

Vektorok kétféle írásmódja

Tekintsünk a térben egy $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ bázisvektorokkal jellemzett derékszögű koordináta-rendszert. Tekintsük az $\mathbf{a}$ vektorhoz tartozó a_x, a_y, a_z koordinátákat. Az $\mathbf{a}$ vektor megadásának alábbi két írásmódját vizsgáljuk:

- **algebrai** írásmód (koordinátákkal és bázisvektorokkal),

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}.$$

- **mátrixos** (oszlopvektoros, oszlopmátrixos) írásmód (csak koordinátákkal),

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}.$$

Érvek az algebrai írásmód mellett:

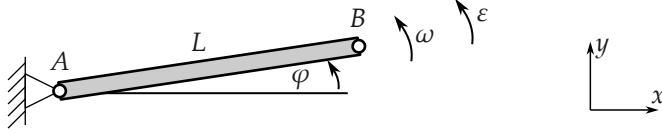
- Az algebrai írásmód tartalmazza a bázisvektorokat is ($\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$), míg a mátrixos írásmódnál a bázisvektorok megjelölése hiányzik. Ha a számítás során több, különböző koordináta-rendszer jelenik meg, a mátrixos írásmódnál egyértelműsítő jelölés szükséges, hogy éppen melyik koordináta-rendszerben értelmezzük a koordinátákat. Erre az algebrai alaknál nincs szükség.
- Az algebrai írásmóddal megadott vektor folyó szövegben is elhelyezhető ($\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$), míg a mátrixos írásmódnál ez csak új jelölés bevezetésével lehetséges. Ez megtehető például sormátrix és transzponált jelölés alkalmazásával, $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$, vagy egyszerű számhármasként, $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$.
- Ha a vektornak csak egy- vagy két komponense van, nem kell kiírni a felesleges nullákat, mint a mátrixos jelölésnél, $\mathbf{a} = a \mathbf{j}$, illetve $\mathbf{a} = (0, a, 0)$.
- A vektorműveletek egy része algebrai írásmód esetén természetes módon kapcsolódik a skalárokkal végzett műveletekhez (összeadás, kivonás, skalárral szorzás).

Érvek a mátrixos írásmód mellett:

- A bázisvektorok miatt az algebrai írásmód kézi leírása több időbe telik, a mátrixos írásmód gyorsabb.
- Ha egyetlen koordináta-rendszerben dolgozunk, a bázisvektorok jelölése felesleges információt jelent.
- A mátrixos írásmódnál egymás alá kerülve világosabban elkülönülnek a koordináták, emiatt a jelölés jobban olvasható, különösen hosszú számítás esetén.
- Mivel egymás alá kerülnek a koordináták, kevesebb sortöréssel írhatjuk le ugyanazt a számítást, mely az áttekinthetőséget növeli.
- A mátrixos írásmód rejtetten bevezeti a mátrixműveletek egy részét is (összeadás, kivonás, skalárral szorzás). Ez segítséget ad később a mátrixműveletek elsajátításában. Továbbá segítségével a vektor- és mátrixszámítás egységes jelöléssel kezelhető. Egy mátrix-vektor szorzáskor például nincs szükség a vektor oszlopvektorrá való átírására.
- A programozási nyelvek és mérnöki szoftverek többségénél a vektorokat mátrixos írásmóddal adhatjuk meg.

A két írásmód egy mechanikai példa esetén

Az alábbi példa egy egyszerű mechanikai (kinematikai) példán mutatja be a két írásmód használatát. Az ábrán látható L hosszúságú rúd az A pontjában csuklóval rögzített. Tegyük fel, hogy ismert a rúd φ szöghelyzete, ω szögsebessége és ε szöggyorsulása. Határozzuk meg a rúd B végpontjának $\mathbf{a}_B$ gyorsulását.



Algebrai írásmód

vektorok felírása

$$\varepsilon = \varepsilon \mathbf{k}, \quad \omega = \omega \mathbf{k}, \quad \mathbf{r}_{AB} = L \cos \varphi \mathbf{i} + L \sin \varphi \mathbf{j}, \quad \mathbf{a}_A = \mathbf{0}$$

a gyorsulás kiszámítása

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_B &= \mathbf{a}_A + \varepsilon \times \mathbf{r}_{AB} - \omega^2 \mathbf{r}_{AB} = (\varepsilon \mathbf{k}) \times (L \cos \varphi \mathbf{i} + L \sin \varphi \mathbf{j}) - \omega^2 (L \cos \varphi \mathbf{i} + L \sin \varphi \mathbf{j}) = \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon \\ L \cos \varphi & L \sin \varphi & 0 \end{vmatrix} - \omega^2 (L \cos \varphi \mathbf{i} + L \sin \varphi \mathbf{j}) = \\ &= -\varepsilon L \sin \varphi \mathbf{i} + \varepsilon L \cos \varphi \mathbf{j} - \omega^2 L \cos \varphi \mathbf{i} - \omega^2 L \sin \varphi \mathbf{j} = \\ &= (-\varepsilon L \sin \varphi - \omega^2 L \cos \varphi) \mathbf{i} + (\varepsilon L \cos \varphi - \omega^2 L \sin \varphi) \mathbf{j} \end{aligned}$$

Mátrixos írásmód

vektorok felírása

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{AB} = \begin{bmatrix} L \cos \varphi \\ L \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_A = \mathbf{0}$$

a gyorsulás kiszámítása

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_B &= \mathbf{a}_A + \varepsilon \times \mathbf{r}_{AB} - \omega^2 \mathbf{r}_{AB} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L \cos \varphi \\ L \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} L \cos \varphi \\ L \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -\varepsilon L \sin \varphi \\ \varepsilon L \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega^2 L \cos \varphi \\ -\omega^2 L \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon L \sin \varphi - \omega^2 L \cos \varphi \\ \varepsilon L \cos \varphi - \omega^2 L \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$