

GÉPELEMEK

Tengelyek

6. előadás

Dr. Balogh Tibor, Bider Zsolt, Kovács Gáborné,

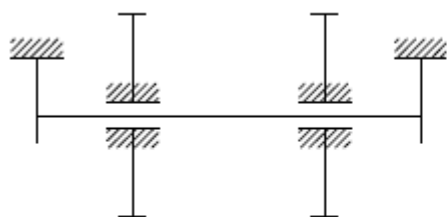
Dr. Rácz Péter, Szalai Péter, Törőcsik Dávid

1. A tengelyek osztályozása

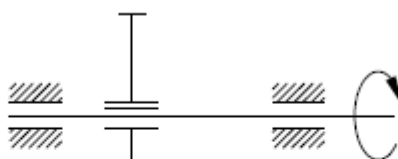
A **tengelyek** forgó mozgást végző gépelemeket hordoznak és/vagy részt vesznek a forgatónyomaték átvitelében.

Üzemük szerint

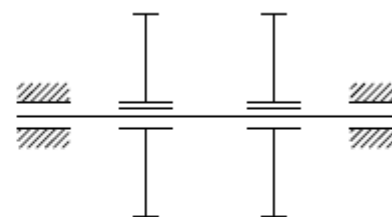
- A tengely áll, a rászerezelt gépelemek végzik a forgó mozgást.
A tengely és a rászerezelt gépelemek közötti kapcsolat laza: gépkocsi.
- A tengely forog és vele együtt forog a rászerezelt alkatrész is.
Kapcsolatuk szoros, a tengely nyomatékot visz át. Ez az eset a leggyakoribb a gépészeti gyakorlatban: belső égésű motorok főtengelye, szerszámgépek hajtóműtengelye.
- A tengely forog, de nyomatékot nem visz át. Ilyenkor a tengely és a rászerezelt fogó gépelem szintén szoros kapcsolatban van: vasúti kocsik tengelye.



(a)



(b)



(c)

Igénybevételük szerint

- a) Húzásra vagy nyomásra vagy nyírásra igénybe vett,
- b) Hajlításra igénybe vett,
- c) Csavarásra igénybe vett,
- d) Hajlításra és csavarásra együttesen igénybe vett (összetett igénybevétel).

Alakjuk szerint

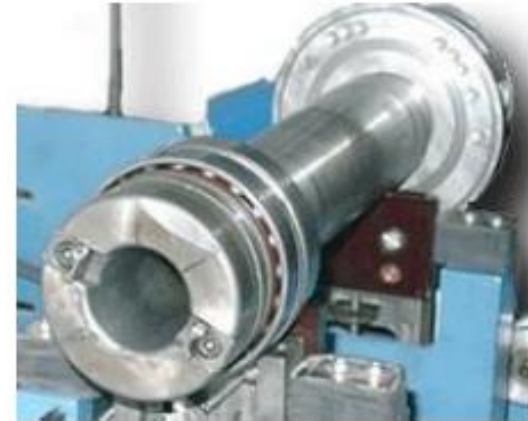
- a) Egyenes középvonalú,
- b) Alakos tengelyek - nem egyenes középvonalú tengelyek.



Egyenes középvonalú tengelyek, forgattyús tengely

Keresztmetszetük szerint

- a) Tömör,
- b) Üreges tengelyek.

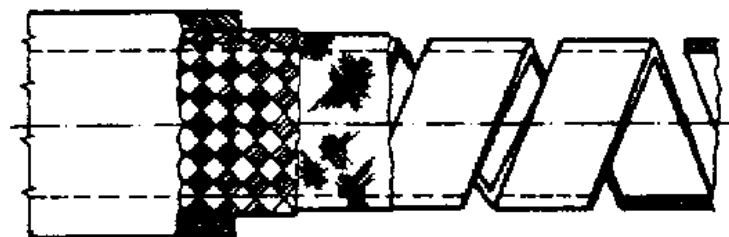
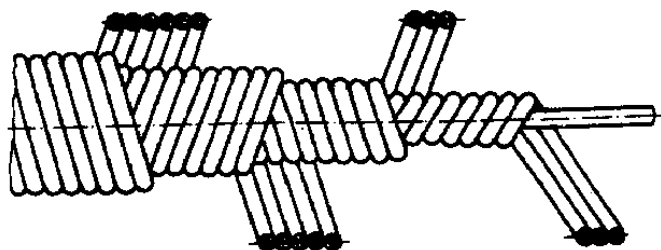


Működésük szerint

- a) Merev tengelyek, melyek működés közben sem hossz, sem keresztirányban nem térhetnek el.
- b) Csuklós tengelyek, melyek kapcsolatot létesítenek két, nem egy egyenesbe eső tengely között.
- c) Hajlékony vagy flexibilis tengelyek, melyek működés közben hajlíthatók.

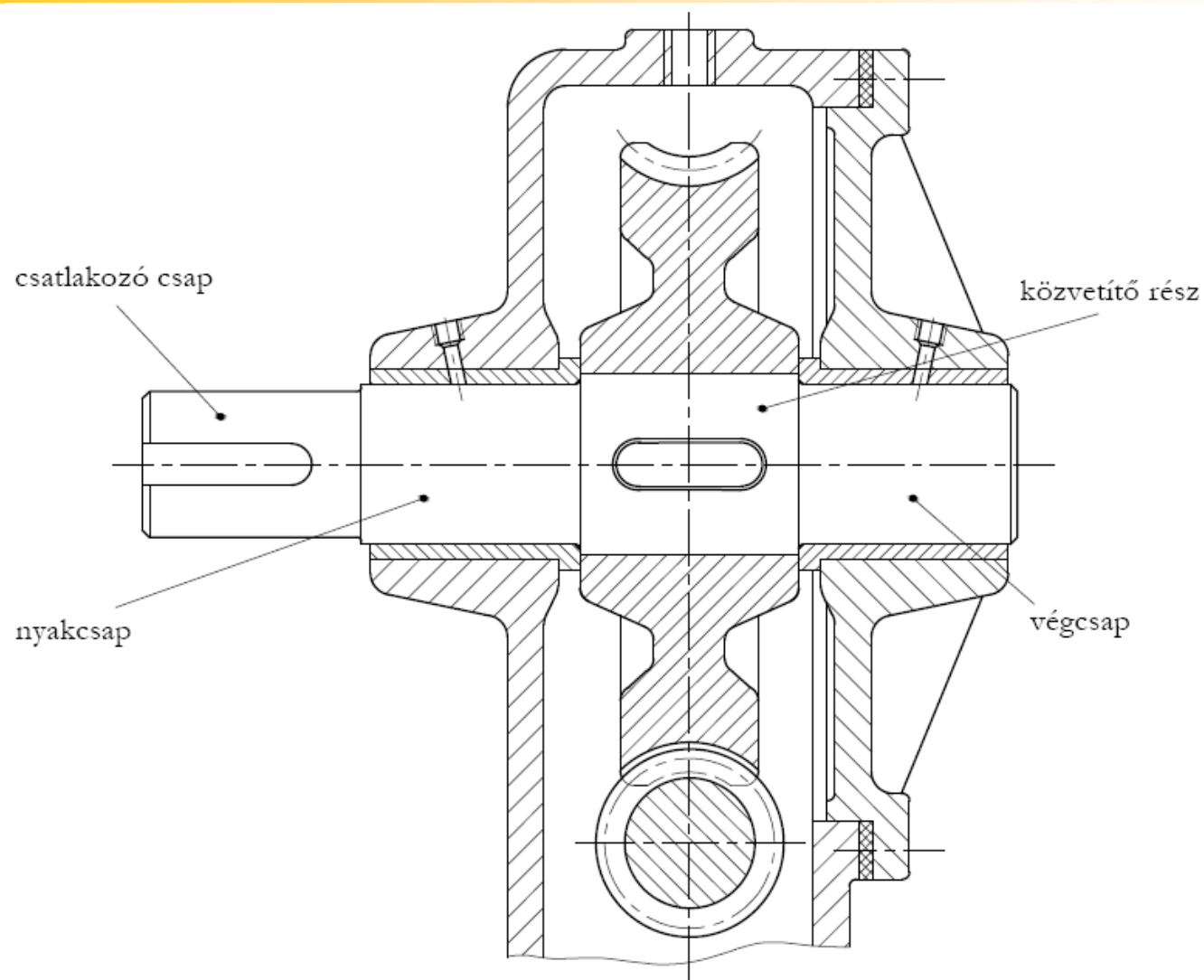


Csuklós tengely

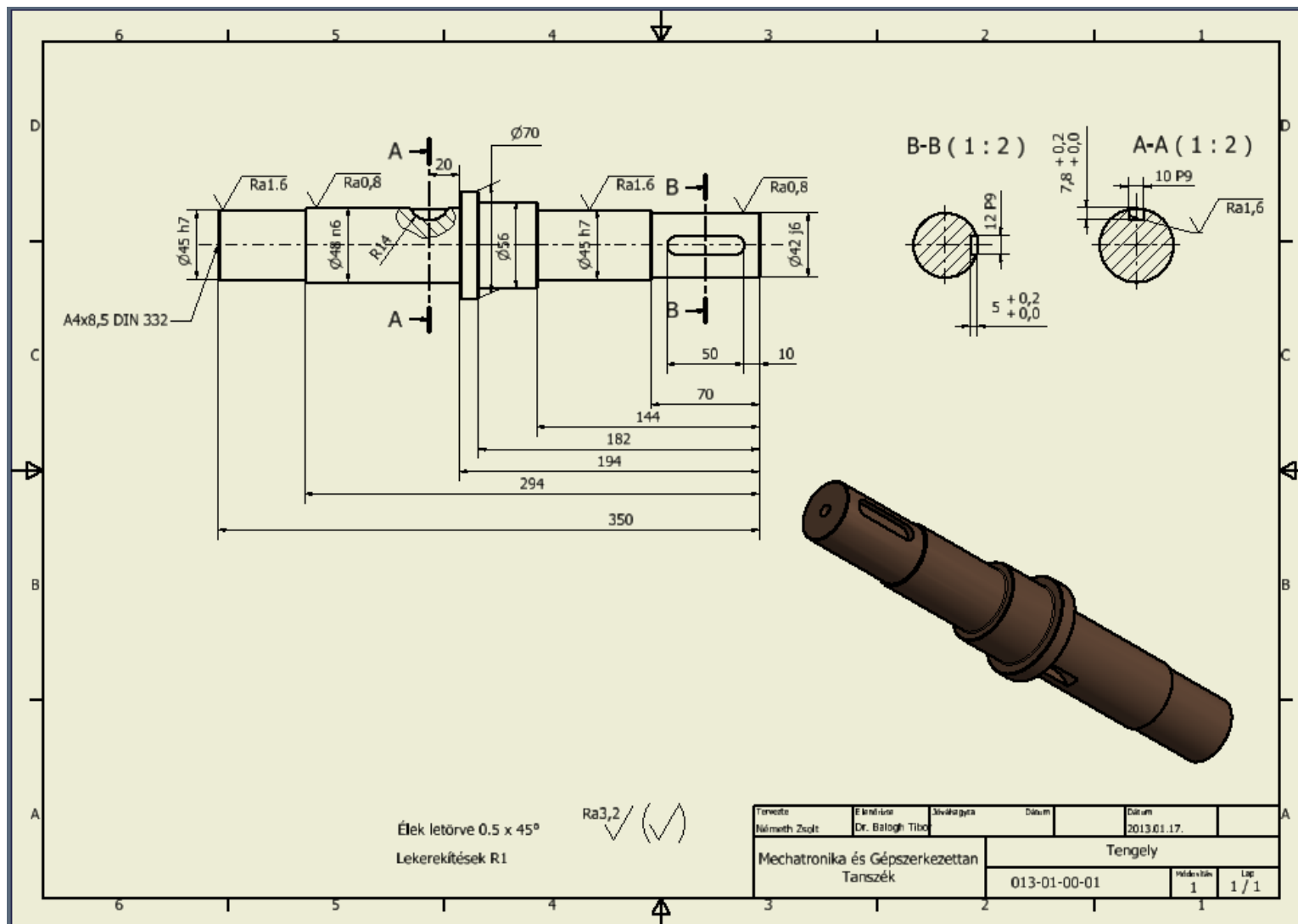


Hajlékony tengelyek

A hajlékony tengelyek csak meghatározott forgásirányban terhelhetők. 7 mm átmérőig csak mozgásátvitelre, 8 mm felett már teljesítmény átvitelre is alkalmasak.



Szerelt tengely



Egy tengely műhelyrajza

2. A tengelyek anyagminőségei és megengedett feszültségei

- Ötvözetlen szerkezeti acélok: S 275 JR, S 275 J0, E 295,
- Betétben edzhető acélok: C 10, C 15, 15 Cr 3, 16 MnCr5
- Nemesíthető acélok: C 35, C45, C 60, 28 Mn6, 36 CrNiMo4

Az anyagra megengedett feszültségek a gyakorlatban elfogadható közelítéssel

$$\sigma_{meg} = (0.25 - 0.4) R_{eH} \text{ és}$$

$$\tau_{meg} = \frac{\sigma_{meg}}{2}$$

Csőtengelyek alkalmazása esetén

$$a = \frac{d}{D}$$

ahol:

- D: a csőtengely külső,
- d: a csőtengely belső átmérője.

3. A tengelyek szilárdsági méretezése

a, Statikus húzó vagy nyomó igénybevétel:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{meg}$$

Az átmérő meghatározása:

Tömör tengely esetén:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\sigma_{meg} \cdot \pi}}$$

Csőtengely esetén:

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\sigma_{meg} \cdot \pi \cdot (1 - a^2)}}$$

b, Statikus nyíró igénybevétel:

$$\tau = \frac{F}{A} \leq \tau_{meg}$$

Az átmérő meghatározása:

Tömör tengely esetén:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\tau_{meg} \cdot \pi}}$$

Csőtengely esetén:

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\tau_{meg} \cdot \pi \cdot (1 - a^2)}}$$

c, Statikus hajlító igénybevétel

Navier-féle képlet :

$$\sigma = \frac{M_h}{K} \leq \sigma_{meg}$$

keresztmetszeti tényező :

$$K_{rúd} = \frac{d^3 \cdot \pi}{32}$$

$$K_{cső} = \frac{(D^4 - d^4) \cdot \pi}{32 \cdot D}$$

az eredő hajlító nyomaték:

$$M_h = \sqrt{M_{hI}^2 + M_{hII}^2}$$

Az átmérő meghatározása:

Tömör tengely esetén:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_h}{\sigma_{meg} \cdot \pi}}$$

Csőtengely esetén:

$$D = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_h}{\sigma_{meg} \cdot \pi \cdot (1 - a^4)}}$$

d, Statikus csavaró igénybevétel:

$$\tau = \frac{T}{K_p} \leq \tau_{meg}$$

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n}$$

a poláris keresztmetszeti tényező:

$$K_{prud} = \frac{d^3 \pi}{16}$$

$$K_{pcső} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}$$

Az átmérő meghatározása:

Tömör tengely esetén:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot P}{\pi \cdot \omega \cdot \tau_{meg}}} \cong \sqrt[3]{\frac{5 \cdot P}{\omega \cdot \tau_{meg}}}$$

Csőtengely esetén:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot P}{\tau_{meg} \cdot \pi \cdot \omega \cdot (1 - a^4)}}$$

e, Méretezés összetett igénybevételre

Egyidejű hajlítással és csavarással terhelt tengelyek méretezését redukált feszültség meghatározása alapján végezzük el.

H-M-H (Huber-Mises-Hencky):

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq \sigma_{meg}$$

A tengely méretezendő keresztmetszete retesz horony alkalmazásakor:

Mohr:

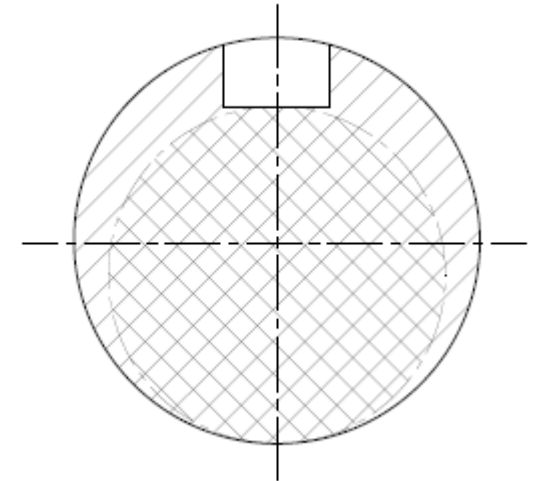
$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \leq \sigma_{meg}$$

A redukált nyomaték meghatározása:

$$M_r = \sqrt{M_h^2 + T^2}$$

Az átmérő meghatározása a redukált nyomaték alapján.

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_r \cdot 32}{\sigma_{meg} \cdot \pi}}$$



4. A tengelyek ellenőrzése alakváltozásra

A tengely a terhelés hatására alakváltozást szenved. A hajlító nyomaték lehajlást, a csavaró nyomaték elcsavarodást okoz. A tengely megfelelő, ha az alakváltozás a rugalmassági határon belül marad.

A kör vagy körgyűrű keresztmetszetű egyenes rúd elcsavarodása:

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{I_p \cdot G}$$

Ahol:

- G : a csúsztató rugalmassági modulus, acélra ($8 \dots 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$),
- l : a tengelyszakaszok hossza,
- I_p : a tengelyszakaszok poláris másodrendű nyomatéka.

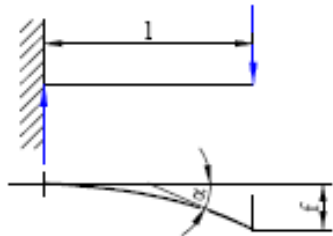
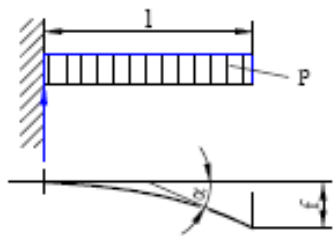
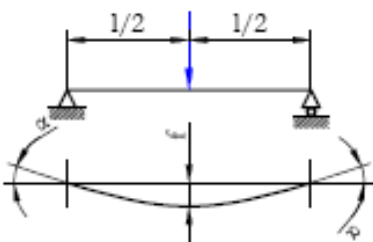
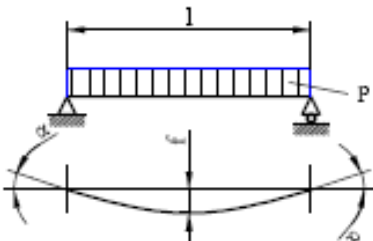
A poláris másodrendű nyomaték:

$$I_{prúd} = \frac{d^4 \cdot \pi}{32}$$
$$I_{pcső} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}$$

A tömör, kör keresztmetszetű tengely szükséges átmérője:

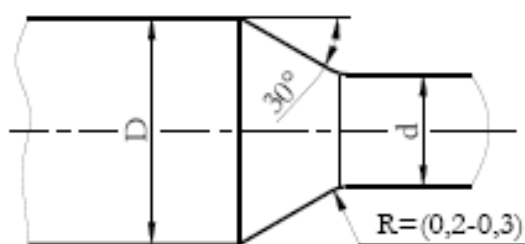
$$d = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T \cdot l}{\varphi_{meg} \cdot \pi \cdot G}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot P \cdot l}{\varphi_{meg} \cdot \pi \cdot G \cdot \omega}}$$

A megengedett elcsavarodás (φ) mértéke általában 0,00435 radián/m.

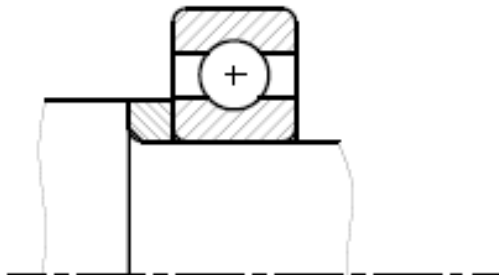
Tartó	α	f
	$\frac{F l^2}{2 I E}$	$\frac{F l^3}{3 I E}$
	$\frac{p l^3}{6 I E}$	$\frac{p l^4}{8 I E}$
	$\frac{F l^2}{16 I E}$	$\frac{F l^3}{48 I E}$
	$\frac{p l^3}{24 I E}$	$\frac{5 p l^4}{384 I E}$

Állandó keresztmetszetű
tengelyek szögelfordulása
és lehajlásai.

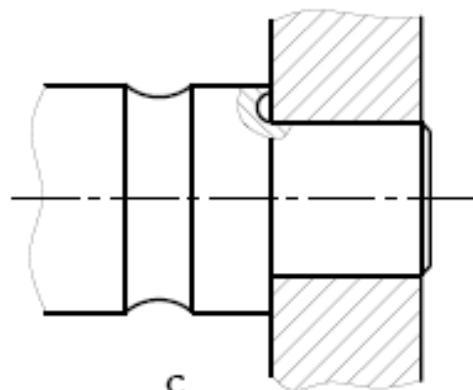
A szakirodalomban
fmeg=0,00033 l (mm),
amag=0,001 radián.



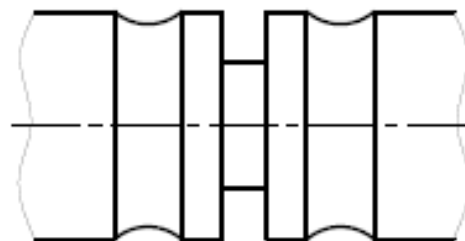
a



b



c



d

A feszültségcsúcsok csökkentése megfelelő átmenettel, és beszúrással

5. Tengelyek kritikus fordulatszáma,

rezonancia

A periodikus külső erő hatására lengő, tömegből és rugóból álló rendszer lengéseinek amplitúdója, ha a kényszererő frekvenciája megegyezik a szabad rezgés frekvenciájával, végtelenné válik. A jelenséget rezonanciának nevezzük.

A kiegyensúlyozatlan tömeget: $F_c = m (y + e) \omega^2$

A tengely lehajlása: $y = c F_c$,

ahol c az egységnyi lehajlást okozó erő reciproka, azaz a rugóállandó.

A kritikus szögsebesség tehát:

$$f = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{\frac{1}{c} - m \cdot \omega^2}$$

$$\omega_k = \frac{1}{\sqrt{m \cdot c}}$$

vízszintes tengelynél kritikus szögsebesség:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{m \cdot c}} = \sqrt{\frac{g}{f}}$$

