

# Robottechnika II.

## 1. Bevezetés, ismétlés

---

Ballagi Áron  
Automatizálási Tanszék

- Dr. Ballagi Áron
  - tanszékvezető-helyettes, egyetemi docens
  - Automatizálási Tsz. C701, 3461
  - Autonóm és Intelligens Robotok Laboratórium (AIR)
    - ÚT111, 3155
  - ballagi@sze.hu

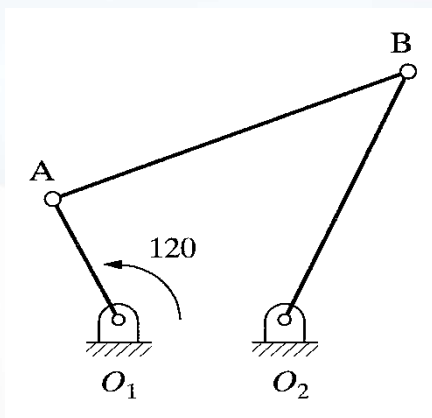
- Heti előadások az A-5 teremben
- Gyakorlatok 2 hetes bontásban – A és B csoport
  - **Feliratkozás!**
- Kivételek:
  - szept. 28. – csúsztatás / helyettesítés
    - okt. 21. – Audi karbantartó mérnöki előadás
  - okt. 19. – CogInfoCom konferencia látogatás
  - nov. 09. – csúsztatás / helyettesítés
- Zh – elővizsga az utolsó órán: nov. 30.

- Kulcsár Béla: Robottechnika, LSI Informatikai Oktatóközpont, Budapest, 1999.
- Lantos Béla: Robotok irányítása, Akadémiai Kiadó, 2002.
- Phillip John McKerrow: Introduction to Robotics, Addison-Wesley, 1991.
- Peter Corke: Robotics, Vision And Control: Fundamental Algorithms In Matlab (Springer Tracts In Advanced Robotics), Springer, 2011.

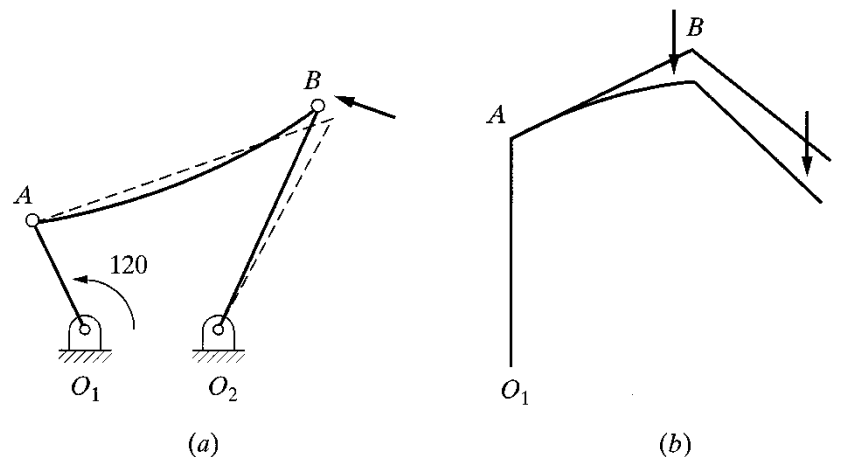
Direkt kinematika:  
a robotkar állapotának meghatározásához  
(ha az összes csukló változó ismert)

Inverz kinematika:  
az egyes csukló változók számításához  
(ha a kar/TCP egy bizonyos állapota/pozíciója  
adott)

## Robotkar: 3 dimenziós, nyílthurkú mechanikai lánc



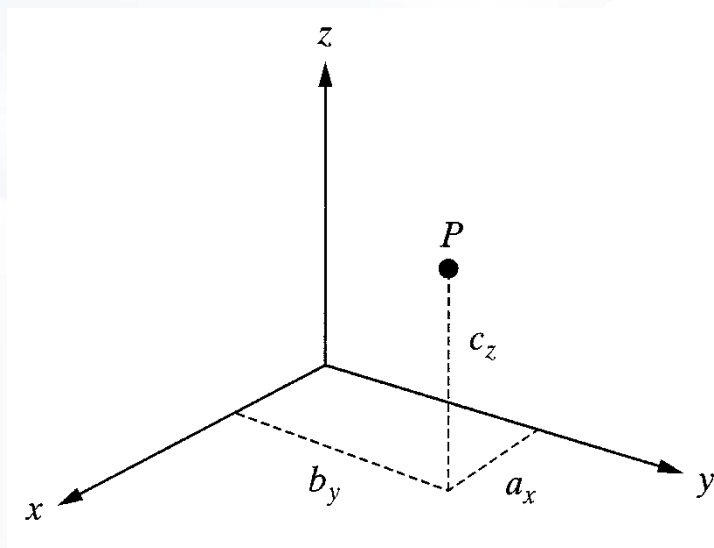
Egy szabadságfokú zárthurkú három-tagú mechanizmus



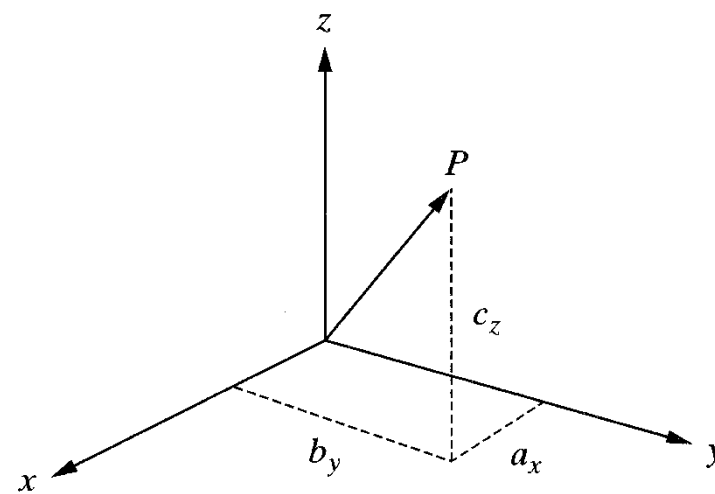
(a) zárthurkú (b) nyílthurkú mechanizmus

$P$  pont leírása a térben:

3 koordinátával egy referencia koordinátarendszerben (keret – frame)

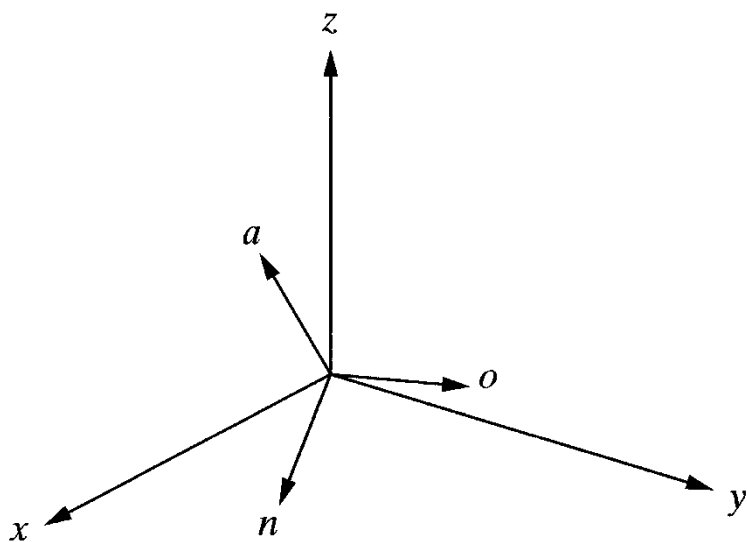


$$\mathbf{p} = a_x \hat{i} + b_y \hat{j} + c_z \hat{k}$$



$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

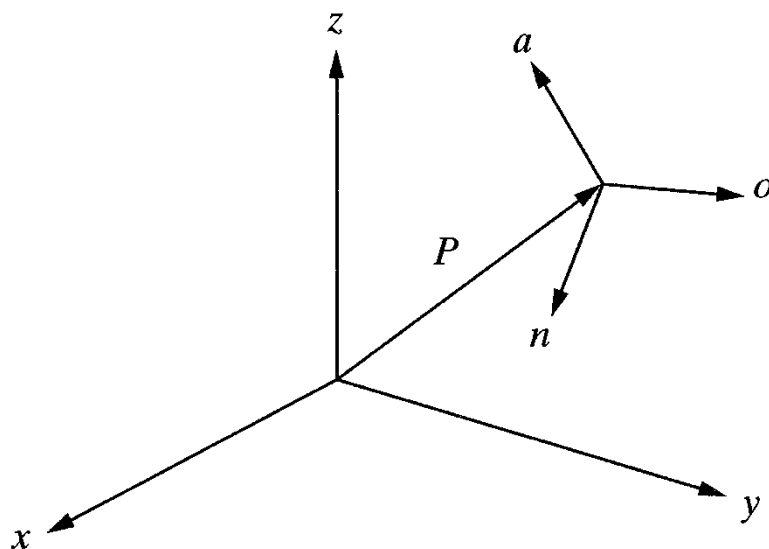
- A kereteket egy referencia keretben írjuk le
  - a referencia keret lehet rögzített vagy változó
  - derékszögű jobbsodrású koordinátarendszereket használunk
- Azonos origójú keretek leírása:



$$F = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix}$$

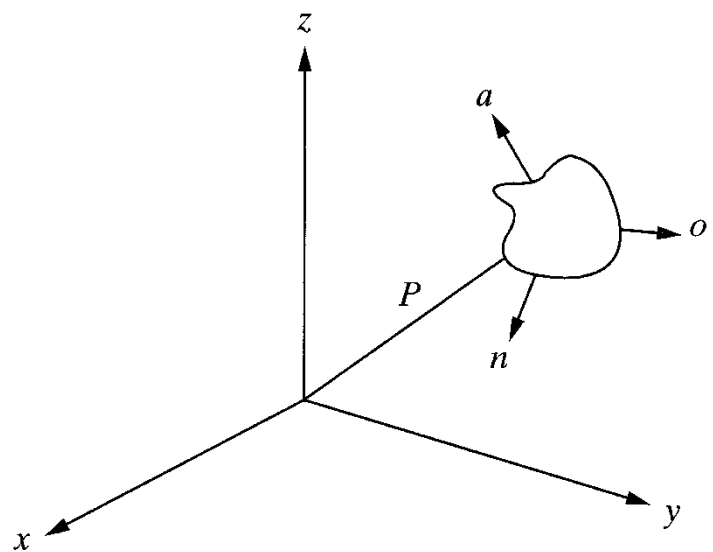


- Eltolt origójú keret leírása
  - $p$  tolási vektor
  - homogén koordinátákkal



$$F = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Egy tárgy térbeli leírása egy hozzákötött kerettel és annak leírásával oldható meg

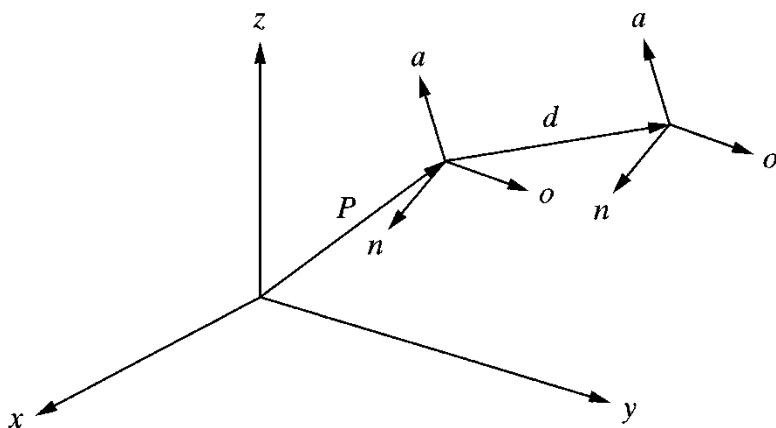


$$F_{object} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- A transzformációs mátrix mindig négyzetes
  - mátrix szorzásokhoz a dimenzióknak egyeznie kell
  - könnyebb inverz számítás

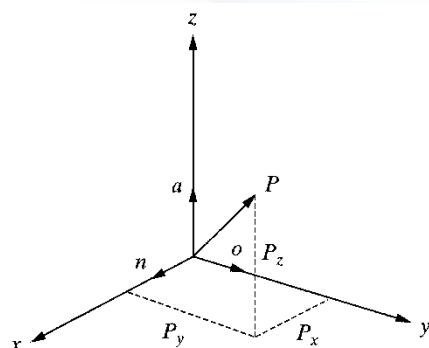
$$F = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Transzformáció:** egy keret leírása (elmozdítása) egy másik kerethez viszonyítva
  - eltolás és forgatás
- Eltolás:

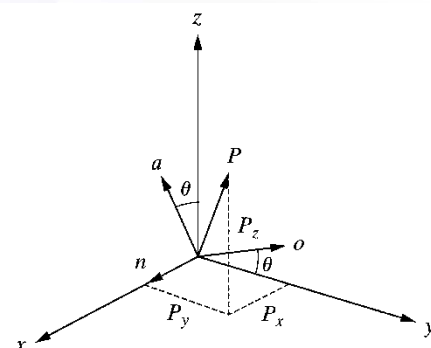


$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

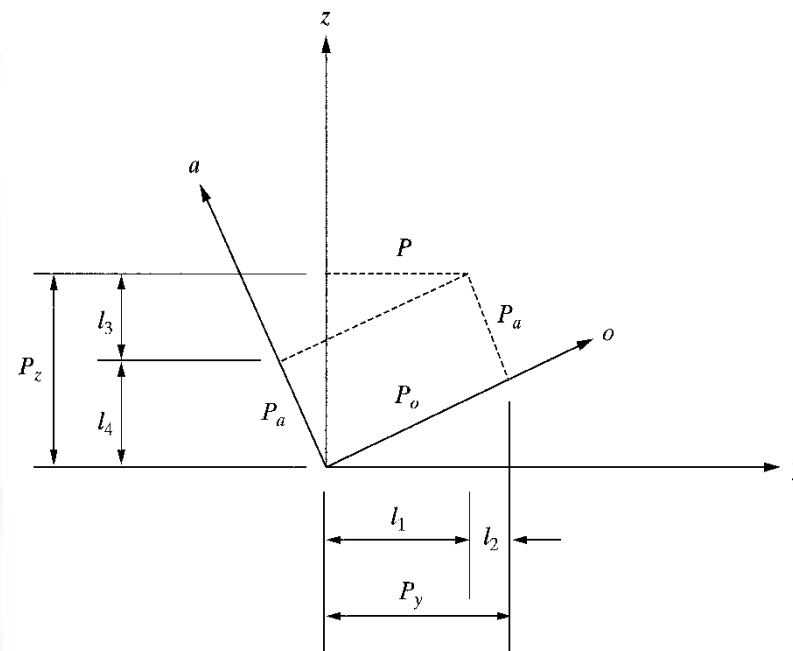
- Kezdeti feltétel: a keretek azonos origóban vannak és a tengelyek párhuzamosak
  - forgatáskor az origó helyben marad
- $p$  pont  $x$ -tengely körüli forgatása:



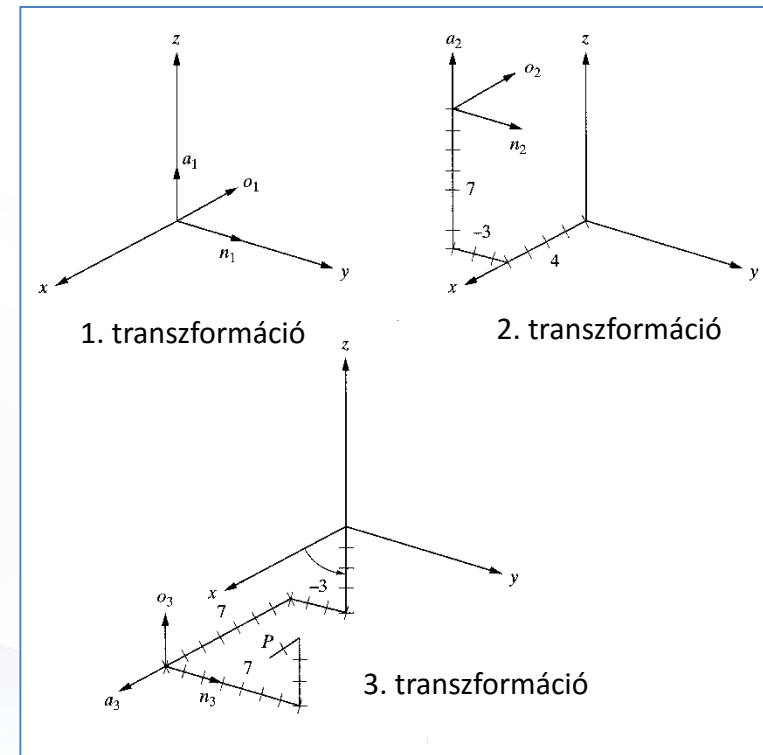
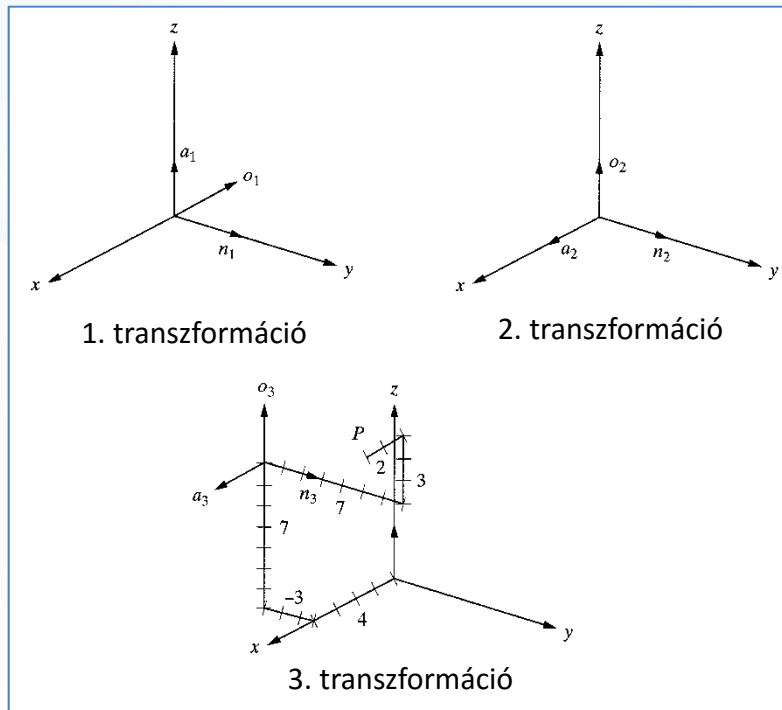
forgatás előtt  
(a)



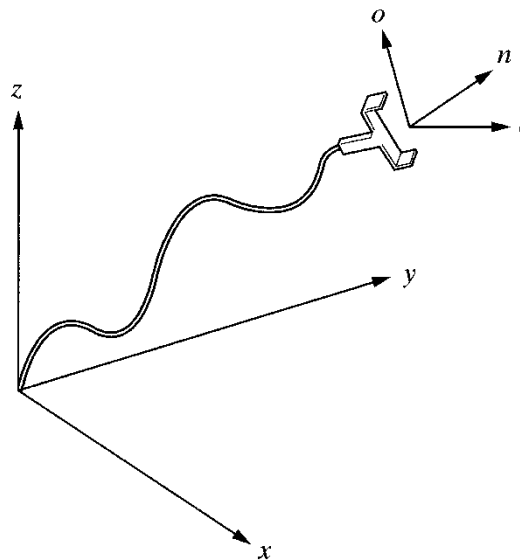
forgatás után  
(b)



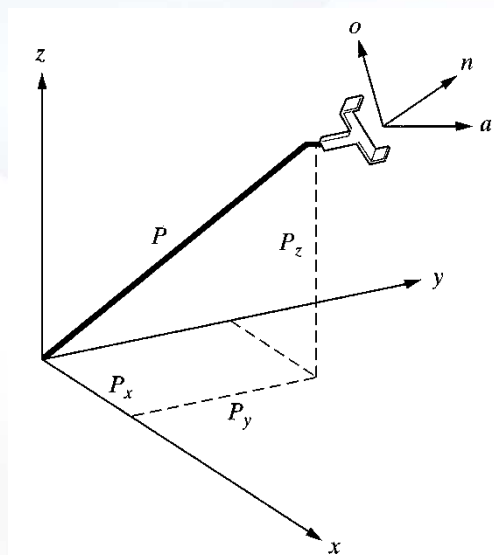
- Eltolási és forgatási lépések sorozata
  - a sorrend nem mindegy!



- Direkt kinematikai analízis
  - a robotkar és a tagok pozícióját és orientációját számolja
  - ha ismert minden kényszer állapota, akkor kiszámítható a robot bármely pontjának (általában TCP) helyzete az adott pillanatban



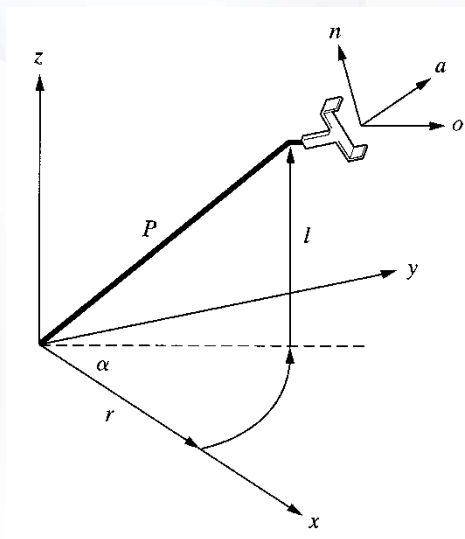
- Portál robot
  - téglatest munkatér, derékszögű koordinátarendszer
  - csak transzlációs kényszer (TTT)



$${}^R T_P = T_{cart} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



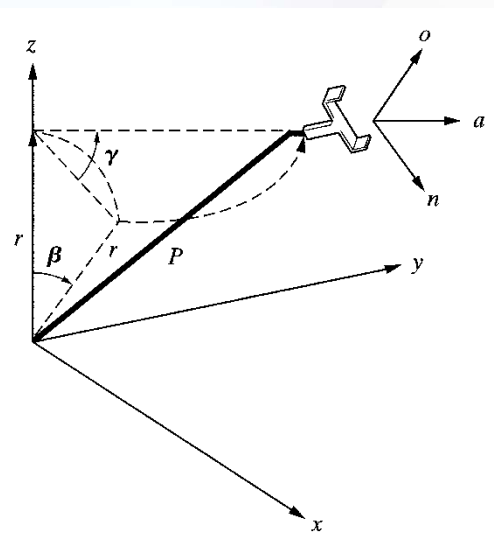
- Hengeres munkaterű robot
  - egy rotációs és két translációs tengely (RTT)
    - $r$  transláció az  $x$ -tengely mentén
    - $\alpha$  forgatás a  $z$ -tengely körül
    - $l$  transláció a  $z$ -tengely mentén



$${}^R T_P = T_{cyl}(r, \alpha, l) = \text{Trans}(0, 0, l) \text{Rot}(z, \alpha) \text{Trans}(r, 0, 0)$$

$${}^R T_P = T_{cyl} = \begin{bmatrix} C\alpha & -S\alpha & 0 & rC\alpha \\ S\alpha & C\alpha & 0 & rS\alpha \\ 0 & 0 & 1 & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

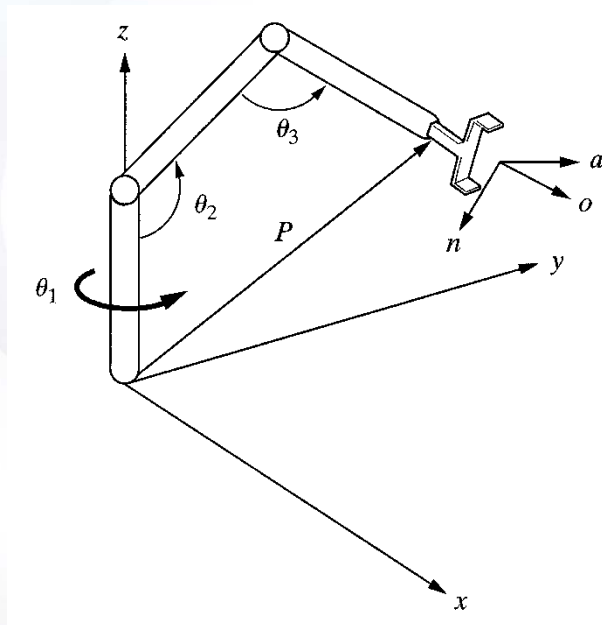
- Gömb munkaterű robot
  - két rotációs és egy translációs tengely (RRT)
    - $r$  transláció az  $z$ -tengely mentén
    - $\beta$  forgatás a  $y$ -tengely körül
    - $\gamma$  forgatás a  $z$ -tengely körül



$${}^R T_P = T_{sph}(r, \beta, l) = \text{Rot}(z, \gamma) \text{Rot}(y, \beta) \text{Trans}(0, 0, r)$$

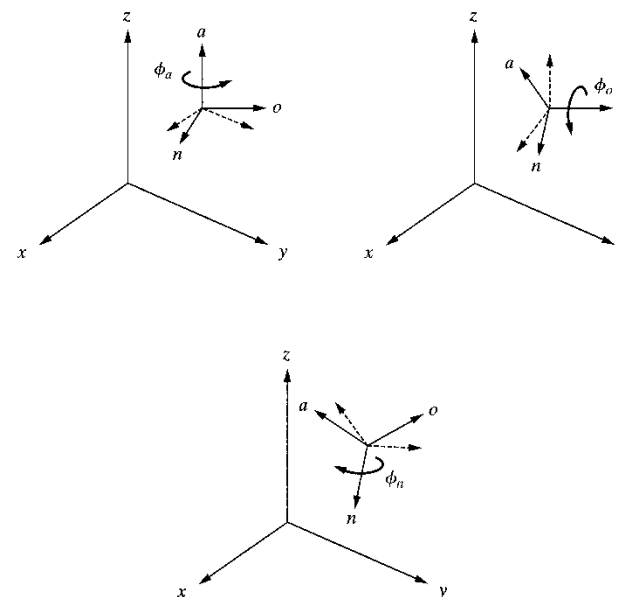
$${}^R T_P = T_{sph} = \begin{bmatrix} C\beta \cdot C\gamma & -S\gamma & S\beta \cdot C\gamma & rS\beta \cdot C\gamma \\ C\beta \cdot S\gamma & C\gamma & S\beta \cdot S\gamma & rS\beta \cdot S\gamma \\ -S\beta & 0 & C\beta & rC\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Függőleges csuklókaros robot
  - csak rotációs tengely (RRR)
    - 3 forgatás → **Denavit – Hartenberg mátrix**

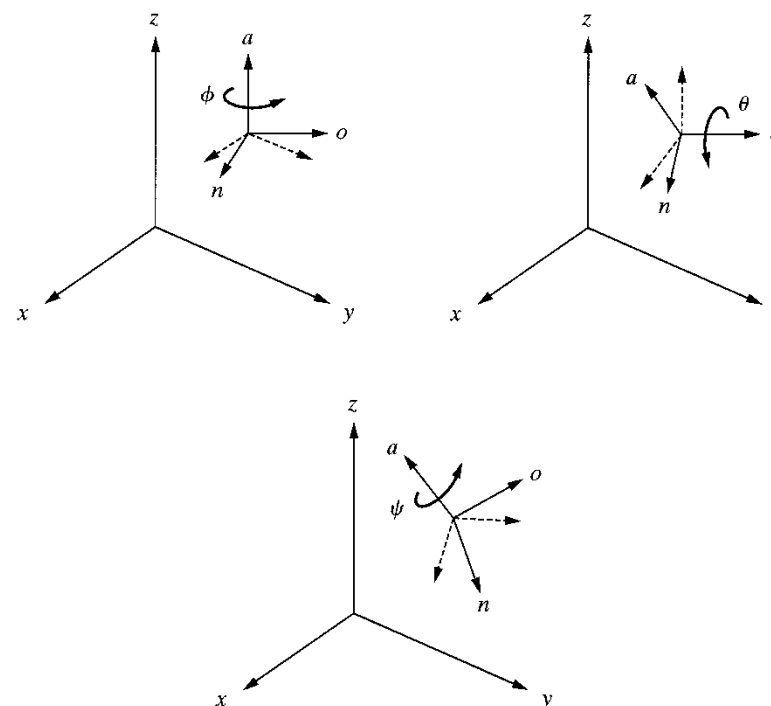


- Egy tárgy orientációja többféle módon írható le:
  - Roll-Pitch-Yaw (RPY) szögek
  - Euler szögek
  - csukló szögek (Denavit – Hartenberg leírás)

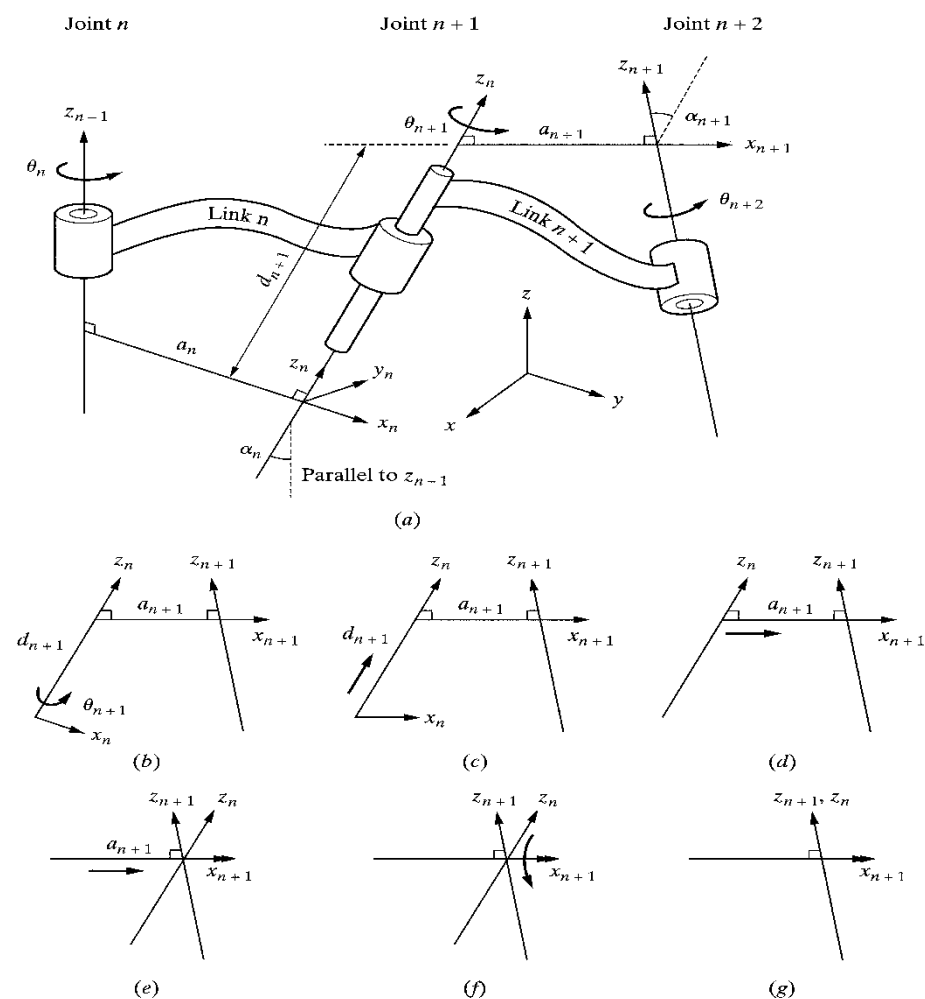
- A mozgó kerethez kötött tengelyenkénti elfordulások
  - repülőknél használt módszer
  - a tárgyhoz kötött
- RPY szögek
  - **Roll:**  $\varphi_a$  szöggel való elfordulás  $a$ -tengely körül (a mozgó keret  $z$ -tengelye)
  - **Pitch:**  $\varphi_o$  szöggel való elfordulás  $o$ -tengely körül (a mozgó keret  $y$ -tengelye)
  - **Yaw:**  $\varphi_n$  szöggel való elfordulás  $n$ -tengely körül (a mozgó keret  $x$ -tengelye)



- Euler szögek
  - Z-Y-Z egymás utáni forgatás
  - 1.  $\phi$  szöggel való elfordulás  $a$ -tengely körül (a mozgó keret  $z$ -tengelye), majd
  - 2.  $\theta$  szöggel való elfordulás  $o$ -tengely körül (a mozgó keret  $y$ -tengelye), majd
  - 3.  $\psi$  szöggel való elfordulás ismét az  $a$ -tengely körül (a mozgó keret  $z$ -tengelye)



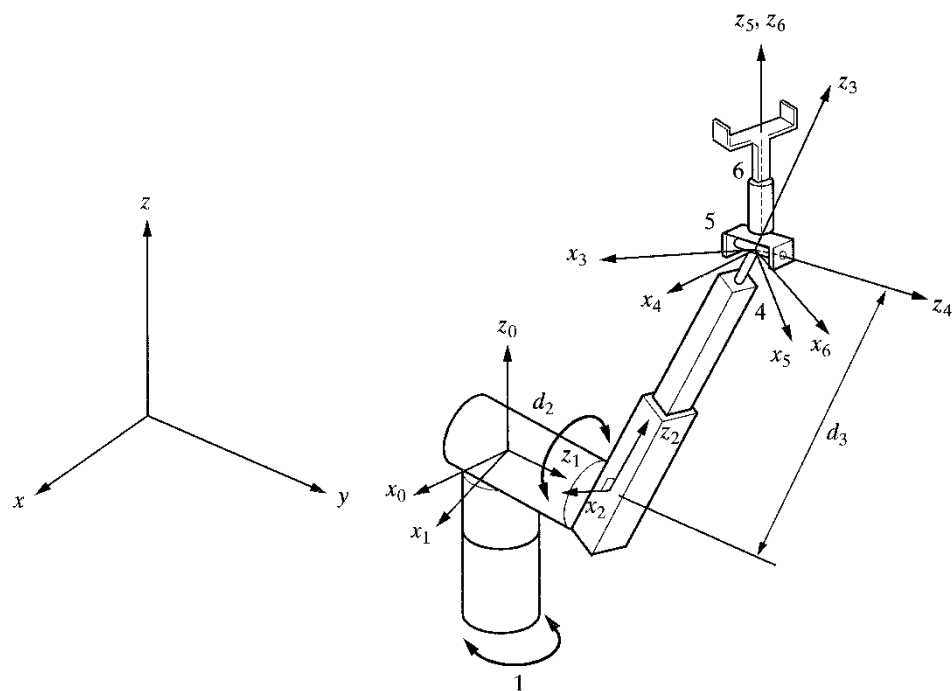
- DH mátrix (leírás)
  - a robot komplexitásától független egyszerű tag és csukló leírási módszer
  - minden robot konfigurációhoz használható
  - bármely koordináta transzformáció lehetséges



- DH leírás előkészítése
  - kijelölünk egy csuklót, ez lesz az  $n$ . csukló
  - az  $n$ . és az azt követő és megelőző szomszédos csuklókhöz is felvesszünk egy-egy lokális referencia keretet
  - az  $y$  tengelyt nem használjuk a DH leírásban
- Lokális keretek felvétele
  - minden csukló a  $z$  tengellyel jellemzett (a rotáció vagy a transláció tengelye)
  - a  $z$  tengelyek közti közös normális, mindkét tengelyre merőleges
    - párhuzamos tengelyek esetén végtelen sok ilyen van
    - metsző tengelyek esetén  $o$  a normális hossza (metszéspontban értelmezzük)
  - az  $x$  tengely a normális mentén mutat a következő csukló irányába



- DH leírásban használt szimbólumok:
  - $\theta$  : z tengely körüli elfordulás
  - $d$  : z tengely menti elmozdulás (távolság)
  - $a$  : a közös normális hossza (csukló ofsztet)
  - $\alpha$  : két egymást követő z tengely szöge (csukló twist)
  
- Csak a  $\theta$  és a  $d$  „igazi” csukló változó!



#	$\theta$	$d$	$a$	$\alpha$
1	$\theta_1$	0	0	-90
2	$\theta_2$	$d_1$	0	90
3	0	$d_1$	0	0
4	$\theta_4$	0	0	-90
5	$\theta_5$	0	0	90
6	$\theta_6$	0	0	0

# KÉRDÉS?

Köszönöm a figyelmet!



