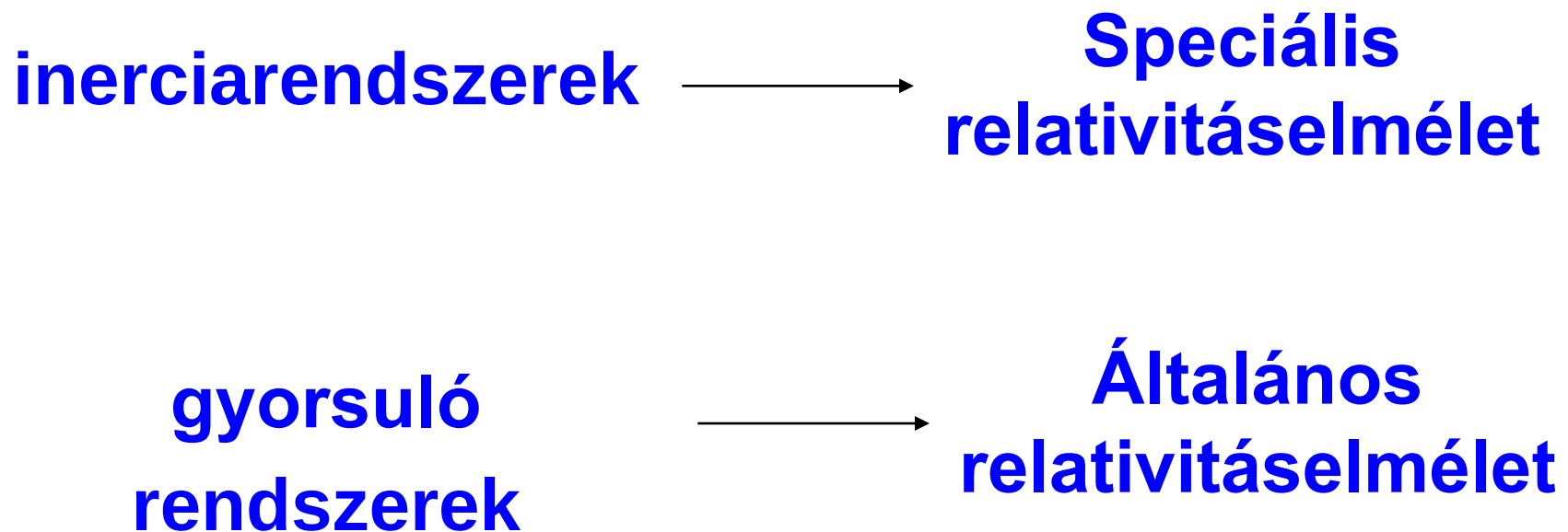


Relativitáselmélet

Giczi Ferenc

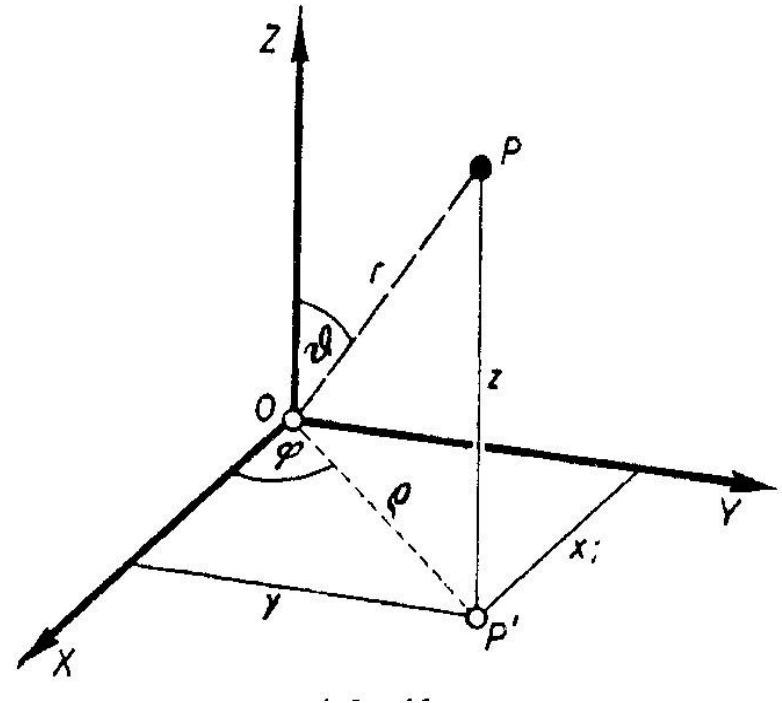
SZE, Fizika és Kémia Tanszék

Milyen összefüggés van a fizikai törvények között egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerekben?

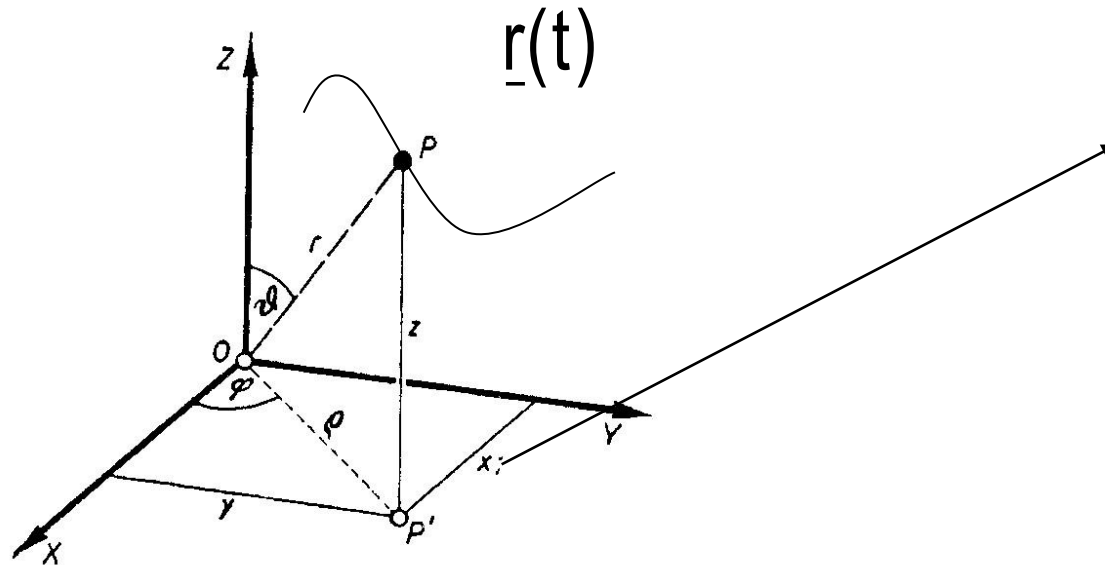


Helymeghatározás

Az anyagi pont helyét meghatározhatjuk pl. úgy, hogy a választott vonatkoztatási rendszerhez rögzített derékszögű koordináta-rendszerben megadjuk a pont x, y, z derékszögű koordinátáit.



Az anyagi pont mozgása



$$x = x(t)$$

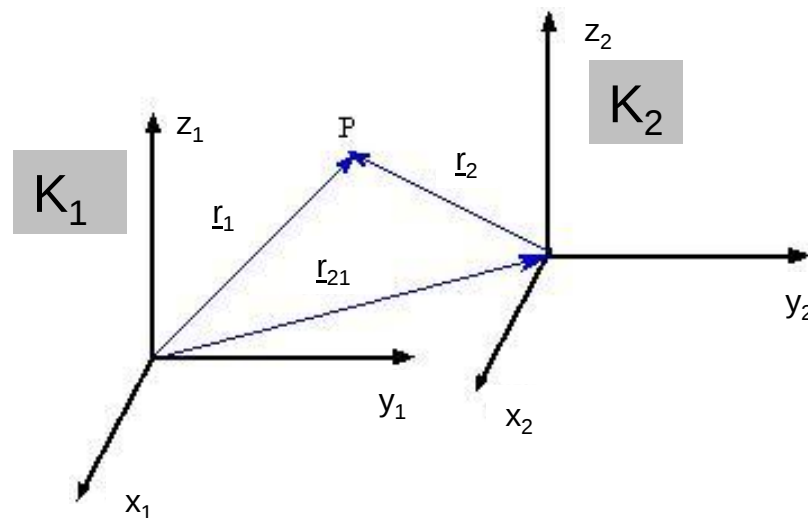
$$y = y(t)$$

$$z = z(t)$$

Ezek a **kinematikai mozgásegyenletek** meghatározzák a mozgó pont által leírt görbét, a pont pályáját.

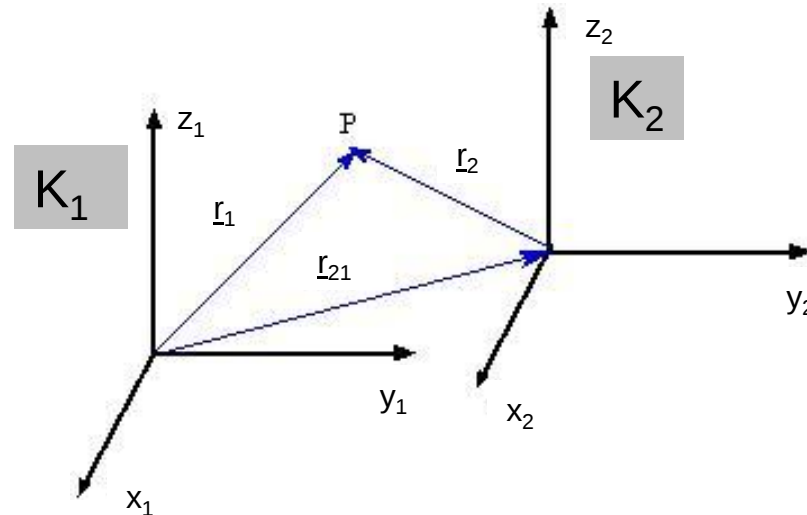
Megjegyzés: A pont pályája lehet térgörbe, síkgörbe, vagy egyenes.

A relativitás elve a klasszikus mechanikában



Ha ugyanazt a testet két különböző, egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerből figyeljük meg, akkor a mozgását jellemző adatok egy részét (pl. helyzetvektor, sebesség, impulzus, energia) eltérőnek találjuk.

A relativitás elve a klasszikus mechanikában



Kérdés:

Az adatok közötti összefüggések (a fizikai törvények: pl. Newton II. törvénye, Coulomb törvény, stb.) is különbözőek lesznek a különböző koordináta rendszerekben ?

A vonatkoztatási rendszerek speciális fajtái

Inerciarendszerek (Newton I. törvénye)

Tapasztalat:

Egy inerciarendszerhez képest állandó sebességgel mozgó bármely másik rendszer is inerciarendszer.

A klasszikus mechanika relativitás elve

Tapasztalat:

Különböző inerciarendszerekből nézve a mechanikai jelenségek ugyanúgy zajlanak le.

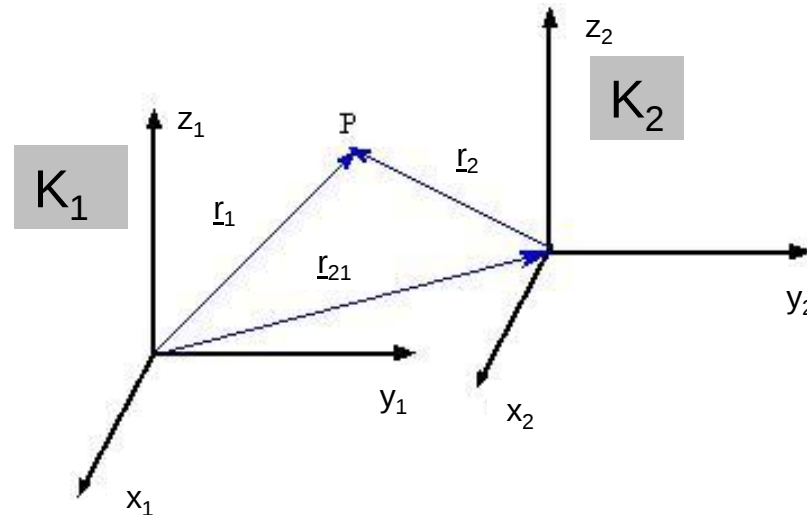
A különböző inerciarendszerekben a mechanika törvényei azonos matematikai alakban érvényesek.

A bennük szereplő fizikai állandók numerikus értéke ugyanaz .

Következmény:

Az inerciarendszerek között mechanikai kísérletekkel nem lehet különbséget tenni. - Nincs olyan mechanikai kísérlet, amellyel eldönthető lenne, hogy két inerciarendszer egymáshoz képest mozog. **(Nem lehet találni egy abszolút, kitüntetett inerciarendszert.)**

Koordináta-transzformációk



A koordináta-transzformációk a test mozgását a K_1 és K_2 koordinátarendszerekben **jellemző adatok** (helyzetvektor, sebesség, energia, stb.) között teremtenek kapcsolatot.

A fizikai törvények koordináta-transzformációkkal szembeni invarianciája

Ha a törvény matematikai alakját tekintve azonos a két koordinátarendszerben, akkor azt mondjuk, hogy a törvény invariáns az adott transzformációra.

Módszer az ellenőrzésre

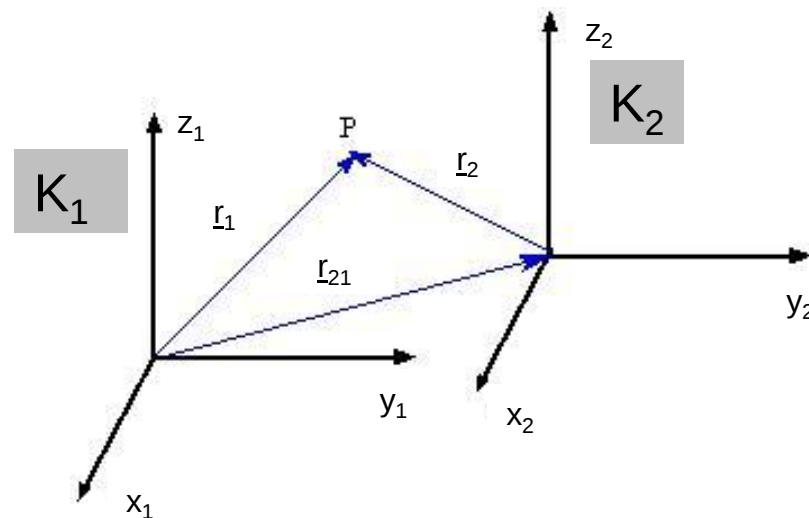
A K_1 rendszerben felírt fizikai törvényben szereplő mennyiségeket a transzformációs összefüggések segítségével fejezzük ki a K_2 rendszer megfelelő mennyiségeivel. Így megkapjuk a kérdéses fizikai mennyiségek közötti összefüggést a K_2 rendszerben.

A fizikai törvények koordináta-transzformációkkal szembeni invarianciája

Ha az adott transzformációval szemben az összes fizikai törvény invariáns, akkor a transzformáció összhangban van a relativitás elvével.

Ha a relativitás elvét, mint tapasztalati tényt elfogadjuk, akkor csak a vele összhangban lévő koordináta transzformációt használhatjuk.

A klasszikus mechanika Galilei-transzformációja



$$\underline{r}_1 = \underline{r}_2 + \underline{r}_{21}$$

$$\underline{r}_2 = \underline{r}_1 - \underline{r}_{21}$$

Ha a K_2 rendszer a K_1 -hez képest állandó $\underline{v}$ sebességgel mozog (inerciarendszerek):

$$\underline{r}_{21} = \underline{v}t + \underline{r}_0$$

$$\underline{r}_2(t) = \underline{r}_1(t) - \underline{v}t - \underline{r}_0$$

A klasszikus mechanika Galilei-transzformációja

$$\underline{r}_2(t) = \underline{r}_1(t) - \underline{v}t - \underline{r}_0$$

$$x_2(t) = x_1(t) - v_x t - x_0$$

$$y_2(t) = y_1(t) - v_y t - y_0$$

$$z_2(t) = z_1(t) - v_z t - z_0$$

$$t_2 = t_1 = t \text{ FONTOS!}$$

$$\underline{r}_2(t) = \underline{r}_1(t) - \underline{v}t - \underline{r}_0$$



$$\underline{v}_2(t) = \underline{v}_1(t) - \underline{v}$$



$$\underline{a}_2(t) = \underline{a}_1(t)$$

Az idő a K_2 és a K_1 rendszerben azonosan telik.

A klasszikus mechanika Galilei-transzformációja

$$\underline{r}_2(t) = \underline{r}_1(t) - \underline{v}t - \underline{r}_0$$



$$\underline{v}_2(t) = \underline{v}_1(t) - \underline{v}$$



$$\underline{a}_2(t) = \underline{a}_1(t)$$

**A klasszikus
mechanika törvényei
invariánsak a Galilei-
transzformációval
szemben.**

(Bebizonyítható)

Az egymáshoz képest mozgó inerciarendszerek speciális esete

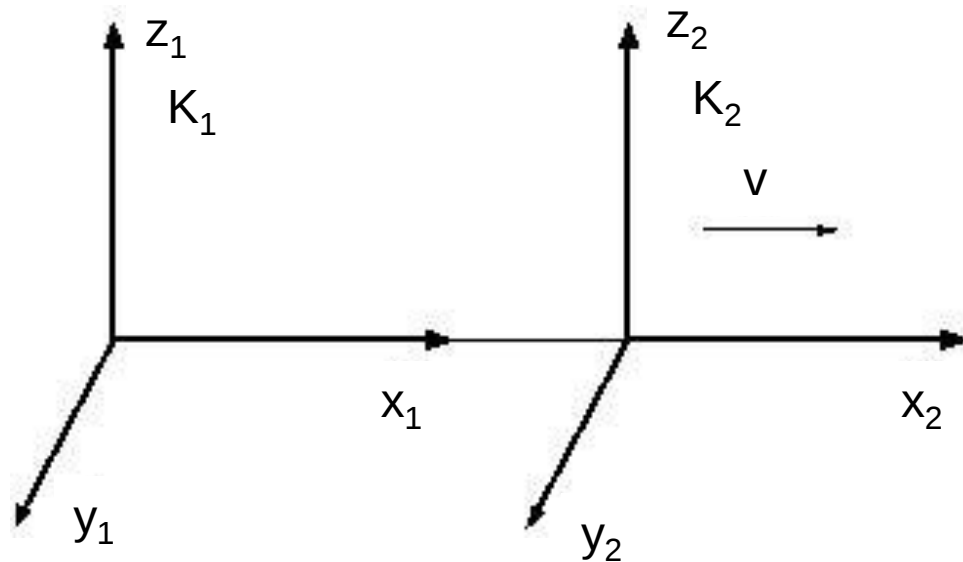
Koordináta transzformációk

$$x_2(t) = x_1(t) - vt$$

$$y_2(t) = y_1(t)$$

$$z_2(t) = z_1(t)$$

$$t_2 = t_1$$



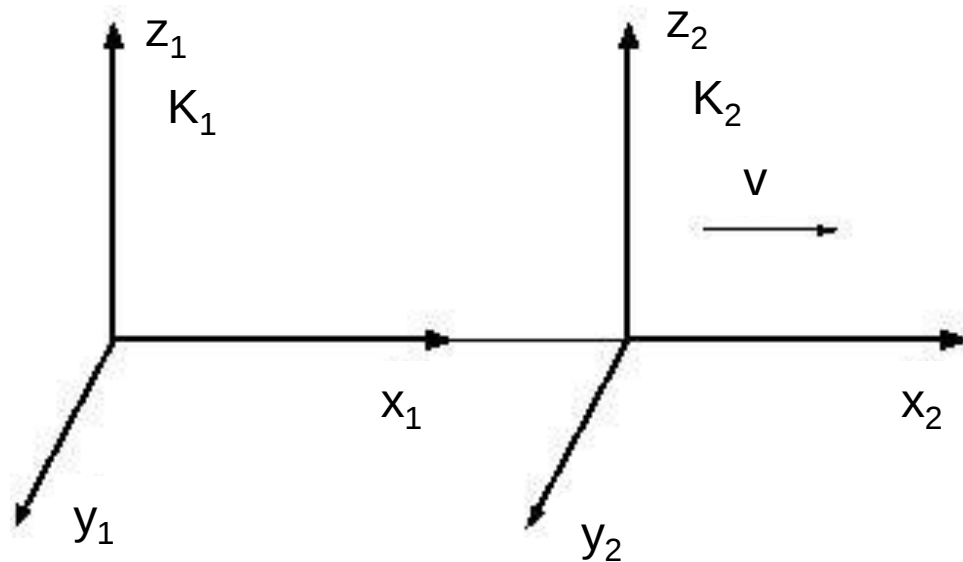
Az egymáshoz képest mozgó inerciarendszerek speciális esete

Sebesség transzformációk

$$v_{2x}(t) = v_{1x}(t) - v$$

$$v_{2y}(t) = v_{1y}(t)$$

$$v_{2z}(t) = v_{1z}(t)$$



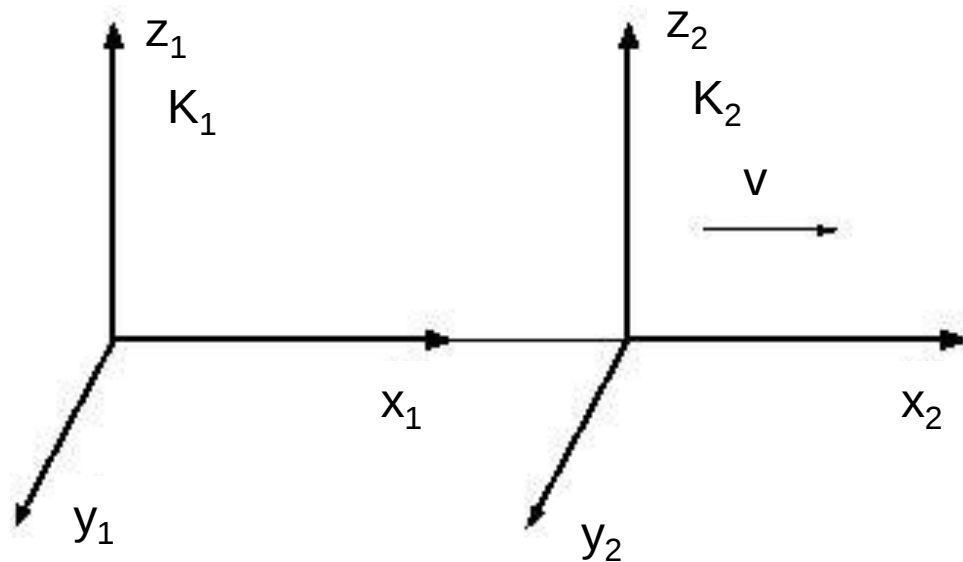
Az egymáshoz képest mozgó inerciarendszerek speciális esete

Gyorsulás transzformációk

$$a_{2x}(t) = a_{1x}(t)$$

$$a_{2y}(t) = a_{1y}(t)$$

$$a_{2z}(t) = a_{1z}(t)$$

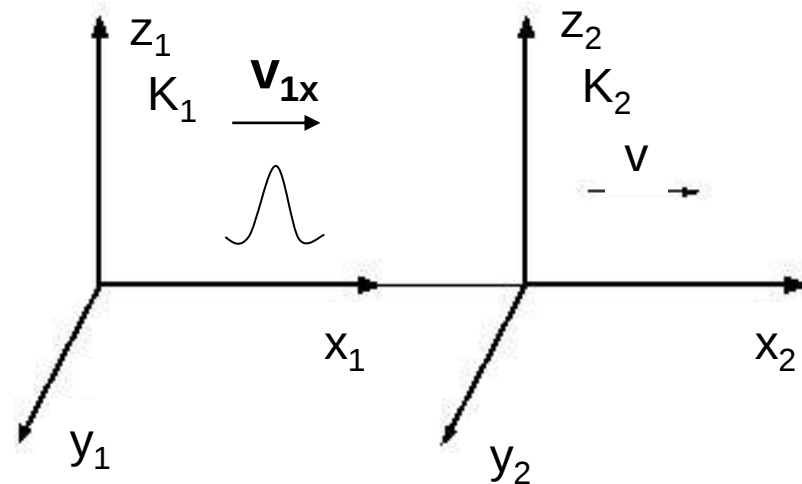


A Galilei transzformáció alkalmazása

Hogyan változik meg a hang terjedési sebessége, ha azt a közeghez képest állandó sebességgel mozgó koordináta-rendszerben mérjük?

A közeg és a hangforrás is nyugszik K_1 -ben.

$$V_{2x} = V_{1x} - V$$



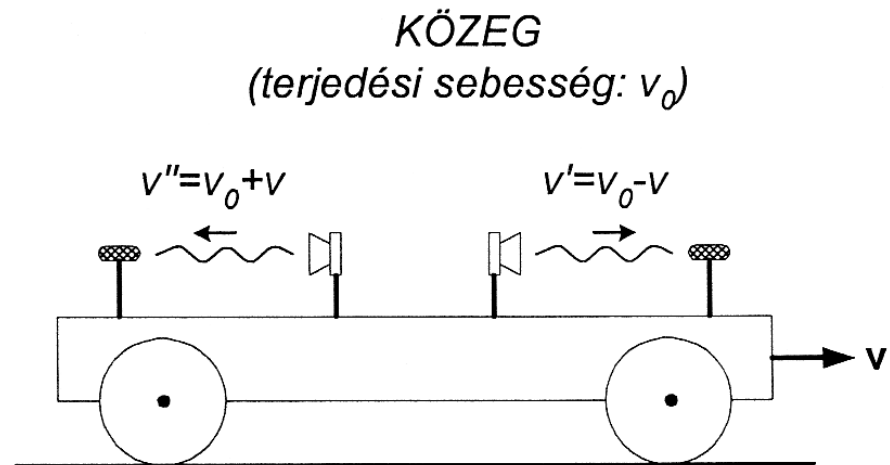
A forrástól távolodó megfigyelő kisebb, a közeledő nagyobb hangsebességet észlel, mint a forráshoz képest nyugvó megfigyelő.

A Galilei transzformáció alkalmazása

A megfigyelőnek a hangot hordozó közeghez viszonyított sebessége hangsebesség-mérésekkel meghatározható.

$$v'' - v' = 2v$$

$$v = \frac{v'' - v'}{2}$$



Később felhasználjuk a mérés elvét!

A relativitás elve az elektrodinamikában

- **A Maxwell-egyenletek a klasszikus fizikának ugyanolyan alapegyenletei, mint a Newton-törvények.**
- **Korábban feltételezték, hogy a Maxwell-egyenletek az éterhez rögzített koordinátarendszerben érvényesek.**
- **A fény nem más, mint egy olyan zavar, amely az éterben a rugalmas hullámokhoz hasonlóan terjed.**
- **A vákuumban terjedő fény sebességét az éterhez viszonyított sebességnek tekintették.**

Próbálkozások az éter létezésének kimutatására

Ötlet:

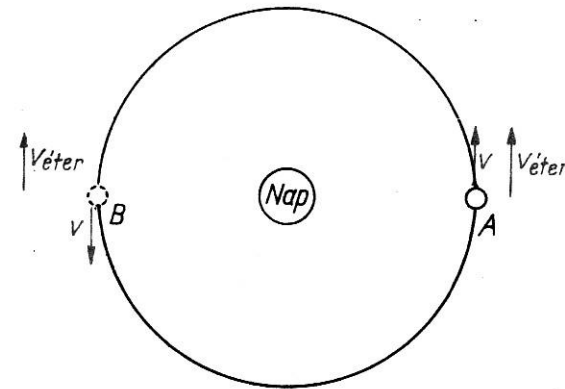
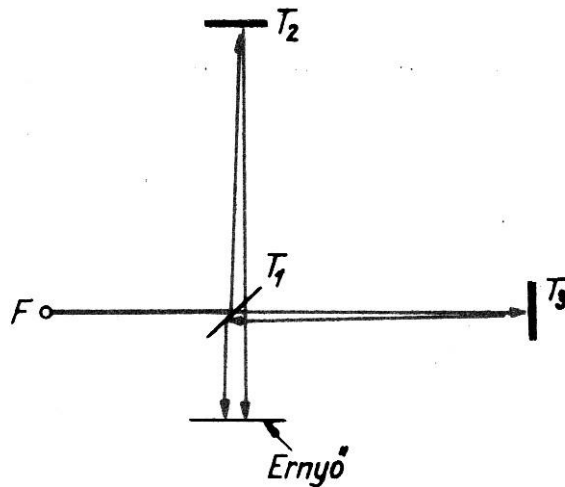
Az éterhez képest mozgó Földön különböző irányokban meg kell mérni a fény terjedési sebességét. Ilyen mérésekkel meg lehetne határozni a Föld sebességét az éterhez képest. Ki lehet mutatni az éter létét.

Michelson-Morley kísérlet

(a hangterjedésre vonatkozó korábbi mérés analógiája alapján)

Michelson-Morley kísérlet

Az interferenciakép függ a két interferáló fénynyaláb terjedési sebességétől.



Az interferenciaképben semmilyen változást nem tapasztaltak!

A fény terjedési sebessége egymáshoz képest mozgó rendszerekben

Tapasztalat:

A fény terjedési sebessége különböző inercia-rendszerekben ugyanaz az érték, nem függ a rendszer mozgásállapotától.

Következtetés:

A fény terjedésére nem alkalmazható a Galilei-transzformáció.

Az elektrodinamika és a relativitás elve

Tapasztalat:

A Maxwell-egyenletek nem invariánsak a Galilei-transzformációval szemben.

Milyen transzformációval szemben invariánsak a Maxwell-egyenletek?

Lorentz-transzformáció

A Lorentz-transzformáció összefüggései

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**Az idő nem azonosan
telik a két
rendszerben!**

$$y_2 = y_1 \quad z_2 = z_1$$

$$t_2 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**Az időt is
transzformálni kell!**

Az elektrodinamika és a relativitás elve

Komoly elvi probléma!

**A mechanika törvényei nem invariánsak
a Lorentz-transzformációval szemben.**

A kísérletek megerősítették, hogy az elektrodinamikában is érvényes a relativitás elve.

Követelmény:

Egységes koordináta-transzformáció

~~Elfogadjuk a Galilei-transzformációt, és a Maxwell-egyenleteket hibásnak minősítjük.~~

Lorentz, Einstein, Poincaré:

Elfogadjuk a Lorentz-transzformációt és a mechanika törvényeit úgy kell átalakítani, hogy azok invariánsak legyenek.

A speciális relativitáselmélet Einstein-féle posztulátumai

- **Minden fizikai folyamatra érvényes a relativitás elve.**
- **A vákuumban terjedő fény sebessége minden inerciarendszerben azonos, univerzális állandó.**
 - **Levezethető belőlük a Lorentz-transzformáció.**
 - **Elvégezhető a mechanika törvényeinek a szükséges átalakítása.**

Következmény:

- Az étert nem tekinthetjük fényhordozó közegnek.
- Az étert nem tekinthetjük kitüntetett vonatkoztatási rendszernek.

Elveszítette értelmét, hogy az éter létét feltételezzük.

A Lorentz-transzformáció összefüggéseinek vizsgálata

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t_2 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
$$y_2 = y_1 \quad z_2 = z_1$$

**Kis sebességekre
visszakapjuk a
Galilei-
transzformációt.**

A mechanika klasszikus törvényeitől csak akkor várható eltérés, ha a két vonatkoztatási rendszer relatív sebessége összemérhető a fénysebességgel.

A Lorentz-transzformáció összefüggéseinek vizsgálata

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_2 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y_2 = y_1 \quad z_2 = z_1$$

A vákuumbeli fénysebesség a relativitáselmélet szerint határsebesség szerepét játssza.

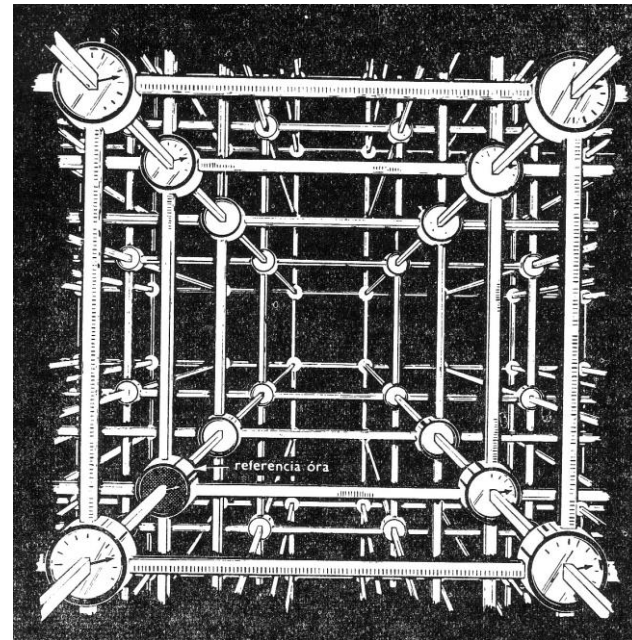
A relativisztikus mechanika alapjai

- Idő, időtartam, távolság – koncepcionális változások.
- A mechanika törvényeinek átalakítása – invariancia a Lorentz-transzformációval szemben.

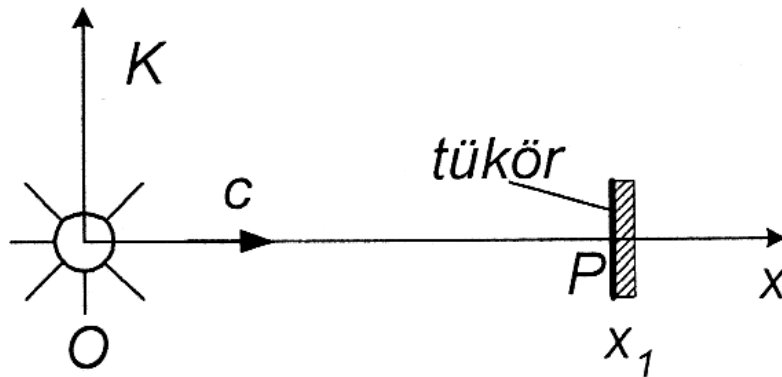
A hely- és idő meghatározása

A jelenségek leírásához szükség van a jelenségek helyének és időpontjának megadására.

Minden vonatkoztatási rendszerben ki kell alakítani egy megfelelően sűrű koordináta és időhálózatot.



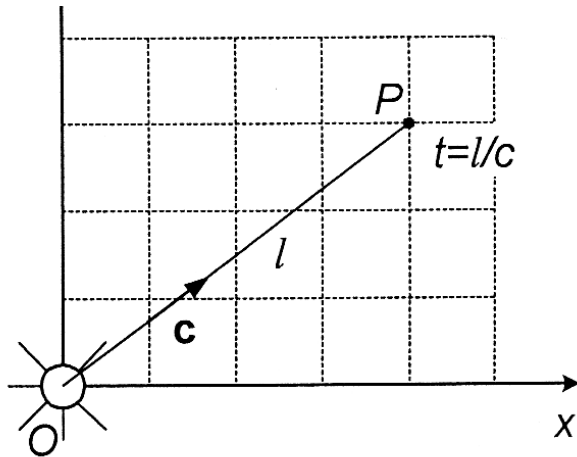
Hely meghatározása a relativitáselméletben fényjelekkel



$$x_1 = \frac{1}{2} ct$$

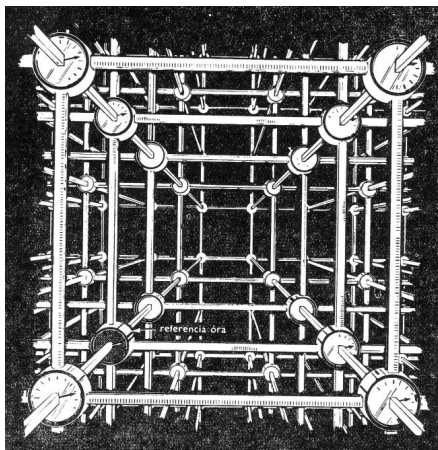
Az origóból elindítunk egy fényjelet, a vizsgált pontban pedig elhelyezünk egy tükröt, amelyről a fényjel visszaverődik az origóba.

Az órák szinkronizálása fényjelekkel



$t=0$ időpillanatban az origóban egy fényjelet hozunk létre.

Az origótól l távolságra lévő pontba a fényjel $t=l/c$ idő alatt ér. Az órát erre az időpontra kell beállítani és akkor indítani, amikor a fényjel odaér.



Az időtartamok relativitása

Tegyük fel, hogy a K_2 rendszerben azonos helyen lejátszódik két esemény.

I. esemény: pl. egy lámpa kigyullad $t_2^{\text{l.}}, x_2$

II. esemény: pl. egy lámpa kialszik $t_2^{\text{ll.}}, x_2$

$$x_2^{\text{ll.}} = x_2^{\text{l.}} = x_2$$

A két esemény között eltelt idő K_2 rendszerben:

$$\Delta t_2 = t_2^{\text{ll.}} - t_2^{\text{l.}}$$

Az időtartamok relativitása

**A két esemény között
eltelt idő K_1 –ben:**

$$\Delta t_1 = t_1^{\text{ll.}} - t_1^{\text{l.}}$$

$$t_1^{\text{l.}} = \frac{t_2^{\text{l.}} + \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_1^{\text{ll.}} = \frac{t_2^{\text{ll.}} + \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t_1 = \frac{t_2^{\text{ll.}} - t_2^{\text{l.}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Mozgási és nyugalmi időtartam, **idődilatáció**

$$\Delta t_1 = \frac{t_2^{\text{ll.}} - t_2^{\text{l.}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**Két esemény között
eltelt időtartamok is
különbözőek.**

Mivel $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$ **ezért** $\Delta t_1 > \Delta t_2$

**Az események helyéhez képest mozgó
megfigyelő az események között eltelt időt
hosszabbnak találja, mint az
eseményekhez képest nyugvó megfigyelő.**

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

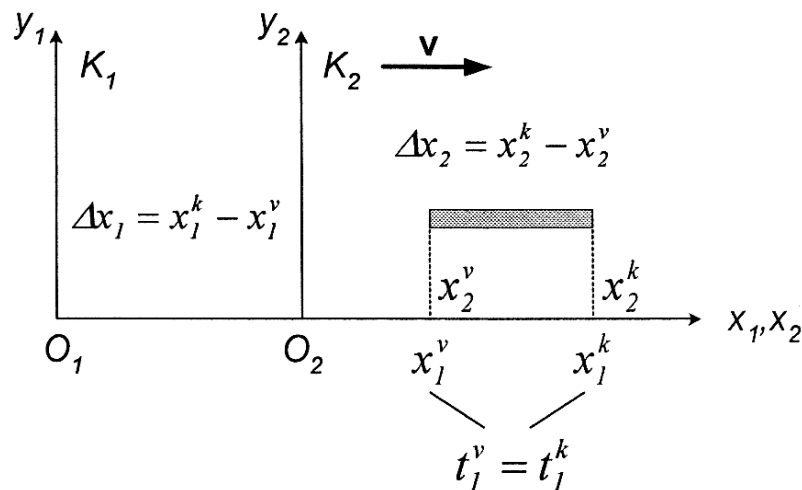
Hogyan határozható meg egy rendszerhez képest mozgó tárgynak a mozgásirányba eső mérete?

A tér különböző pontjaiban található szinkronizált órák közül kiválasztunk kettőt, amelyek közül az egyik a tárgy egyik végének elhaladását ugyanabban az időpillanatban jelzi, mint a másik a tárgy másik végének elhaladását.

A mozgó tárgy mozgásirányba eső hossza egyenlő a két óra távolságával.

A távolságok relativitása

Számítsuk ki, hogy milyen eredményre vezet egy rúd hosszának mérése egymáshoz képest mozgó inerciarendszerekben.

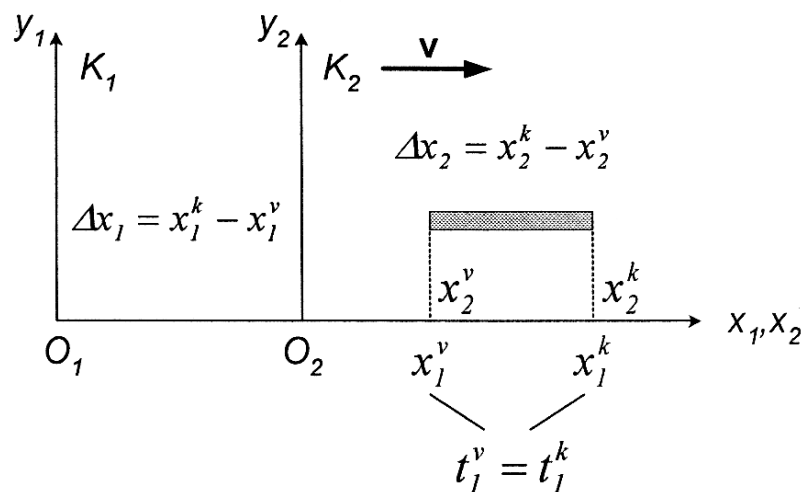


A rúd a K_2 -ben nyugszik.

$$\Delta x_2 = x_2^k - x_2^v$$

A távolságok relativitása

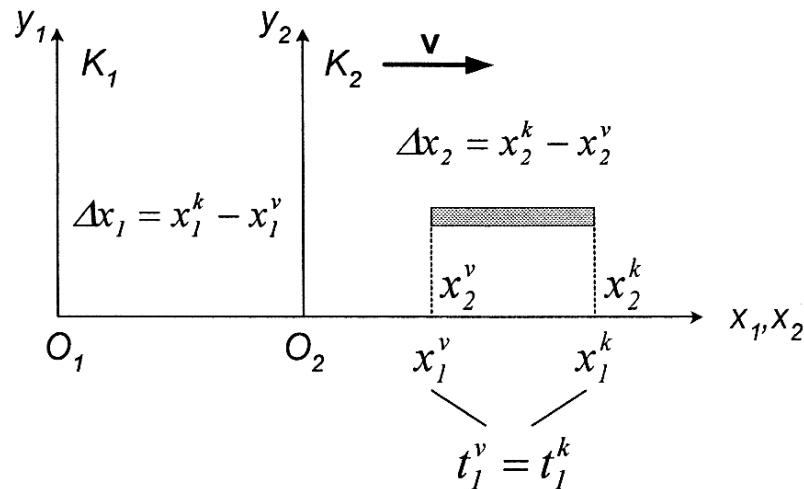
A K_1 rendszerben a hosszt az egyidejű kezdő és végpont koordináták leolvasásával kapjuk.



$$\Delta x_1 = x_1^k - x_1^v$$

$$(t_1^k = t_1^v)$$

A távolságok relativitása



$$\Delta x_1 = x_1^k - x_1^v \quad (t_1^k = t_1^v)$$

$$x_2^k = \frac{x_1^k - vt_1^k}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x_2^v = \frac{x_1^v - vt_1^v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta x_2 = x_2^k - x_2^v = \frac{x_1^k - x_1^v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

A mozgási és nyugalmi hossz Lorentz-kontrakció

A hosszúság is koordinátarendszertől függő mennyiség.

$$\Delta x_2 = x_2^k - x_2^v = \frac{x_1^k - x_1^v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

A mozgó megfigyelő által mért hossz mindig kisebb, mint a nyugalmi hossz.

Az idődilatáció és a Lorentz-kontrakció kísérleti bizonyítéka

1. A müonok a felső légrétegben, kb. 4-5 km magasságban keletkeznek.
2. A müonok közel fénysebességgel haladnak, ($v=0,99c$).
3. A müonok átlagos élettartama laborban $2,2 \cdot 10^{-6}$ s.
4. A müonok a keletkezésüktől az elbomlásig kb. 660 m utat tudnak megtenni.
5. A müonok elérik a földfelszínt.

Ellentmondás !

Az idődilatáció és a Lorentz-kontrakció kísérleti bizonyítéka

Magyarázat:

**A müonok átlagos nyugalmi élettartama
laboratóriumban mérve $2,2 \cdot 10^{-6}$ s.**

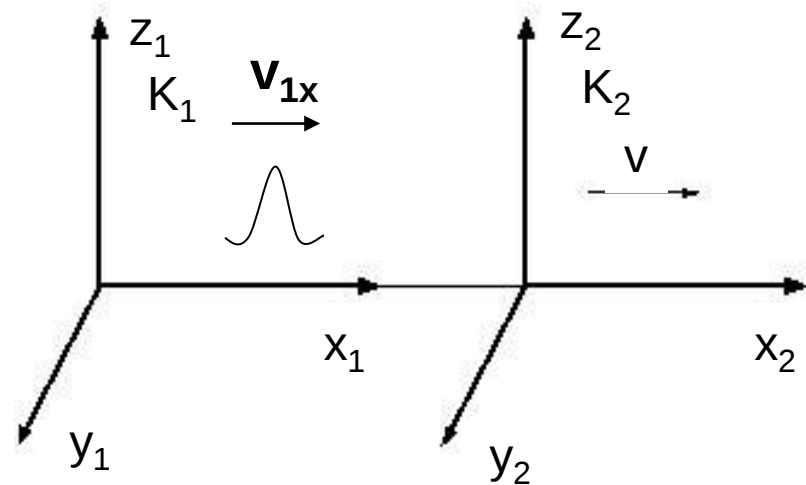
$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- 1. A müonok mozgási élettartama $15,6 \cdot 10^{-6}$ s.**
- 2. A befutott út a tapasztalattal egyezésben kb. 4,68 km.**

A sebesség-transzformáció

Galilei-transzformáció

$$V_{2x} = V_{1x} - V$$



Mivel a fénysebesség minden inerciarendszerben azonos, a sebesség-transzformációnak alapvetően különbözni kell a Galilei-féle sebesség-transzformációtól.

A sebesség-transzformáció

Egy test v_{2x} sebessége a K_2 rendszerben:

$$v_{2x} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}$$

Ahol

$$x_2 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad t_2 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v_{2x} = \frac{\Delta x_1 - v \Delta t_1}{\Delta t_1 - \frac{v}{c^2} \Delta x_1}$$

A sebesség-transzformáció

**A számláló és a nevező
 Δt_1 -gyel való osztása után:**

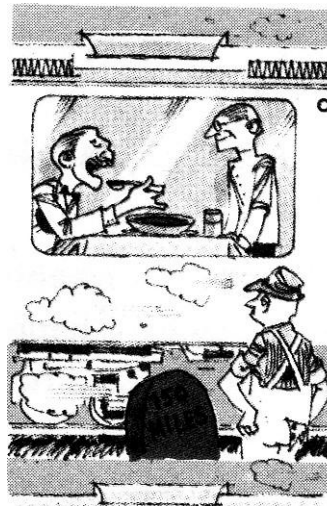
Mivel
$$V_{1x} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}$$

**Kis sebességek esetén
visszaadja a Galilei-féle
sebesség-transzformáció
összefüggését.**

$$V_{2x} = \frac{\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}}$$

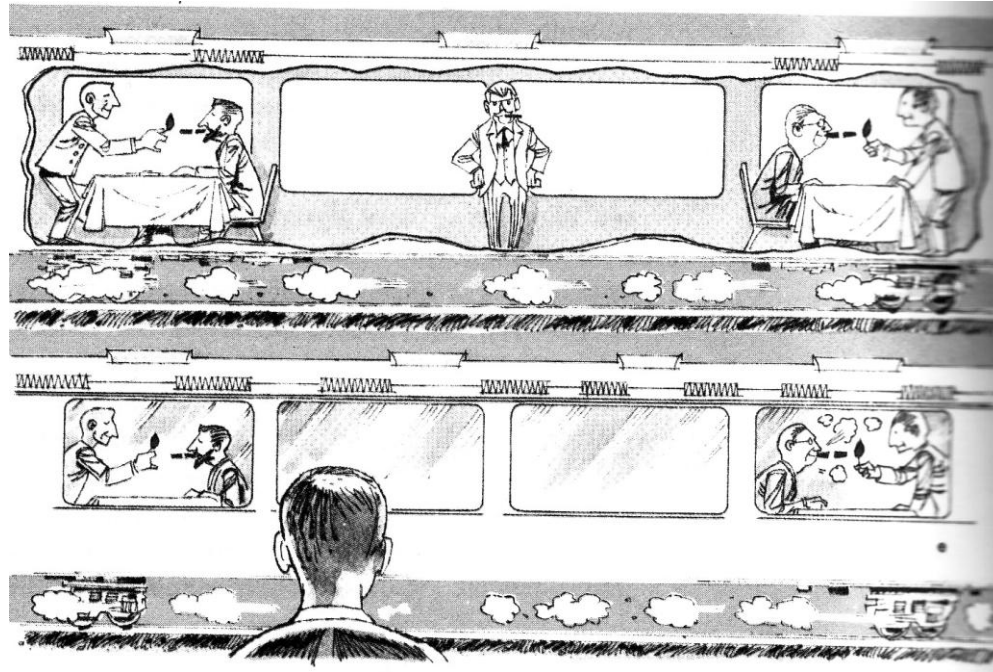
$$V_{2x} = \frac{V_{1x} - v}{1 - \frac{v}{c^2} V_{1x}}$$

A relativitáselmélet következményei



Egy mozgó rendszerben ugyanazon a helyen, de különböző időkben történő eseményeket a nyugvó megfigyelő különböző helyeken történő eseményeknek látja.

A relativitáselmélet következményei



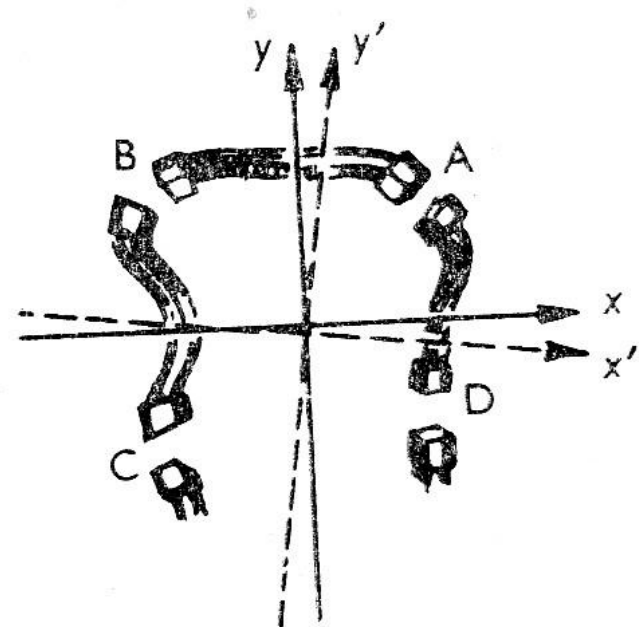
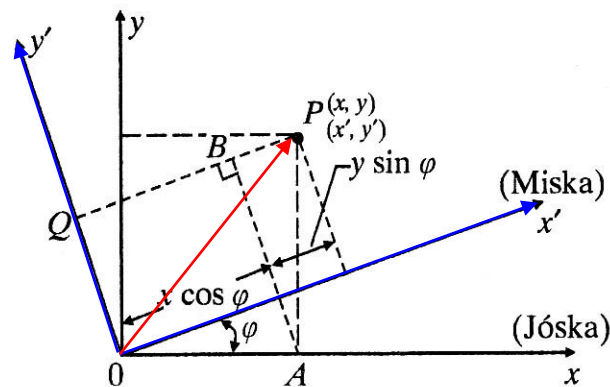
Egy mozgó rendszerben ugyanazon időben, de különböző helyeken történő eseményeket a nyugvó megfigyelő különböző időben történő eseményeknek látja.

A relativitáselmélet következményeinek szemléletes magyarázata (H. Minkowski)

$$x' = x \cos \varphi + y \sin \varphi,$$

$$y' = y \cos \varphi - x \sin \varphi,$$

$$z' = z.$$



Koordinátarendszer elforgatás a háromdimenziós térben.

A háromdimenziós tér

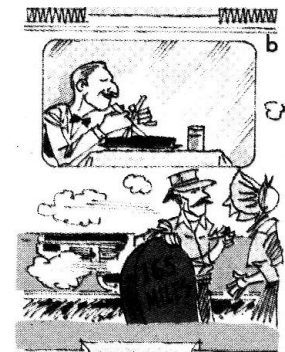
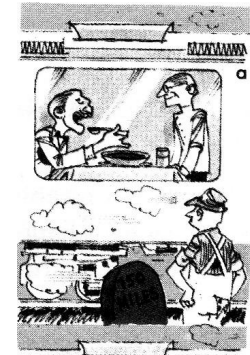
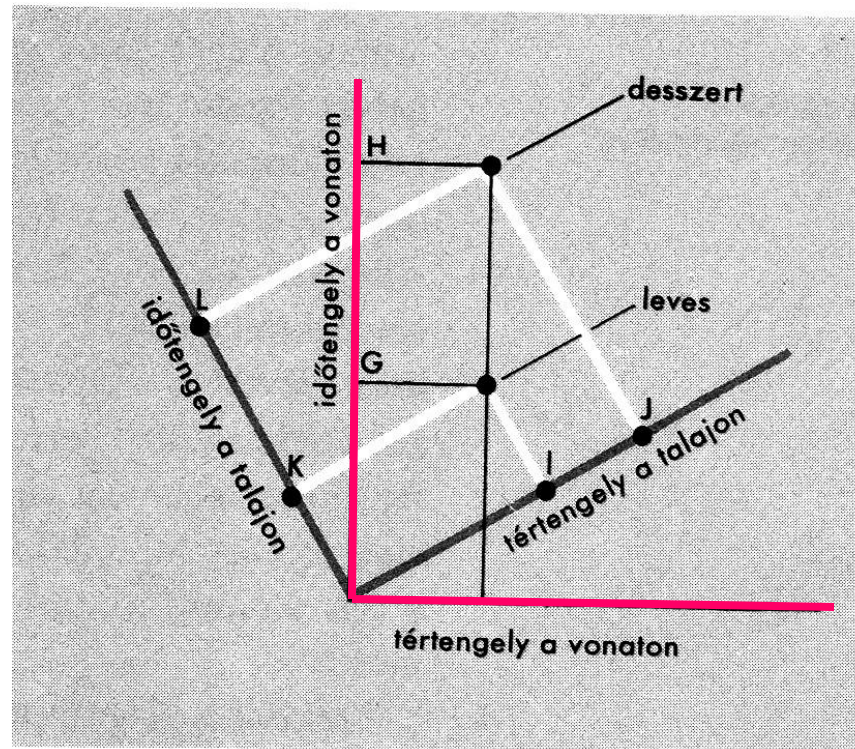
A háromdimenziós térben a vektor mintájául a helyzetvektor szolgál.

- *Fizikai értelemben vektornak nevezünk minden olyan három komponenssel megadott mennyiséget, amelynek komponensei a koordinátarendszer elforgatásakor úgy transzformálódnak, mint a helyzetvektor koordinátái.*
- *A skaláris mennyiségek értéke nem függ a koordinátarendszer választástól.*

$$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 = \Delta s'^2$$

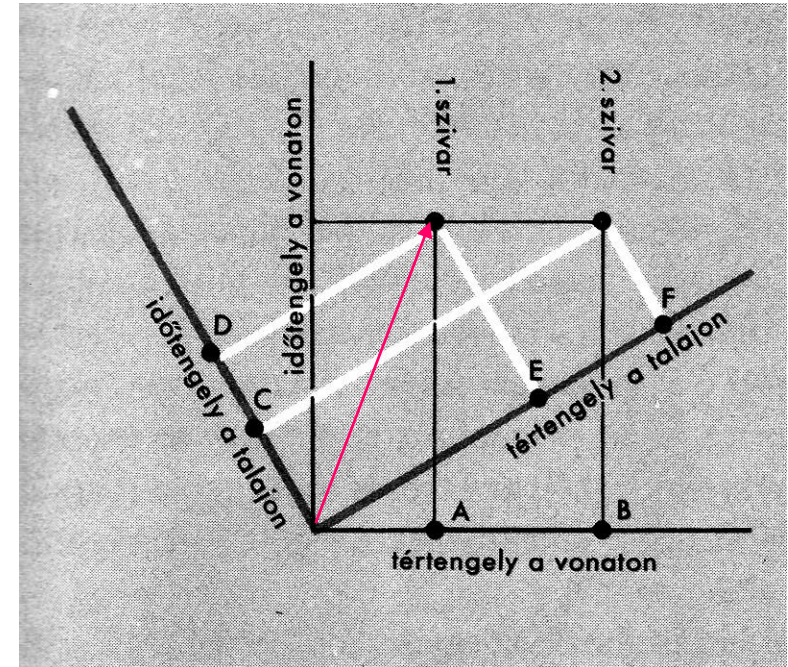
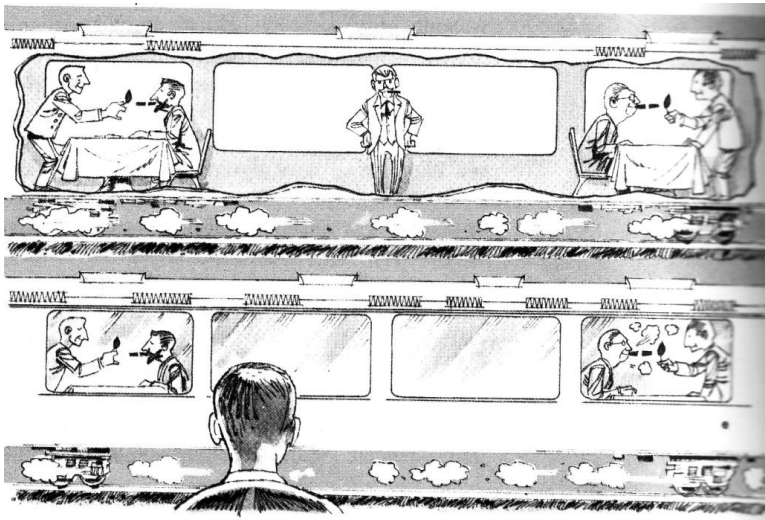
Két pont távolságának négyzete invariáns a koordináta-transzformációval szemben.

A relativitáselmélet következményeinek magyarázata



Egy mozgó rendszerben ugyanazon a helyen, de különböző időkben történő eseményeket a nyugvó megfigyelő különböző helyeken történő eseményeknek látja.

A relativitáselmélet következményei



Egy mozgó rendszerben ugyanazon időben, de különböző helyeken történő eseményeket a nyugvó megfigyelő különböző időben történő eseményeknek látja.

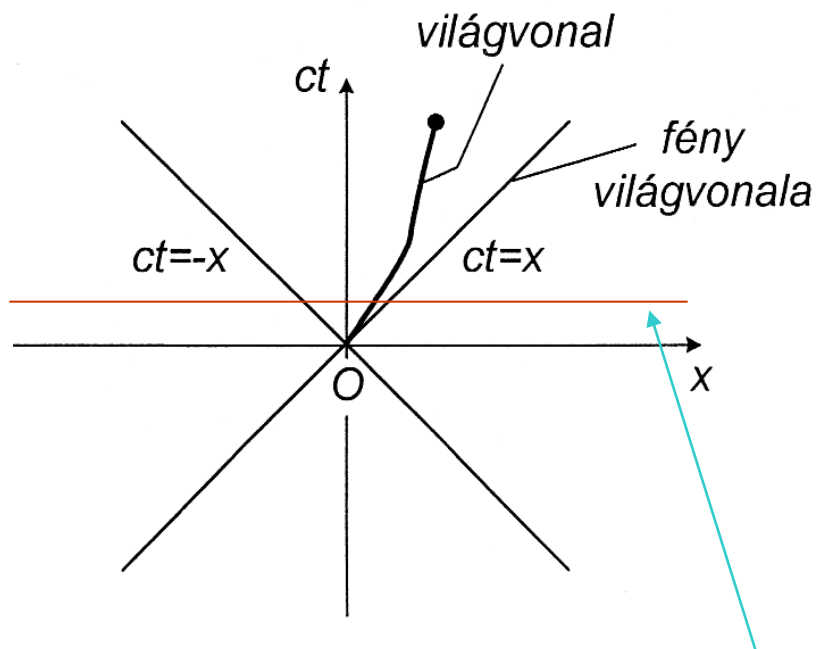
A négydimenziós téridő

A Lorentz-transzformáció a térkoordináták mellett az időt is transzformálja.

- *Ezért egy esemény koordinátáinak a téridőben az (x, y, z, t) mennyiséget tekintjük.*
- *Egy esemény a négydimenziós téridőben egy pontnak felel meg.*

**Az esemény koordinátáit megadó négydimenziós mennyiség egy négydimenziós vektor,
NÉGYESVEKTOR
lesz.**

Állapotváltozás a négyestérben



**Állandó sebességgel
mozgó test világvonala
egyenes.**

**Azok az események, amelyeknek a világvonala
párhuzamos az x tengellyel, azonos időben (de
különböző helyeken) zajlanak le.**

Négyes állapotvektor, invariáns intervallumnégyzet

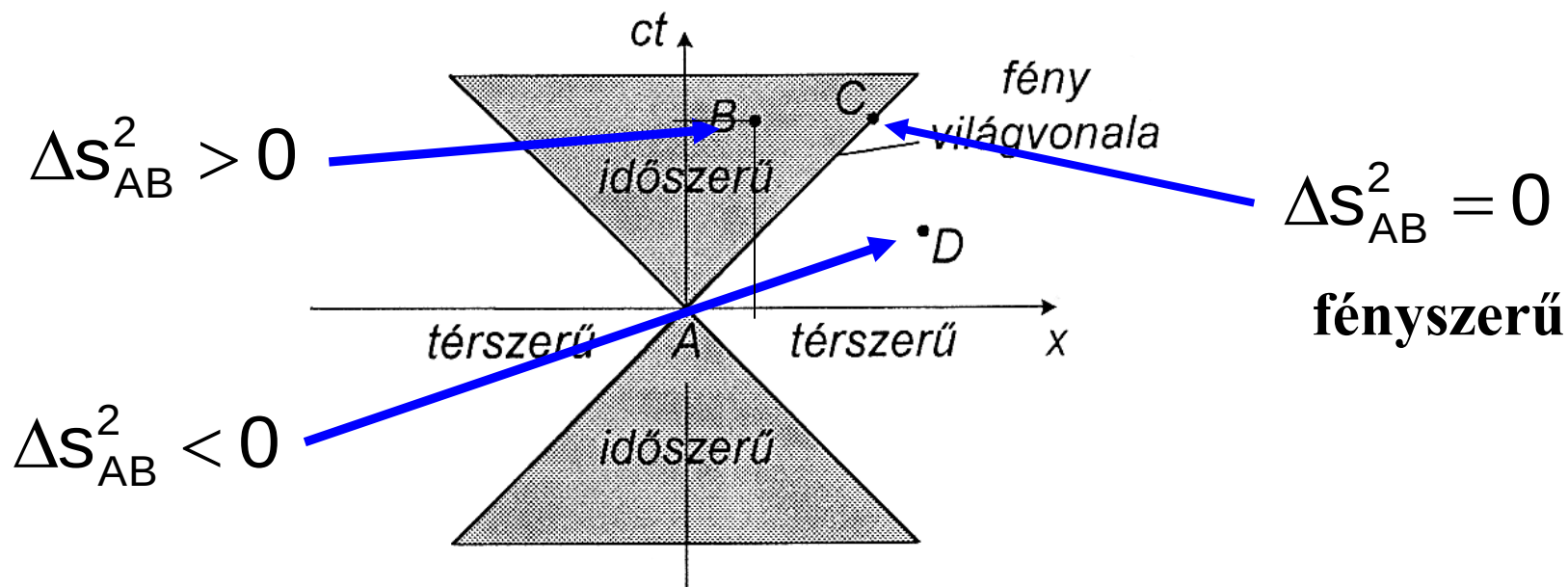
- *A négyes állapotvektor komponensei a Lorentz-transzformációval transzformálódnak.*
- *Két esemény közötti „négydimenziós távolság” négyzete legyen invariáns a Lorentz-transzformációval szemben.*

Bebizonyítható, hogy az (x_1, y_1, z_1, t_1) és az (x_2, y_2, z_2, t_2) eseményekre felírt

$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

intervallumnégyzet **vagy** négyes-távolságnégyzet invariáns a Lorentz-transzformációval szemben.

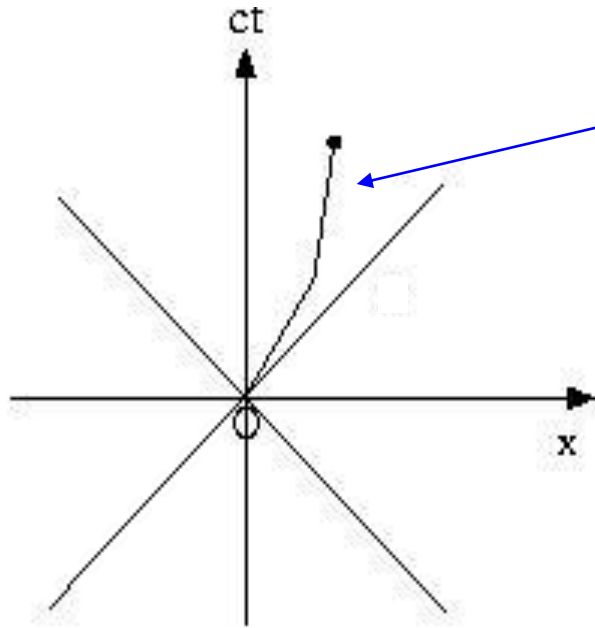
A négyestér tartományai



$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

Meghatározzuk, hogy milyen az előjele egy vonatkoztatási esemény és a vizsgált tartományba eső eseményt összekötő intervallumnégyzetnek.

Tömegpont mozgása a négyestérben

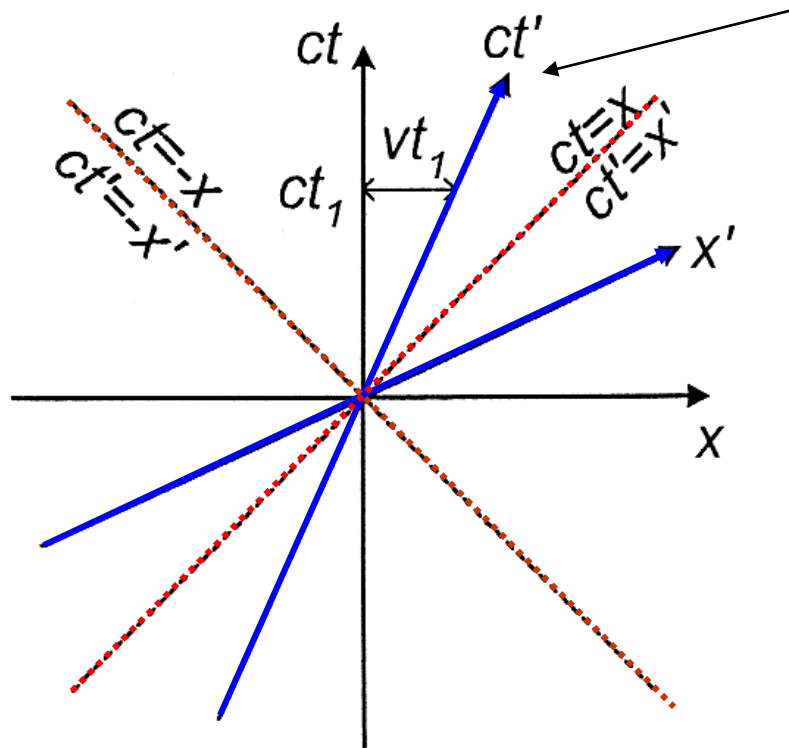


Tömegpont világvonala

**Még sohasem figyeltek meg
olyan részecskét, ami a
fény vákuumbeli
sebességénél gyorsabban
mozgott volna.**

**A tömegpontnak az időszerű téridő
tartományba eső világvonalat kell követnie.**

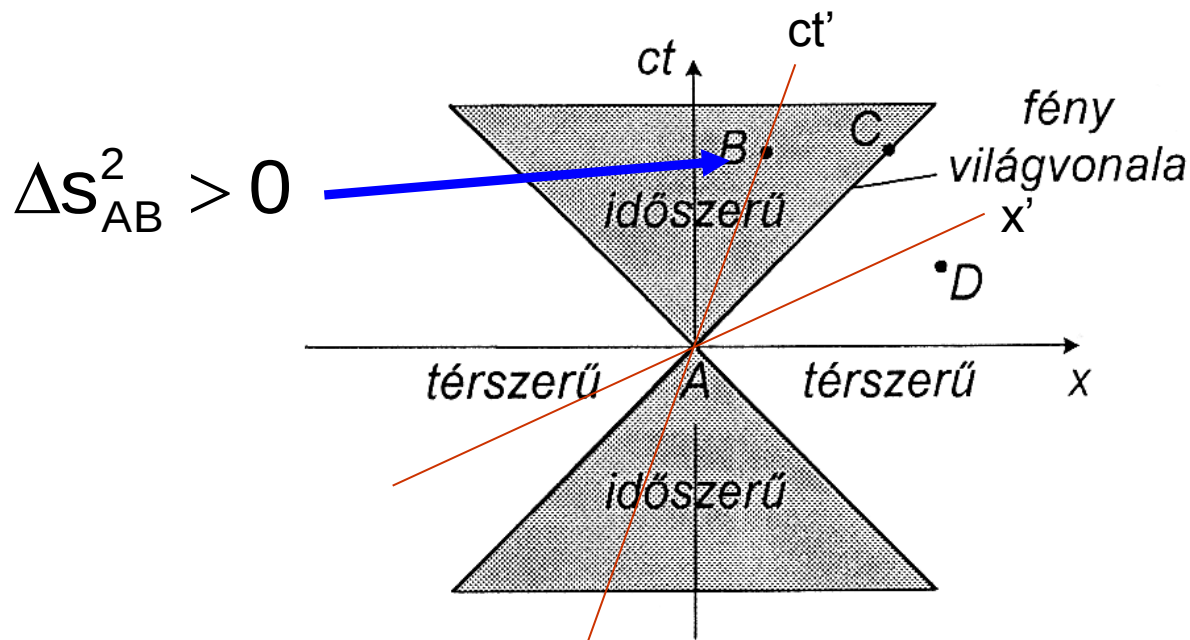
Az egymáshoz képest állandó sebességgel mozgó rendszerek ábrázolása négyestérben



A t' tengely helyzetének meghatározása

Az x' tengely helyzetét úgy kell megválasztani, hogy a fény világvonala ugyanaz maradjon, és érvényes legyen rá az $x' = ct'$ összefüggés.

Az időszerű téridő tartomány



Ezekhez az eseményekhez lehet találni olyan, az eredetihez képest állandó sebességgel mozgó koordinátarendszert, amelyben az A és B esemény azonos helyen vannak, csak az időpontjuk más.

Az időszerű téridő tartomány

$$\sqrt{(c\Delta\tau)^2} = \Delta S_{AB} = \sqrt{(c\Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}$$

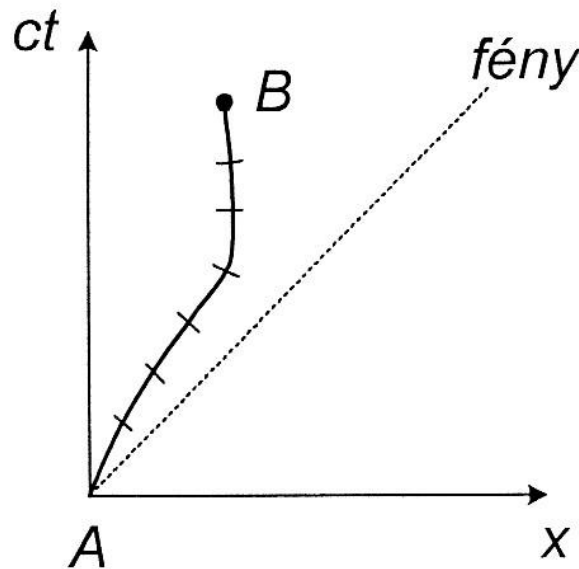
$$\Delta\tau = \frac{\Delta S_{AB}}{c} = \frac{\sqrt{(c\Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2}}{c}$$

Az események $\Delta\tau$ -val jelölt időbeli szeparációját sajátidőnek vagy lokális időnek nevezik.

INVARIÁNS MENNYISÉG !!!

A makroszkopikus sajátidő

Ha a tömegpont sebessége változik, a pillanatnyi sebességének megfelelően mindig más és más inerciarendszerben van nyugalomban.



Elemi sajátidő

$$d\tau = \frac{ds}{c} = \frac{\sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}}{c}$$

Az elemi sajátidő is invariáns.

A makroszkopikus sajátidő

Elemi sajátidő

$$d\tau = \frac{ds}{c} = \frac{\sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}}{c}$$

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 \right]}$$

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}$$

**Az invariáns
makroszkópikus sajátidőt
az elemi sajátidők
összegzésével kapjuk.**

$$\tau = \int_A^B dt \sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2(t)}{c^2}}$$

A relativisztikus dinamika alapjai

Jellemezzük az m_0 nyugalmi tömegű tömegpont mozgását egy új négyesvektorral:

$$(cdt, dx, dy, dz) \cdot \frac{m_0}{d\tau} \quad \frac{m_0}{d\tau} \text{ egy invariáns skalár}$$

$$\left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}} \right) \quad d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}$$

A relativisztikus impulzus és tömeg

$$\left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}} \right)$$

A fenti négyesvektor utolsó három komponense kis sebességekre ($v_{\text{pill}} \ll c$) a közönséges impulzusvektor három komponensét adja.

$$p_x = m v_x \quad p_y = m v_y \quad p_z = m v_z$$

A relativisztikus impulzus és tömeg

$$p_x = mv_x \quad p_y = mv_y \quad p_z = mv_z$$

A fenti négyesvektor utolsó három komponense kis sebességekre ($v_{pill} \ll c$) a közönséges impulzusvektor három komponensét adja.

Ennek alapján:

$$\underline{p} = \frac{m_0 \underline{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Relativisztikus tömegnövekedés
(több direkt kísérlet igazolta)

A Lorentz-transzformációval szemben invariáns mozgásegyenlet

$$\underline{F} = \frac{d\underline{p}}{dt} = \frac{d(m\underline{v})}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \underline{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

Kis sebességekre visszkapjuk a mozgásegyenlet szokásos alakját.

Az energia a relativitáselméletben

$$\left(\frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}}, \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \frac{v_{\text{pill}}^2}{c^2}}} \right)$$

Mi lehet a szerepe?

Az energia a relativitáselméletben

A munkatétel értelmében:

$$W_{12} = \int_1^2 \underline{F} d\underline{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \Delta E_m$$

**Ha a tömegpontnak
nincs helyzeti
energiája**



$$W_{12} = \Delta E$$

Teljes energia változás

$$W_{12} = \int_1^2 \underline{F} d\underline{r} = \int_1^2 \frac{d\underline{p}}{dt} d\underline{r} = \int_1^2 v(p) dp$$

Az energia a relativitáselméletben

$$W_{12} = \int_1^2 \underline{F} d\underline{r} = \int_1^2 \frac{d\underline{p}}{dt} d\underline{r} = \int_1^2 v(p) dp$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad v(p) = \frac{cp}{\sqrt{m_0^2 c^2 + p^2}}$$

$$W_{12} = c \sqrt{m_0^2 c^2 + p_2^2} - c \sqrt{m_0^2 c^2 + p_1^2}$$

Az energia a relativitáselméletben

$$W_{12} = c\sqrt{m_0^2c^2 + p_2^2} - c\sqrt{m_0^2c^2 + p_1^2}$$

Ez azt jelenti, hogy ha nincs helyzeti energia, akkor a munkatétel alapján az energiának az alábbi kifejezés felel meg:

$$E(p) = c\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}$$

$$E(v) = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Az energia a relativitáselméletben

$$E(v) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\begin{array}{ccc} E = mc^2 & & \\ \swarrow & & \searrow \\ E_1 = m_1 c^2 & & E_2 = m_2 c^2 \\ \swarrow & & \searrow \\ \Delta E = \Delta mc^2 & & \end{array}$$

Egy rendszerben az energia és a tömeg változása mindig együtt jár, egymással arányosan történik.

Az energia a relativitáselméletben

$$E(v) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$v \ll c$ esetén $E(v) \cong m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$

$E(v)$ megváltozása a klasszikus mozgási energia megváltozásával egyenlő.

A nyugalmi energia és a tömeghiány

$$E(v) \cong m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

A relativitáselméletben a klasszikus mozgási energiának megfelelő kifejezés:

$$E_m = mc^2 - m_0 c^2$$

$$E = E_m + m_0 c^2$$

$$E_0 = m_0 c^2$$

Nyugalmi energia

A tapasztalatok alapján a nyugalmi energia részben vagy egészben át tud alakulni másfajta energiává.

Ajánlott irodalom

Gamow – Cleveland: **FIZIKA**, Gondolat, Budapest, 1977.

Orear: **MODERN FIZIKA**, Műszaki Könyvkiadó,
Budapest, 1971.

Taylor – Wheeler: **TÉRIDŐ – FIZIKA**, Gondolat,
Budapest, 1974.

Norwood: **SZÁZADUNK FIZIKÁJA**, Műszaki
Könyvkiadó, Budapest, 1981.

Feynman: **HAT MAJD NEM KÖNNYŰ ELŐADÁS**, Akkord
Kiadó, 2004.

Holics: **FIZIKA**, Műszaki Kiadó, Budapest, 1992.