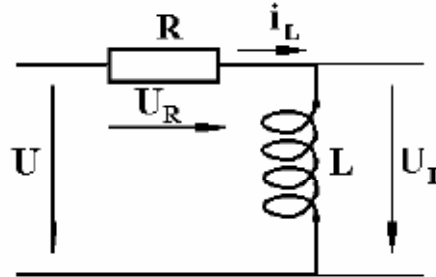


Elektrotechnika

Példák váltakozó áramú, egy- és
háromfázisú rendszerekre

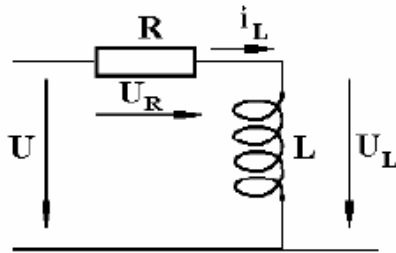
1.példa

- Az ábrán látható áramkört $U=230\text{ V}$ feszültségű és $f=50\text{ Hz}$ frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk. Az $R=60\text{ Ohm}$, $L=111,4\text{ H}$.



- Számítással határozza meg a következő értékeket:
- X , Z , I , $\cos(\varphi)$, $\sin(\varphi)$, φ , $U_{csúcs}$, P , Q , U , U_L , L_R

1.megoldás



$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 111,4 \cdot 10^{-3} = 35 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{60^2 + 35^2} = 69,46 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{69,46} = 3,31 A$$

$$\cos(\varphi) = \frac{R}{Z} = \frac{60}{69,64} = 0,8638$$

$$\sin(\varphi) = \frac{X_L}{Z} = \frac{35}{69,64} = 0,5039$$

$$\varphi = \arcsin(\varphi) = \arccos(\varphi) = 30,26 \text{ fok}$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2 \cdot 230} = 325,3 \text{ V}$$

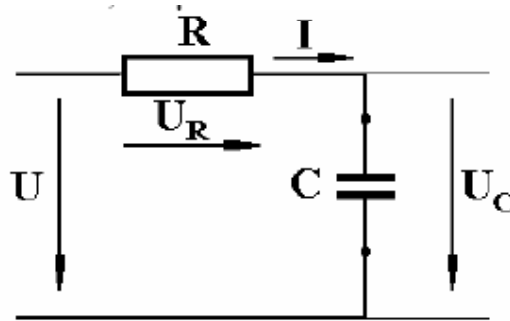
$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = 230 \cdot 3,31 \cdot 0,8638 = 657,4 \text{ W} \quad (\text{A hatásos teljesítmény meghatározás egy másik módja: } P = I^2 \cdot R = 3,31^2 \cdot 60 = 657,4 \text{ W})$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = 230 \cdot 3,31 \cdot 0,5039 = 383,7 \text{ var} \quad (\text{A meddő teljesítmény meghatározás egy másik módja: } Q = I^2 \cdot X = 3,31^2 \cdot 69,46 = 383,7 \text{ var induktív})$$

$$U_R = I \cdot R = 3,31 \cdot 60 = 198,6 \text{ V} \quad U_L = I \cdot X_L = 3,31 \cdot 35 = 115,9 \text{ V}$$

2.példa

- Az ábrán látható áramkört $U=400$ V feszültségű és $f=50$ Hz frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk. Az $R=112$ Ohm, $C=36,59$ μF



- Számítással határozza meg a következő értékeket:
- X , Z , I , $\cos(\varphi)$, $\sin(\varphi)$, φ , $U_{\text{csúcs}}$, P , Q , U_C , U_R

2.megoldás

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 36,59 \cdot 10^{-6}} = 87 \Omega$$

$$\bar{Z} = R + \frac{1}{j\omega \cdot C} \quad \text{ebből} \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{112^2 + 87^2} = 141,82 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{400}{141,82} = 2,82 A$$

$$\cos(\varphi) = \frac{R}{Z} = \frac{112}{141,82} = 0,7897 \quad \sin(\varphi) = \frac{X_C}{Z} = \frac{87}{141,82} = 0,6135$$

$$\varphi = \arcsin(\varphi) = \arccos(\varphi) = 37,84 \text{ fok}$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2 \cdot 400} = 565,7 V$$

$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = 400 \cdot 2,82 \cdot 0,7897 = 891 W$ (A hatásos teljesítmény meghatározás egy másik módja : $P = U^2/R = 400^2/112 = 891 W$)

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = 400 \cdot 2,82 \cdot 0,6135 = 692 \text{ var kapacitív!!!}$$

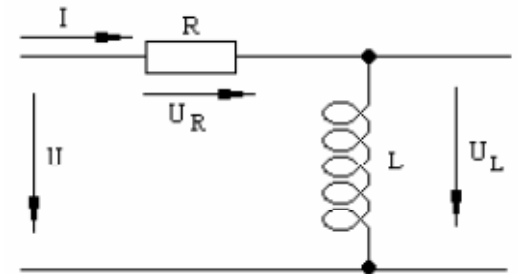
(A meddő teljesítmény meghatározás egy másik módja:

$$Q = U^2 * X = 400^2 / (87) = 692 \text{ var kapacitív })$$

$$U_R = I \cdot R = 2,82 \cdot 112 = 315,8 V \quad U_C = I \cdot X_C = 2,82 \cdot 87 = 245,3 V$$

3.példa

- Az ábrán látható áramkör adatai:
 - $U = 220 \text{ V}$ (szinuszosan váltakozó feszültség)
 - $f = 50 \text{ Hz}$
 - $R = 72 \text{ } \Omega$
 - $L = 142 \text{ mH}$
- Kérdések:
 - a./ Mekkora áram folyik az áramkörben ?
 - b./ $U_R = ?$
 - c./ $U_L = ?$
 - d./ $\phi = ?$
 - e./ $P = ?$
 - f./ $Q = ?$



3.megoldás

$$U = I \cdot Z;$$

$$\bar{Z} = (R + j \cdot \omega \cdot L);$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2};$$

$$Z = \sqrt{72^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 142 \cdot 10^{-3})^2} = 84,7 \, \Omega;$$

a. $I = U/Z = 220/84,7 = 2,59 \, A$

b. $U_R = I \cdot R = 2,59 \cdot 72 = 187,0 \, V$

c. $U_L = I \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot L) = 2,59 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,142 = 115,9 \, V$

d. $\varphi = \arctg(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L / R) = \arctg(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,142 / 72) = 0,555 \, \text{rad} = 31,78^\circ$

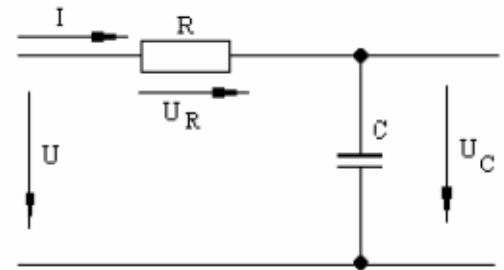
e. $P = I^2 \cdot R = 2,59^2 \cdot 72 = 485,7 \, W$ vagy $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 2,59 \cdot \cos(31,78) = 485,7 \, W$

f. $Q = I^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot L) = 2,59^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,142 = 300,96 \, \text{var}$

Vagy $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 220 \cdot 2,59 \cdot \sin(31,78) = 300,96 \, \text{var}$

4.példa

- Az ábrán látható áramkör adatai:
 - $U = 220 \text{ V}$ (szinuszosan váltakozó feszültség)
 - $f = 50 \text{ Hz}$
 - $R = 1,2 \text{ k}\Omega$
 - $C = 4,5 \text{ }\mu\text{F}$
- Kérdések:
 - a./ Mekkora áram folyik az áramkörben ?
 - b./ $U_R = ?$
 - c./ $U_C = ?$
 - d./ $\phi = ?$
 - e./ $P = ?$
 - f./ $Q = ?$



4.megoldás

a. $I = U/Z = 220/1392,8 = 0,16 \text{ A}$

$$(Z = \sqrt{R^2 + (X_C)^2} = \sqrt{1200^2 + (1/2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6})^2} = 1392,8 \Omega \quad X_C = 707,7 \text{ ohm}$$

b. $U_R = I \cdot R = 0,16 \cdot 1200 = 189,5 \text{ V}$

c. $U_C = I \cdot (X_C) = 0,16 \cdot 707,7 = 111,8 \text{ V}$

d. $\varphi = \arctg(X_C / R) = 0,54 \text{ rad} = 30,5^\circ$

e. $P = I^2 \cdot R = 0,16^2 \cdot 1200 = 30 \text{ W}$ vagy $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 0,16 \cdot \cos(30,5) = 30 \text{ W}$

f. $Q = I^2 \cdot (X_C) = 0,16^2 \cdot 707,7 = 17,65 \text{ var}$ ($Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 220 \cdot 0,16 \cdot \sin(30,5) = 17,65 \text{ var}$)

5.példa

- $U=250$ V feszültségű és $f=50$ Hz frekvenciájú hálózatra párhuzamos RC-tagot kapcsolunk. $R=250$ Ω , $C=6,366$ μF
 - a./ Mekkora az ellenálláson- és mekkora a kondenzátoron átfolyó áramok erőssége ?
 - b./ Mekkora az eredő áramerősség?
 - c./ Mekkora az eredő áram és a feszültség közötti fázisszög?
 - d./ Mekkora a hálózatból felvett hatásos- és meddő teljesítmény?

5.megoldás

a./
$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{250}{250} = 1A$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 6,366 \cdot 10^{-6}} = 500\Omega$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{250}{500} = 0,5A$$

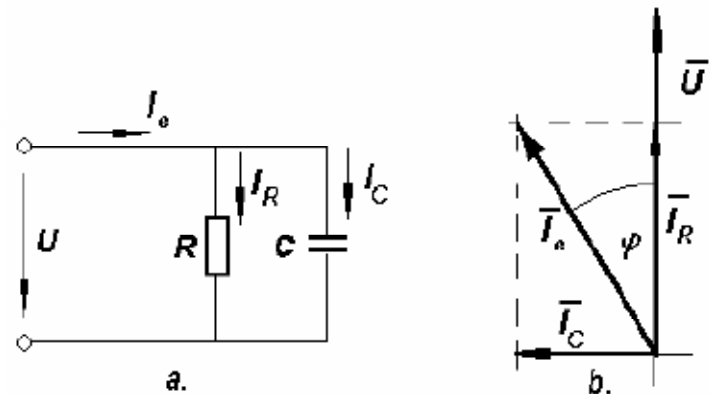
b./
$$I_e = \sqrt{(I_R^2 + I_C^2)} = \sqrt{(1^2 + 0,5^2)} = 1,12A$$

c./
$$\varphi = \arctg \frac{I_C}{I_R} = \arctg(0,5) = 26,56 \text{ fok}$$

d./
$$P = U \cdot I_e \cdot \cos \varphi = 250 \cdot 1,12 \cdot \cos(26,56^\circ) = 250W$$
 illetve
$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{250^2}{250} = 250W$$

$$Q = U \cdot I_e \cdot \sin \varphi = 250 \cdot 1,12 \cdot \sin(26,56) = 125 \text{ var kapacitív}$$
 illetve

$$Q = \frac{U^2}{X_C} = \frac{250^2}{500} = 125 \text{ var kapacitív}$$



6.példa

- Egy három fázisú szimmetrikus csillagkapcsolású fogyasztó felvett látszólagos teljesítménye $S=8700$ VA. A hálózati feszültség $U=400$ V, frekvencia $f= 50$ Hz , a teljesítménytényező értéke 0,6 (induktív)

Számításokkal határozza meg :

- a felvett hatásos teljesítményt
- a fázisáram értékét
- a fázisimpedanciát
- az egy fázisban található X_L

6.megoldás

a. $P = S \cdot \cos(\varphi_i) = 8700 \cdot 0,6 = 5220 \text{ W}$

b. $I_f = I_v = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_v} = \frac{8700}{\sqrt{3} \cdot 400} = 12,6 \text{ A}$

c. $U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230 \text{ V}$ $Z_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{230}{12,6} = 18,3 \Omega$

d. $R = Z_f \cdot \cos(\varphi_i) = 18,3 \cdot 0,6 = 11 \Omega,$

e. $X_L = Z_f \cdot \sin(\varphi_i) = 18,3 \cdot 0,8 = 14,6 \Omega,$

7.példa

- Egy háromfázisú induktív jellegű fogyasztó $P=130$ kW teljesítményt vesz fel $U=400$ V-os hálózatról. Áram felvétele $I=265,4$ A.
- Számításokkal határozza meg :
 - a. a felvett meddő teljesítményt
 - b. mekkora meddő energiára van szükség, hogy $\cos(\varphi)=0,99$ legyen
 - c. tervezzen egy alkalmas meddő kompenzáló kapcsolást
 - d. a kondenzátor(ok) kapacitását

7.megoldás

a. $S = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 265,4 = 183,9 \text{ kVA}$

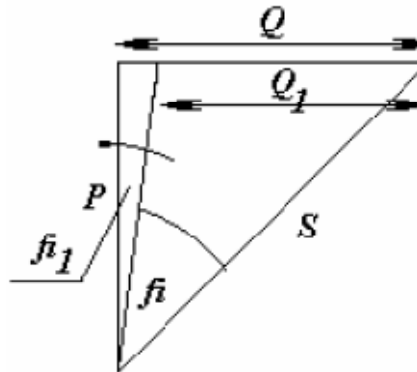
$\cos(\hat{f}_i) = P/S = 130/183,9 = 0,707 \quad \hat{f}_i = \pi/4 \text{ rad.} \quad \text{és} \quad \sin(\hat{f}_i) = 0,707$

$Q = S \cdot \sin(\hat{f}_i) = 183,9 \cdot 0,707 = 130 \text{ kvar}$

b. $\text{tg}(\hat{f}_{i1}) = (Q - Q_1)/P \quad \text{ha} \quad \cos(\hat{f}_{i1}) = 0,99 \text{ akkor } \hat{f}_{i1} = 0,1415 \text{ rad} \text{ és } \text{tg}(\hat{f}_{i1}) = 0,1425$

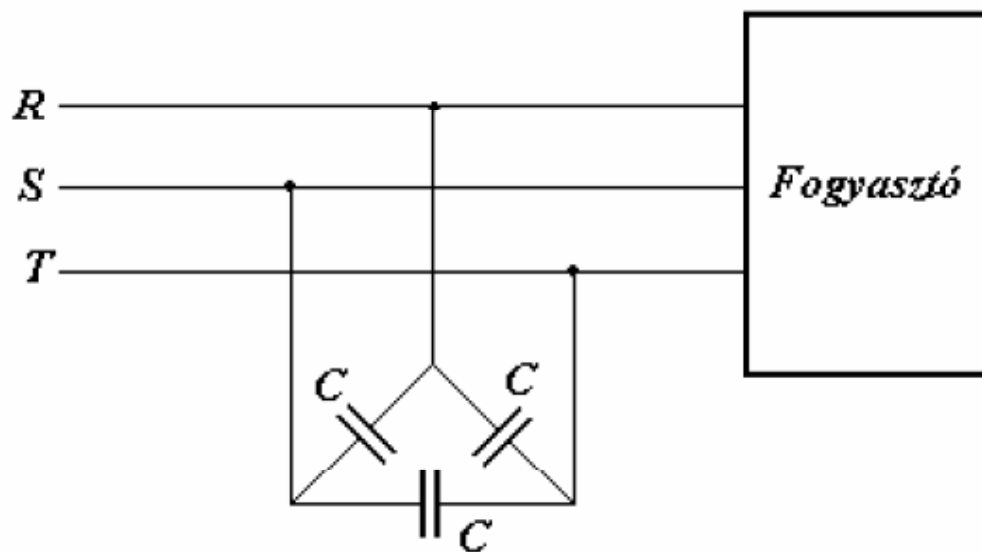
$Q_1 = Q - P \cdot \text{tg}(\hat{f}_{i1}) = 130 - 130 \cdot 0,1425 = 111,5 \text{ kvar}$

(lásd az ábrát)



7.megoldás

c. feladat megoldása:



d. $Q_1 = (3 \cdot U^2_v) / X_C$ $X_C = (3 \cdot U^2_v) / Q_1 = 3 \cdot 400^2 / 111514 = 4,3 \Omega$

$$C = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C) = 1 / (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4,3) = 740 \mu F$$

8.példa

- Háromfázisú hálózatról csillagkapcsolásban üzemeltetünk egy szimmetrikus fogyasztót. A hálózat vonali feszültsége $U_V=400$ V $f=50$ Hz, A fogyasztón átfolyó áram $I_f=2$ A, a fázistényező $\cos\phi=0,8$ induktív.
 - a./ Mekkora a hálózathoz felvett hatásos- és meddő teljesítmény?
 - b./ Kondenzátor telep párhuzamos kapcsolásával javítani akarjuk a fázistényezőt. Mekkora meddőenergiára van szükség, ha azt akarjuk, hogy a fázistényező $\cos\phi^*=0,99$ legyen?
 - c./ Mekkora a kondenzátortelep X_C reaktanciája (és/vagy a kapacitása)?
 - d./ Rajzolja le a c.pont szerint tervezett kondenzátor telep lehetséges bekötését?
 - e./ Mekkora lesz a hálózathoz felvett teljesítmény ha fogyasztót deltába (háromszögbe) kapcsoljuk?

8.megoldás

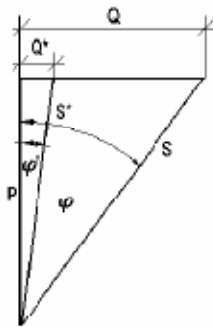
a./

$$P_Y = \sqrt{3} \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2 \cdot 0,8 = 1108,5W$$

$$Q_Y = \sqrt{3} \cdot U_V \cdot I_V \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2 \cdot 0,6 = 831,4 \text{ var}$$

b./

$$Q_C = Q - Q^* = P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi^*)$$



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{1 - 0,8^2}}{0,8} = 0,75$$

$$\operatorname{tg} \varphi^* = \frac{\sin \varphi^*}{\cos \varphi^*} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi^*}}{\cos \varphi^*} = \frac{\sqrt{1 - 0,99^2}}{0,99} = 0,142$$

$$Q_C = 1108,5 \cdot (0,75 - 0,142) = 673,9 \text{ var}$$

8.megoldás

c./ A kondenzátorok reaktanciájának és/vagy kapacitásának számítása: (bármelyik megoldás)

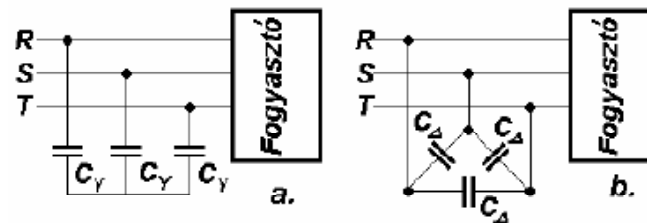
- Csillagkapcsolás esetén : $X_C = \frac{3 \cdot U_f^2}{Q_C} = 3 \cdot \frac{230^2}{673,9} = 235,5 \text{ ohm}$

$$C_Y = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 235,5} = 13,5 \text{ } \mu\text{F}$$

- Delta kapcsolásban : $X_C = \frac{3 \cdot U_V^2}{Q_C} = 3 \cdot \frac{400^2}{673,9} = 712,3 \text{ ohm}$

$$C_\Delta = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 712,3} = 4,47 \text{ } \mu\text{F}$$

d./ A feladat csillag vagy delta kapcsolásban is megoldható. A 4a. ábrán a csillagkapcsolás megoldása, 4b. ábrán a delta kapcsolású kondenzátor telep megoldása látható.



4. ábra

e./Delta kapcsolásban a felvett teljesítmény háromszorosa a csillag kapcsolásban felvett teljesítménynek, azaz :

$$P_\Delta = 3 \cdot P_Y = 3 \cdot 1108,5 = 3325,5W$$

9.példa

- Egy három fázisú szimmetrikus deltakapcsolású fogyasztó felvett látszólagos teljesítménye $S=8700$ VA. A hálózati feszültség $U=400$ V, frekvencia $f= 50$ Hz , a teljesítménytényező értéke 0,6 (induktív)
- Számításokkal határozza meg :
 - a. a felvett hatásos teljesítményt
 - c. a fázisimpedanciát
 - e. az egy fázisban található X_L
 - b. a fázisáram értékét

9.megoldás

b. $P = S \cdot \cos(\varphi) = 8700 \cdot 0,6 = 5220 \text{ W}$

b. Delta kapcsolásban $U_f = U_V$ $I_f = \frac{S}{3 \cdot U_f} = \frac{8700}{3 \cdot 400} = 7,25 \text{ A}$

d. $Z_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{400}{7,25} = 55,17 \Omega$

d. $R = Z_f \cdot \cos(\varphi) = 55,17 \cdot 0,6 = 33,1 \Omega,$

e. $X_L = Z_f \cdot \sin(\varphi) = 55,17 \cdot 0,8 = 44,14 \Omega,$

10.példa

- Egy háromfázisú delta kapcsolású induktív jellegű fogyasztó $P=130$ kW teljesítményt vesz fel $U=400$ V-os hálózatról. Áram felvétele $I=265,4$ A.
- Számításokkal határozza meg :
 - a. a felvett meddő teljesítményt
 - b. mekkora meddő energiára van szükség, hogy $\cos(\varphi)=0,99$ legyen
 - c. tervezzen egy csillag kapcsolású meddő kompenzáló kapcsolást
 - d. a kondenzátor(ok) kapacitását

10.megoldás

a. $S = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 265,4 = 183,9 \text{ kVA}$

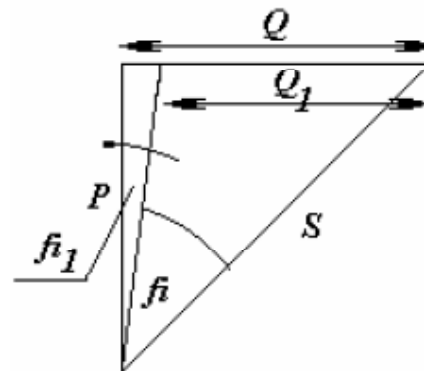
$\cos(\hat{f}_i) = P/S = 130/183,9 = 0,707 \quad \hat{f}_i = \pi/4 \text{ rad.} \quad \text{és} \quad \sin(\hat{f}_i) = 0,707$

$Q = S \cdot \sin(\hat{f}_i) = 183,9 \cdot 0,707 = 130 \text{ kvar}$

b. $\text{tg}(\hat{f}_1) = (Q - Q_1)/P \quad \text{ha} \quad \cos(\hat{f}_1) = 0,99 \text{ akkor} \quad \hat{f}_1 = 0,1415 \text{ rad} \quad \text{és} \quad \text{tg}(\hat{f}_1) = 0,1425$

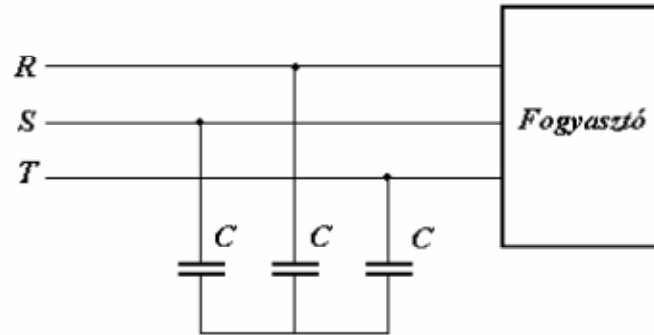
$Q_1 = Q - P \cdot \text{tg}(\hat{f}_1) = 130 - 130 \cdot 0,1425 = 111,5 \text{ kvar}$

(lásd az ábrát)



10.megoldás

c. feladat megoldása:



$$d. \quad Q_1 = 3 \cdot \frac{(U_f)^2}{X_C} \quad \text{ebből} \quad X_C = 3 \cdot \frac{(U_f)^2}{Q_1} = 3 \cdot \frac{230^2}{111514} = 1,42 \, \Omega$$

$$C = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C) = 1 / (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,42) = 2243 \, \mu F$$