



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Bevezetés az atomfizikába

Berta Miklós
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. október 25.

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával



Bevezetés

- Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

Bevezetés



Bevezetés

• Bevezetés

Kísérleti tények

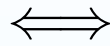
Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

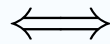
Bevezetés

Makrovilág



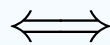
Klasszikus fizika

Mikrovilág



Jó-e a klasszikus fizika itt is?

Kísérleti tények



Túl kell lépni a klasszikus fizika keretein!



Bevezetés

● Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

Bevezetés

Makrovilág $\longleftrightarrow$ Klasszikus fizika
Mikrovilág $\longleftrightarrow$ Jó-e a klasszikus fizika itt is?

Kísérleti tények $\longleftrightarrow$ Túl kell lépni a klasszikus fizika keretein!

Ezek a kísérleti tények a következő jelenségek során merültek fel:

- Abszolút fekete test sugárzása
- Fényelektromos jelenség
- Gázok fénykibocsátása és fényelnyelése



Bevezetés

• Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Bevezetés

Makrovilág $\longleftrightarrow$ Klasszikus fizika
Mikrovilág $\longleftrightarrow$ Jó-e a klasszikus fizika itt is?

Kísérleti tények $\longleftrightarrow$ Túl kell lépni a klasszikus fizika keretein!

Ezek a kísérleti tények a következő jelenségek során merültek fel:

- Abszolút fekete test sugárzása
- Fényelektromos jelenség
- Gázok fénykibocsátása és fényelnyelése

Nincs magyarázat a klasszikus fizika keretein belül!



Bevezetés

● Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

Bevezetés

Makrovilág $\longleftrightarrow$ Klasszikus fizika
Mikrovilág $\longleftrightarrow$ Jó-e a klasszikus fizika itt is?

Kísérleti tények $\longleftrightarrow$ Túl kell lépni a klasszikus fizika keretein!

Ezek a kísérleti tények a következő jelenségek során merültek fel:

- Abszolút fekete test sugárzása
- Fényelektromos jelenség
- Gázok fénykibocsátása és fényelnyelése

**Nincs magyarázat a klasszikus fizika keretein belül!
Általánosabb érvényű elmélet szükséges!**



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Kísérleti tények



Bevezetés

Kísérleti tények

● **Hőmérsékleti sugárzás**

● Fényelektromos jelenség

● Compton-effektus

● Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hőmérsékleti sugárzás

Az anyag T hőmérsékleten elektromágneses sugárzás forrása!



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**

- Fényelektromos jelenség

- Compton-effektus

- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hőmérsékleti sugárzás

Az anyag T hőmérsékleten elektromágneses sugárzás forrása!

- izzó vasdarab
- a környezettől eltérő hőmérsékletű anyagok megfigyelése infratávcsövekkel



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hőmérsékleti sugárzás

Az anyag T hőmérsékleten elektromágneses sugárzás forrása!

- izzó vasdarab
- a környezettől eltérő hőmérsékletű anyagok megfigyelése infratávcsövekkel

Azt a sugárzót amelyik elnyeli az összes ráeső elektromágneses sugárzást abszolút fekete testnek nevezzük.



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hőmérsékleti sugárzás

Az anyag T hőmérsékleten elektromágneses sugárzás forrása!

- izzó vasdarab
- a környezettől eltérő hőmérsékletű anyagok megfigyelése infratávcsövekkel

Azt a sugárzót amelyik elnyeli az összes ráeső elektromágneses sugárzást abszolút fekete testnek nevezzük.

Az abszolút fekete test csak a rá jellemző, hőmérsékletétől függő, hőmérsékleti sugárzást bocsájt ki.



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hőmérsékleti sugárzás

Az anyag T hőmérsékleten elektromágneses sugárzás forrása!

- izzó vasdarab
- a környezettől eltérő hőmérsékletű anyagok megfigyelése infratávcsövekkel

Azt a sugárzót amelyik elnyeli az összes ráeső elektromágneses sugárzást abszolút fekete testnek nevezzük.

Az abszolút fekete test csak a rá jellemző, hőmérsékletétől függő, hőmérsékleti sugárzást bocsájt ki.

Az elektromágneses sugárzás $u(\nu)$ spektrális intenzitásán az I intenzitás ν frekvencia szerinti eloszlását értjük.



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hőmérsékleti sugárzás

Az anyag T hőmérsékleten elektromágneses sugárzás forrása!

- izzó vasdarab
- a környezettől eltérő hőmérsékletű anyagok megfigyelése infratávcsövekkel

Azt a sugárzót amelyik elnyeli az összes ráeső elektromágneses sugárzást abszolút fekete testnek nevezzük.

Az abszolút fekete test csak a rá jellemző, hőmérsékletétől függő, hőmérsékleti sugárzást bocsájt ki.

Az elektromágneses sugárzás $u(\nu)$ spektrális intenzitásán az I intenzitás ν frekvencia szerinti eloszlását értjük.

$u(\nu) d\nu$ megadja, hogy az I intenzitású sugárzásban mekkora intenzitást képviselnek a $(\nu, \nu + d\nu)$ frekvenciaintervallumba eső frekvenciájú elektromágneses sugarak.



Bevezetés

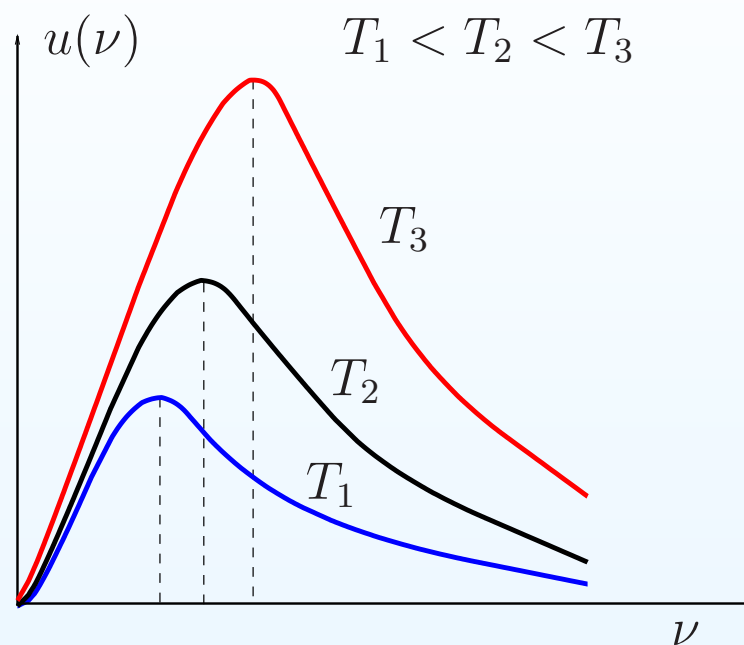
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

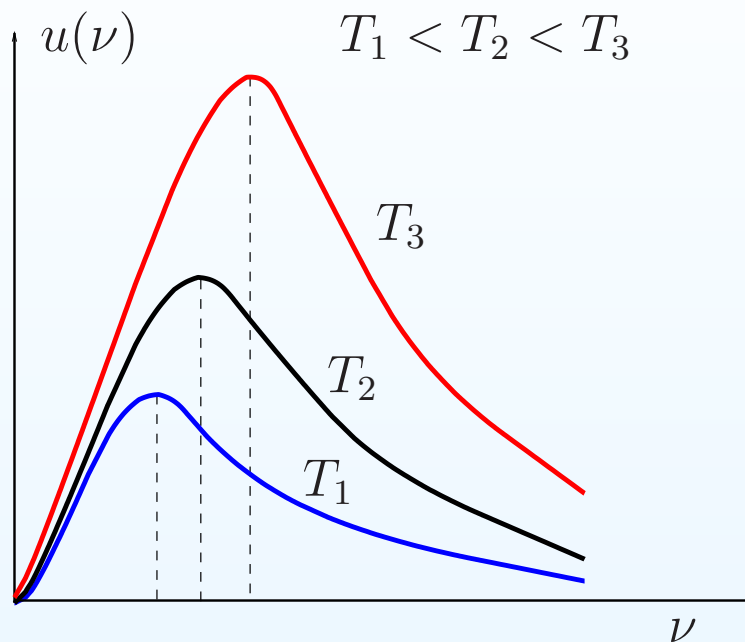
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Wien-féle eltolódási törvény:

$$\frac{\nu_{max}}{T} = \text{konstans}$$



Bevezetés

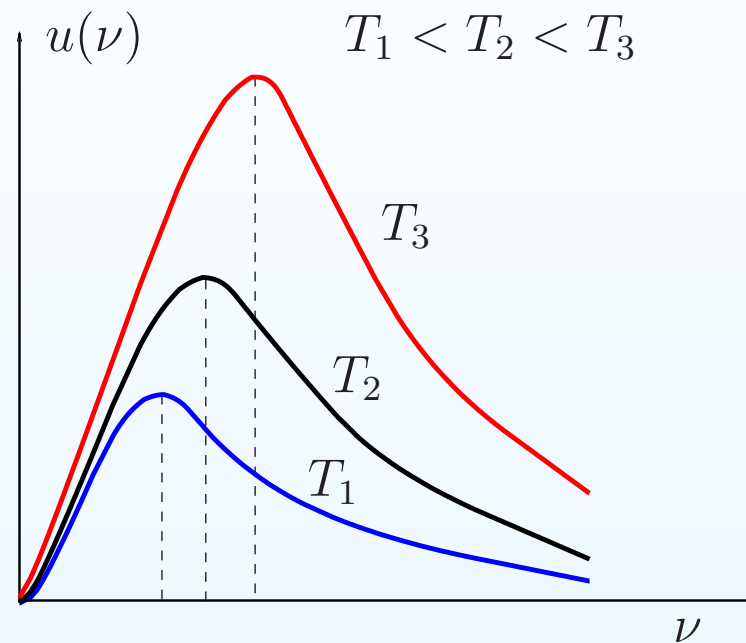
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Wien-féle eltolódási törvény:

$$\frac{\nu_{max}}{T} = \text{konstans}$$

Stefan-Boltzmann törvény:

$$u(T) = \sigma T^4$$



Bevezetés

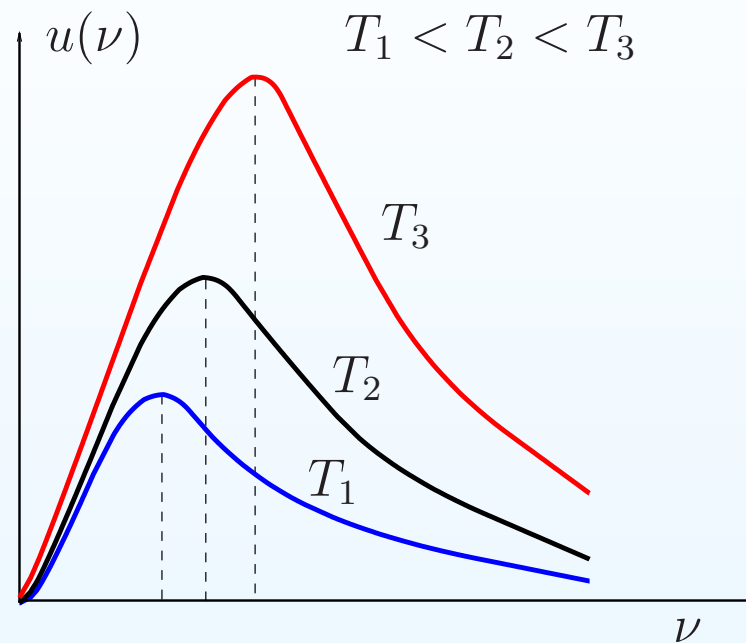
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Wien-féle eltolódási törvény:

$$\frac{\nu_{max}}{T} = \text{konstans}$$

Stefan-Boltzmann törvény:

$$u(T) = \sigma T^4$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az abszolút fekete test mért spektrális intenzitása csak akkor magyarázható, ha feltesszük, hogy az elektromágneses mező **energiakvantummal (foton)** rendelkezik, melynek energiája:

$$E_{\nu} = h\nu$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az abszolút fekete test mért spektrális intenzitása csak akkor magyarázható, ha feltesszük, hogy az elektromágneses mező **energiakvantummal (foton)** rendelkezik, melynek energiája:

$$E_{\nu} = h\nu$$

h -a Planck-állandó

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az abszolút fekete test mért spektrális intenzitása csak akkor magyarázható, ha feltesszük, hogy az elektromágneses mező **energiakvantummal (foton)** rendelkezik, melynek energiája:

$$E_\nu = h\nu$$

h -a Planck-állandó

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Ekkor

$$u(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Példa

Határozza meg az abszolút fekete test sugárzásának intenzitását T hőmérsékleten!



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Példa

Határozza meg az abszolút fekete test sugárzásának intenzitását T hőmérsékleten!

Megoldás:
$$I(T) = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Példa

Határozza meg az abszolút fekete test sugárzásának intenzitását T hőmérsékleten!

Megoldás:
$$I(T) = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Vezessük be az $x = \frac{h\nu}{kT}$ helyettesítést! Ekkor:

$$I(T) = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Példa

Határozza meg az abszolút fekete test sugárzásának intenzitását T hőmérsékleten!

Megoldás:
$$I(T) = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Vezessük be az $x = \frac{h\nu}{kT}$ helyettesítést! Ekkor:

$$I(T) = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

A határozott integrálok táblázatából $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$.



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Példa

Határozza meg az abszolút fekete test sugárzásának intenzitását T hőmérsékleten!

Megoldás:
$$I(T) = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Vezessük be az $x = \frac{h\nu}{kT}$ helyettesítést! Ekkor:

$$I(T) = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

A határozott integrálok táblázatából $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$.

Tehát:

$$I(T) = \sigma T^4,$$

ahol
$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- **Hőmérsékleti sugárzás**
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Példa

Határozza meg az abszolút fekete test sugárzásának intenzitását T hőmérsékleten!

Megoldás:
$$I(T) = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

Vezessük be az $x = \frac{h\nu}{kT}$ helyettesítést! Ekkor:

$$I(T) = \frac{2\pi k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

A határozott integrálok táblázatából $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$.

Tehát:

$$I(T) = \sigma T^4,$$

ahol $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

A Planck által a kvantumhipotézis alapján talált összefüggésből tehát következik a Stefan-Boltzmann törvény.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Fényelektromos jelenség

Jelenség: Elektromágneses sugarak anyaggal (fémekkel) való kölcsönhatása.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Fényelektromos jelenség

Jelenség: Elektromágneses sugarak anyaggal (fémekkel) való kölcsönhatása.

- Csak bizonyos frekvenciánál nagyobb frekvenciájú sugárzás hatására válnak ki az anyagból a fotoelektronoknak elnevezett részecskék.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Fényelektromos jelenség

Jelenség: Elektromágneses sugarak anyaggal (fémekkel) való kölcsönhatása.

- Csak bizonyos frekvenciánál nagyobb frekvenciájú sugárzás hatására válnak ki az anyagból a fotoelektronoknak elnevezett részecskék.
- A kilépő elektronok mozgási energiája csak a beeső monokromatikus sugárzás frekvenciájától függ, és független a sugárzás intenzitásától.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Fényelektromos jelenség

Jelenség: Elektromágneses sugarak anyaggal (fémekkel) való kölcsönhatása.

- Csak bizonyos frekvenciánál nagyobb frekvenciájú sugárzás hatására válnak ki az anyagból a fotoelektronoknak elnevezett részecskék.
- A kilépő elektronok mozgási energiája csak a beeső monokromatikus sugárzás frekvenciájától függ, és független a sugárzás intenzitásától.
- Az intenzitás növelése csak a kilépő elektronok számát növelte, és semmilyen hatással nem volt az energiájukra.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Fényelektromos jelenség

Jelenség: Elektromágneses sugarak anyaggal (fémekkel) való kölcsönhatása.

- Csak bizonyos frekvenciánál nagyobb frekvenciájú sugárzás hatására válnak ki az anyagból a fotoelektronoknak elnevezett részecskék.
- A kilépő elektronok mozgási energiája csak a beeső monokromatikus sugárzás frekvenciájától függ, és független a sugárzás intenzitásától.
- Az intenzitás növelése csak a kilépő elektronok számát növelte, és semmilyen hatással nem volt az energiájukra.

Albert Einstein a kvantumhipotézist használta a fényelektromos jelenség magyarázatára.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Fényelektromos jelenség

Jelenség: Elektromágneses sugarak anyaggal (fémekkel) való kölcsönhatása.

- Csak bizonyos frekvenciánál nagyobb frekvenciájú sugárzás hatására válnak ki az anyagból a fotoelektronoknak elnevezett részecskék.
- A kilépő elektronok mozgási energiája csak a beeső monokromatikus sugárzás frekvenciájától függ, és független a sugárzás intenzitásától.
- Az intenzitás növelése csak a kilépő elektronok számát növelte, és semmilyen hatással nem volt az energiájukra.

Albert Einstein a kvantumhipotézist használta a fényelektromos jelenség magyarázatára.

$$h\nu = A + \frac{1}{2}m_e v^2$$



Bevezetés

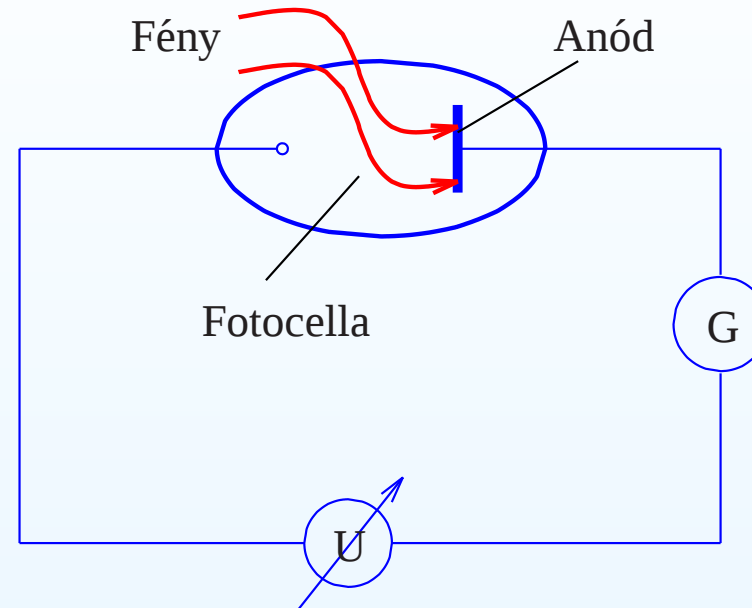
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

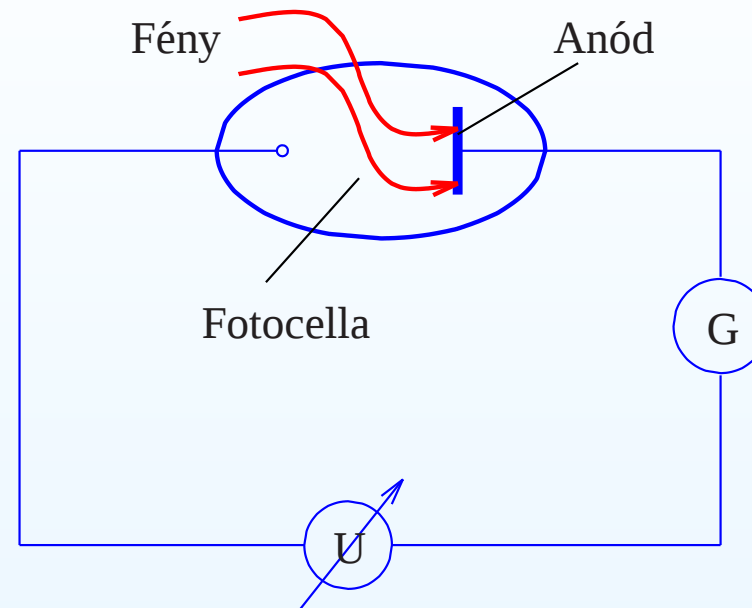
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Kísérleti elrendezés, amelyik lehetővé teszi a fotoelektronok mozgási energiájának mérését.



Bevezetés

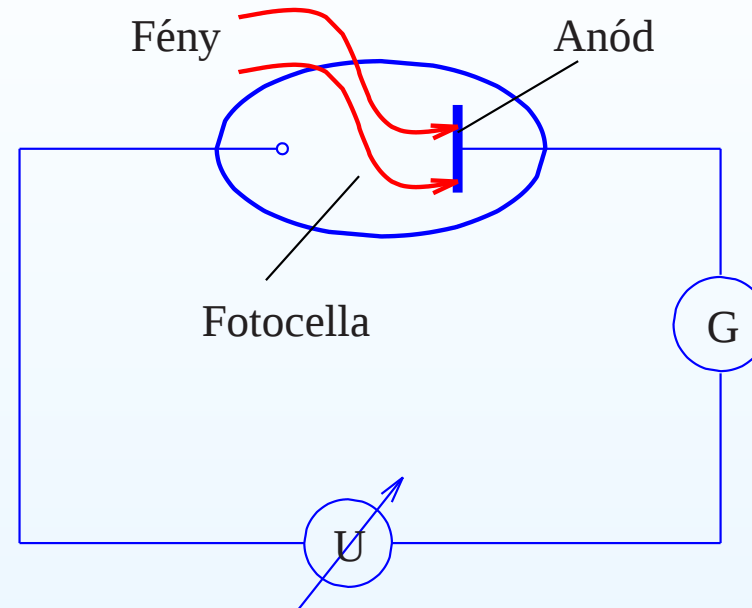
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Kísérleti elrendezés, amelyik lehetővé teszi a fotoelektronok mozgási energiájának mérését.
A fémből készült anódra beeső fény váltja ki a fotoelektronokat.



Bevezetés

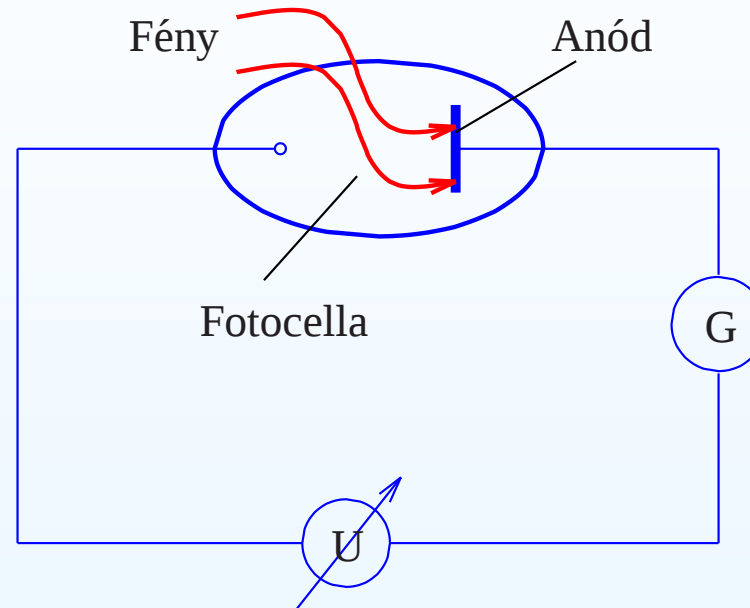
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Kísérleti elrendezés, amelyik lehetővé teszi a fotoelektronok mozgási energiájának mérését.

A fémből készült anódra beeső fény váltja ki a fotoelektronokat. Ezek a változtatható feszültségű ellentérben lassulnak, míg egy bizonyos feszültség mellett, amit lezárási feszültségnek hívunk (U_0), az áram az áramkörben nullára esik, amit a galvanométer jelez.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor az áram az áramkörben nulla, akkor az ellentétrel szemben végzett munka egyenlő az elektronok mozgási energiájával.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- **Fényelektromos jelenség**
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor az áram az áramkörben nulla, akkor az ellentétrel szemben végzett munka egyenlő az elektronok mozgási energiájával.

$$eU_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

A fotoeffektus kísérleti tanulmányozása során vizsgálták azt is, hogy miként függ a lezárási feszültség a beeső fény frekvenciájától.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

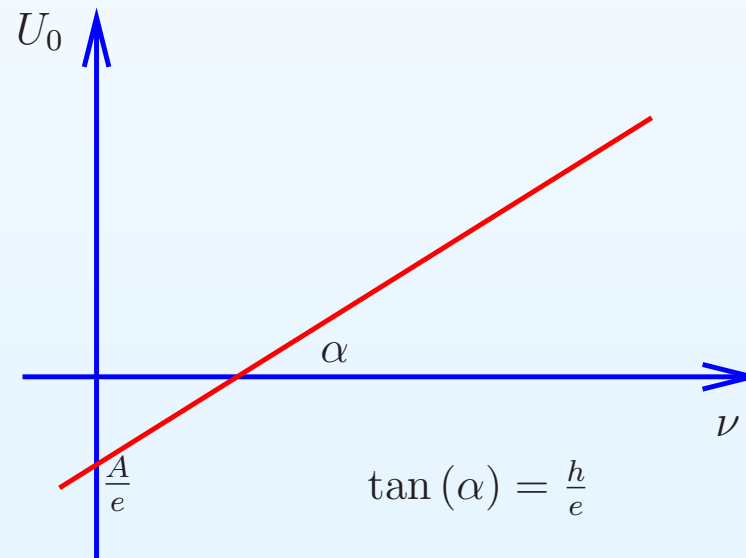
Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor az áram az áramkörben nulla, akkor az ellentétrel szemben végzett munka egyenlő az elektronok mozgási energiájával.

$$eU_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

A fotoeffektus kísérleti tanulmányozása során vizsgálták azt is, hogy miként függ a lezárási feszültség a beeső fény frekvenciájától.





Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

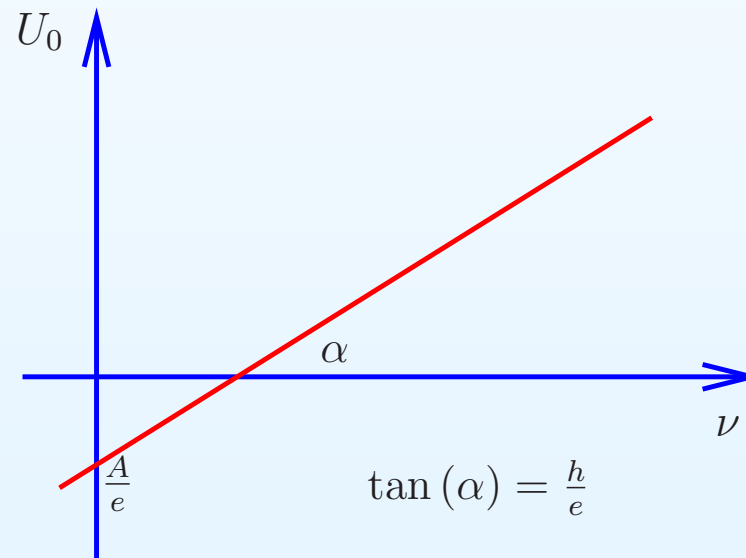
Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor az áram az áramkörben nulla, akkor az ellentétrel szemben végzett munka egyenlő az elektronok mozgási energiájával.

$$eU_0 = \frac{1}{2}mv^2$$

A fotoeffektus kísérleti tanulmányozása során vizsgálták azt is, hogy miként függ a lezárási feszültség a beeső fény frekvenciájától.



$$U_0(\nu) = \frac{h}{e}\nu + \frac{A}{e}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton-effektus

Meglepetést jelentett az a megfigyelés, hogy az anyag elektronjain a néhány keV energiájú fotonok szóródásakor megváltozik azok frekvenciája, és így energiája is.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton-effektus

Meglepetést jelentett az a megfigyelés, hogy az anyag elektronjain a néhány keV energiájú fotonok szóródásakor megváltozik azok frekvenciája, és így energiája is.

1 eV energiára tesz szert egy elektron, ha 1 V feszültség gyorsítja.

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

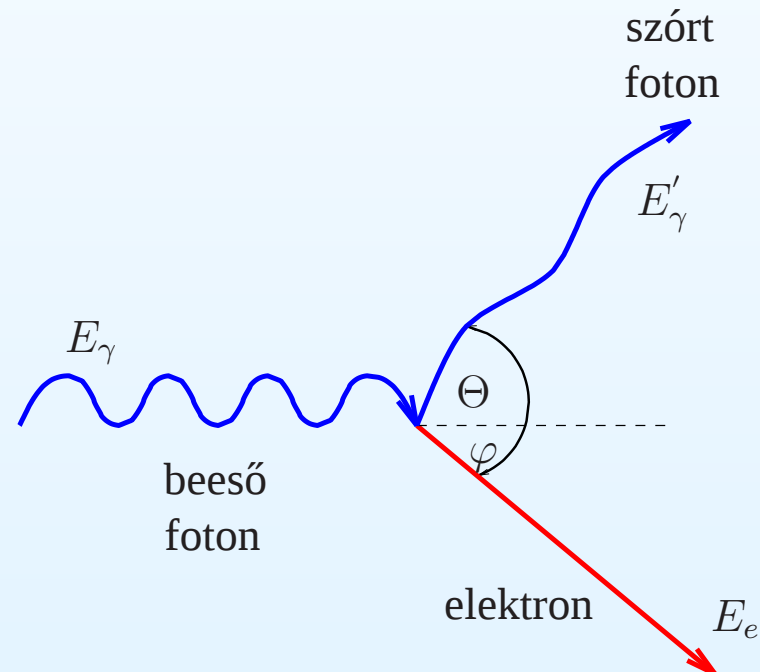
Az elektron állapotai az atomban

Compton-effektus

Meglepetést jelentett az a megfigyelés, hogy az anyag elektronjain a néhány keV energiájú fotonok szóródásakor megváltozik azok frekvenciája, és így energiája is.

1 eV energiára tesz szert egy elektron, ha 1 V feszültség gyorsítja.

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$





Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

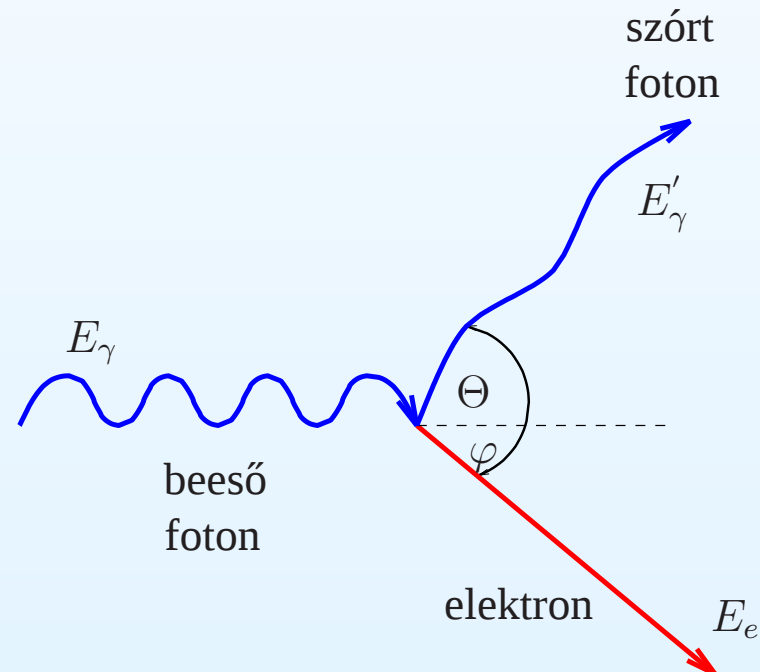
Az elektron állapotai az atomban

Compton-effektus

Meglepetést jelentett az a megfigyelés, hogy az anyag elektronjain a néhány keV energiájú fotonok szóródásakor megváltozik azok frekvenciája, és így energiája is.

1 eV energiára tesz szert egy elektron, ha 1 V feszültség gyorsítja.

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$





Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton a jelenség magyarázatakor a kvantumhipotézisből indult ki.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton a jelenség magyarázatakor a kvantumhipotézisből indult ki. Feltette, hogy a fotonnak $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ impulzusa van, és tökéletesen rugalmasan ütközik az elektronnal.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton a jelenség magyarázatakor a kvantumhipotézisből indult ki. Feltette, hogy a fotonnak $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ impulzusa van, és tökéletesen rugalmasan ütközik az elektronnal.

Compton tehát feltételezte az energiamegmaradás tételének és az impulzusmegmaradás tételének érvényességét a folyamatban.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton a jelenség magyarázatakor a kvantumhipotézisből indult ki. Feltette, hogy a fotonnak $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ impulzusa van, és tökéletesen rugalmasan ütközik az elektronnal.

Compton tehát feltételezte az energiamegmaradás tételének és az impulzusmegmaradás tételének érvényességét a folyamatban.

$$\underline{p}_{\gamma} = \underline{p}'_{\gamma} + \underline{p}_e$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton a jelenség magyarázatakor a kvantumhipotézisből indult ki. Feltette, hogy a fotonnak $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ impulzusa van, és tökéletesen rugalmasan ütközik az elektronnal.

Compton tehát feltételezte az energiamegmaradás tételének és az impulzusmegmaradás tételének érvényességét a folyamatban.

$$\underline{p}_\gamma = \underline{p}'_\gamma + \underline{p}_e$$

$$E_\gamma + m_e c^2 = E'_\gamma + E_e$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Compton a jelenség magyarázatakor a kvantumhipotézisből indult ki. Feltette, hogy a fotonnak $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ impulzusa van, és tökéletesen rugalmasan ütközik az elektronnal.

Compton tehát feltételezte az energiamegmaradás tételének és az impulzusmegmaradás tételének érvényességét a folyamatban.

$$\underline{p}_\gamma = \underline{p}'_\gamma + \underline{p}_e$$

$$E_\gamma + m_e c^2 = E'_\gamma + E_e$$

A relativitás elméletéből tudjuk, hogy egy részecske energiája és impulzusa között a következő összefüggés áll fenn:

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4.$$



Bevezetés

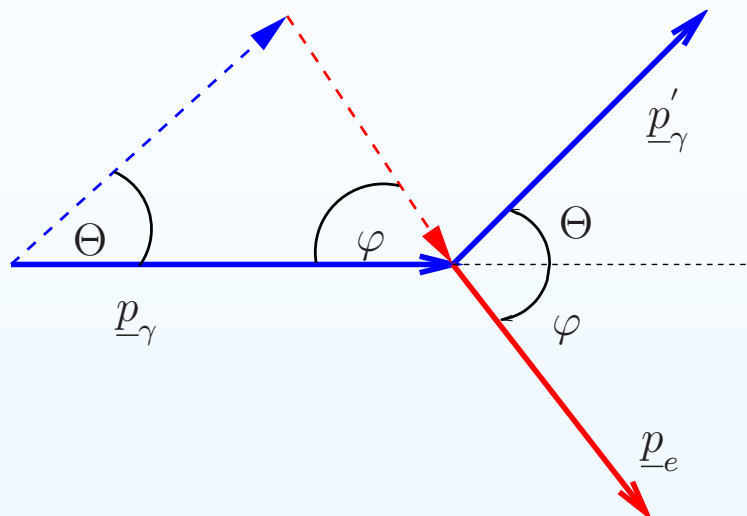
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- **Compton-effektus**
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

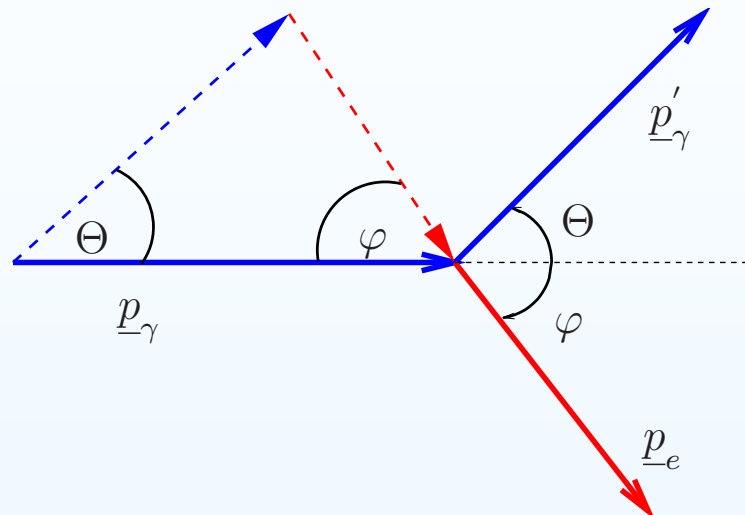
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Írjuk át az energia megmaradásának tételét az impulzus és energia közötti relativisztikus összefüggés felhasználásával:

$$p_{\gamma}c + m_e c^2 = p'_{\gamma}c + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}.$$



Bevezetés

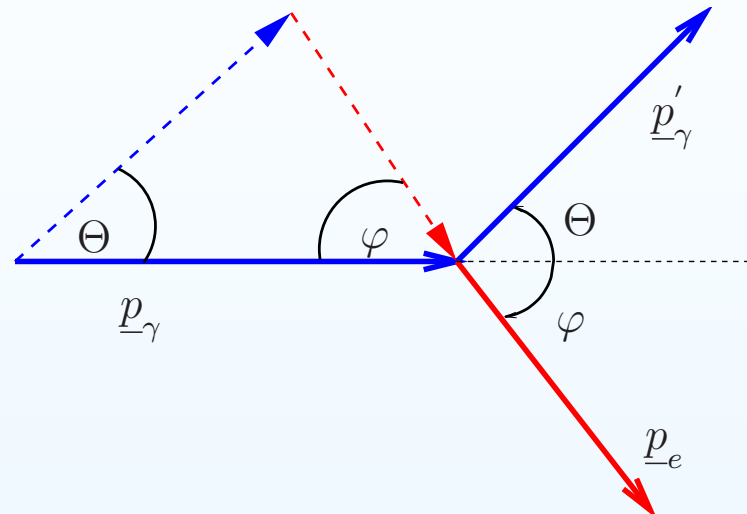
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Írjuk át az energia megmaradásának tételét az impulzus és energia közötti relativisztikus összefüggés felhasználásával:

$$p_{\gamma}c + m_e c^2 = p'_{\gamma}c + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}.$$

Rendezés után:

$$p_e^2 = (p_{\gamma} - p'_{\gamma})^2 - 2m_e c(p_{\gamma} - p'_{\gamma}).$$



Bevezetés

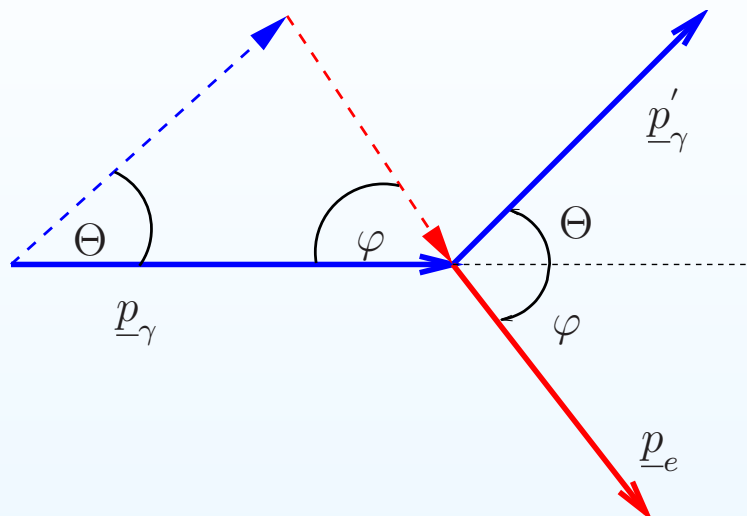
Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Írjuk át az energia megmaradásának tételét az impulzus és energia közötti relativisztikus összefüggés felhasználásával:

$$p_{\gamma}c + m_e c^2 = p'_{\gamma}c + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}.$$

Rendezés után:

$$p_e^2 = (p_{\gamma} - p'_{\gamma})^2 - 2m_e c(p_{\gamma} - p'_{\gamma}).$$

A koszinusz-tétel felhasználásával az ábra alapján:

$$p_e^2 = p_{\gamma}^2 + p_{\gamma}'^2 - 2p_{\gamma}p_{\gamma}' \cos \Theta.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A kifejezéseket egyenlővé téve, és a kapott egyenletből a szórt foton lendületét kifejezve:

$$p'_\gamma = \frac{p_\gamma}{1 + \frac{p_\gamma}{m_e c} (1 - \cos \Theta)}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A kifejezéseket egyenlővé téve, és a kapott egyenletből a szórt foton lendületét kifejezve:

$$p'_\gamma = \frac{p_\gamma}{1 + \frac{p_\gamma}{m_e c} (1 - \cos \Theta)}.$$

Mivel $p = \frac{E}{c}$, a szórt foton energiája a következő egyenlet szerint alakul:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta)}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A kifejezéseket egyenlővé téve, és a kapott egyenletből a szórt foton lendületét kifejezve:

$$p'_\gamma = \frac{p_\gamma}{1 + \frac{p_\gamma}{m_e c} (1 - \cos \Theta)}.$$

Mivel $p = \frac{E}{c}$, a szórt foton energiája a következő egyenlet szerint alakul:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta)}.$$

Az előzőek alapján kiszámítható a foton hullámhosszának megváltozása is:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos).$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A kifejezéseket egyenlővé téve, és a kapott egyenletből a szórt foton lendületét kifejezve:

$$p'_\gamma = \frac{p_\gamma}{1 + \frac{p_\gamma}{m_e c} (1 - \cos \Theta)}.$$

Mivel $p = \frac{E}{c}$, a szórt foton energiája a következő egyenlet szerint alakul:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta)}.$$

Az előzőek alapján kiszámítható a foton hullámhosszának megváltozása is:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos).$$

A $\frac{h}{m_e c}$ kifejezést az elektron **Compton-hullámhosszának** nevezzük.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A kifejezéseket egyenlővé téve, és a kapott egyenletből a szórt foton lendületét kifejezve:

$$p'_\gamma = \frac{p_\gamma}{1 + \frac{p_\gamma}{m_e c} (1 - \cos \Theta)}.$$

Mivel $p = \frac{E}{c}$, a szórt foton energiája a következő egyenlet szerint alakul:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta)}.$$

Az előzőek alapján kiszámítható a foton hullámhosszának megváltozása is:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos).$$

A $\frac{h}{m_e c}$ kifejezést az elektron **Compton-hullámhosszának** nevezzük. **Compton az elektromágneses hullámokhoz részecske tulajdonságokat rendelt.**



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hullám-részecske kettősség

Compton elgondolását Louis de Broglie tette szimmetrikussá, amikor a klasszikus értelemben vett részecskékhez hullámtulajdonságokat rendelt.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hullám-részecske kettősség

Compton elgondolását Louis de Broglie tette szimmetrikussá, amikor a klasszikus értelemben vett részecskékhez hullámtulajdonságokat rendelt.

A foton esetében a Compton-féle hozzárendelés a következő:

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- **Hullám-részecske kettősség**

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hullám-részecske kettősség

Compton elgondolását Louis de Broglie tette szimmetrikussá, amikor a klasszikus értelemben vett részecskékhez hullámtulajdonságokat rendelt.

A foton esetében a Compton-féle hozzárendelés a következő:

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Louis de Broglie nem tett mást mint megfordította Compton gondolatmenetét.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hullám-részecske kettősség

Compton elgondolását Louis de Broglie tette szimmetrikussá, amikor a klasszikus értelemben vett részecskékhez hullámtulajdonságokat rendelt.

A foton esetében a Compton-féle hozzárendelés a következő:

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Louis de Broglie nem tett mást mint megfordította Compton gondolatmenetét.

Ennek értelmében egy p impulzusú részecskének

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

hullámhosszúságú hullám feleltethető meg.



Bevezetés

Kísérleti tények

- Hőmérsékleti sugárzás
- Fényelektromos jelenség
- Compton-effektus
- Hullám-részecske kettősség

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hullám-részecske kettősség

Compton elgondolását Louis de Broglie tette szimmetrikussá, amikor a klasszikus értelemben vett részecskékhez hullámtulajdonságokat rendelt.

A foton esetében a Compton-féle hozzárendelés a következő:

$$E = h\nu$$

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Louis de Broglie nem tett mást mint megfordította Compton gondolatmenetét.

Ennek értelmében egy p impulzusú részecskének

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

hullámhosszúságú hullám feleltethető meg.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Atommodellek



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● **Rutherford-féle
atommodell**

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

Rutherford-féle atommodell

Az elektron az elemi negatív töltés hordozója.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford-féle atommodell

Az elektron az elemi negatív töltés hordozója.

Hogyan oszlik el az anyagban az elektronok negatív töltését kompenzáló pozitív töltésű alkotórész, melynek léteznie kell, mert az anyag általában elektromosan semleges?



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

● A hidrogén színe

● Bohr-féle atommodell

● Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford-féle atommodell

Az elektron az elemi negatív töltés hordozója.

Hogyan oszlik el az anyagban az elektronok negatív töltését kompenzáló pozitív töltésű alkotórész, melynek léteznie kell, mert az anyag általában elektromosan semleges?

Már a kinetikus gázelméletből meg lehetett becsülni az atomok méretét. Ez 10^{-10} m nagyságrendűnek adódott.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

● A hidrogén színe

● Bohr-féle atommodell

● Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford-féle atommodell

Az elektron az elemi negatív töltés hordozója.

Hogyan oszlik el az anyagban az elektronok negatív töltését kompenzáló pozitív töltésű alkotórész, melynek léteznie kell, mert az anyag általában elektromosan semleges?

Már a kinetikus gázelméletből meg lehetett becsülni az atomok méretét. Ez 10^{-10} m nagyságrendűnek adódott.

Thomson feltételezte, hogy a pozitív anyagrész kitölti az atomok teljes térfogatát, és az elektronok ebben vannak kötve az elektromos erők által.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

● A hidrogén színe

● Bohr-féle atommodell

● Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford-féle atommodell

Az elektron az elemi negatív töltés hordozója.

Hogyan oszlik el az anyagban az elektronok negatív töltését kompenzáló pozitív töltésű alkotórész, melynek léteznie kell, mert az anyag általában elektromosan semleges?

Már a kinetikus gázelméletből meg lehetett becsülni az atomok méretét. Ez 10^{-10} m nagyságrendűnek adódott.

Thomson feltételezte, hogy a pozitív anyagrész kitölti az atomok teljes térfogatát, és az elektronok ebben vannak kötve az elektromos erők által.

A XX. század elején fedezték fel a természetes radioaktivitást. Ennek egyik komponense az α – sugárzás, amely kétszeres elemi pozitív töltést hordozó részecskék árama.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

● A hidrogén színe

● Bohr-féle atommodell

● Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford-féle atommodell

Az elektron az elemi negatív töltés hordozója.

Hogyan oszlik el az anyagban az elektronok negatív töltését kompenzáló pozitív töltésű alkotórész, melynek léteznie kell, mert az anyag általában elektromosan semleges?

Már a kinetikus gázelméletből meg lehetett becsülni az atomok méretét. Ez 10^{-10} m nagyságrendűnek adódott.

Thomson feltételezte, hogy a pozitív anyagrész kitölti az atomok teljes térfogatát, és az elektronok ebben vannak kötve az elektromos erők által.

A XX. század elején fedezték fel a természetes radioaktivitást. Ennek egyik komponense az α —sugárzás, amely kétszeres elemi pozitív töltést hordozó részecskék árama.

Ezekkel sokkal effektívebben tanulmányozható az atomszerkezet. Az α —sugárzásban terjedő részecskék tömege mintegy 7340-szerese az elektron tömegének, töltésük pedig kétszeres pozitív elemi töltés.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford az új sugárzással bombázott vékony fémfóliákat, és arra volt kíváncsi, mennyiben tér el a fólia mögötti szórési kép attól, amit katódsugarak esetében tapasztaltak.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színeke
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford az új sugárzással bombázott vékony fémfóliákat, és arra volt kíváncsi, mennyiben tér el a fólia mögötti szórési kép attól, amit katódsugarak esetében tapasztaltak.

A várakozásokkal ellentétben átlagosan minden 40 000-dik α —rész visszapattant a fóliáról.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford az új sugárzással bombázott vékony fémfóliákat, és arra volt kíváncsi, mennyiben tér el a fólia mögötti szórési kép attól, amit katódsugarak esetében tapasztaltak.

A várakozásokkal ellentétben átlagosan minden 40 000-dik α — rész visszapattant a fóliáról.

Rutherford a jelenséget azzal a feltételezéssel magyarázta, hogy az atom pozitív része nem tölti ki az atom teljes térfogatát, hanem az atom közepén helyezkedik el. Ez az **atommag**.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford az új sugárzással bombázott vékony fémfóliákat, és arra volt kíváncsi, mennyiben tér el a fólia mögötti szórás kép attól, amit katódsugarak esetében tapasztaltak.

A várakozásokkal ellentétben átlagosan minden 40 000-dik α — rész visszapattant a fóliáról.

Rutherford a jelenséget azzal a feltételezéssel magyarázta, hogy az atom pozitív része nem tölti ki az atom teljes térfogatát, hanem az atom közepén helyezkedik el. Ez az **atommag**.

A Rutherford-féle kísérlet azt mutatja, hogy az alkalmazott E_{α} energiájú α — részecskéket az atommag képes teljesen lefékezni és visszalökni.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Rutherford az új sugárzással bombázott vékony fémfóliákat, és arra volt kíváncsi, mennyiben tér el a fólia mögötti szórás kép attól, amit katódsugarak esetében tapasztaltak.

A várakozásokkal ellentétben átlagosan minden 40 000-dik α — rész visszapattant a fóliáról.

Rutherford a jelenséget azzal a feltételezéssel magyarázta, hogy az atom pozitív része nem tölti ki az atom teljes térfogatát, hanem az atom közepén helyezkedik el. Ez az **atommag**.

A Rutherford-féle kísérlet azt mutatja, hogy az alkalmazott E_α energiájú α — részecskéket az atommag képes teljesen lefékezni és visszalökni.

Az α — rész akkor áll meg, amikor kezdeti mozgási energiája felhasználdik az atommag taszításának leküzdésére, azaz amikor:

$$E_\alpha = \frac{Z_\alpha Z e^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

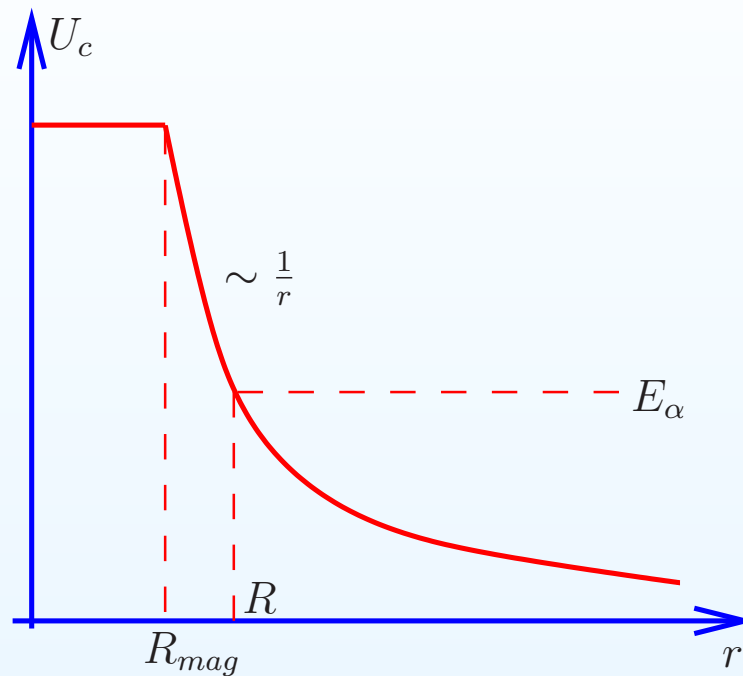
Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

Kísérleti tények

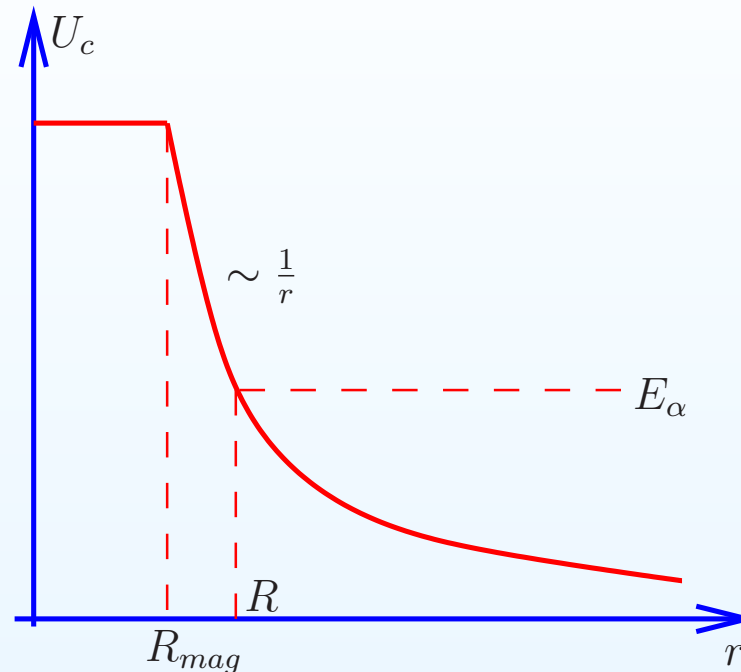
Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Határozzuk meg R értékét, ha az egyik kísérletben $E_\alpha = 8 \text{ MeV}$ energiájú α – sugárzás visszalökődését figyelték meg aranyfóliáról ($Z = 79$).

$$R = \frac{Z_\alpha Z e^2}{4\pi\epsilon_0 E_\alpha} = 2,8 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színeképe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$

Rutherford a kísérleti eredmények alapján egy új atommodellt javasolt.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$

Rutherford a kísérleti eredmények alapján egy új atommodellt javasolt.

Az atommag körül körpályákon keringenek a könnyű elektronok **elektronburkot** alkotva.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$

Rutherford a kísérleti eredmények alapján egy új atommodellt javasolt.

Az atommag körül körpályákon keringenek a könnyű elektronok **elektronburkot** alkotva.

Sajnos ez a modell nem egyeztethető össze egyszerre a kísérleti tapasztalatokkal és a klasszikus elektrodinamikával.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$

Rutherford a kísérleti eredmények alapján egy új atommodellt javasolt.

Az atommag körül körpályákon keringenek a könnyű elektronok **elektronburkot** alkotva.

Sajnos ez a modell nem egyeztethető össze egyszerre a kísérleti tapasztalatokkal és a klasszikus elektrodinamikával.

A körpályán keringő töltött elektronnak a klasszikus elmélet szerint sugározni kell, mivel gyorsulással mozog.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$

Rutherford a kísérleti eredmények alapján egy új atommodellt javasolt.

Az atommag körül körpályákon keringenek a könnyű elektronok **elektronburkot** alkotva.

Sajnos ez a modell nem egyeztethető össze egyszerre a kísérleti tapasztalatokkal és a klasszikus elektrodinamikával.

A körpályán keringő töltött elektronnak a klasszikus elmélet szerint sugározni kell, mivel gyorsulással mozog.

A kisugárzott energia csökkenti a keringő elektron mozgási energiáját, ezért annak bele kéne zuhannia a magba, miközben folytonos spektrumú elektromágneses sugárzást kéne kibocsátania.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Nyilván az atommag sugara ennél az értéknél csak kisebb lehet.

$$R_{mag} \sim 10^{-14} - 10^{-15} \text{ m}$$

Rutherford a kísérleti eredmények alapján egy új atommodellt javasolt.

Az atommag körül körpályákon keringenek a könnyű elektronok **elektronburkot** alkotva.

Sajnos ez a modell nem egyeztethető össze egyszerre a kísérleti tapasztalatokkal és a klasszikus elektrodinamikával.

A körpályán keringő töltött elektronnak a klasszikus elmélet szerint sugározni kell, mivel gyorsulással mozog.

A kisugárzott energia csökkenti a keringő elektron mozgási energiáját, ezért annak bele kéne zuhannia a magba, miközben folytonos spektrumú elektromágneses sugárzást kéne kibocsátania.

A kísérletek azonban azt mutatják, hogy az atomok különösképpen stabil képződmények, továbbá az általuk kibocsátott sugárzás spektruma vonalas.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

● Rutherford-féle
atommodell

● **A hidrogén színe**

● Bohr-féle atommodell

● Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

A hidrogén színe

A XIX. század végén az optikából jól ismert módon, spektroszkópiai módszerekkel vizsgálták az atomok által kibocsátott látható fényt, vagy az infravörös és ultraibolya sugárzásokat.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell

- **A hidrogén színe**

- Bohr-féle atommodell

- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A hidrogén színe

A XIX. század végén az optikából jól ismert módon, spektroszkópiai módszerekkel vizsgálták az atomok által kibocsátott látható fényt, vagy az infravörös és ultraibolya sugárzásokat.

A mért spektrumok kivétel nélkül vonalas jellegűek voltak.



[Bevezetés](#)

[Kísérleti tények](#)

[Atommodellek](#)

● Rutherford-féle
atommodell

● **A hidrogén színe**

● Bohr-féle atommodell

● Franck-Hertz kísérlet

[Kvantumfizika alapjai](#)

[Az elektron állapotai az
atomban](#)

A hidrogén színe

A XIX. század végén az optikából jól ismert módon, spektroszkópai módszerekkel vizsgálták az atomok által kibocsátott látható fényt, vagy az infravörös és ultraibolya sugárzásokat.

A mért spektrumok kivétel nélkül vonalas jellegűek voltak.

A fizika további fejlődésének szempontjából különösen fontos a legegyszerűbb elem, a hidrogén spektruma.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell

- **A hidrogén színe**

- Bohr-féle atommodell

- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A hidrogén színe

A XIX. század végén az optikából jól ismert módon, spektroszkópiai módszerekkel vizsgálták az atomok által kibocsátott látható fényt, vagy az infravörös és ultraibolya sugárzásokat.

A mért spektrumok kivétel nélkül vonalas jellegűek voltak.

A fizika további fejlődésének szempontjából különösen fontos a legegyszerűbb elem, a hidrogén spektruma.

A spektrumvonalak hullámhosszára a következő tapasztalati képletet találták:

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$R_{\infty} = 1,097373 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ - a Rydberg állandó
 $n, m > n$ - természetes számok



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hidrogén színeének első sikeres magyarázatát Niels Bohr dán fizikus adta meg.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe

- Bohr-féle atommodell

- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hidrogén színeének első sikeres magyarázatát Niels Bohr dán fizikus adta meg.

Elfogadta Rutherford atommodelljét, de hiányosságainak kiküszöbölésére bevezetett három posztulátumot.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe

- Bohr-féle atommodell

- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hidrogén színeének első sikeres magyarázatát Niels Bohr dán fizikus adta meg.

Elfogadta Rutherford atommodelljét, de hiányosságainak kiküszöbölésére bevezetett három posztulátumot.

1. posztulátum

Az elektron az atomburokban csak olyan körpályán (stacionárius pályán) mozoghat, amelyre teljesül a következő kvantumfeltétel:

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell

- A hidrogén színe

- Bohr-féle atommodell

- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hidrogén színeének első sikeres magyarázatát Niels Bohr dán fizikus adta meg.

Elfogadta Rutherford atommodelljét, de hiányosságainak kiküszöbölésére bevezetett három posztulátumot.

1. posztulátum

Az elektron az atomburokban csak olyan körpályán (stacionárius pályán) mozoghat, amelyre teljesül a következő kvantumfeltétel:

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi}.$$

2. posztulátum

Ha az elektron az említett stacionárius pálya valamelyikén kering, nem sugároz ki elektromágneses sugárzást.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Hidrogén színeének első sikeres magyarázatát Niels Bohr dán fizikus adta meg.

Elfogadta Rutherford atommodelljét, de hiányosságainak kiküszöbölésére bevezetett három posztulátumot.

1. posztulátum

Az elektron az atomburokban csak olyan körpályán (stacionárius pályán) mozoghat, amelyre teljesül a következő kvantumfeltétel:

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi}.$$

2. posztulátum

Ha az elektron az említett stacionárius pálya valamelyikén kering, nem sugároz ki elektromágneses sugárzást.

3. posztulátum

Az elektron csak akkor sugároz, ha nagyobb sugarú pályáról kisebb sugarúra áll. Ekkor a pályáknak megfelelő energiák különbségét egy foton formájában adja le.

$$h\nu = E_m - E_n$$



Bohr-féle atommodell

Bevezetés

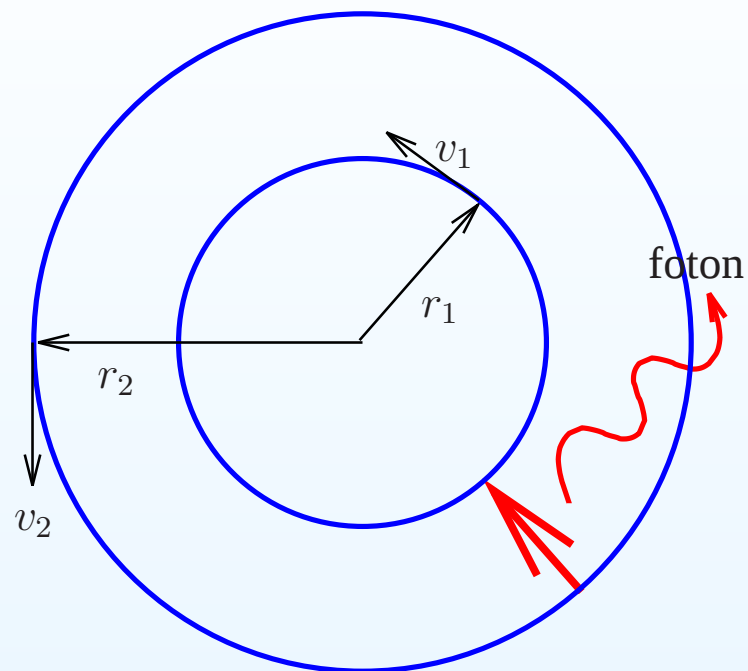
Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- **Bohr-féle atommodell**
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

Kísérleti tények

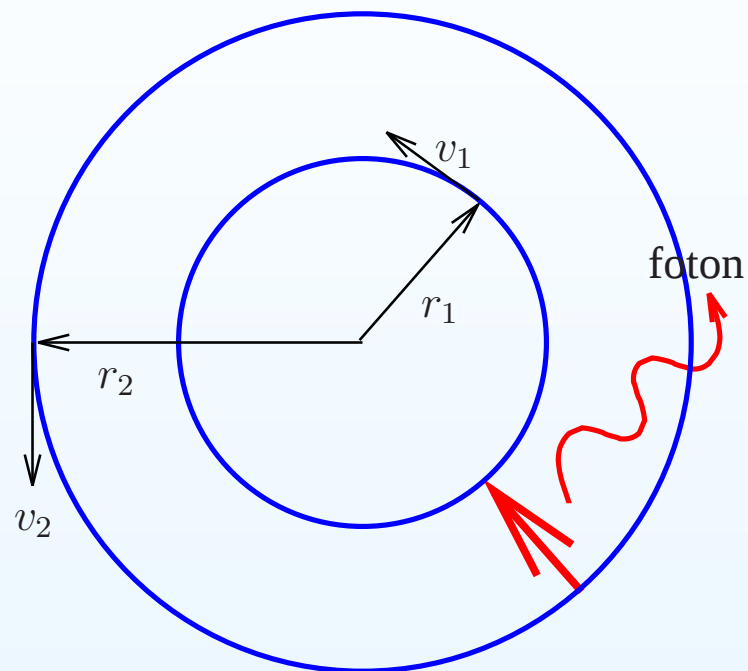
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színekepe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Bohr-féle atommodell



Írjuk fel az elektron mozgásegyenletét az n -dik pályán:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

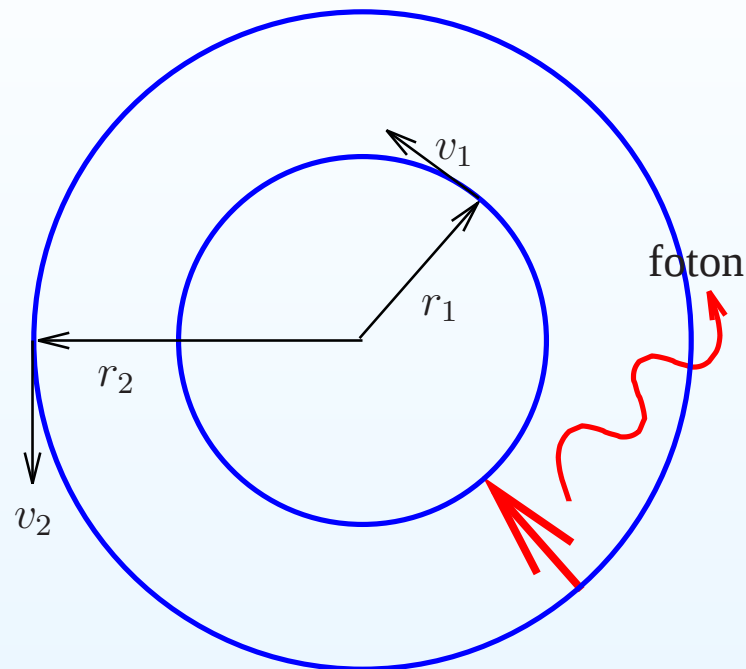
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Bohr-féle atommodell



Írjuk fel az elektron mozgásegyenletét az n -dik pályán:

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Bohr 1. posztulátuma alapján:

$$2\pi m_e v r = n h.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A két egyenletből a pályasugár és a kerületi sebesség kifejezhető:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2,$$

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n h}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A két egyenletből a pályasugár és a kerületi sebesség kifejezhető:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2,$$

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n h}.$$

Mivel az elektron a mag elektromos terében mozog, összenergiája a mozgási és a helyzeti energiájának összege:

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A két egyenletből a pályasugár és a kerületi sebesség kifejezhető:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2,$$

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n h}.$$

Mivel az elektron a mag elektromos terében mozog, összenergiája a mozgási és a helyzeti energiájának összege:

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Behelyettesítve a sugár és sebesség helyére:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színeke
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

A két egyenletből a pályasugár és a kerületi sebesség kifejezhető:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2,$$

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n h}.$$

Mivel az elektron a mag elektromos terében mozog, összenergiája a mozgási és a helyzeti energiájának összege:

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Behelyettesítve a sugár és sebesség helyére:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}.$$

Bohr 3. posztulátuma alapján kiszámolható az m -dik pályáról az n -dik pályára való átmenetkor kisugárzott foton hullámhossza:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Látjuk, hogy Bohr elmélete a Rydberg állandóra a következő összefüggést adja:

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Látjuk, hogy Bohr elmélete a Rydberg állandóra a következő összefüggést adja:

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c}.$$

Behelyettesítve az állandók számértékeit, a kísérleti és elméleti érték meglepő egyezést mutat.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Látjuk, hogy Bohr elmélete a Rydberg állandóra a következő összefüggést adja:

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c}.$$

Behelyettesítve az állandók számértékeit, a kísérleti és elméleti érték meglepő egyezést mutat.

A Bohr elmélet értelmezni képes a hidrogén színekében fellelt különböző sorozatokat.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Látjuk, hogy Bohr elmélete a Rydberg állandóra a következő összefüggést adja:

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c}.$$

Behelyettesítve az állandók számértékeit, a kísérleti és elméleti érték meglepő egyezést mutat.

A Bohr elmélet értelmezni képes a hidrogén színekében fellelt különböző sorozatokat.

Sajnos Bohr-elmélete csak a H-atomra használható. A többi atom esetében a tapasztalattal nem megegyező eredményre vezet.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Látjuk, hogy Bohr elmélete a Rydberg állandóra a következő összefüggést adja:

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c}.$$

Behelyettesítve az állandók számértékeit, a kísérleti és elméleti érték meglepő egyezést mutat.

A Bohr elmélet értelmezni képes a hidrogén színekében fellelt különböző sorozatokat.

Sajnos Bohr-elmélete csak a H-atomra használható. A többi atom esetében a tapasztalattal nem megegyező eredményre vezet.

Írjuk át Bohr 1. posztulátumát a következő alakba:

$$2\pi r = n \frac{h}{m_e v}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Látjuk, hogy Bohr elmélete a Rydberg állandóra a következő összefüggést adja:

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c}.$$

Behelyettesítve az állandók számértékeit, a kísérleti és elméleti érték meglepő egyezést mutat.

A Bohr elmélet értelmezni képes a hidrogén színekében fellelt különböző sorozatokat.

Sajnos Bohr-elmélete csak a H-atomra használható. A többi atom esetében a tapasztalattal nem megegyező eredményre vezet.

Írjuk át Bohr 1. posztulátumát a következő alakba:

$$2\pi r = n \frac{h}{m_e v}.$$

A $\frac{h}{m_e v}$ mennyiség az elektron de-Broglie hullámhossza, így a fenti felírásnak van egy másik jelentése is.



Bevezetés

Kísérleti tények

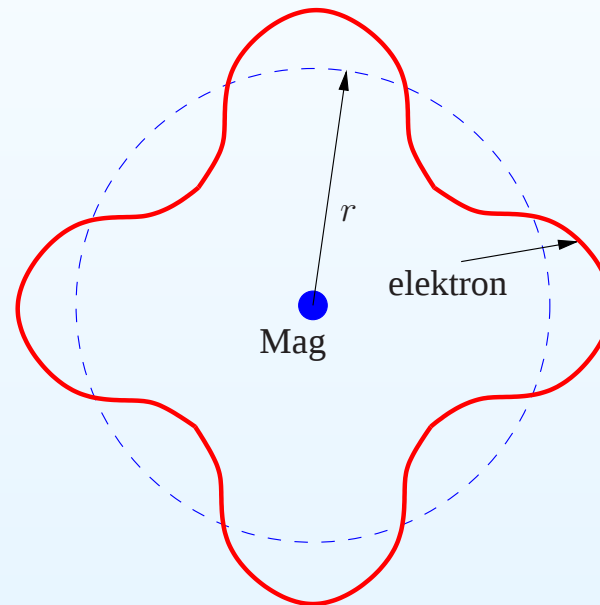
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Ez a feltétel azt mondja ki, hogy az atomokba zárt elektronok olyan állóhullámok, melyeknek hullámhossza a stacionárius pálya kerületére n -szer fér rá. ($n = 1, 2, 3, \dots$)





Bevezetés

Kísérleti tények

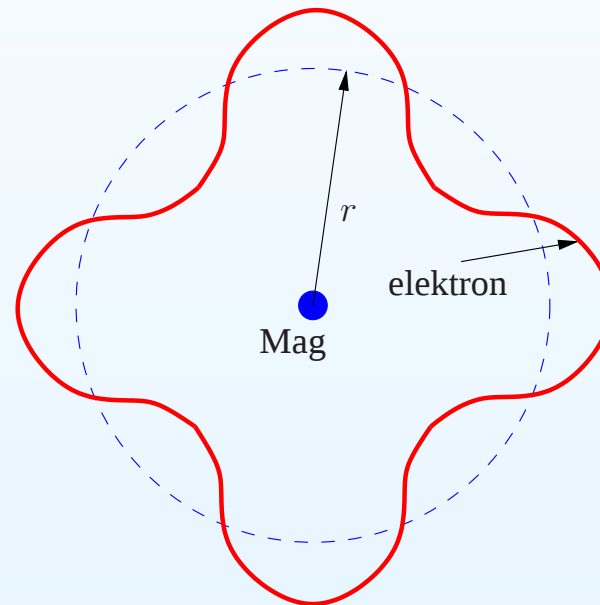
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Ez a feltétel azt mondja ki, hogy az atomokba zárt elektronok olyan állóhullámok, melyeknek hullámhossza a stacionárius pálya kerületére n -szer fér rá. ($n = 1, 2, 3, \dots$)



Ez a Bohr-féle posztulátum arra szolgál, hogy a klasszikus elmélet alapján számított eredményekből kiválassza a mikrovilág számára megfelelőeket. $\Rightarrow$ kvantált fizikai mennyiségeket.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az elektron az $n = 1$ kvantumszámú pálya sugaránál nem kerülhet közelebb a maghoz. Ezt az állapotot nevezzük **alapállapotnak**.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az elektron az $n = 1$ kvantumszámú pálya sugaránál nem kerülhet közelebb a maghoz. Ezt az állapotot nevezzük **alapállapotnak**. Az elektron összenergiája csak a kvantumfeltételnek eleget tevő diszkrét érték lehet.



Bevezetés

Kísérleti tények

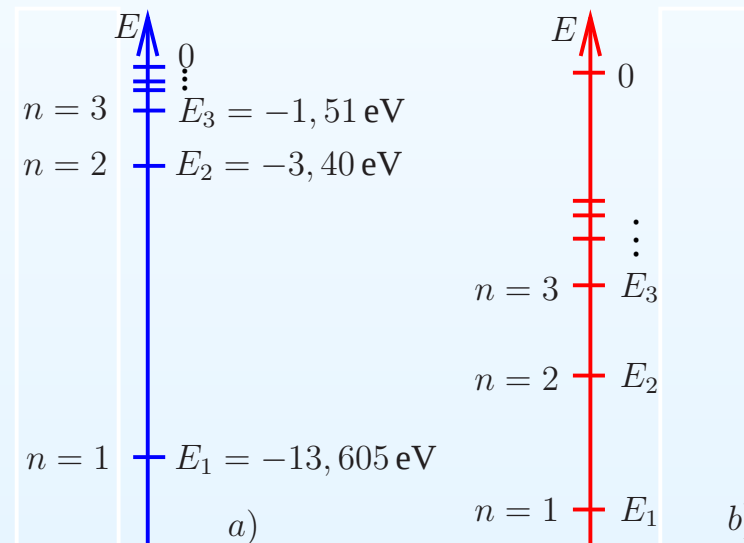
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az elektron az $n = 1$ kvantumszámú pálya sugaránál nem kerülhet közelebb a maghoz. Ezt az állapotot nevezzük **alapállapotnak**. Az elektron összenergiája csak a kvantumfeltételnek eleget tevő diszkrét érték lehet.





Bevezetés

Kísérleti tények

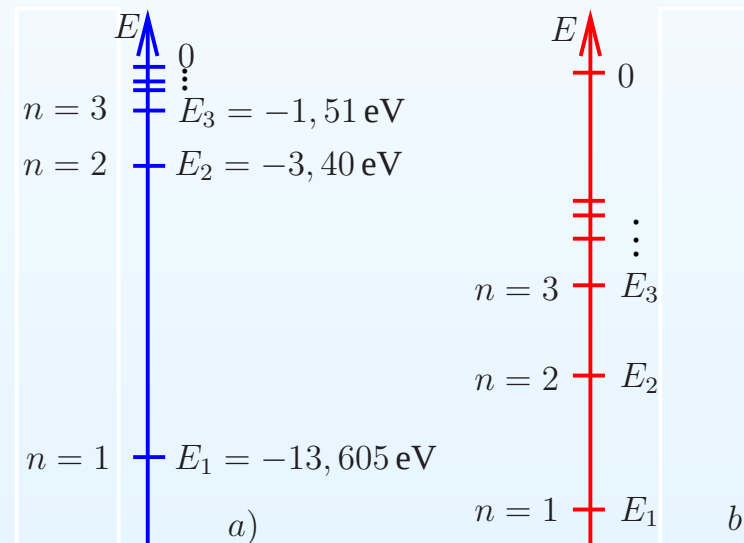
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színekepe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Az elektron az $n = 1$ kvantumszámú pálya sugaránál nem kerülhet közelebb a maghoz. Ezt az állapotot nevezzük **alapállapotnak**. Az elektron összenergiája csak a kvantumfeltételnek eleget tevő diszkrét érték lehet.



Az anyagba zárt mikrorészecskék általános tulajdonsága, hogy energiáik csak diszkrét értékeket vehetnek fel.



Franck-Hertz kísérlet

Bevezetés

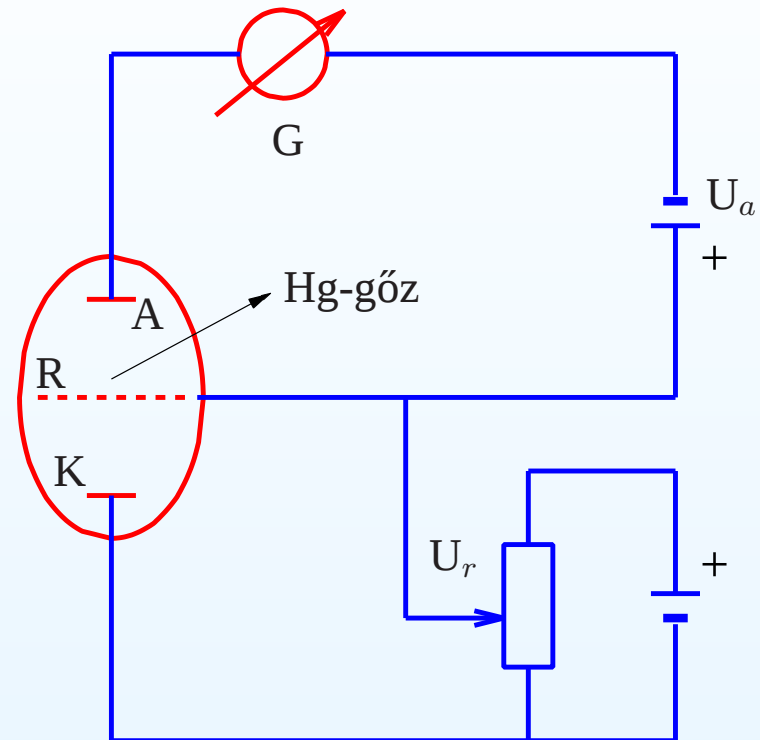
Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- **Franck-Hertz kísérlet**

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

Kísérleti tények

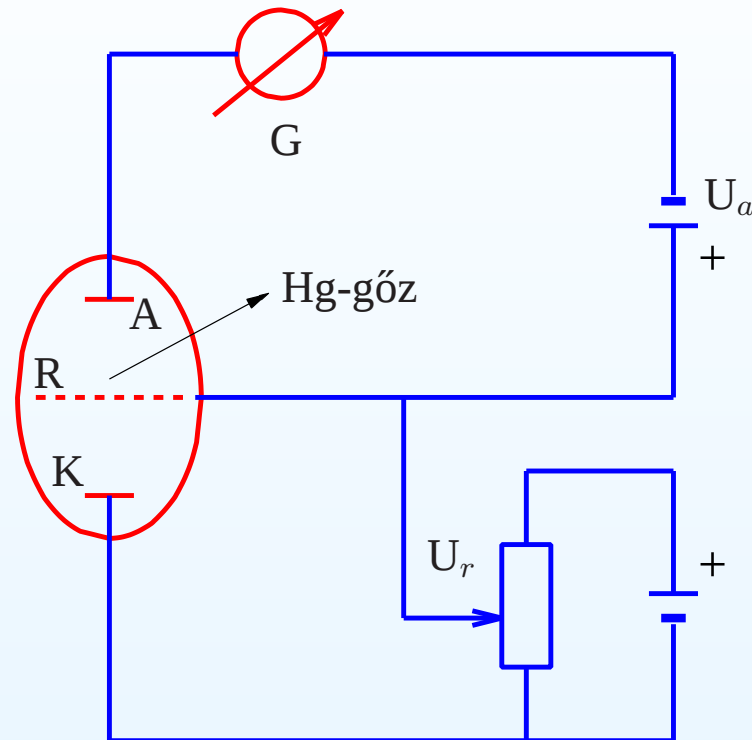
Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- **Franck-Hertz kísérlet**

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Franck-Hertz kísérlet



A kísérlet során változtatjuk a katód és rács közé kapcsolt gyorsítófeszültséget, és ennek függvényében mérjük a G galvanométerrel az anódáramot.



Bevezetés

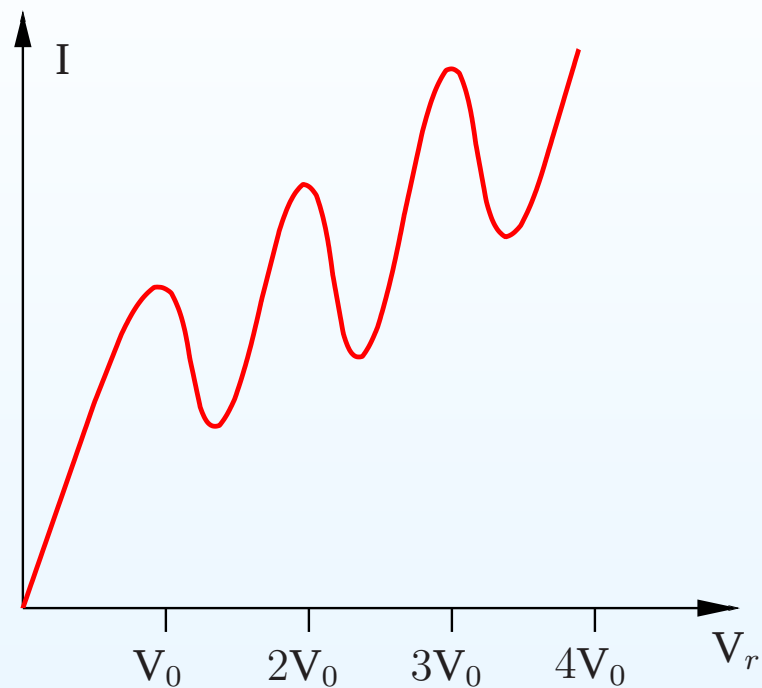
Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- **Franck-Hertz kísérlet**

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban





Bevezetés

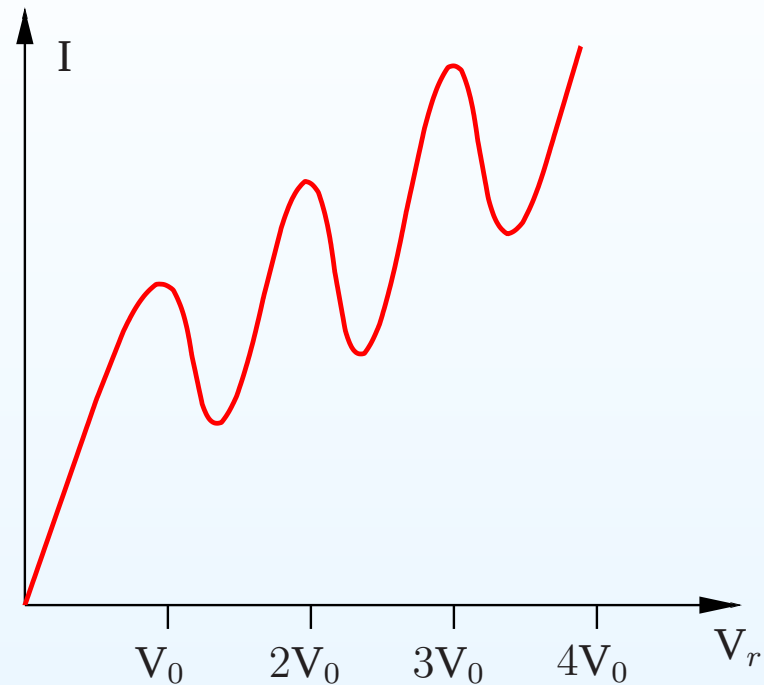
Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- **Franck-Hertz kísérlet**

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Az elektronok tökéletesen rugalmasan ütköznek a higanyatomokkal.



Bevezetés

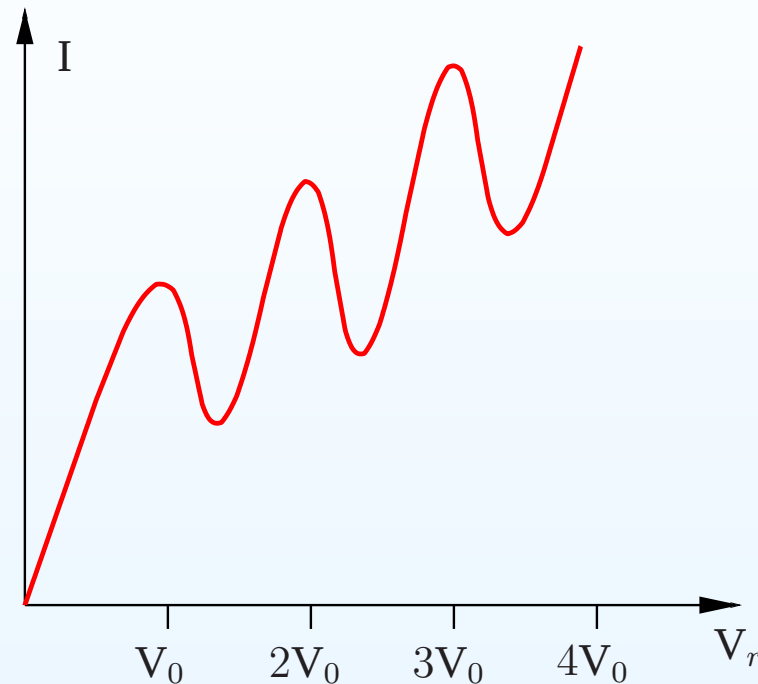
Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- **Franck-Hertz kísérlet**

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban



Az elektronok tökéletesen rugalmasan ütköznek a higanyatomokkal. Mivel azok tömege több ezerszer nagyobb az elektronok tömegénél, az elektronok gyakorlatilag energiavesztés nélkül pattannak vissza róluk, és eléri az anódot. $\Rightarrow$ Az anódáram a gyorsítófeszültséggel arányosan nő.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor a gyorsítófeszültség eléri a $V_0 = 4,9 \text{ V}$ értéket az anódáram hirtelen csökkenni kezd. Mi lehet ennek az oka?



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- **Franck-Hertz kísérlet**

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor a gyorsítófeszültség eléri a $V_0 = 4,9 \text{ V}$ értéket az anódáram hirtelen csökkenni kezd. Mi lehet ennek az oka?

A $4,9 \text{ eV}$ energiájú elektronok ütközése a higanyatomokkal nem rugalmas ütközés. Az ilyen energiájú elektronok a higany atomjaival ütközve átadják energiájukat a higany egyik elektronjának, és az magasabb energiaszintre ugrik.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor a gyorsítófeszültség eléri a $V_0 = 4,9 \text{ V}$ értéket az anódáram hirtelen csökkenni kezd. Mi lehet ennek az oka?

A $4,9 \text{ eV}$ energiájú elektronok ütközése a higanyatomokkal nem rugalmas ütközés. Az ilyen energiájú elektronok a higany atomjaival ütközve átadják energiájukat a higany egyik elektronjának, és az magasabb energiaszintre ugrik.

Mivel ez a folyamat $4,9 \text{ V}$ feszültség mellett játszódik le, a higany alapállapota és első **gerjesztett állapota** közötti energiakülönbség $4,9 \text{ eV}$ kell legyen.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor a gyorsítófeszültség eléri a $V_0 = 4,9 \text{ V}$ értéket az anódáram hirtelen csökkenni kezd. Mi lehet ennek az oka?

A $4,9 \text{ eV}$ energiájú elektronok ütközése a higanyatomokkal nem rugalmas ütközés. Az ilyen energiájú elektronok a higany atomjaival ütközve átadják energiájukat a higany egyik elektronjának, és az magasabb energiaszintre ugrik.

Mivel ez a folyamat $4,9 \text{ V}$ feszültség mellett játszódik le, a higany alapállapota és első **gerjesztett állapota** közötti energiakülönbség $4,9 \text{ eV}$ kell legyen.

A további csúcsok a többszöri rugalmatlan ütközésekkel magyarázhatóak.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

- Rutherford-féle atommodell
- A hidrogén színe
- Bohr-féle atommodell
- Franck-Hertz kísérlet

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

Amikor a gyorsítófeszültség eléri a $V_0 = 4,9 \text{ V}$ értéket az anódáram hirtelen csökkenni kezd. Mi lehet ennek az oka?

A $4,9 \text{ eV}$ energiájú elektronok ütközése a higanyatomokkal nem rugalmas ütközés. Az ilyen energiájú elektronok a higany atomjaival ütközve átadják energiájukat a higany egyik elektronjának, és az magasabb energiaszintre ugrik.

Mivel ez a folyamat $4,9 \text{ V}$ feszültség mellett játszódik le, a higany alapállapota és első **gerjesztett állapota** közötti energiakülönbség $4,9 \text{ eV}$ kell legyen.

A további csúcsok a többszöri rugalmatlan ütközésekkel magyarázhatóak.

A gerjesztett állapotban lévő elektron az energiaminimum elve miatt nagyon rövid idő eltelte után (kb. 10^{-8} s) visszaugrik az alapállapotba, miközben $4,9 \text{ eV}$ energiájú fotont sugároz ki. A Franck-Hertz kísérletben ezeket a fotonokat megfigyelték.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az
atomban

Kvantumfizika alapjai



Hullámfüggvény

Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$$\Psi(\underline{r}, t)$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Hullámfüggvény

$$\Psi(\underline{r}, t)$$

$\Psi(\underline{r}, t)$ -csak a hely és idő komplex függvénye



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

● Hullámfüggvény

● Dobozba zárt elektron

● Alagút-effektus

Az elektron állapotai az
atomban

Hullámfüggvény

$$\Psi(\underline{r}, t)$$

$\Psi(\underline{r}, t)$ -csak a hely és idő komplex függvénye

$|\Psi|^2 dV$ annak a valószínűsége, hogy a vizsgált objektum a t időpillanatban az $\underline{r}$ helyvektorral jellemzett dV térfogatban található.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

● Hullámfüggvény

● Dobozba zárt elektron

● Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Hullámfüggvény

$$\Psi(\underline{r}, t)$$

$\Psi(\underline{r}, t)$ -csak a hely és idő komplex függvénye

$|\Psi|^2 dV$ annak a valószínűsége, hogy a vizsgált objektum a t időpillanatban az $\underline{r}$ helyvektorral jellemzett dV térfogatban található.

A hullámfüggvény normálási feltétele:

$$\int_{(V)} |\Psi(\underline{r}, t)|^2 dV = 1$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

● Hullámfüggvény

● Dobozba zárt elektron

● Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Hullámfüggvény

$$\Psi(\underline{r}, t)$$

$\Psi(\underline{r}, t)$ -csak a hely és idő komplex függvénye

$|\Psi|^2 dV$ annak a valószínűsége, hogy a vizsgált objektum a t időpillanatban az $\underline{r}$ helyvektorral jellemzett dV térfogatban található.

A hullámfüggvény normálási feltétele:

$$\int_{(V)} |\Psi(\underline{r}, t)|^2 dV = 1$$

Az állapotfüggvény időbeli fejlődését a **Schrödinger-egyenlet** írja le.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

● Hullámfüggvény

● Dobozba zárt elektron

● Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Hullámfüggvény

$$\Psi(\underline{r}, t)$$

$\Psi(\underline{r}, t)$ -csak a hely és idő komplex függvénye

$|\Psi|^2 dV$ annak a valószínűsége, hogy a vizsgált objektum a t időpillanatban az $\underline{r}$ helyvektorral jellemzett dV térfogatban található.

A hullámfüggvény normálási feltétele:

$$\int_{(V)} |\Psi(\underline{r}, t)|^2 dV = 1$$

Az állapotfüggvény időbeli fejlődését a **Schrödinger-egyenlet** írja le.

Stacionárius esetben mindig felírható:

$$\Psi(\underline{r}, t) = \varphi(\underline{r}) e^{-i \frac{E}{\hbar} t}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$



[Bevezetés](#)

[Kísérleti tények](#)

[Atommodellek](#)

[Kvantumfizika alapjai](#)

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

[Az elektron állapotai az atomban](#)

Dobozba zárt elektron

Elektron egy dimenzióban, ha mozgását egy a hosszúságú szakaszra korlátozzuk.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Dobozba zárt elektron

Elektron egy dimenzióban, ha mozgását egy a hosszúságú szakaszra korlátozzuk.

Az elektron időben állandósult állapotát leíró állapotfüggvény tértől függő $\varphi(x)$ része eleget kell tegyen az állóhullám-egyenletnek.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az
atomban

Dobozba zárt elektron

Elektron egy dimenzióban, ha mozgását egy a hosszúságú szakaszra korlátozzuk.

Az elektron időben állandósult állapotát leíró állapotfüggvény tértől függő $\varphi(x)$ része eleget kell tegyen az állóhullám-egyenletnek.

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + k^2\varphi(x) = 0$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Dobozba zárt elektron

Elektron egy dimenzióban, ha mozgását egy a hosszúságú szakaszra korlátozzuk.

Az elektron időben állandósult állapotát leíró állapotfüggvény tértől függő $\varphi(x)$ része eleget kell tegyen az állóhullám-egyenletnek.

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + k^2\varphi(x) = 0$$

Felhasználva a $\lambda = \frac{h}{p}$ de-Broglie féle összefüggést $k = \frac{p}{\hbar}$. Az elektron energiája ezután:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Dobozba zárt elektron

Elektron egy dimenzióban, ha mozgását egy a hosszúságú szakaszra korlátozzuk.

Az elektron időben állandósult állapotát leíró állapotfüggvény tértől függő $\varphi(x)$ része eleget kell tegyen az állóhullám-egyenletnek.

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + k^2\varphi(x) = 0$$

Felhasználva a $\lambda = \frac{h}{p}$ de-Broglie féle összefüggést $k = \frac{p}{\hbar}$. Az elektron energiája ezután:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}.$$

A probléma egydimenziós stacionárius Schrödinger egyenlete:

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\varphi(x) = 0.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Az egyenletet két peremfeltétel mellett kell megoldani, amelyek a $\varphi(0) = 0$ és $\varphi(a) = 0$.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Az egyenletet két peremfeltétel mellett kell megoldani, amelyek a $\varphi(0) = 0$ és $\varphi(a) = 0$.

Az egyenlet megegyezik a harmonikus rezgéseket meghatározó egyenlettel, csak benne az időváltozó helyett helyváltozó szerepel, valamint a körfrekvencia helyére a hullámszám írandó. Megoldása is harmonikus függvény.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Az egyenletet két peremfeltétel mellett kell megoldani, amelyek a $\varphi(0) = 0$ és $\varphi(a) = 0$.

Az egyenlet megegyezik a harmonikus rezgéseket meghatározó egyenlettel, csak benne az időváltozó helyett helyváltozó szerepel, valamint a körfrekvencia helyére a hullámszám írandó. Megoldása is harmonikus függvény.

$$\varphi(x) = A \sin(kx + \phi)$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Az egyenletet két peremfeltétel mellett kell megoldani, amelyek a $\varphi(0) = 0$ és $\varphi(a) = 0$.

Az egyenlet megegyezik a harmonikus rezgéseket meghatározó egyenlettel, csak benne az időváltozó helyett helyváltozó szerepel, valamint a körfrekvencia helyére a hullámszám írandó. Megoldása is harmonikus függvény.

$$\varphi(x) = A \sin(kx + \phi)$$

Figyelembe véve a peremfeltételeket: $\phi = 0$ és $k = \frac{n\pi}{a}$, ahol $n = 1, 2, 3, \dots$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Az egyenletet két peremfeltétel mellett kell megoldani, amelyek a $\varphi(0) = 0$ és $\varphi(a) = 0$.

Az egyenlet megegyezik a harmonikus rezgéseket meghatározó egyenlettel, csak benne az időváltozó helyett helyváltozó szerepel, valamint a körfrekvencia helyére a hullámszám írandó. Megoldása is harmonikus függvény.

$$\varphi(x) = A \sin(kx + \phi)$$

Figyelembe véve a peremfeltételeket: $\phi = 0$ és $k = \frac{n\pi}{a}$, ahol $n = 1, 2, 3, \dots$

A hullámszám kifejezhető az elektron energiájával:

$$k^2 = \frac{n^2 \pi^2}{a^2} = \frac{2mE}{\hbar^2},$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Az egyenletet két peremfeltétel mellett kell megoldani, amelyek a $\varphi(0) = 0$ és $\varphi(a) = 0$.

Az egyenlet megegyezik a harmonikus rezgéseket meghatározó egyenlettel, csak benne az időváltozó helyett helyváltozó szerepel, valamint a körfrekvencia helyére a hullámszám írandó. Megoldása is harmonikus függvény.

$$\varphi(x) = A \sin(kx + \phi)$$

Figyelembe véve a peremfeltételeket: $\phi = 0$ és $k = \frac{n\pi}{a}$, ahol $n = 1, 2, 3, \dots$

A hullámszám kifejezhető az elektron energiájával:

$$k^2 = \frac{n^2 \pi^2}{a^2} = \frac{2mE}{\hbar^2},$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Mivel:

$$\int_0^a |\varphi(x)|^2 dx = 1.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Mivel:

$$\int_0^a |\varphi(x)|^2 dx = 1.$$

Ennek alapján $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- **Dobozba zárt elektron**
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Mivel:

$$\int_0^a |\varphi(x)|^2 dx = 1.$$

Ennek alapján $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$.

$$\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Mivel:

$$\int_0^a |\varphi(x)|^2 dx = 1.$$

Ennek alapján $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$.

$$\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$$

Általánosan igaz, ha egy mikroobjektum mozgását térben korlátozzuk, akkor energiája csak diszkrét energiaértékeket vehet fel.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Alagút-effektus

Egy elektron valamilyen meghatározott E_k mozgási energiával közelítsen egy potenciállépcsőhöz. Csak azzal az esettel foglalkozunk, amikor az elektron mozgási energiája klasszikus értelemben nem elég a potenciál leküzdéséhez, azaz $E < V$.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Alagút-effektus

Egy elektron valamilyen meghatározott E_k mozgási energiával közelítsen egy potenciállépcsőhöz. Csak azzal az esettel foglalkozunk, amikor az elektron mozgási energiája klasszikus értelemben nem elég a potenciál leküzdéséhez, azaz $E < V$.

$$E_p(x) \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \\ V = \text{konstans}, & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- **Alagút-effektus**

Az elektron állapotai az atomban

Alagút-effektus

Egy elektron valamilyen meghatározott E_k mozgási energiával közelítsen egy potenciállépcsőhöz. Csak azzal az esettel foglalkozunk, amikor az elektron mozgási energiája klasszikus értelemben nem elég a potenciál leküzdéséhez, azaz $E < V$.

$$E_p(x) \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \\ V = \text{konstans}, & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

Ilyenkor a klasszikus fizika szerint egy makroszkopikus test nem hatolhat be abba a térrészbe, ahol nagyobb lenne potenciális energiája, mint az a mozgási energia, amivel közeledik ehhez a térrészhez.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Alagút-effektus

Egy elektron valamilyen meghatározott E_k mozgási energiával közelítsen egy potenciállépcsőhöz. Csak azzal az esettel foglalkozunk, amikor az elektron mozgási energiája klasszikus értelemben nem elég a potenciál leküzdéséhez, azaz $E < V$.

$$E_p(x) \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \\ V = \text{konstans}, & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

Ilyenkor a klasszikus fizika szerint egy makroszkopikus test nem hatolhat be abba a térrészbe, ahol nagyobb lenne potenciális energiája, mint az a mozgási energia, amivel közeledik ehhez a térrészhez.

A kvantummechanikai eredmény azonban mást mutat.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

A részecske összenergiája:

$$E = E_k + E_p = \frac{p^2}{2m} + E_p$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

A részecske összenergiája:

$$E = E_k + E_p = \frac{p^2}{2m} + E_p$$

Fejezzük ki a k hullámszám négyzetét az energia segítségével:

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - E_p)$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

A részecske összenergiája:

$$E = E_k + E_p = \frac{p^2}{2m} + E_p$$

Fejezzük ki a k hullámszám négyzetét az energia segítségével:

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - E_p)$$

A probléma Schrödinger-egyenlete:

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m(E - E_p)}{\hbar^2} \varphi(x) = 0$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

A részecske összenergiája:

$$E = E_k + E_p = \frac{p^2}{2m} + E_p$$

Fejezzük ki a k hullámszám négyzetét az energia segítségével:

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - E_p)$$

A probléma Schrödinger-egyenlete:

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m(E - E_p)}{\hbar^2} \varphi(x) = 0$$

A potenciál origóbeli ugrása miatt az x -tengely negatív és pozitív oldalán külön-külön meg kell oldani az egyenletet.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x < 0$, $E_p = 0$. Tehát itt a megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2 \varphi_n(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \varphi_n(x) = 0.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x < 0$, $E_p = 0$. Tehát itt a megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2 \varphi_n(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \varphi_n(x) = 0.$$

Legyen $k_0^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$. Ekkor

$$\frac{d^2 \varphi_n(x)}{dx^2} + k_0^2 \varphi_n(x) = 0.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x < 0$, $E_p = 0$. Tehát itt a megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\varphi_n(x) = 0.$$

Legyen $k_0^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$. Ekkor

$$\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2} + k_0^2\varphi_n(x) = 0.$$

Keressük ennek az egyenletnek a megoldását a következő alakban:

$$\varphi_n(x) = e^{ik_0x} + Ae^{-ik_0x}.$$

Itt $i = \sqrt{-1}$ a képzetes egység.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x < 0$, $E_p = 0$. Tehát itt a megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\varphi_n(x) = 0.$$

Legyen $k_0^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$. Ekkor

$$\frac{d^2\varphi_n(x)}{dx^2} + k_0^2\varphi_n(x) = 0.$$

Keressük ennek az egyenletnek a megoldását a következő alakban:

$$\varphi_n(x) = e^{ik_0x} + Ae^{-ik_0x}.$$

Itt $i = \sqrt{-1}$ a képzetes egység.

Fizikai jelentés: egységnyi amplitúdójú síkhullám közelít a potenciállépcsőhöz + visszaverődés után egy A amplitúdójú visszavert síkhullám is hozzájárul a megoldáshoz.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x \geq 0$, $E_p = V$. A megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2 \varphi_p(x)}{dx^2} + \frac{2m(E - V)}{\hbar^2} \varphi_p(x) = 0.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x \geq 0$, $E_p = V$. A megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2 \varphi_p(x)}{dx^2} + \frac{2m(E - V)}{\hbar^2} \varphi_p(x) = 0.$$

Ez esetben az $\frac{2m(E - V)}{\hbar^2}$ kifejezés negatív, mivel $E < V$.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

$x \geq 0$, $E_p = V$. A megoldandó egyenlet:

$$\frac{d^2 \varphi_p(x)}{dx^2} + \frac{2m(E - V)}{\hbar^2} \varphi_p(x) = 0.$$

Ez esetben az $\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}$ kifejezés negatív, mivel $E < V$.
Vezessük be a $-K^2 = \frac{2m(E-V)}{\hbar^2}$ jelölést. Az egyenlet a következő alakot ölti:

$$\frac{d^2 \varphi_p(x)}{dx^2} - K^2 \varphi_p(x) = 0,$$

vagy ami ugyanaz:

$$\frac{d^2 \varphi_p(x)}{dx^2} = K^2 \varphi_p(x).$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Keressük a megoldást a következő alakban:

$$\varphi_p(x) = Ce^{-Kx} + De^{Kx}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Keressük a megoldást a következő alakban:

$$\varphi_p(x) = Ce^{-Kx} + De^{Kx}.$$

Mivel a megoldás normálható kell legyen, így: $D = 0$.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Keressük a megoldást a következő alakban:

$$\varphi_p(x) = Ce^{-Kx} + De^{Kx}.$$

Mivel a megoldás normálható kell legyen, így: $D = 0$.

Így

$$\varphi_p(x) = Ce^{-Kx}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Keressük a megoldást a következő alakban:

$$\varphi_p(x) = Ce^{-Kx} + De^{Kx}.$$

Mivel a megoldás normálható kell legyen, így: $D = 0$.

Így

$$\varphi_p(x) = Ce^{-Kx}.$$

A potenciállépcső magassága az $x = 0$ pontban véges, a kapott megoldásoknak és azok első deriváltjainak az $x = 0$ pontban azonosaknak kell lenniük. Ezért:

$$1 + A = C$$

$$ik_0(1 - A) = -KC$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Megoldva ezt az egyenletrendszert azt kapjuk, hogy:

$$A = \frac{ik_0 + K}{ik_0 - K},$$

és

$$C = \frac{2ik_0}{ik_0 - K}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Megoldva ezt az egyenletrendszert azt kapjuk, hogy:

$$A = \frac{ik_0 + K}{ik_0 - K},$$

és

$$C = \frac{2ik_0}{ik_0 - K}.$$

A megoldásban az a meglepő, hogy az elektront leíró $\varphi_p(x)$ nem lesz nulla a potenciállépcsőben sem.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban

Megoldva ezt az egyenletrendszert azt kapjuk, hogy:

$$A = \frac{ik_0 + K}{ik_0 - K},$$

és

$$C = \frac{2ik_0}{ik_0 - K}.$$

A megoldásban az a meglepő, hogy az elektront leíró $\varphi_p(x)$ nem lesz nulla a potenciállépcsőben sem.

Azt mondhatjuk, hogy az elektron behatol a számára klasszikus értelemben elérhetetlen térrészbe is.



Bevezetés

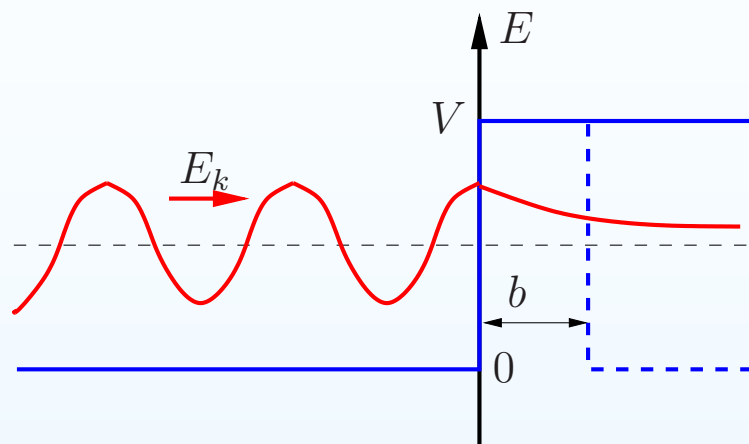
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az
atomban





Bevezetés

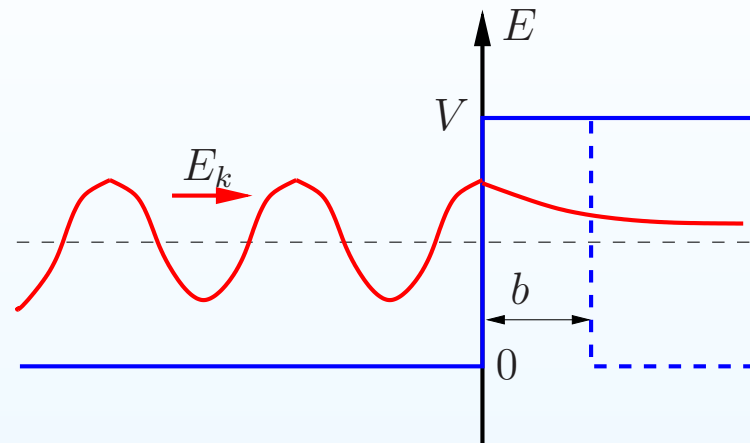
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban



Ha a potenciállépcső véges szélességű, akkor az elektron átjut ezen a klasszikus értelemben számára leküzdhetetlen akadályon. Az átjutás valószínűsége (T) a következő mennyiséggel arányos:

$$T \sim \frac{\varphi_p^2(b)}{\varphi_p^2(0)} \sim e^{-\frac{2b}{\hbar} \sqrt{2m(V-E)}}$$



Bevezetés

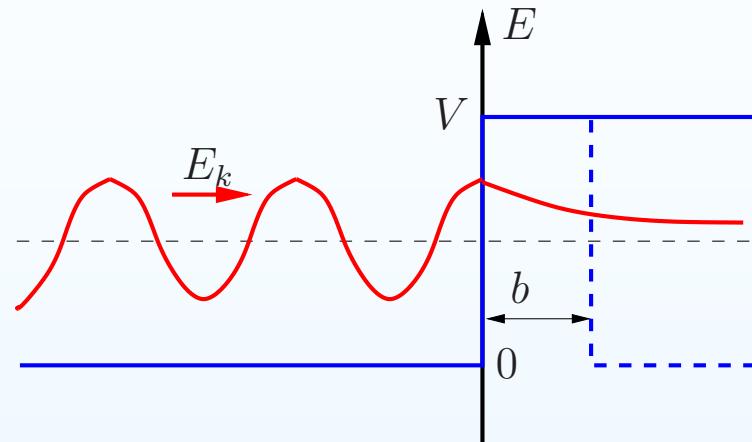
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban



Ha a potenciállépcső véges szélességű, akkor az elektron átjut ezen a klasszikus értelemben számára leküzdhetetlen akadályon. Az átjutás valószínűsége (T) a következő mennyiséggel arányos:

$$T \sim \frac{\varphi_p^2(b)}{\varphi_p^2(0)} \sim e^{-\frac{2b}{\hbar} \sqrt{2m(V-E)}}$$

T csökken ha b nő, vagy ha $V - E$ növekszik.



Bevezetés

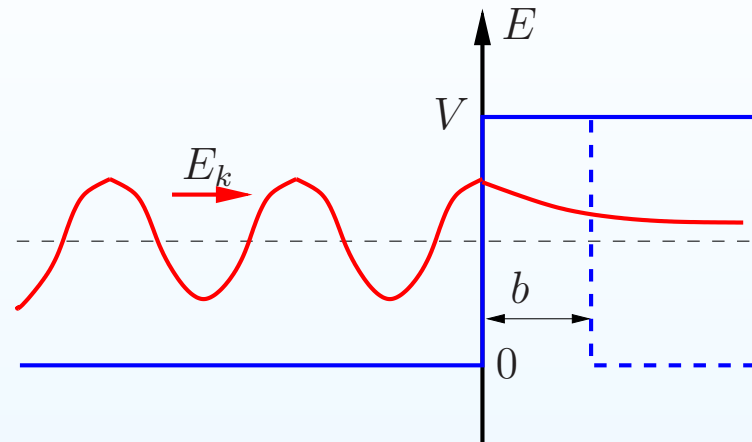
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban



Ha a potenciállépcső véges szélességű, akkor az elektron átjut ezen a klasszikus értelemben számára leküzdhetetlen akadályon. Az átjutás valószínűsége (T) a következő mennyiséggel arányos:

$$T \sim \frac{\varphi_p^2(b)}{\varphi_p^2(0)} \sim e^{-\frac{2b}{\hbar} \sqrt{2m(V-E)}}$$

T csökken ha b nő, vagy ha $V - E$ növekszik.

A jelenség neve **alagút-effektusnak**.



Bevezetés

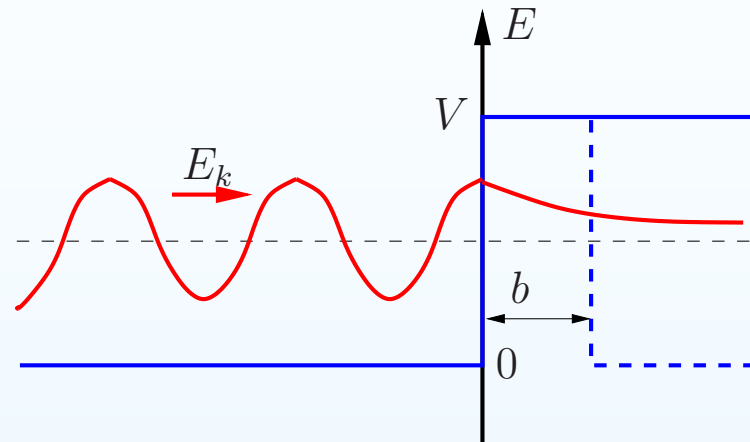
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

- Hullámfüggvény
- Dobozba zárt elektron
- Alagút-effektus

Az elektron állapotai az atomban



Ha a potenciállépcső véges szélességű, akkor az elektron átjut ezen a klasszikus értelemben számára leküzdhetetlen akadályon. Az átjutás valószínűsége (T) a következő mennyiséggel arányos:

$$T \sim \frac{\varphi_p^2(b)}{\varphi_p^2(0)} \sim e^{-\frac{2b}{\hbar} \sqrt{2m(V-E)}}$$

T csökken ha b nő, vagy ha $V - E$ növekszik.

A jelenség neve **alagút-effektusnak**.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

**Az elektron állapotai az
atomban**

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az elektron állapotai az atomban



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

- A hidrogénatombeli
elektron

- Heisenberg-féle
határozatlansági
relációk

- A többielektronos
atomok

- Röntgensugárzás

A hidrogénatombeli elektron

Az elektron potenciális energiája az atommag elektromos terében:

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

ahol $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron

- Heisenberg-féle határozatlansági relációk

- A többelektronos atomok

- Röntgensugárzás

A hidrogénatombeli elektron

Az elektron potenciális energiája az atommag elektromos terében:

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

ahol $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Mivel $k^2 = \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - E_p)$, a stacionárius Schrödinger-egyenlet:

$$\Delta\varphi(\underline{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - E_p)\varphi(\underline{r}) = 0.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

A hidrogénatombeli elektron

Az elektron potenciális energiája az atommag elektromos terében:

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

ahol $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Mivel $k^2 = \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - E_p)$, a stacionárius Schrödinger-egyenlet:

$$\Delta\varphi(\underline{r}) + \frac{2m_e}{\hbar^2}(E - E_p)\varphi(\underline{r}) = 0.$$

Mivel az atommag elektromos tere gömbszimmetrikus, keressük az egyenlet egy $F(r)$ gömbszimmetrikus megoldását:

$$\varphi(\underline{r}) = F(r).$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron

- Heisenberg-féle határozatlansági relációk

- A többelektronos atomok

- Röntgensugárzás

Ekkor a Schrödinger-egyenlet alakja:

$$\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) F(r) = 0.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron

- Heisenberg-féle határozatlansági relációk

- A többelektronos atomok

- Röntgensugárzás

Ekkor a Schrödinger-egyenlet alakja:

$$\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) F(r) = 0.$$

A megoldást a következő alakban kapjuk:

$$F(r) = N e^{-\lambda r}$$

$$\text{ahol } N = \frac{\lambda^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}} \text{ és } \lambda = \frac{e^2 m_e}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}.$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Ekkor a Schrödinger-egyenlet alakja:

$$\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) F(r) = 0.$$

A megoldást a következő alakban kapjuk:

$$F(r) = N e^{-\lambda r}$$

ahol $N = \frac{\lambda^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}}$ és $\lambda = \frac{e^2 m_e}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}$.

Az elektron energiája ebben a gömbszimmetrikus állapotban:

$$E = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} = -13,605 \text{ eV.}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Ekkor a Schrödinger-egyenlet alakja:

$$\frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF(r)}{dr} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) F(r) = 0.$$

A megoldást a következő alakban kapjuk:

$$F(r) = N e^{-\lambda r}$$

ahol $N = \frac{\lambda^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}}$ és $\lambda = \frac{e^2 m_e}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}$.

Az elektron energiája ebben a gömbszimmetrikus állapotban:

$$E = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} = -13,605 \text{ eV.}$$

A Bohr-modellből számított $n = 1$ kvantumszámmal jellemzett állapot energiáját kaptuk!



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron

- Heisenberg-féle határozatlansági relációk

- A többelektronos atomok

- Röntgensugárzás

Vizsgáljuk meg a fenti elektron előfordulási valószínűségét (dP) a $dV = 4\pi r^2 dr$ elemi térfogatban.

$$dP = |F(r)|^2 dV = \frac{\lambda^3}{\pi} e^{-2\lambda r} 4\pi r^2 dr$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron

- Heisenberg-féle határozatlansági relációk

- A többielektronos atomok

- Röntgensugárzás

Vizsgáljuk meg a fenti elektron előfordulási valószínűségét (dP) a $dV = 4\pi r^2 dr$ elemi térfogatban.

$$dP = |F(r)|^2 dV = \frac{\lambda^3}{\pi} e^{-2\lambda r} 4\pi r^2 dr$$

Ebből kifejezhető, az elektron előfordulásának sugár szerinti eloszlása ($p(r)$):

$$p(r) = \frac{dP}{dr} = 4\lambda^3 r^2 e^{-2\lambda r}.$$



Bevezetés

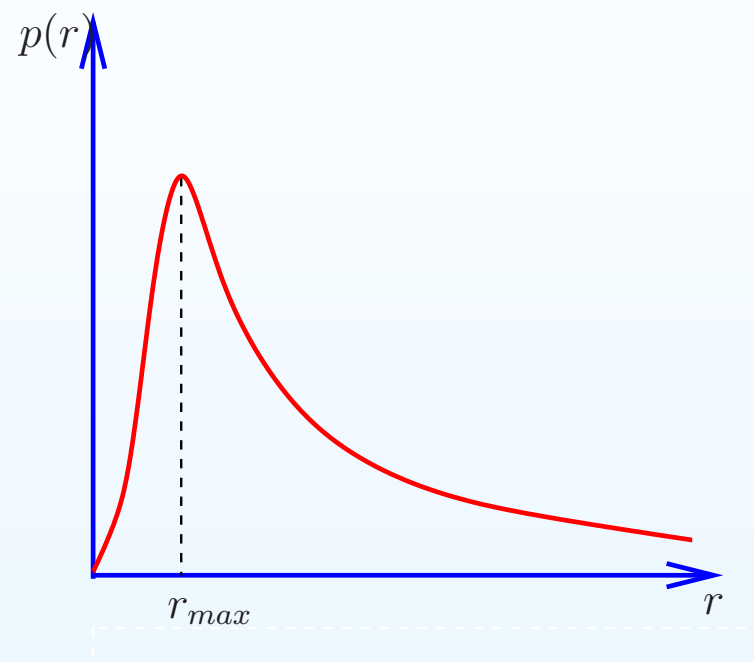
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás





Bevezetés

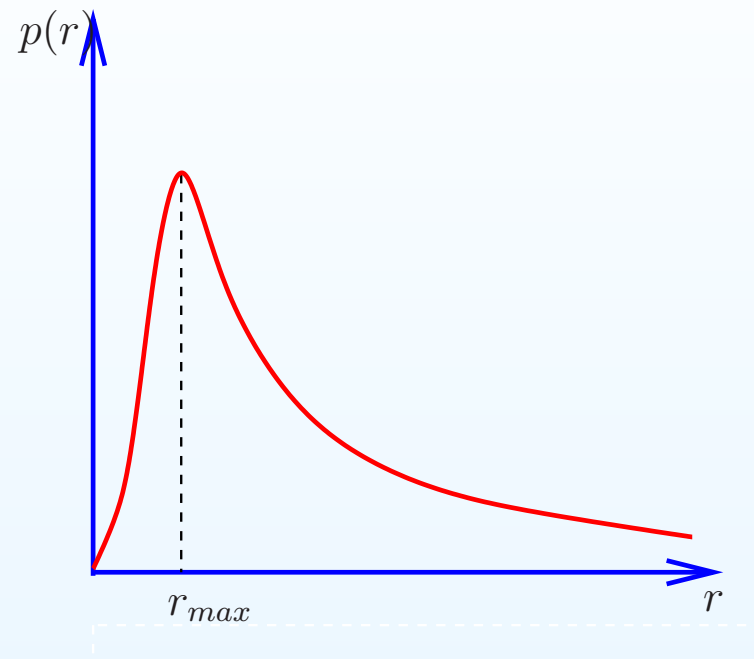
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás



Látható, hogy a $p(r)$ valószínűségnek maximuma van az r_{max} helyen.

$$r_{max} = \frac{1}{\lambda} = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2m_e} = 0,54 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Ez éppen az első Bohr-sugár.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

Az elektron az atomokban úgy viselkedik mint egy bezárt hullám, azaz **hullámcsomag!**



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

Az elektron az atomokban úgy viselkedik mint egy bezárt hullám, azaz **hullámcsomag**!

Minden hullámra igaz a határozatlansági összefüggés:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

Az elektron az atomokban úgy viselkedik mint egy bezárt hullám, azaz **hullámcsomag!**

Minden hullámra igaz a határozatlansági összefüggés:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$$

Mivel

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k,$$

így:

$$\Delta p = \hbar \Delta k$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron

- Heisenberg-féle határozatlansági relációk

- A többelektronos atomok

- Röntgensugárzás

Heisenberg-féle határozatlansági relációk

Az elektron az atomokban úgy viselkedik mint egy bezárt hullám, azaz **hullámcsomag!**

Minden hullámra igaz a határozatlansági összefüggés:

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$$

Mivel

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k,$$

így:

$$\Delta p = \hbar \Delta k$$

Fentieket figyelembe véve a Heisenberg-féle határozatlansági összefüggést kapjuk:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az összefüggés azt jelenti, hogy a mikrovilágban bizonyos fizikai mennyiségek nem mérhetőek egyszerre tetszőleges pontossággal.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az összefüggés azt jelenti, hogy a mikrovilágban bizonyos fizikai mennyiségek nem mérhetőek egyszerre tetszőleges pontossággal. Hasonló határozatlansági összefüggés érvényes a mikroobjektumok energiaszintjeinek átlagos élettartama (τ) és az energianívók energiájának bizonytalansága (ΔE) között is.

$$\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$$



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az összefüggés azt jelenti, hogy a mikrovilágban bizonyos fizikai mennyiségek nem mérhetőek egyszerre tetszőleges pontossággal. Hasonló határozatlansági összefüggés érvényes a mikroobjektumok energiaszintjeinek átlagos élettartama (τ) és az energianívók energiájának bizonytalansága (ΔE) között is.

$$\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$$

Ezzel magyarázható a *spektrumvonalak természetes kiszélesedése*.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

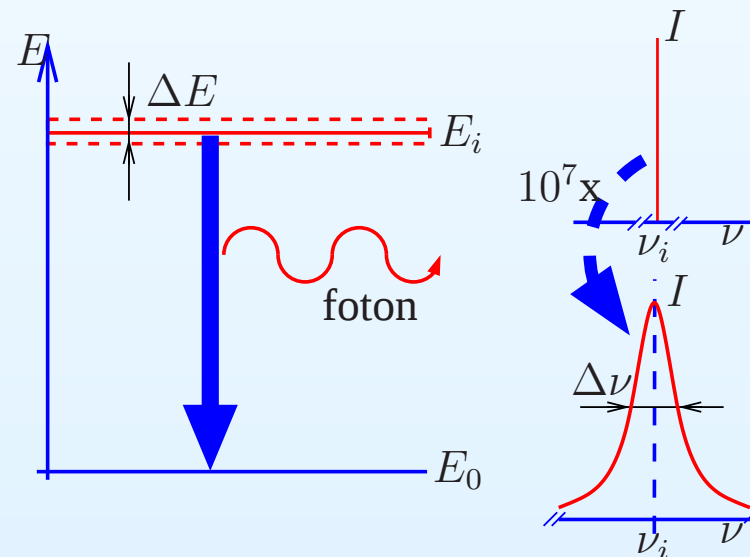
Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az összefüggés azt jelenti, hogy a mikrovilágban bizonyos fizikai mennyiségek nem mérhetőek egyszerre tetszőleges pontossággal. Hasonló határozatlansági összefüggés érvényes a mikroobjektumok energiaszintjeinek átlagos élettartama (τ) és az energianívók energiájának bizonytalansága (ΔE) között is.

$$\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$$

Ezzel magyarázható a *spektrumvonalak természetes kiszélesedése*.





Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- **A többielektronos atomok**
- Röntgensugárzás

A többielektronos atomok

A komoly matematikai nehézségek a többielektronos rendszereknél lépnek fel.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- **A többelektronos atomok**
- Röntgensugárzás

A többelektronos atomok

A komoly matematikai nehézségek a többelektronos rendszereknél lépnek fel.

Először is azt kell tisztáznunk, mely fizikai mennyiségek meghatározása a legfontosabb. Azokra leszünk kíváncsiak, amelyek mérésénél a Heisenberg-féle relációk nem jelentenek korlátozást.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- **A többelektronos atomok**
- Röntgensugárzás

A többelektronos atomok

A komoly matematikai nehézségek a többelektronos rendszereknél lépnek fel.

Először is azt kell tisztáznunk, mely fizikai mennyiségek meghatározása a legfontosabb. Azokra leszünk kíváncsiak, amelyek mérésénél a Heisenberg-féle relációk nem jelentenek korlátozást.

Az atomok esetében az *energia*, a *perdület nagysága*, a *perdület egyik vetülete* és egy tipikusan kvantumozott mennyiség a *spin* értékei mérhetőek egyszerre tetszőleges pontossággal.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- **A többelektronos atomok**
- Röntgensugárzás

A többelektronos atomok

A komoly matematikai nehézségek a többelektronos rendszereknél lépnek fel.

Először is azt kell tisztáznunk, mely fizikai mennyiségek meghatározása a legfontosabb. Azokra leszünk kíváncsiak, amelyek mérésénél a Heisenberg-féle relációk nem jelentenek korlátozást.

Az atomok esetében az *energia*, a *perdület nagysága*, a *perdület egyik vetülete* és egy tipikusan kvantumos mennyiség a *spin* értékei mérhetőek egyszerre tetszőleges pontossággal.

A kvantummechanika további következménye, hogy a mikrorészecskék perdülete sem vehet fel tetszőleges értékeket, hanem csak a $\hbar$ egység meghatározott többszörösét.

$$L^2 = l(l + 1)\hbar^2,$$

ahol L -a perdület nagysága, l -a mellékkvantumszám. (mindig természetes szám, vagy nulla).



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Ha meghatározunk egy tetszőleges irányt a térben (pl. külső mágneses tér iránya), akkor a vektormennyiségeknek az erre az irányra vett vetületei csak a $\hbar$ egység egész számú többszörösei lehetnek.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Ha meghatározunk egy tetszőleges irányt a térben (pl. külső mágneses tér iránya), akkor a vektormennyiségeknek az erre az irányra vett vetületei csak a $\hbar$ egység egész számú többszörösei lehetnek.

Ilyen vektormennyiség a perdület is. Ennek adott irányra–legyen ez a z -irány–való vetülete:

$$L_z = m\hbar$$

ahol m -egész szám.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

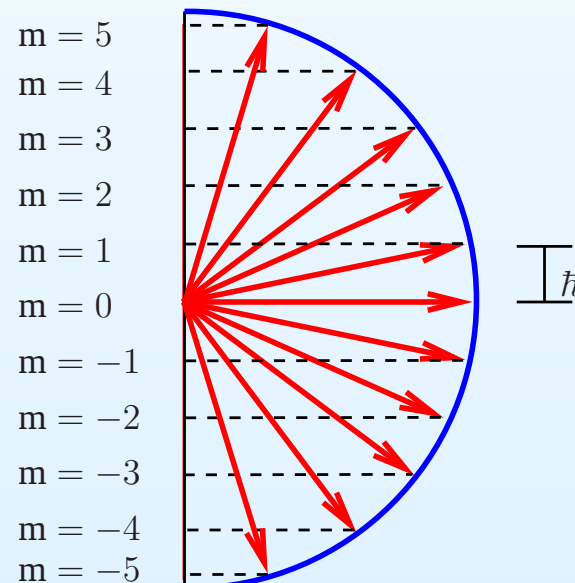
- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok
- Röntgensugárzás

Ha meghatározunk egy tetszőleges irányt a térben (pl. külső mágneses tér iránya), akkor a vektormennyiségeknek az erre az irányra vett vetületei csak a $\hbar$ egység egész számú többszörösei lehetnek.

Ilyen vektormennyiség a perdület is. Ennek adott irányra–legyen ez a z -irány–való vetülete:

$$L_z = m\hbar$$

ahol m -egész szám.





Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Láttuk, hogy az elektronnak kvantált perdülete van, amely mozgásából származik.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Láttuk, hogy az elektronnak kvantált perdülete van, amely mozgásából származik.

Az elektron rendelkezik az előbb említett pályaperdületen kívül még más jellegű perdülettel is, amely nem kapcsolható össze semmiféle mozgással. $\Rightarrow$ **Spin, vagy sajátperdület.**



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok
- Röntgensugárzás

Láttuk, hogy az elektronnak kvantált perdülete van, amely mozgásából származik.

Az elektron rendelkezik az előbb említett pályaperdületen kívül még más jellegű perdülettel is, amely nem kapcsolható össze semmiféle mozgással. $\Rightarrow$ **Spin, vagy sajátperdület.**

A spin is kvantált mennyiség. Egy kiválasztott irányra az elektron esetében két vetülete lehet.

$$S_z = s_z \hbar,$$

ahol S_z -az elektronspin vetülete, s_z -pedig az un. spinkvantumszám, értéke $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ (s_z nem egész szám!).



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok
- Röntgensugárzás

Láttuk, hogy az elektronnak kvantált perdülete van, amely mozgásából származik.

Az elektron rendelkezik az előbb említett pályaperdületen kívül még más jellegű perdülettel is, amely nem kapcsolható össze semmiféle mozgással. $\Rightarrow$ **Spin, vagy sajátperdület.**

A spin is kvantált mennyiség. Egy kiválasztott irányra az elektron esetében két vetülete lehet.

$$S_z = s_z \hbar,$$

ahol S_z -az elektronspin vetülete, s_z -pedig az un. spinkvantumszám, értéke $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ (s_z nem egész szám!).



[Bevezetés](#)

[Kísérleti tények](#)

[Atommodellek](#)

[Kvantumfizika alapjai](#)

[Az elektron állapotai az
atomban](#)

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- **A többielektronos atomok**
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.

- n - főkvantumszám - az energiát határozza meg ($n = 1, 2, 3, \dots$)



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.

- n - főkvantumszám - az energiát határozza meg
($n = 1, 2, 3, \dots$)
- l - mellékkvantumszám - a perdületet határozza meg
($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$)



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.

- n - főkvantumszám - az energiát határozza meg
($n = 1, 2, 3, \dots$)
- l - mellékkvantumszám - a perdületet határozza meg
($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$)
- m - mágneses kvantumszám - a perdület egy kitüntetett irányra (pl. külső mágneses tér) való vetületét határozza meg
($m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$)



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az
atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.

- n - főkvantumszám - az energiát határozza meg ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- l - mellékkvantumszám - a perdületet határozza meg ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$)
- m - mágneses kvantumszám - a perdület egy kitüntetett irányra (pl. külső mágneses tér) való vetületét határozza meg ($m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$)
- s_z - spin kvantumszám - a sajátperdület egy kitüntetett irányra való vetületét határozza meg ($s_z = -1/2, +1/2$)



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.

- n - főkvantumszám - az energiát határozza meg ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- l - mellékkvantumszám - a perdületet határozza meg ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$)
- m - mágneses kvantumszám - a perdület egy kitüntetett irányra (pl. külső mágneses tér) való vetületét határozza meg ($m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$)
- s_z - spin kvantumszám - a sajátperdület egy kitüntetett irányra való vetületét határozza meg ($s_z = -1/2, +1/2$)

Pauli-elv: Két, vagy több feles spinű részecske, vagy fermion sohasem lehet ugyanabban a kvantumállapotban.



Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás

Az atomokban egy elektronállapot jellemzéséhez négy kvantumszámra van szükség.

- n - főkvantumszám - az energiát határozza meg ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- l - mellékkvantumszám - a perdületet határozza meg ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$)
- m - mágneses kvantumszám - a perdület egy kitüntetett irányra (pl. külső mágneses tér) való vetületét határozza meg ($m = -l, -l + 1, \dots, 0, \dots, l - 1, l$)
- s_z - spin kvantumszám - a sajátperdület egy kitüntetett irányra való vetületét határozza meg ($s_z = -1/2, +1/2$)

Pauli-elv: Két, vagy több feles spinű részecske, vagy fermion sohasem lehet ugyanabban a kvantumállapotban.

Az energiaminimum elve, valamint a Pauli-elv képezik az alapját a periódusos rendszer kvantumfizikai értelmezésének.



Röntgensugárzás

Bevezetés

Kísérleti tények

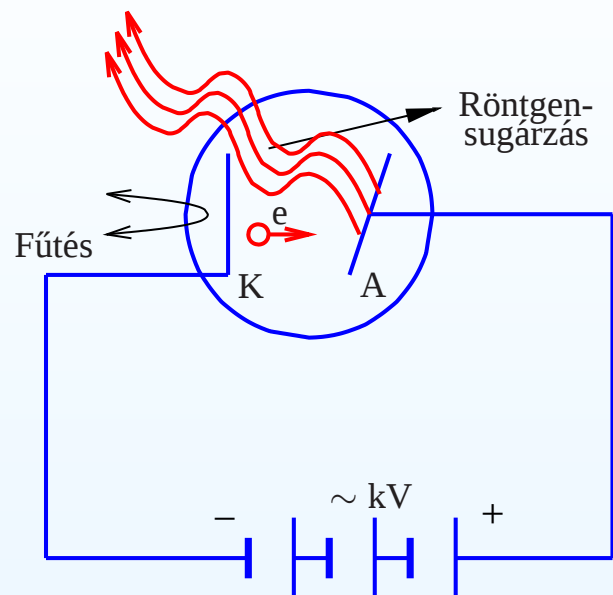
Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok

• Röntgensugárzás





Bevezetés

Kísérleti tények

Atommodellek

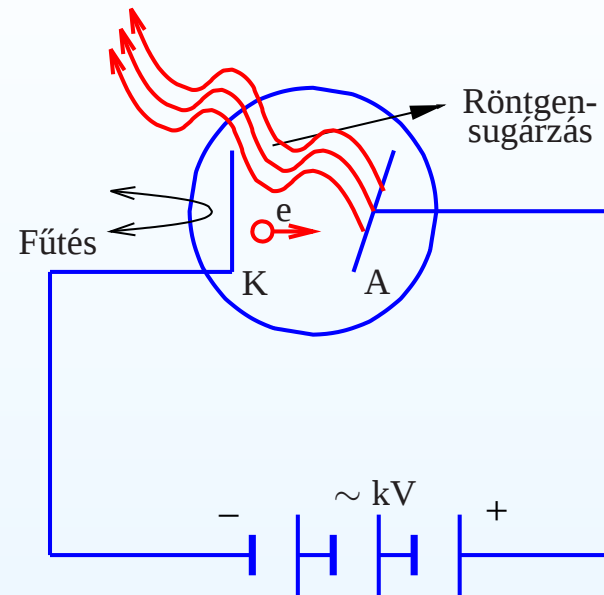
Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többielektronos atomok

• Röntgensugárzás

Röntgensugárzás



Rövid hullámhosszúságú, tehát nagy energiájú (néhány keV), és nagy áthatolóképeségű elektromágneses sugárzás a röntgensugárzás.



Bevezetés

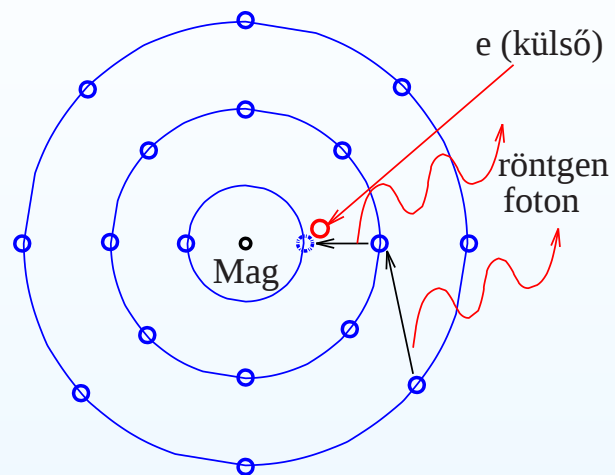
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás





Bevezetés

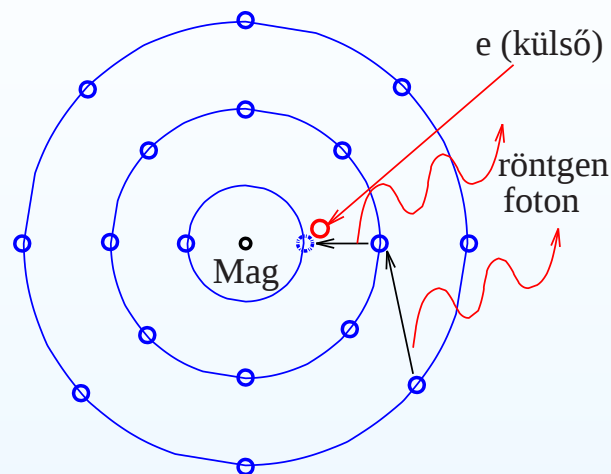
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás



A katód felől érkező gyors elektron ütközhet a belső pályák egyikén tartózkodó kötött elektronnal, és kiszakíthatja azt az atom kötelékéből.



Bevezetés

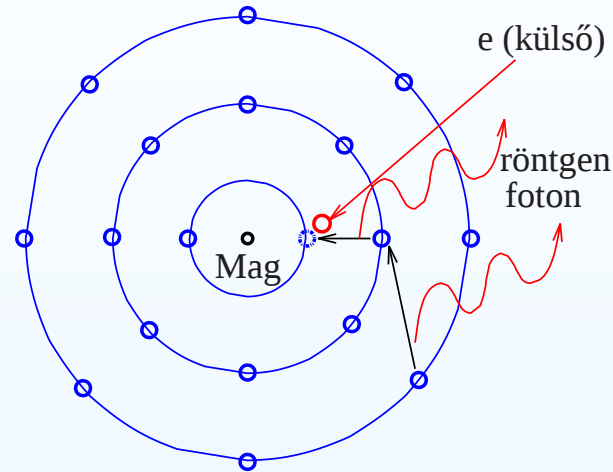
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás



A katód felől érkező gyors elektron ütközhet a belső pályák egyikén tartózkodó kötött elektronnal, és kiszakíthatja azt az atom kötelékéből.

Az így visszamaradt ionban az energiaminimum elve miatt átrendeződés megy végbe. $\Rightarrow$ Fotonok kibocsájtása.

(**Karakterisztikus röntgensugárzás**)



Bevezetés

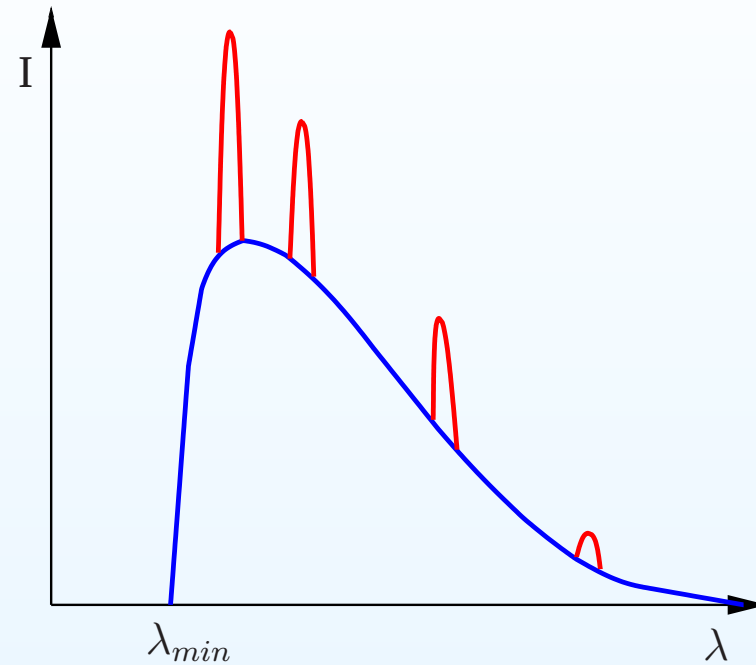
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás





Bevezetés

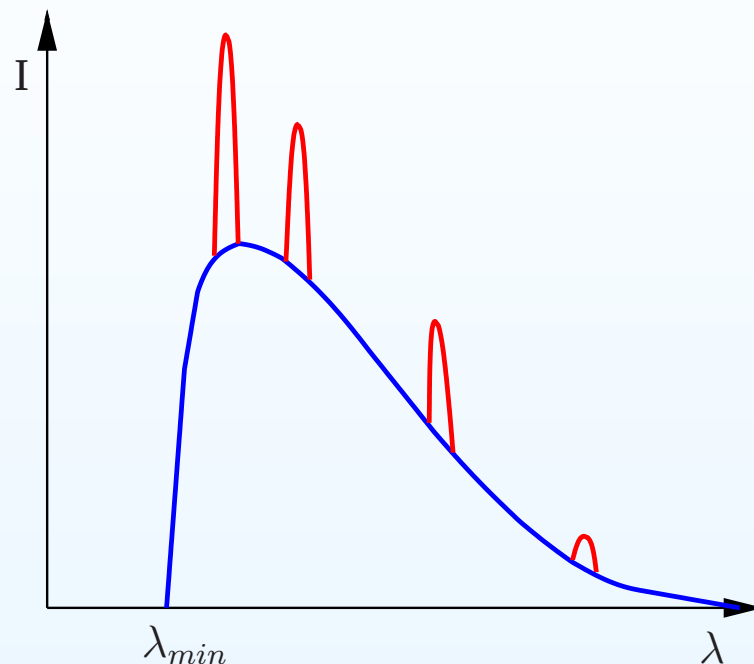
Kísérleti tények

Atommodellek

Kvantumfizika alapjai

Az elektron állapotai az atomban

- A hidrogénatombeli elektron
- Heisenberg-féle határozatlansági relációk
- A többelektronos atomok
- Röntgensugárzás



A beeső elektron fékeződik, így sugároz $\Rightarrow$ **fékezési röntgensugárzás.**