

Elektrotechnika

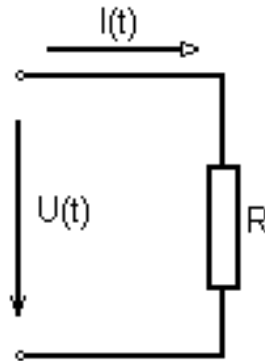
7. előadás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény általában: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Váltakozóáramú teljesítmény ellenálláson



$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{\hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t}{R} = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot (\sin \omega \cdot t)^2$$

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot (\sin \omega \cdot t)^2 = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t}{2}$$

Az átlagteljesítmény:

$$P = \frac{1}{T} \int_T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_T \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot (\sin \omega \cdot t)^2 dt = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} = U \cdot I [W]$$

Tétel: Ellenálláson mindig hatásos teljesítmény jön létre.

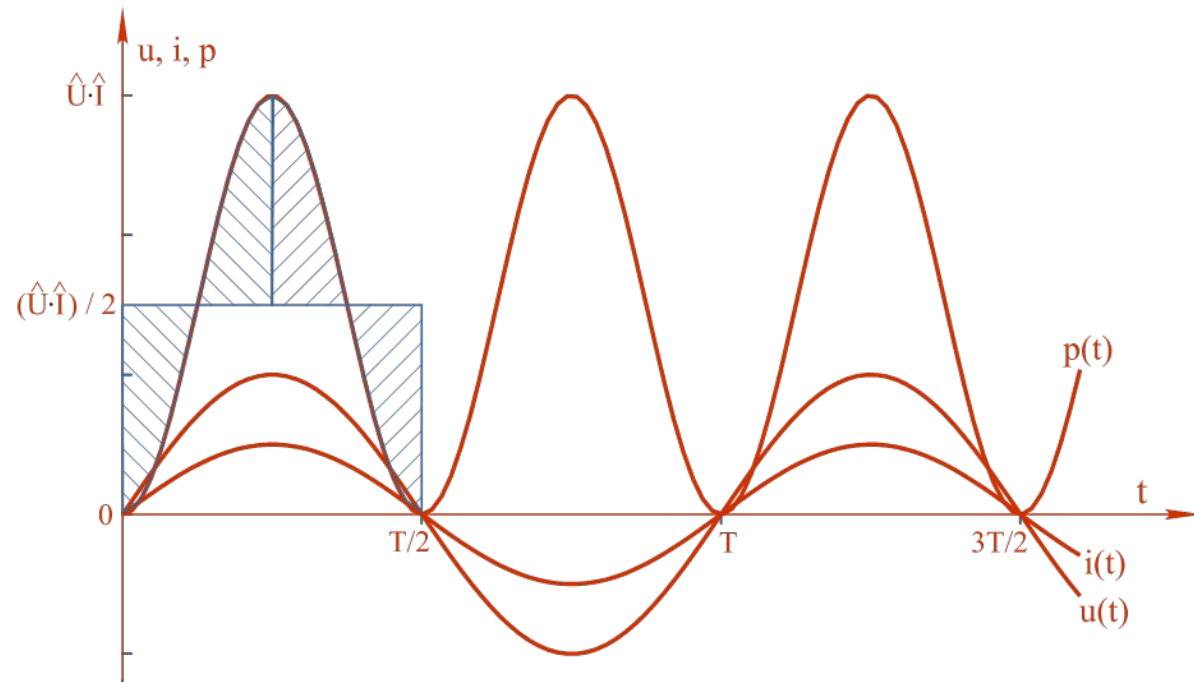
Tétel: Hatásos teljesítmény csak ellenálláson jön létre.

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény ellenálláson

Ábrázolás az idő függvényében:



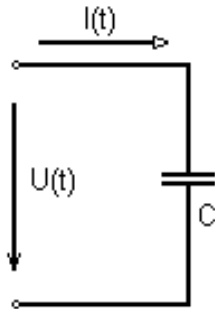
Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. **Ellenállás teljesítménye**
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény kondenzátoron



$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = C \frac{d\hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t}{dt} =$$

$$= \hat{U} \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) = \hat{I} \cdot \cos \omega \cdot t$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{\sin 2 \cdot \omega \cdot t}{2} =$$

$$= U \cdot I \cdot \sin 2 \cdot \omega \cdot t = P \sin 2 \cdot \omega \cdot t$$

Az átlagteljesítmény:
$$\underline{\underline{P}} = \frac{1}{T_T} \int p(t) dt = \frac{1}{T_T} \int P \cdot (\sin 2\omega \cdot t) dt = \underline{\underline{0}}$$

Hálózatok analízise

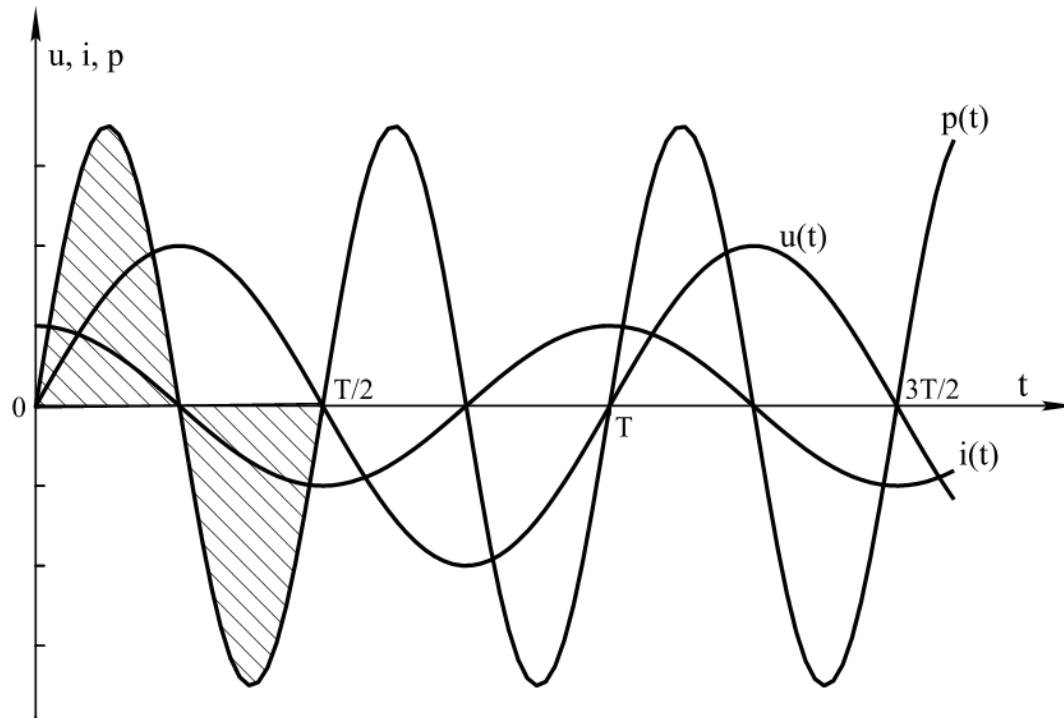
1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. **Kondenzátor teljesítménye**
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény kondenzátoron

Az időfüggvények:



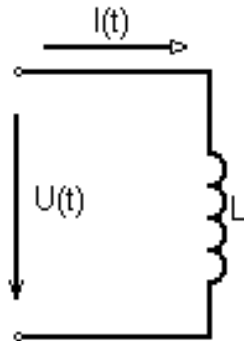
Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. **Kondenzátor teljesítménye**
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítményszámítás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény tekercsen



$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{d\hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t}{dt} =$$

$$= \hat{I} \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) = \hat{U} \cdot \cos \omega \cdot t$$

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{\sin 2 \cdot \omega \cdot t}{2} =$$

$$= U \cdot I \cdot \sin 2\omega \cdot t = P \cdot \sin 2\omega \cdot t$$

Az átlagteljesítmény: $\underline{\underline{P}} = \frac{1}{T_T} \int p(t) dt = \frac{1}{T_T} \int P \cdot \sin 2 \cdot \omega \cdot t dt = \underline{\underline{0}}$

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

- Váltakozóáramú teljesítmény kondenzátoron és tekercsen***

- A tekercs és a kondenzátor teljes periódusra nézve energiát nem fogyaszt.

- Teljesítménylengés* alakul ki energiafogyasztás nélkül

- A kondenzátoron és a tekercsen fellépő teljesítmény: **meddő teljesítmény**

- Meddő teljesítmény a **tekercsen**: pozitív

- Meddő teljesítmény a **kondenzátoron**: negatív

- Tétel:*** Kondenzátoron és tekercsen mindig meddő teljesítmény jön létre

- Tétel:*** Meddő teljesítmény csak kondenzátoron vagy tekercsen jön létre

Meddő teljesítmény jele: **Q**

Mértékegység jele: **VAr**

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. **Tekercs teljesítménye**
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény általános impedancián

Látszólagos teljesítmény $S = U \cdot I$ [VA]

Hatásos teljesítmény $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ [W]

Meddő teljesítmény $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$ [VA_r]

Kapcsolat az egyes teljesítménytípusok között $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Komplex teljesítmény $\bar{S} = P + j \cdot Q$ [VA]

Teljesítménytényező $\cos \varphi$

A teljesítménytényező optimális, ha $\cos \varphi = 1$

Ha a teljesítménytényező nem optimális, akkor fázisjavítást kell végezni

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményszámítás**

Váltakozóáramú teljesítmény általános impedancián

Összefoglalóan a teljesítmények:

Hatásos teljesítmény: $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = R \cdot I^2$

Meddő teljesítmény: $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = S \cdot \sin \varphi = X \cdot I^2$

Látszólagos teljesítmény: $S = U \cdot I = Z \cdot I^2$

Komplex teljesítmény: $\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^* = \bar{U} \cdot \bar{I} \cdot e^{j\varphi} = S(\cos \varphi + j \sin \varphi) =$
 $= U \cdot I \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) = P + jQ$

Teljesítménytényező: $\cos \varphi$

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. **Impedancia teljesítménye**
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

- **Teljesítményillesztés**

Hatásos teljesítmény maximumra illesztés:

Ug váltakozóáramú generátor belső impedanciája legyen $\bar{Z}_b = R_b + jX_b$

a terhelő impedancia: $\bar{Z}_t = R_t + jX_t$

A hatásos teljesítmény $P = \frac{U_g^2 R_t}{(R_b + R_t)^2 + (X_b + X_t)^2}$

A levezetés mellőzésével a végeredmény: $\bar{Z}_t = \bar{Z}_b^* = R_b - jX_b$

A maximális teljesítmény $P = \frac{U_g^2}{4R_b}$

A hatások $\eta = 50\%$

Hálózatok analízise

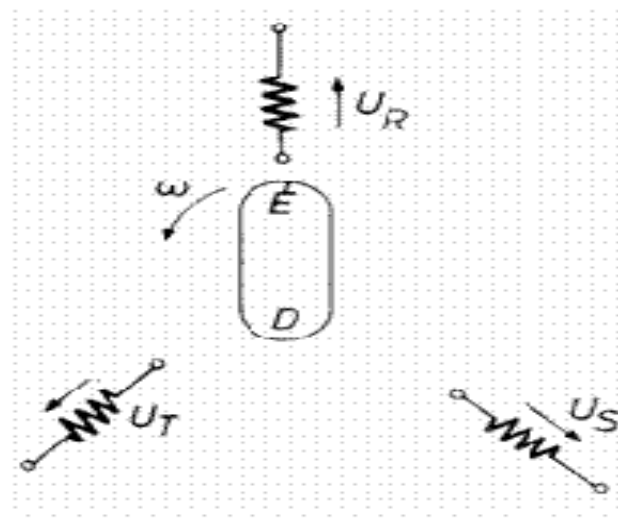
1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. **Teljesítmény-illesztés**
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

3 szinuszos feszültséggenerátor szimmetrikus generátorhármast alkot, ha frekvenciájuk pontosan megegyezik, feszültségük amplitúdója megegyezik, szimmetrikusan eltoltak úgy, hogy kezdőfázisuk rendre 0° , 120° , és 240°

Szimmetrikus háromfázisú feszültség előállítása



Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. **Háromfázisú hálózatok**
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

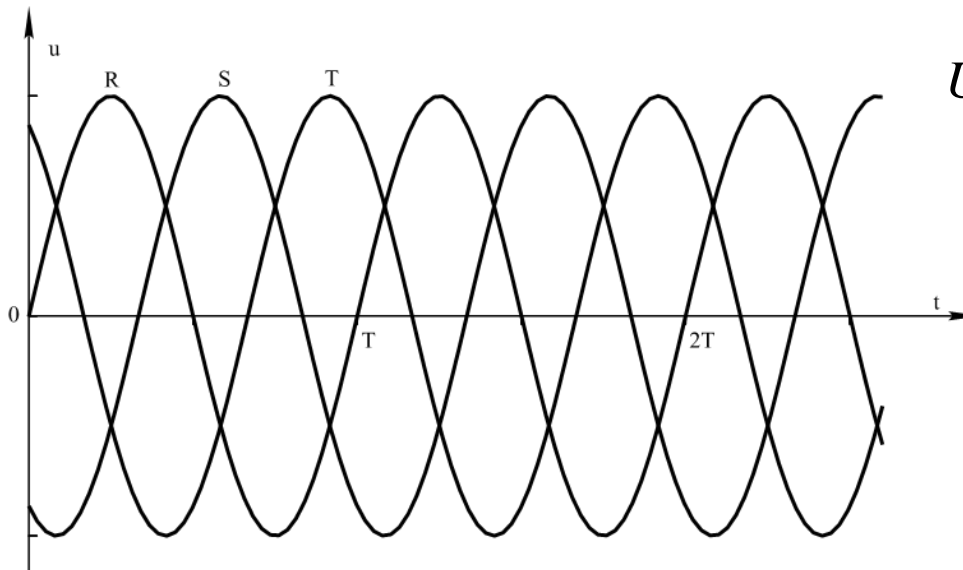
• Háromfázisú hálózatok

A szimmetrikus háromfázisú feszültségek időfüggvényei

$$U_1 = U_M \cdot \sin \omega t$$

$$U_2 = U_M \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$U_3 = U_M \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$



Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. **Háromfázisú hálózatok**
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

A komplex effektív értékek

$$\bar{U}_1 = U$$

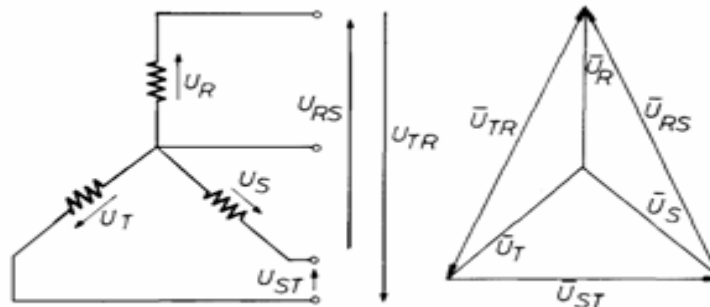
$$\bar{U}_2 = U \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\bar{U}_3 = U \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Szimmetrikus esetben

$$\bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3 = 0$$

Csillag – kapcsolat



Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolat
13. Csillag kapcsolat
14. Csillag kapcsolat
15. Delta kapcsolat
16. Delta kapcsolat
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

Csillag – kapcsolás

A fázisvezetékek és a nulla vezeték között mérhetők a fázisfeszültségek

$$U_R = U_S = U_T = U_f$$

Két fázisvezeték között mérhető a vonali feszültség

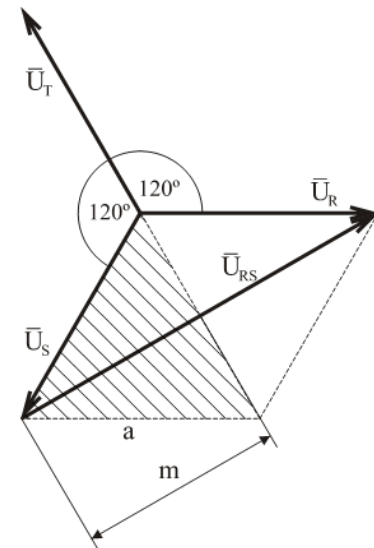
$$\bar{U}_{RS} = \bar{U}_R - \bar{U}_S$$

$$\bar{U}_{ST} = \bar{U}_S - \bar{U}_T$$

$$\bar{U}_{TR} = \bar{U}_T - \bar{U}_R$$

A vektorábra alapján

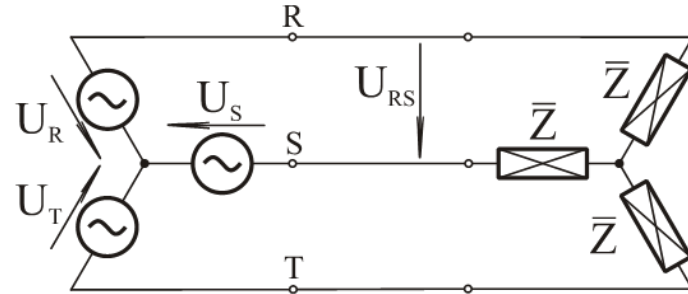
$$U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U_V = \sqrt{3} \cdot U_f$$



Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

Csillag – kapcsolás



A fázisáram, I_f , és a vonali áram, I_v megegyezik

$$I_f = I_v$$

Ha a csillag - kapcsolású fogyasztó aszimmetrikus és a nullavezetéknek számottevő ellenállása van, akkor a terhelés csillagpontja s a generátor csillagpontja között feszültség mérhető:
csillagpont eltolódás **Millmann** tételével számítható:

$$\bar{U}_0 = \frac{\bar{Y}_1 \bar{U}_R + \bar{Y}_2 \bar{U}_S + \bar{Y}_3 \bar{U}_T}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_0}$$

\bar{Y} a terhelő admittanciák

\bar{Y}_0 nulla vezeték admittanciája

\bar{U} a generátoroldali szimmetrikus fázisfeszültségek

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

Csillag – kapcsolás

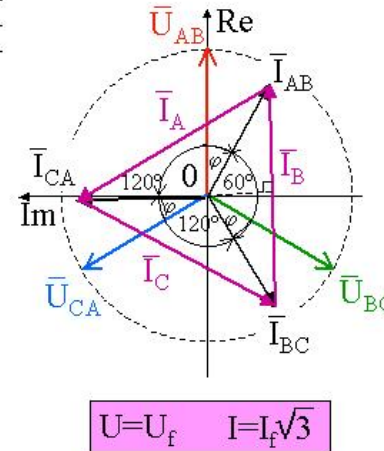
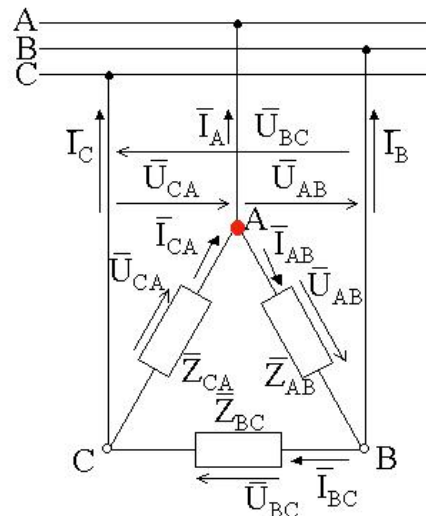
A terhelő admittanciák feszültségei

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_R - \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_S - \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_T - \bar{U}_0$$

Háromszög - vagy delta - kapcsolás



$$U=U_f \quad I=I_f\sqrt{3}$$

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. Teljesítmény-számítás

Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

Háromszög - vagy delta - kapcsolás

A fázisfeszültségek megegyeznek a vonali feszültséggel:

$$U_v = U_f$$

A fázisáramok: $I_1 = I_2 = I_3 = I_f$

A vonali áramok: $\bar{I}_{12} = \bar{I}_1 - \bar{I}_2$

$$\bar{I}_{23} = \bar{I}_2 - \bar{I}_3$$

$$\bar{I}_{31} = \bar{I}_3 - \bar{I}_1$$

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_v$$

A vonali áramok és fázisáramok kapcsolata

$$I_v = I_f \cdot \sqrt{3}$$

Váltakozóáramú hálózatok

• Háromfázisú hálózatok

Egy háromfázisú fogyasztó teljesítménye a fázisteljesítményekből határozható meg:

$$P_{3F} = \sum P = P_1 + P_2 + P_3$$

P_1 az 1. fázis hatásos teljesítménye: $P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$

Szimmetrikus esetben - delta és csillag kapcsolás esetén egyaránt

$$\Sigma P = 3P_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$$

vonali mennyiségekkel $\Sigma P = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$

A meddőteljesítmények

$$\Sigma Q = 3Q_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi$$

A látszólagos teljesítmény

$$\Sigma S = 3S_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v$$

Hálózatok analízise

1. Ellenállás teljesítménye
2. Ellenállás teljesítménye
3. Kondenzátor teljesítménye
4. Kondenzátor teljesítménye
5. Tekercs teljesítménye
6. Tekercs teljesítménye
7. Impedancia teljesítménye
8. Impedancia teljesítménye
9. Teljesítmény-illesztés
10. Háromfázisú hálózatok
11. Háromfázisú hálózatok
12. Csillag kapcsolás
13. Csillag kapcsolás
14. Csillag kapcsolás
15. Delta kapcsolás
16. Delta kapcsolás
17. **Teljesítmény-számítás**