0,578	0,574	0,570	0,565	0,561	0,557	0,553	0,549	0,545	0,541		
3	0,506	0,500	0,494	0,488	0,482	0,477	0,471	0,466	0,460	0,455	0,450	0,445	0,440	0,435	0,430	0,425	0,420	0,416	0,411	0,406	0,402	0,398		
4	0,403	0,397	0,391	0,384	0,378	0,373	0,367	0,361	0,356	0,350	0,345	0,340	0,334	0,329	0,324	0,320	0,315	0,310	0,306	0,301	0,297	0,292		
5	0,321	0,315	0,309	0,303	0,297	0,291	0,285	0,280	0,275	0,269	0,264	0,259	0,254	0,250	0,245	0,240	0,236	0,231	0,227	0,223	0,219	0,215		
6	0,256	0,250	0,244	0,238	0,233	0,227	0,222	0,217	0,212	0,207	0,202	0,198	0,193	0,189	0,185	0,181	0,177	0,173	0,169	0,165	0,162	0,158		
7	0,204	0,198	0,193	0,188	0,183	0,178	0,173	0,168	0,164	0,159	0,155	0,151	0,147	0,143	0,139	0,136	0,132	0,129	0,126	0,122	0,119	0,116		
8	0,162	0,157	0,153	0,148	0,143	0,139	0,135	0,130	0,126	0,123	0,119	0,115	0,112	0,108	0,105	0,102	0,099	0,096	0,093	0,091	0,088	0,085		
9	0,129	0,125	0,121	0,116	0,112	0,108	0,105	0,101	0,098	0,094	0,091	0,088	0,085	0,082	0,079	0,077	0,074	0,072	0,069	0,067	0,065	0,063		
10	0,103	0,099	0,095	0,092	0,088	0,085	0,081	0,078	0,075	0,073	0,070	0,067	0,065	0,062	0,060	0,058	0,056	0,054	0,052	0,050	0,048	0,046		
11	0,082	0,079	0,075	0,072	0,069	0,066	0,063	0,061	0,058	0,056	0,053	0,051	0,049	0,047	0,045	0,043	0,042	0,040	0,038	0,037	0,035	0,034		
12	0,066	0,062	0,060	0,057	0,054	0,052	0,049	0,047	0,045	0,043	0,041	0,039	0,037	0,036	0,034	0,033	0,031	0,030	0,029	0,027	0,026	0,025		
13	0,052	0,050	0,047	0,045	0,042	0,040	0,038	0,037	0,035	0,033	0,031	0,030	0,028	0,027	0,026	0,025	0,023	0,022	0,021	0,020	0,019	0,018		
14	0,042	0,039	0,037	0,035	0,033	0,032	0,030	0,028	0,027	0,025	0,024	0,023	0,022	0,021	0,019	0,018	0,017	0,016	0,015	0,014	0,014	0,014		
15	0,033	0,031	0,029	0,028	0,026	0,025	0,023	0,022	0,021	0,020	0,018	0,017	0,016	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,012	0,011	0,010	0,010		
16	0,026	0,025	0,023	0,022	0,021	0,019	0,018	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,013	0,012	0,011	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004		
17	0,021	0,020	0,018	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,012	0,011	0,010	0,010	0,009	0,008	0,008	0,007	0,006	0,006	0,005	0,004	0,004		
18	0,017	0,016	0,015	0,014	0,013	0,012	0,011	0,010	0,010	0,009	0,008	0,008	0,007	0,007	0,006	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004		
19	0,013	0,012	0,011	0,011	0,010	0,009	0,009	0,008	0,007	0,007	0,006	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003		
20	0,011	0,010	0,009	0,008	0,008	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002		
21	0,008	0,008	0,007	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002		
22	0,007	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001		
23	0,005	0,005	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001		
24	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001		
25	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000		
26	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
27	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
28	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
29	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		
30	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		

Annuitástényező

$$AF(t, r) = 1/r [1 - 1/(1+r)^t]$$

t éven keresztül évente esedékes 1Ft jelenértéke

Évek száma (t)	Éves kamatláb																								
	0,5%	1,0%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%	4,5%	5,0%	5,5%	6,0%	6,5%	7,0%	7,5%	8,0%	8,5%	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%
1	0,995	0,990	0,985	0,980	0,976	0,971	0,966	0,962	0,957	0,952	0,948	0,943	0,939	0,935	0,930	0,926	0,922	0,917	0,913	0,909	0,905	0,901	0,897	0,893	0,889
2	1,985	1,970	1,956	1,942	1,927	1,913	1,900	1,886	1,873	1,859	1,846	1,833	1,821	1,808	1,796	1,783	1,771	1,759	1,747	1,736	1,724	1,713	1,701	1,690	1,679
3	2,970	2,941	2,912	2,884	2,856	2,829	2,802	2,775	2,749	2,723	2,698	2,673	2,648	2,624	2,601	2,577	2,554	2,531	2,509	2,487	2,465	2,444	2,423	2,402	2,381
4	3,950	3,902	3,854	3,808	3,762	3,717	3,673	3,630	3,588	3,546	3,505	3,465	3,426	3,387	3,349	3,312	3,276	3,240	3,204	3,170	3,136	3,102	3,070	3,037	3,006
5	4,926	4,853	4,783	4,713	4,646	4,580	4,515	4,452	4,390	4,329	4,270	4,212	4,156	4,100	4,046	3,993	3,941	3,890	3,840	3,791	3,743	3,696	3,650	3,605	3,561
6	5,896	5,795	5,697	5,601	5,508	5,417	5,329	5,242	5,158	5,076	4,996	4,917	4,841	4,767	4,694	4,623	4,554	4,486	4,420	4,355	4,292	4,231	4,170	4,111	4,054
7	6,862	6,728	6,598	6,472	6,349	6,230	6,115	6,002	5,893	5,786	5,683	5,582	5,485	5,389	5,297	5,206	5,119	5,033	4,950	4,868	4,789	4,712	4,637	4,564	4,492
8	7,823	7,652	7,486	7,325	7,170	7,020	6,874	6,733	6,596	6,463	6,335	6,210	6,089	5,971	5,857	5,747	5,639	5,535	5,433	5,335	5,239	5,146	5,056	4,968	4,882
9	8,779	8,566	8,361	8,162	7,971	7,786	7,608	7,435	7,269	7,108	6,952	6,802	6,656	6,515	6,379	6,247	6,119	5,995	5,875	5,759	5,646	5,537	5,431	5,328	5,228
10	9,730	9,471	9,222	8,983	8,752	8,530	8,317	8,111	7,913	7,722	7,538	7,360	7,189	7,024	6,864	6,710	6,561	6,418	6,279	6,145	6,015	5,889	5,768	5,650	5,536
11	10,677	10,368	10,071	9,787	9,514	9,253	9,002	8,760	8,529	8,306	8,093	7,887	7,689	7,499	7,315	7,139	6,969	6,805	6,647	6,495	6,348	6,207	6,070	5,938	5,810
12	11,619	11,255	10,908	10,575	10,258	9,954	9,663	9,385	9,119	8,863	8,619	8,384	8,159	7,943	7,735	7,536	7,345	7,161	6,984	6,814	6,650	6,492	6,341	6,194	6,053
13	12,556	12,134	11,732	11,348	10,983	10,635	10,303	9,986	9,683	9,394	9,117	8,853	8,600	8,358	8,126	7,904	7,691	7,487	7,291	7,103	6,923	6,750	6,583	6,424	6,270
14	13,489	13,004	12,543	12,106	11,691	11,296	10,921	10,563	10,223	9,899	9,590	9,295	9,014	8,745	8,489	8,244	8,010	7,786	7,572	7,367	7,170	6,982	6,801	6,628	6,462
15	14,417	13,865	13,343	12,849	12,381	11,938	11,517	11,118	10,740	10,380	10,038	9,712	9,403	9,108	8,827	8,559	8,304	8,061	7,828	7,606	7,394	7,191	6,997	6,811	6,633
16	15,340	14,718	14,131	13,578	13,055	12,561	12,094	11,652	11,234	10,838	10,462	10,106	9,768	9,447	9,142	8,851	8,575	8,313	8,062	7,824	7,596	7,379	7,172	6,974	6,785
17	16,259	15,562	14,908	14,292	13,712	13,166	12,651	12,166	11,707	11,274	10,865	10,477	10,111	9,763	9,434	9,122	8,825	8,544	8,276	8,022	7,779	7,549	7,329	7,120	6,920
18	17,173	16,398	15,673	14,992	14,353	13,754	13,190	12,659	12,160	11,690	11,246	10,828	10,432	10,059	9,706	9,372	9,055	8,756	8,471	8,201	7,945	7,702	7,470	7,250	7,040
19	18,082	17,226	16,426	15,678	14,979	14,324	13,710	13,134	12,593	12,085	11,608	11,158	10,735	10,336	9,959	9,604	9,268	8,950	8,650	8,365	8,095	7,839	7,596	7,366	7,147
20	18,987	18,046	17,169	16,351	15,589	14,877	14,212	13,590	13,008	12,462	11,950	11,470	11,019	10,594	10,194	9,818	9,463	9,129	8,812	8,514	8,231	7,963	7,710	7,469	7,241
21	19,888	18,857	17,900	17,011	16,185	15,415	14,698	14,029	13,405	12,821	12,275	11,764	11,285	10,836	10,413	10,017	9,644	9,292	8,961	8,649	8,354	8,075	7,811	7,562	7,326
22	20,784	19,660	18,621	17,658	16,765	15,937	15,167	14,451	13,784	13,163	12,583	12,042	11,535	11,061	10,617	10,201	9,810	9,442	9,097	8,772	8,465	8,176	7,903	7,645	7,401
23	21,676	20,456	19,331	18,292	17,332	16,444	15,620	14,857	14,148	13,489	12,875	12,303	11,770	11,272	10,807	10,371	9,963	9,580	9,221	8,883	8,566	8,266	7,984	7,718	7,467
24	22,563	21,243	20,030	18,914	17,885	16,936	16,058	15,247	14,495	13,799	13,152	12,550	11,991	11,469	10,983	10,529	10,104	9,707	9,334	8,985	8,657	8,348	8,058	7,784	7,526
25	23,446	22,023	20,720	19,523	18,424	17,413	16,482	15,622	14,828	14,094	13,414	12,783	12,198	11,654	11,147	10,675	10,234	9,823	9,438	9,077	8,739	8,422	8,124	7,843	7,579
26	24,324	22,795	21,399	20,121	18,951	17,877	16,890	15,983	15,147	14,375	13,662	13,003	12,392	11,826	11,299	10,810	10,354	9,929	9,532	9,161	8,814	8,488	8,183	7,896	7,626
27	25,198	23,560	22,068	20,707	19,464	18,327	17,285	16,330	15,451	14,643	13,898	13,211	12,575	11,987	11,441	10,935	10,465	10,027	9,618	9,237	8,881	8,548	8,236	7,943	7,667
28	26,068	24,316	22,727	21,281	19,965	18,764	17,667	16,663	15,743	14,898	14,121	13,406	12,746	12,137	11,573	11,051	10,566	10,116	9,697	9,307	8,942	8,602	8,283	7,984	7,704
29	26,933	25,066	23,376	21,844	20,454	19,188	18,036	16,984	16,022	15,141	14,333	13,591	12,907	12,278	11,696	11,158	10,660	10,198	9,769	9,370	8,997	8,650	8,326	8,022	7,737
30	27,794	25,808	24,016	22,396	20,930	19,600	18,392	17,292	16,289	15,372	14,534	13,765	13,059	12,409	11,810	11,258	10,747	10,274	9,835	9,427	9,047	8,694	8,364	8,055	7,766

Annuitástényező

$$AF(t, r) = 1/r [1 - 1/(1+r)^t]$$

t éven keresztül évente esedékes 1Ft jelenértéke

Évek száma (t)	Éves kamatláb																								
	13,0%	13,5%	14,0%	14,5%	15,0%	15,5%	16,0%	16,5%	17,0%	17,5%	18,0%	18,5%	19,0%	19,5%	20,0%	20,5%	21,0%	21,5%	22,0%	22,5%	23,0%	23,5%	24,0%	24,5%	25,0%
1	0,885	0,881	0,877	0,873	0,870	0,866	0,862	0,858	0,855	0,851	0,847	0,844	0,840	0,837	0,833	0,830	0,826	0,823	0,820	0,816	0,813	0,810	0,806	0,803	0,800
2	1,668	1,657	1,647	1,636	1,626	1,615	1,605	1,595	1,585	1,575	1,566	1,556	1,547	1,537	1,528	1,519	1,509	1,500	1,492	1,483	1,474	1,465	1,457	1,448	1,440
3	2,361	2,341	2,322	2,302	2,283	2,264	2,246	2,228	2,210	2,192	2,174	2,157	2,140	2,123	2,106	2,090	2,074	2,058	2,042	2,027	2,011	1,996	1,981	1,967	1,952
4	2,974	2,944	2,914	2,884	2,855	2,826	2,798	2,770	2,743	2,716	2,690	2,664	2,639	2,613	2,589	2,564	2,540	2,517	2,494	2,471	2,448	2,426	2,404	2,383	2,362
5	3,517	3,475	3,433	3,392	3,352	3,313	3,274	3,236	3,199	3,163	3,127	3,092	3,058	3,024	2,991	2,958	2,926	2,895	2,864	2,833	2,803	2,774	2,745	2,717	2,689
6	3,998	3,943	3,889	3,836	3,784	3,734	3,685	3,636	3,589	3,543	3,498	3,453	3,410	3,367	3,326	3,285	3,245	3,205	3,167	3,129	3,092	3,056	3,020	2,986	2,951
7	4,423	4,355	4,288	4,224	4,160	4,099	4,039	3,980	3,922	3,866	3,812	3,758	3,706	3,655	3,605	3,556	3,508	3,461	3,416	3,371	3,327	3,284	3,242	3,201	3,161
8	4,799	4,718	4,639	4,562	4,487	4,415	4,344	4,274	4,207	4,142	4,078	4,015	3,954	3,895	3,837	3,781	3,726	3,672	3,619	3,568	3,518	3,469	3,421	3,375	3,329
9	5,132	5,038	4,946	4,858	4,772	4,688	4,607	4,527	4,451	4,376	4,303	4,232	4,163	4,096	4,031	3,967	3,905	3,845	3,786	3,729	3,673	3,619	3,566	3,514	3,463
10	5,426	5,320	5,216	5,116	5,019	4,925	4,833	4,745	4,659	4,575	4,494	4,415	4,339	4,265	4,192	4,122	4,054	3,988	3,923	3,860	3,799	3,740	3,682	3,625	3,571
11	5,687	5,568	5,453	5,341	5,234	5,130	5,029	4,931	4,836	4,745	4,656	4,570	4,486	4,406	4,327	4,251	4,177	4,105	4,035	3,968	3,902	3,838	3,776	3,715	3,656
12	5,918	5,787	5,660	5,538	5,421	5,307	5,197	5,091	4,988	4,889	4,793	4,700	4,611	4,523	4,439	4,358	4,278	4,202	4,127	4,055	3,985	3,917	3,851	3,787	3,725
13	6,122	5,979	5,842	5,710	5,583	5,461	5,342	5,228	5,118	5,012	4,910	4,810	4,715	4,622	4,533	4,446	4,362	4,281	4,203	4,127	4,053	3,982	3,912	3,845	3,780
14	6,302	6,149	6,002	5,861	5,724	5,594	5,468	5,346	5,229	5,117	5,008	4,903	4,802	4,705	4,611	4,520	4,432	4,347	4,265	4,185	4,108	4,034	3,962	3,892	3,824
15	6,462	6,299	6,142	5,992	5,847	5,709	5,575	5,447	5,324	5,206	5,092	4,982	4,876	4,774	4,675	4,581	4,489	4,401	4,315	4,233	4,153	4,076	4,001	3,929	3,859
16	6,604	6,431	6,265	6,106	5,954	5,808	5,668	5,534	5,405	5,281	5,162	5,048	4,938	4,832	4,730	4,631	4,536	4,445	4,357	4,272	4,189	4,110	4,033	3,959	3,887
17	6,729	6,547	6,373	6,206	6,047	5,895	5,749	5,609	5,475	5,346	5,222	5,104	4,990	4,880	4,775	4,673	4,576	4,481	4,391	4,303	4,219	4,138	4,059	3,983	3,910
18	6,840	6,649	6,467	6,294	6,128	5,969	5,818	5,673	5,534	5,401	5,273	5,151	5,033	4,921	4,812	4,708	4,608	4,511	4,419	4,329	4,243	4,160	4,080	4,003	3,928
19	6,938	6,739	6,550	6,370	6,198	6,034	5,877	5,728	5,584	5,447	5,316	5,191	5,070	4,954	4,843	4,737	4,635	4,536	4,442	4,350	4,263	4,178	4,097	4,018	3,942
20	7,025	6,819	6,623	6,437	6,259	6,090	5,929	5,775	5,628	5,487	5,353	5,224	5,101	4,983	4,870	4,761	4,657	4,557	4,460	4,368	4,279	4,193	4,110	4,031	3,954
21	7,102	6,889	6,687	6,495	6,312	6,139	5,973	5,815	5,665	5,521	5,384	5,252	5,127	5,007	4,891	4,781	4,675	4,573	4,476	4,382	4,292	4,205	4,121	4,041	3,963
22	7,170	6,951	6,743	6,546	6,359	6,181	6,011	5,850	5,696	5,550	5,410	5,276	5,149	5,026	4,909	4,797	4,690	4,587	4,488	4,393	4,302	4,214	4,130	4,049	3,970
23	7,230	7,005	6,792	6,590	6,399	6,217	6,044	5,880	5,723	5,574	5,432	5,296	5,167	5,043	4,925	4,811	4,703	4,598	4,499	4,403	4,311	4,222	4,137	4,055	3,976
24	7,283	7,053	6,835	6,629	6,434	6,249	6,073	5,905	5,746	5,595	5,451	5,313	5,182	5,057	4,937	4,823	4,713	4,608	4,507	4,410	4,318	4,228	4,143	4,060	3,981
25	7,330	7,095	6,873	6,663	6,464	6,276	6,097	5,927	5,766	5,613	5,467	5,328	5,195	5,069	4,948	4,832	4,721	4,615	4,514	4,417	4,323	4,234	4,147	4,065	3,985
26	7,372	7,132	6,906	6,693	6,491	6,299	6,118	5,946	5,783	5,628	5,480	5,340	5,206	5,078	4,956	4,840	4,728	4,622	4,520	4,422	4,328	4,238	4,151	4,068	3,988
27	7,409	7,165	6,935	6,718	6,514	6,320	6,136	5,962	5,798	5,641	5,492	5,350	5,215	5,086	4,964	4,846	4,734	4,627	4,524	4,426	4,332	4,241	4,154	4,071	3,990
28	7,441	7,194	6,961	6,741	6,534	6,337	6,152	5,976	5,810	5,652	5,502	5,359	5,223	5,093	4,970	4,852	4,739	4,631	4,528	4,429	4,335	4,244	4,157	4,073	3,992
29	7,470	7,219	6,983	6,761	6,551	6,353	6,166	5,988	5,820	5,661	5,510	5,366	5,229	5,099	4,975	4,856	4,743	4,635	4,531	4,432	4,337	4,246	4,159	4,075	3,994
30	7,496	7,242	7,003	6,778	6,566	6,366	6,177	5,999	5,829	5,669	5,517	5,372	5,235	5,104	4,979	4,860	4,746	4,638	4,534	4,434	4,339	4,248	4,160	4,076	3,995

Annuitástényező

$$AF(t, r) = 1/r [1 - 1/(1+r)^t]$$

t éven keresztül évente esedékes 1Ft jelenértéke

Évek száma (t)	Éves kamatláb																			
	25,5%	26,0%	26,5%	27,0%	27,5%	28,0%	28,5%	29,0%	29,5%	30,0%	30,5%	31,0%	31,5%	32,0%	32,5%	33,0%	33,5%	34,0%	34,5%	35,0%
1	0,797	0,794	0,791	0,787	0,784	0,781	0,778	0,775	0,772	0,769	0,766	0,763	0,760	0,758	0,755	0,752	0,749	0,746	0,743	0,741
2	1,432	1,424	1,415	1,407	1,399	1,392	1,384	1,376	1,368	1,361	1,353	1,346	1,339	1,331	1,324	1,317	1,310	1,303	1,296	1,289
3	1,938	1,923	1,909	1,896	1,882	1,868	1,855	1,842	1,829	1,816	1,803	1,791	1,779	1,766	1,754	1,742	1,730	1,719	1,707	1,696
4	2,341	2,320	2,300	2,280	2,260	2,241	2,222	2,203	2,185	2,166	2,148	2,130	2,113	2,096	2,079	2,062	2,045	2,029	2,013	1,997
5	2,662	2,635	2,609	2,583	2,557	2,532	2,507	2,483	2,459	2,436	2,412	2,390	2,367	2,345	2,324	2,302	2,281	2,260	2,240	2,220
6	2,918	2,885	2,853	2,821	2,790	2,759	2,729	2,700	2,671	2,643	2,615	2,588	2,561	2,534	2,508	2,483	2,458	2,433	2,409	2,385
7	3,122	3,083	3,046	3,009	2,972	2,937	2,902	2,868	2,835	2,802	2,770	2,739	2,708	2,677	2,648	2,619	2,590	2,562	2,535	2,508
8	3,284	3,241	3,198	3,156	3,116	3,076	3,037	2,999	2,961	2,925	2,889	2,854	2,820	2,786	2,753	2,721	2,689	2,658	2,628	2,598
9	3,414	3,366	3,319	3,273	3,228	3,184	3,141	3,100	3,059	3,019	2,980	2,942	2,905	2,868	2,832	2,798	2,763	2,730	2,697	2,665
10	3,517	3,465	3,414	3,364	3,316	3,269	3,223	3,178	3,134	3,092	3,050	3,009	2,969	2,930	2,892	2,855	2,819	2,784	2,749	2,715
11	3,599	3,543	3,489	3,437	3,385	3,335	3,286	3,239	3,192	3,147	3,103	3,060	3,018	2,978	2,938	2,899	2,861	2,824	2,787	2,752
12	3,665	3,606	3,549	3,493	3,439	3,387	3,336	3,286	3,237	3,190	3,144	3,100	3,056	3,013	2,972	2,931	2,892	2,853	2,816	2,779
13	3,717	3,656	3,596	3,538	3,482	3,427	3,374	3,322	3,272	3,223	3,176	3,129	3,084	3,040	2,998	2,956	2,915	2,876	2,837	2,799
14	3,758	3,695	3,633	3,573	3,515	3,459	3,404	3,351	3,299	3,249	3,200	3,152	3,106	3,061	3,017	2,974	2,933	2,892	2,853	2,814
15	3,792	3,726	3,663	3,601	3,541	3,483	3,427	3,373	3,320	3,268	3,218	3,170	3,122	3,076	3,032	2,988	2,946	2,905	2,865	2,825
16	3,818	3,751	3,686	3,623	3,562	3,503	3,445	3,390	3,336	3,283	3,232	3,183	3,135	3,088	3,043	2,999	2,956	2,914	2,873	2,834
17	3,839	3,771	3,704	3,640	3,578	3,518	3,459	3,403	3,348	3,295	3,243	3,193	3,144	3,097	3,051	3,007	2,963	2,921	2,880	2,840
18	3,856	3,786	3,719	3,654	3,590	3,529	3,470	3,413	3,358	3,304	3,251	3,201	3,152	3,104	3,058	3,012	2,969	2,926	2,885	2,844
19	3,869	3,799	3,730	3,664	3,600	3,539	3,479	3,421	3,365	3,311	3,258	3,207	3,157	3,109	3,062	3,017	2,973	2,930	2,888	2,848
20	3,880	3,808	3,739	3,673	3,608	3,546	3,485	3,427	3,371	3,316	3,263	3,211	3,161	3,113	3,066	3,020	2,976	2,933	2,891	2,850
21	3,888	3,816	3,746	3,679	3,614	3,551	3,491	3,432	3,375	3,320	3,266	3,215	3,165	3,116	3,069	3,023	2,978	2,935	2,893	2,852
22	3,895	3,822	3,752	3,684	3,619	3,556	3,495	3,436	3,378	3,323	3,269	3,217	3,167	3,118	3,071	3,025	2,980	2,936	2,894	2,853
23	3,900	3,827	3,757	3,689	3,623	3,559	3,498	3,438	3,381	3,325	3,271	3,219	3,169	3,120	3,072	3,026	2,981	2,938	2,895	2,854
24	3,905	3,831	3,760	3,692	3,626	3,562	3,500	3,441	3,383	3,327	3,273	3,221	3,170	3,121	3,073	3,027	2,982	2,939	2,896	2,855
25	3,908	3,834	3,763	3,694	3,628	3,564	3,502	3,442	3,385	3,329	3,274	3,222	3,171	3,122	3,074	3,028	2,983	2,939	2,897	2,856
26	3,911	3,837	3,765	3,696	3,630	3,566	3,504	3,444	3,386	3,330	3,275	3,223	3,172	3,123	3,075	3,028	2,983	2,940	2,897	2,856
27	3,913	3,839	3,767	3,698	3,631	3,567	3,505	3,445	3,387	3,331	3,276	3,224	3,173	3,123	3,075	3,029	2,984	2,940	2,898	2,856
28	3,915	3,840	3,768	3,699	3,632	3,568	3,506	3,446	3,387	3,331	3,277	3,224	3,173	3,124	3,076	3,029	2,984	2,940	2,898	2,857
29	3,916	3,841	3,769	3,700	3,633	3,569	3,506	3,446	3,388	3,332	3,277	3,225	3,173	3,124	3,076	3,030	2,984	2,941	2,898	2,857
30	3,917	3,842	3,770	3,701	3,634	3,569	3,507	3,447	3,388	3,332	3,278	3,225	3,174	3,124	3,076	3,030	2,985	2,941	2,898	2,857

