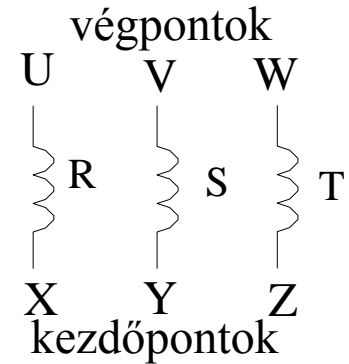
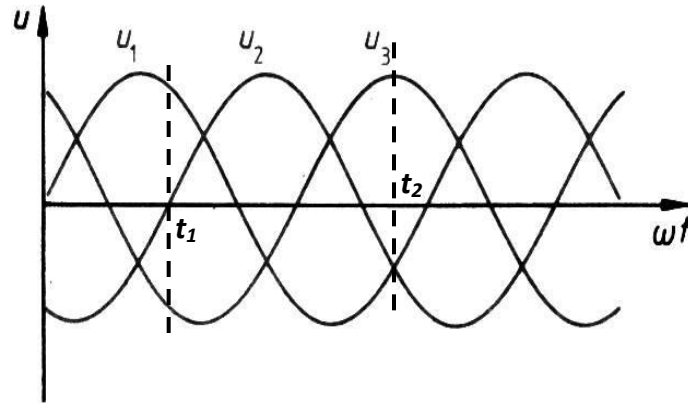
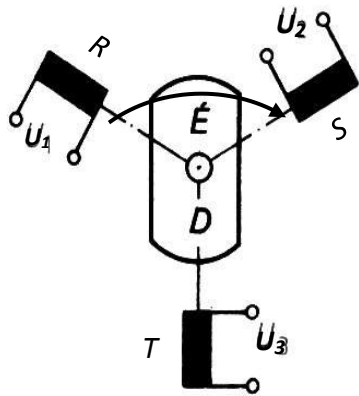


# Háromfázisú hálózat.

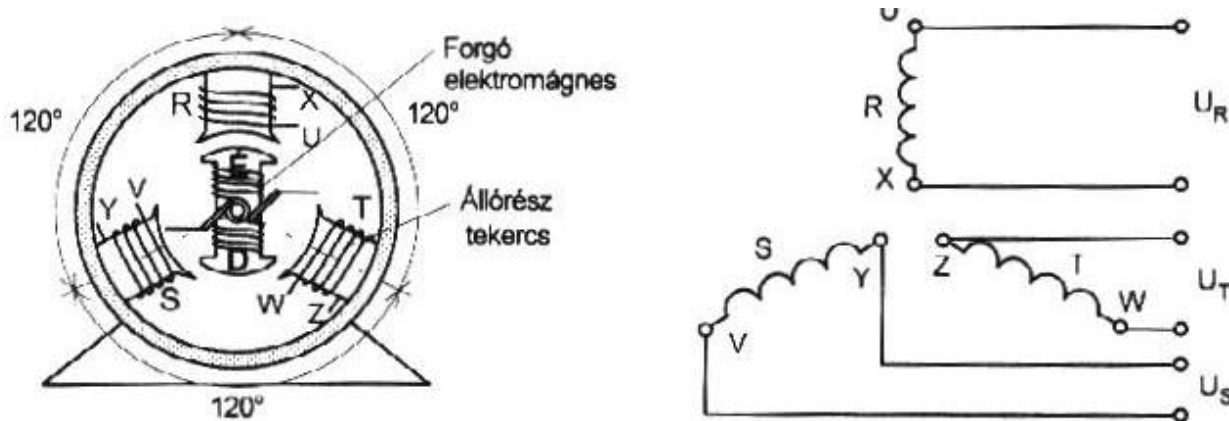


A tekercsek, kezdő és végpontjaik jelölése

Ha egymással  $120^\circ$ -ot bezáró R-S-T tekercsek között két pólusú állandó mágnesset, vagy elektromágnesset forgatunk, forgó mágneses mező jön létre és a tekercsekben egymáshoz képest  $120^\circ$ -os fázistolású szinuszos feszültség indukálódik.

A  $120^\circ$ -os fázistolás következtében a három szinuszos feszültség pillanatértékeinek összege bármely időpontban zérus értéket ad.

# Háromfázisú hálózat.



## Forgó elektromágnessel felépített háromfázisú generátor vázlatja és tekercskivezetései

Az ábra alapján a háromfázisú feszültség szállításához **hat** vezetékre lenne szükség. A 120°-os fázistolás következtében azonban a három szinuszos feszültség pillanatértékeinek összege bármely időpontban zérus értéket ad. Ez a körülmény lehetőséget ad arra, hogy az egymást követő tekercsek kezdő- és végpontjait összeköthetjük, hiszen az így sorba kötött tekercsekben áram nem folyik, mivel az eredő feszültség  $\Sigma U=0$ ! Ezt nevezzük  $\Delta$ , vagy háromszöghozzákapcsolásnak. Elegendő 3 vezeték az energiaszállításra!

Össze lehet kötni a tekercsek végeit is, ekkor Y, vagy csillagkapcsolásról beszélünk. Ebben az esetben négy vezeték szükséges az energia továbbításra, azonban **kétféle** feszültség szint áll rendelkezésre: a csillagpont és bármely tekercsvég között a **fázisfeszültség**, a szabad tekercsvégek között pedig a **vonalfeszültség**.

# Háromfázisú rendszerek

$$u_A = u_{Am} \sin \omega t$$

$$u_B = u_{Bm} \sin (\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C = u_{Cm} \sin (\omega t - 240^\circ)$$

# Szimmetrikus és aszimmetrikus rendszerek

Szimmetrikus a háromfázisú feszültségrendszer, ha a fázisok feszültségei egyenlő nagyok,

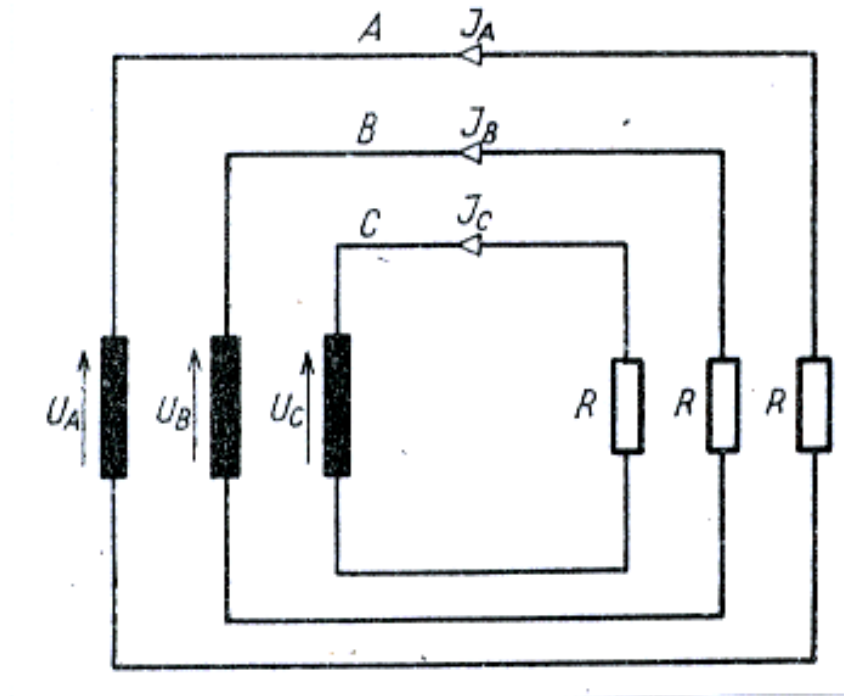
$$u_{Am} = u_{Bm} = u_{Cm}$$

és egymáshoz képest azonos szöggel vannak eltolva:

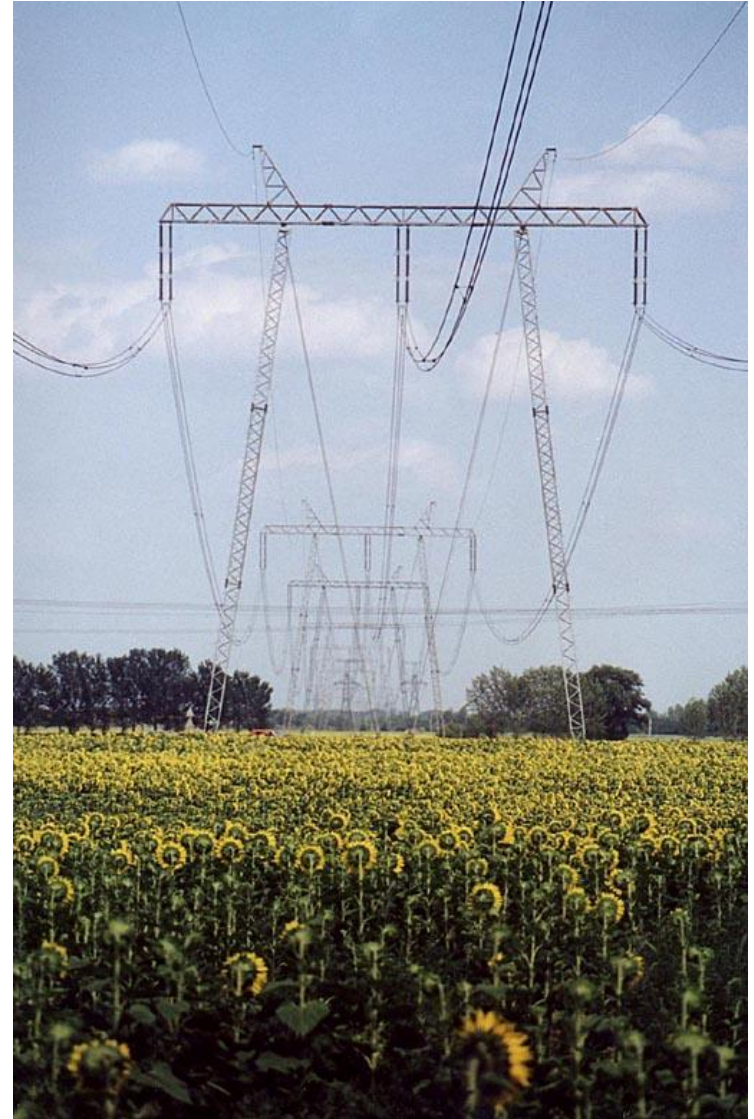
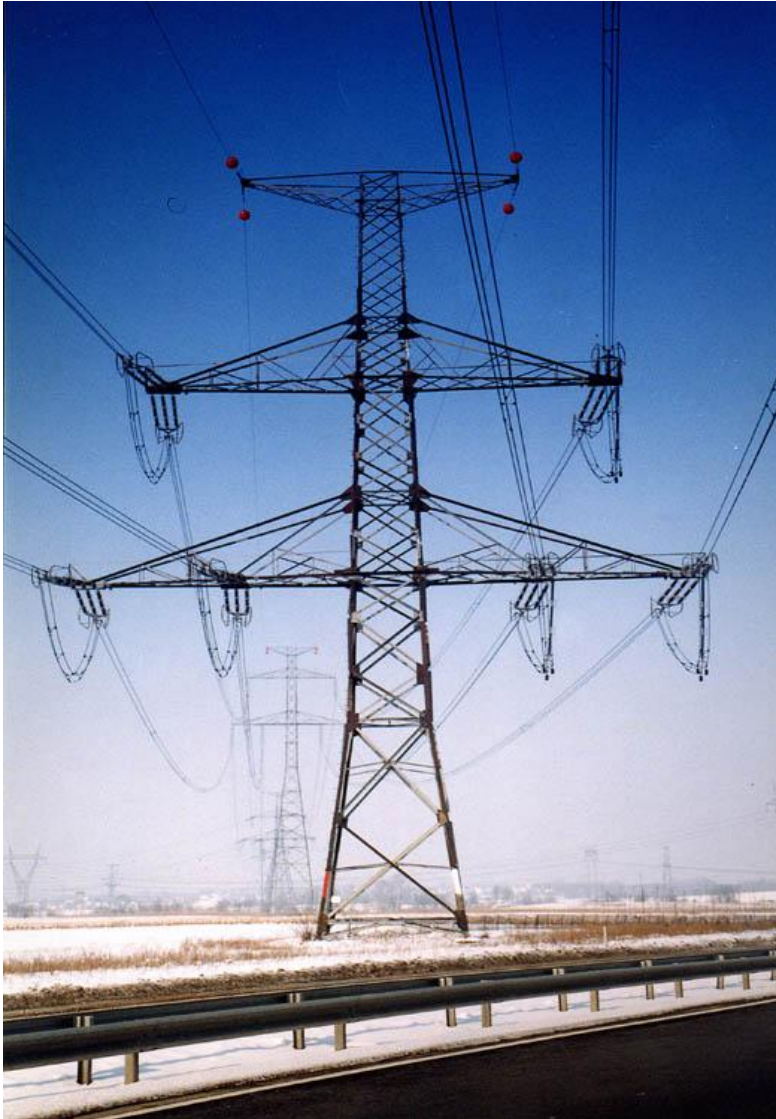
$$\alpha_{AB} = \alpha_{BC} = \alpha_{CA} = 120^\circ$$

# Szimmetrikus háromfázisú rendszer

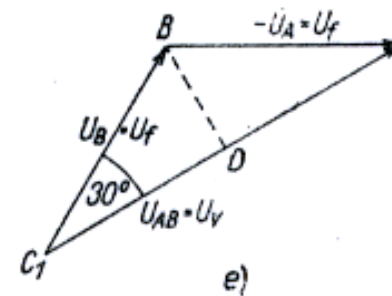
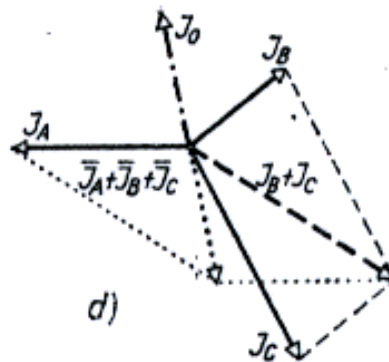
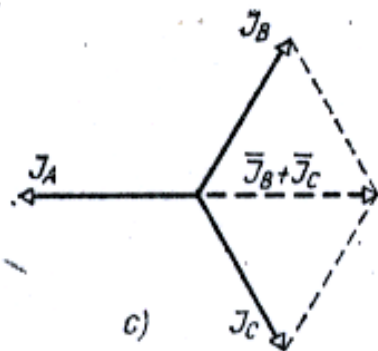
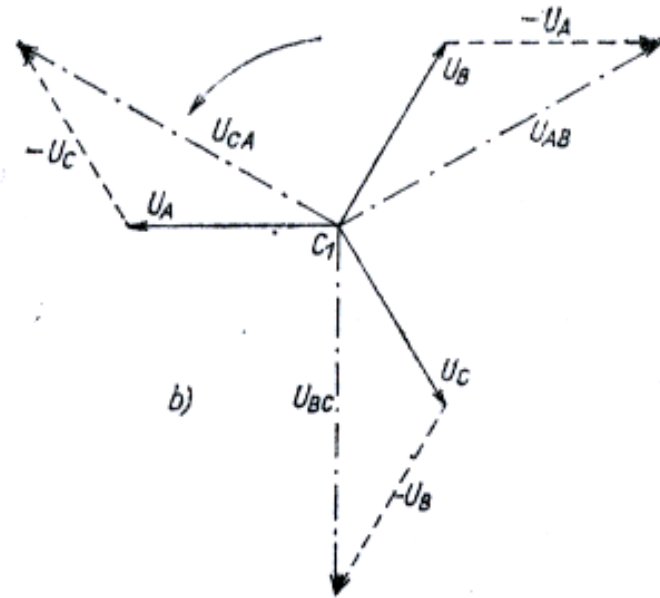
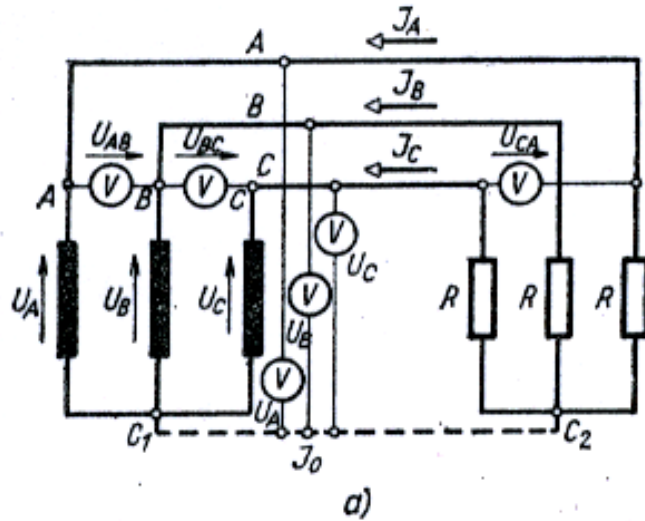
## A háromfázisú generátor terhelése



# Távvezetékek



# Csillagkapcsolás



# Csillagkapcsolás

b.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_A + \mathbf{U}_{AB} - \mathbf{U}_B &= 0 & \rightarrow & \mathbf{U}_{AB} = \mathbf{U}_B - \mathbf{U}_A \\ \mathbf{U}_B + \mathbf{U}_{BC} - \mathbf{U}_C &= 0 & \rightarrow & \mathbf{U}_{BC} = \mathbf{U}_C - \mathbf{U}_B \\ \mathbf{U}_C + \mathbf{U}_{CA} - \mathbf{U}_A &= 0 & \rightarrow & \mathbf{U}_{CA} = \mathbf{U}_A - \mathbf{U}_C \end{aligned}$$

c.

$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = 0 \quad (\text{szimmetrikus ohmos terhelés})$$

d.

$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_O = 0 \quad (\text{aszimmetrikus ohmos terhelés})$$

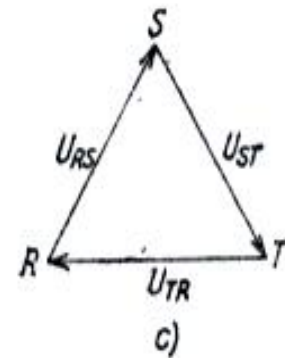
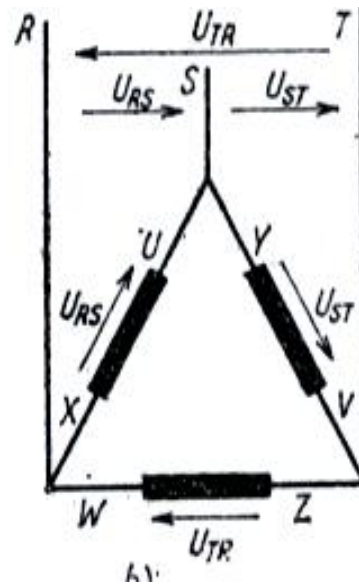
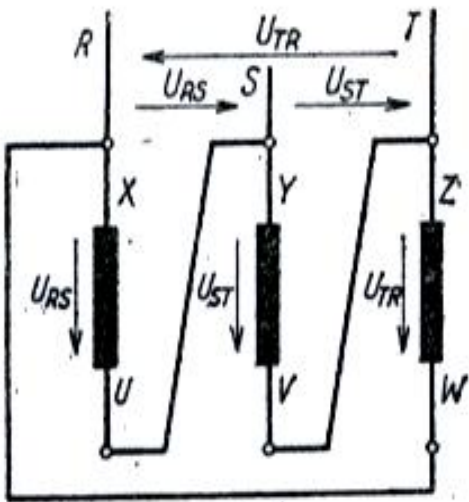
e.

$$U_v = \sqrt{3} U_f, \quad I_v = I_f$$

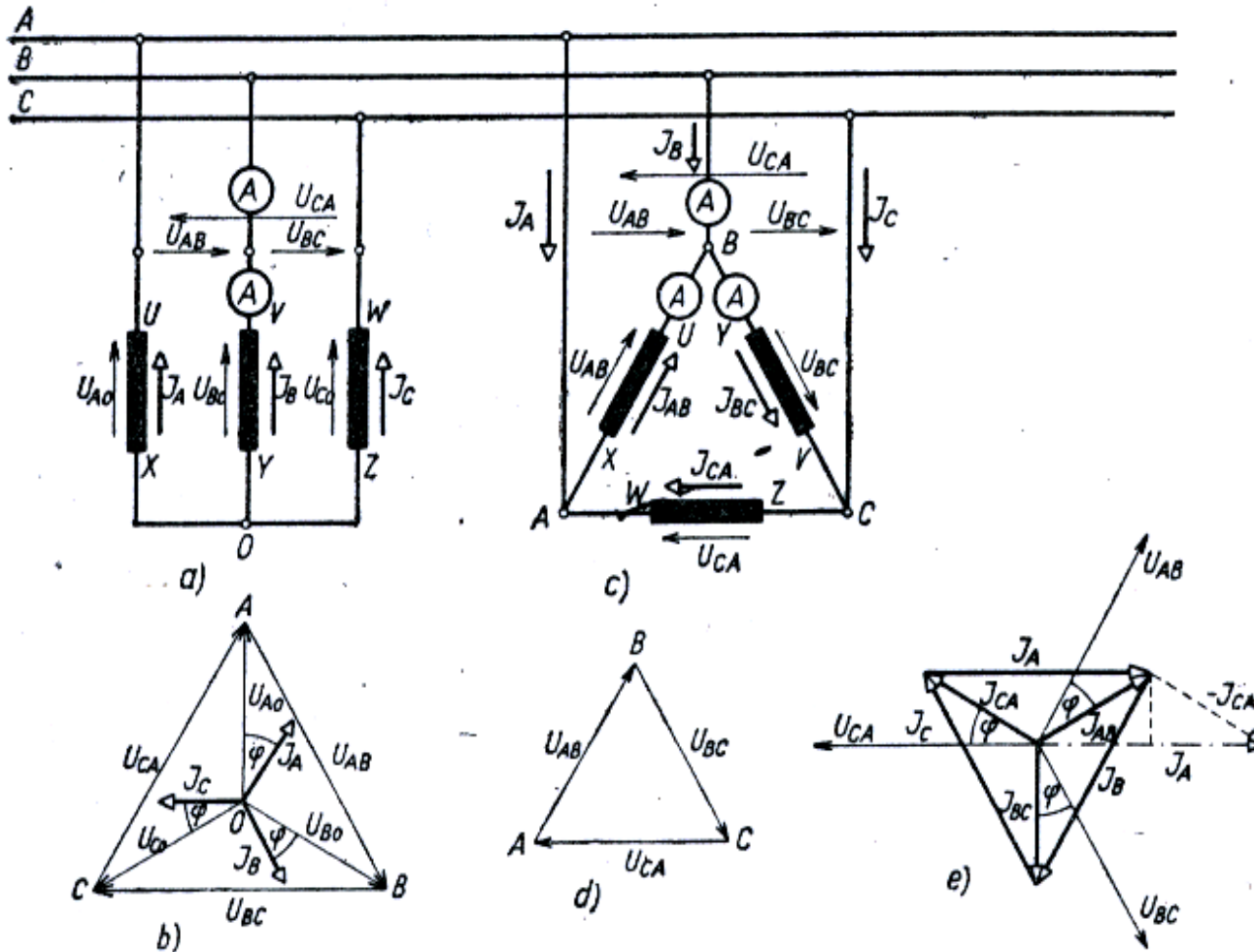


# Háromszögkapcsolás

$$U_v = U_f \quad I_v \neq I_f$$



# Háromfázisú fogyasztók csatlakoztatása a hálózathoz



# Háromfázisú szimmetrikus fogyasztók csatlakozása a hálózathoz

b.

$$U_v = \sqrt{3}U_f \qquad I_v = I_f$$

e.

$$\begin{aligned} I_A + I_{CA} - I_{AB} &= 0 & \rightarrow & I_A = I_{AB} - I_{CA} \\ I_B + I_{AB} - I_{BC} &= 0 & \rightarrow & I_B = I_{BC} - I_{AB} \\ I_C + I_{BC} - I_{CA} &= 0 & \rightarrow & I_C = I_{CA} - I_{BC} \end{aligned}$$

$$U_v = U_f \qquad I_v = \sqrt{3} I_f$$

# A háromfázisú teljesítmény

Aszimmetrikus terhelés esetén:

$$P = U_{Af} I_{Af} \cos \varphi_A + U_{Bf} I_{Bf} \cos \varphi_B + U_{Cf} I_{Cf} \cos \varphi_C$$

$$Q = U_{Af} I_{Af} \sin \varphi_A + U_{Bf} I_{Bf} \sin \varphi_B + U_{Cf} I_{Cf} \sin \varphi_C$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Szimmetrikus terhelés esetén:

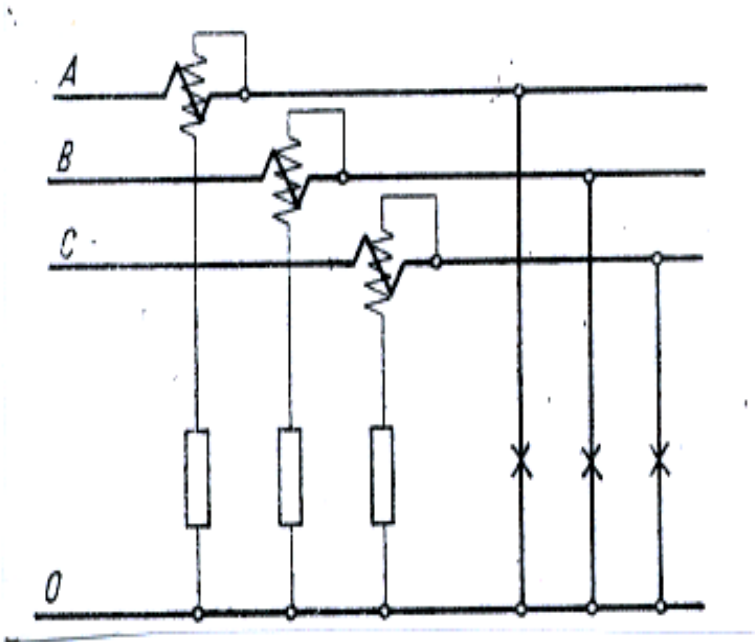
$$P = 3 U_f I_f \cos \varphi = \sqrt{3} U_v I_v \cos \varphi$$

$$Q = 3 U_f I_f \sin \varphi = \sqrt{3} U_v I_v \sin \varphi$$

$$S = 3 U_f I_f = \sqrt{3} U_v I_v$$

# Hatásos teljesítmény mérése

Négyszegletes rendszerben



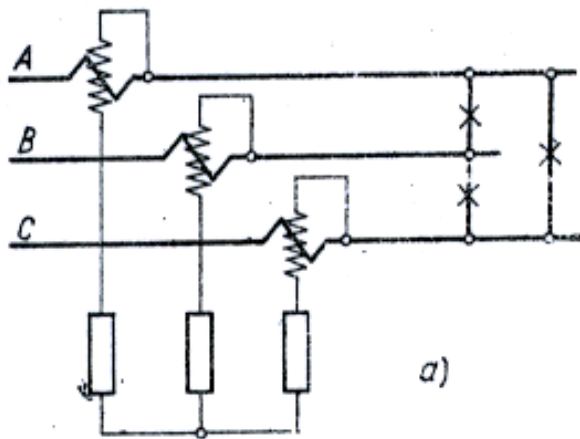
Aszimmetria esetén:

$$P = P_A + P_B + P_C$$

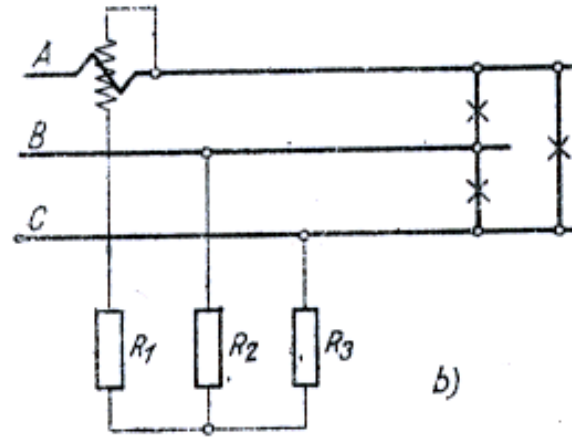
Szimmetria esetén:

$$P = 3 P_A = 3 P_B = 3 P_C$$

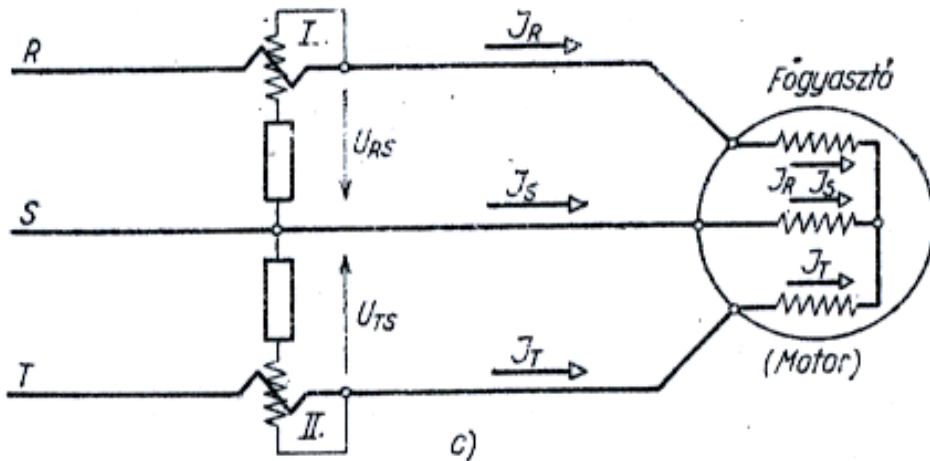
# Háromvezetékes rendszerben



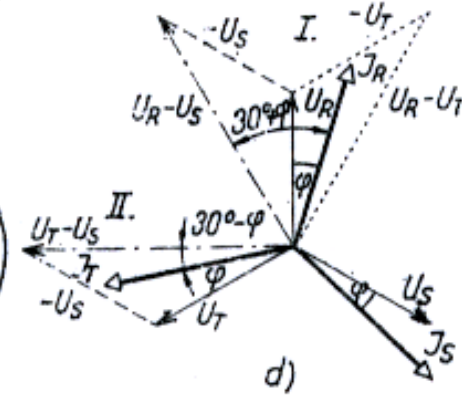
a)



b)



c)



d)

## Háromvezetékes rendszerben

a. Aszimmetria esetén:

$$P = P_A + P_B + P_C$$

b. Szimmetria esetén:

$$P = 3 P_A \quad (R_e + R_1 = R_2 = R_3)$$

c. Aron-kapcsolás

d. Aron-kapcsolás vektorábrája

# Aron-kapcsolás

Aszimmetrikus feszültségek és aszimmetrikus terhelés esetén is alkalmazható!

A kevesebbet mutató műszer előjelének megállapítása:

- ohmos fogyasztók bekötése
- feszültségtekercsének közös fázison (S) lévő végét ha áthelyezzük a harmadik fázisra a kitérés pozitív

$$P = P_{II} + (\pm P_I)$$

$$Q = \sqrt{3} [ P_{II} - (\pm P_I) ]$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3} [ P_{II} - (\pm P_I) ] / [ P_{II} + (\pm P_I) ]$$

(csak szimmetrikus esetben!)



# Meddőteljesítmény mérése

A wattmérő feszültségtekercsét a fázisfeszültséghez képest  $90^\circ$ -al eltolt feszültségre kell kapcsolni.

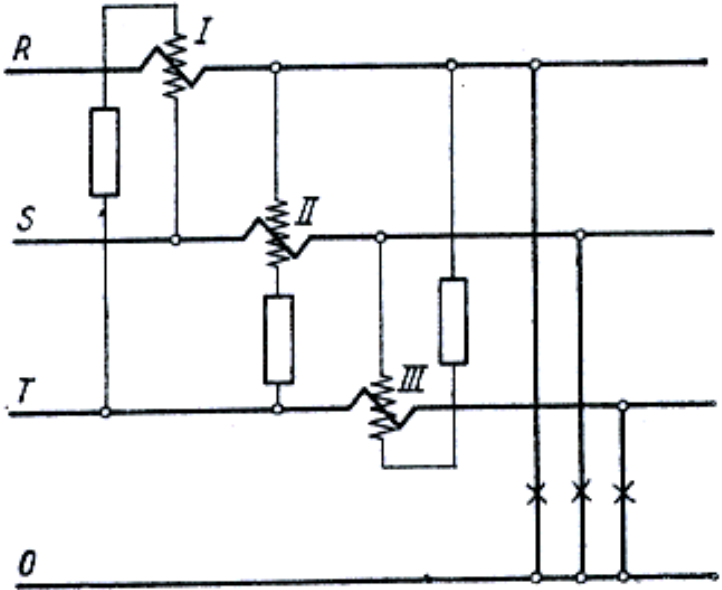
$$Q = U I \cos ( 90 - \varphi ) = U I \sin \varphi$$

A  $90^\circ$ -os fáziseltolás megvalósítása:

- egyfázisú hálózat: műkapcsolás
- háromfázisú hálózat: valamelyik

fázisfeszültség merőleges a másik két fázis vonali feszültségére

# Négyvezetős rendszerben



Aszimmetrikus terhelés:

$$Q = (Q_I + Q_{II} + Q_{III}) / \sqrt{3}$$

Szimmetrikus terhelés:

$$Q = \sqrt{3} Q_I = \sqrt{3} Q_{II} = \sqrt{3} Q_{III}$$

## Háromvezetős rendszerben

- A négyvezetős rendszernél ismertetett módon

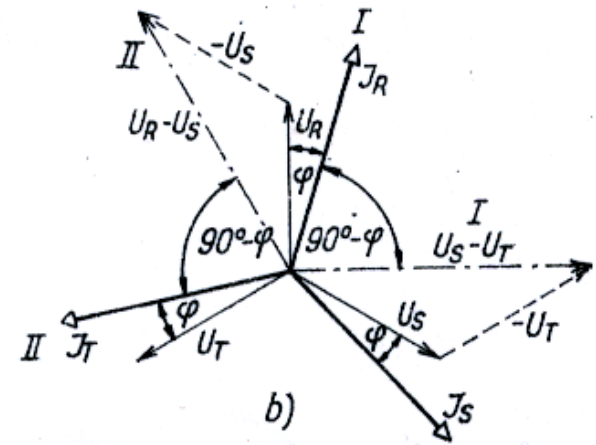
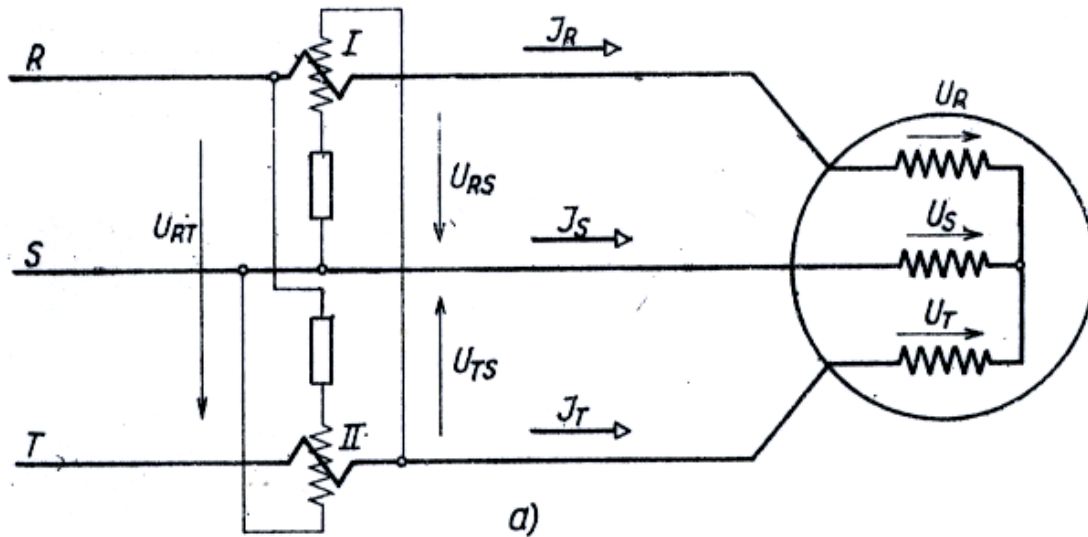
- Aron-kapcsolásban

$$Q = \sqrt{3} [P_{\parallel} - (\pm P_{\perp})]$$

- Módosított Aron-kapcsolásban

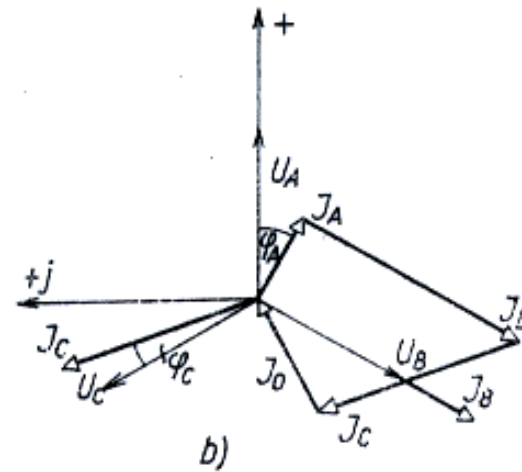
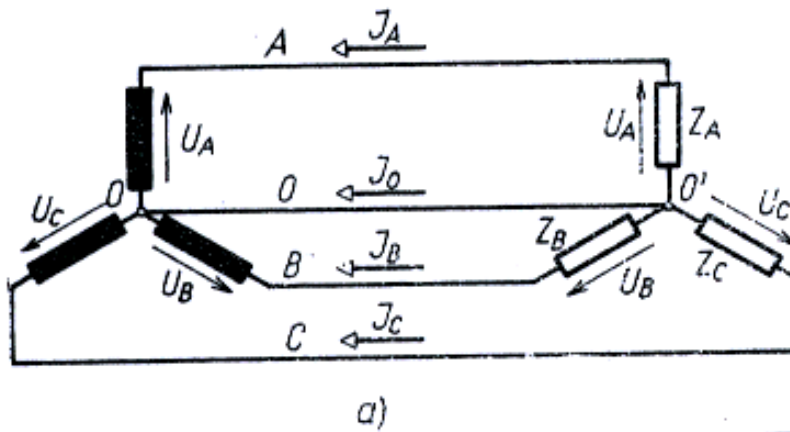
$$Q = \sqrt{3} (P_{\perp} + P_{\parallel}) / 2 = 0,866 (P_{\perp} + P_{\parallel})$$

# Módosított Aron-kapcsolás



# Szimmetrikus háromfázisú rendszer aszimmetrikus terhelése

Négyvezetős rendszer csillagba kapcsolt fogyasztókkal



# Négyvezetős rendszer csillagba kapcsolt fogyasztókkal

$$\mathbf{U}_A = U$$

$$\mathbf{U}_B = U e^{-j120^\circ}$$

$$\mathbf{U}_C = U e^{-j240^\circ}$$

$$\mathbf{Z}_A = Z_A e^{j\varphi_A}$$

$$\mathbf{Z}_B = Z_B e^{j\varphi_B}$$

$$\mathbf{Z}_C = Z_C e^{j\varphi_C}$$

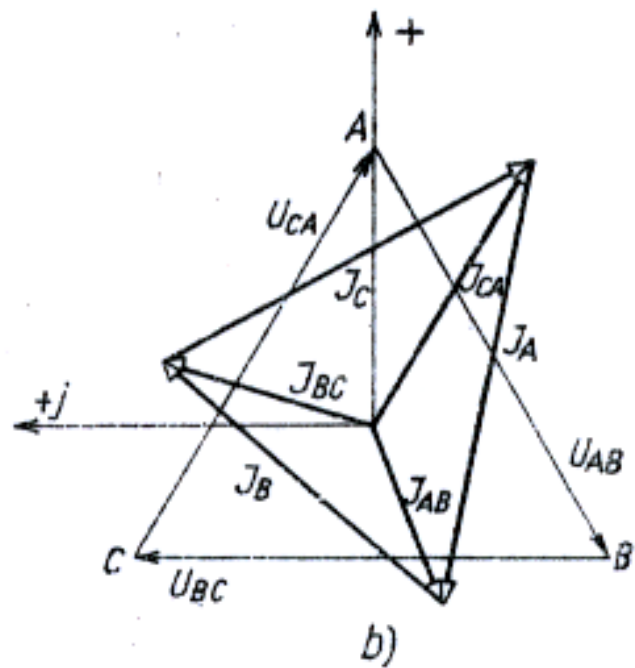
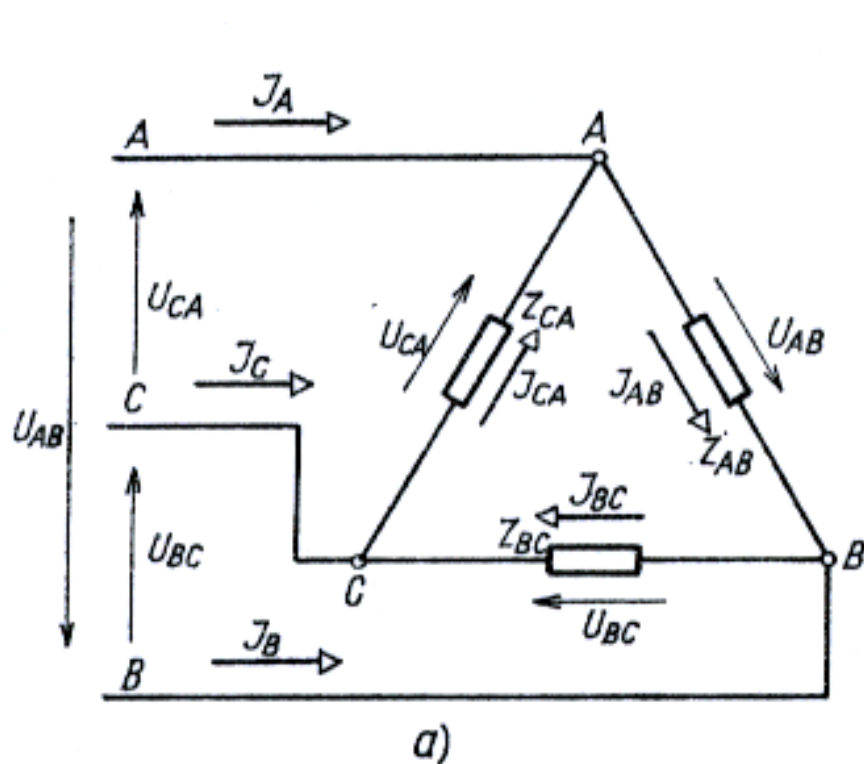
$$\mathbf{I}_A = \mathbf{U}_A / \mathbf{Z}_A$$

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{U}_B / \mathbf{Z}_B$$

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{U}_C / \mathbf{Z}_C$$

$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C + \mathbf{I}_O = 0$$

# Háromvezetős rendszer háromszögbe kapcsolt fogyasztókkal



# Háromvezetős rendszer háromszögbe kapcsolt fogyasztókkal

$$\mathbf{U}_{AB} = U e^{j210^\circ}$$

$$\mathbf{U}_{BC} = U e^{j90^\circ}$$

$$\mathbf{U}_{CA} = U e^{-j30^\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{AB} = Z_{AB} e^{j\varphi_{AB}}$$

$$\mathbf{Z}_{BC} = Z_{BC} e^{j\varphi_{BC}}$$

$$\mathbf{Z}_{CA} = Z_{CA} e^{j\varphi_{CA}}$$

$$\mathbf{I}_{AB} = \mathbf{U}_{AB} / \mathbf{Z}_{AB}$$

$$\mathbf{I}_{BC} = \mathbf{U}_{BC} / \mathbf{Z}_{BC}$$

$$\mathbf{I}_{CA} = \mathbf{U}_{CA} / \mathbf{Z}_{CA}$$

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{CA}$$

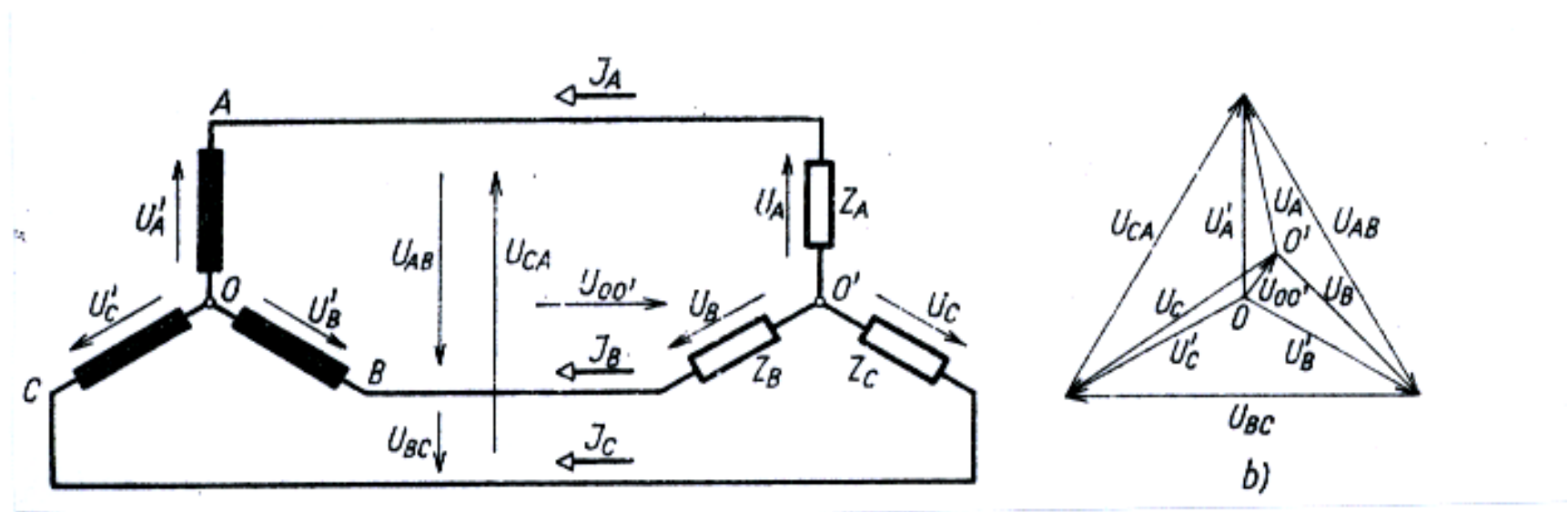
$$\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_{BC} - \mathbf{I}_{AB}$$

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{I}_{CA} - \mathbf{I}_{BC}$$

$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = 0$$



# Háromvezetős rendszer csillagkapcsolású fogyasztóval



## Háromvezetős rendszer csillagkapcsolású fogyasztóval

$$\mathbf{U}_{00'} = ( \mathbf{U}_A' \mathbf{Y}_A + \mathbf{U}_B' \mathbf{Y}_B + \mathbf{U}_C' \mathbf{Y}_C ) / ( \mathbf{Y}_A + \mathbf{Y}_B + \mathbf{Y}_C )$$

$$\mathbf{U}_A = \mathbf{U}_A' - \mathbf{U}_{00'}$$

$$\mathbf{U}_B = \mathbf{U}_B' - \mathbf{U}_{00'}$$

$$\mathbf{U}_C = \mathbf{U}_C' - \mathbf{U}_{00'}$$

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{U}_A \mathbf{Y}_A$$

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{U}_B \mathbf{Y}_B$$

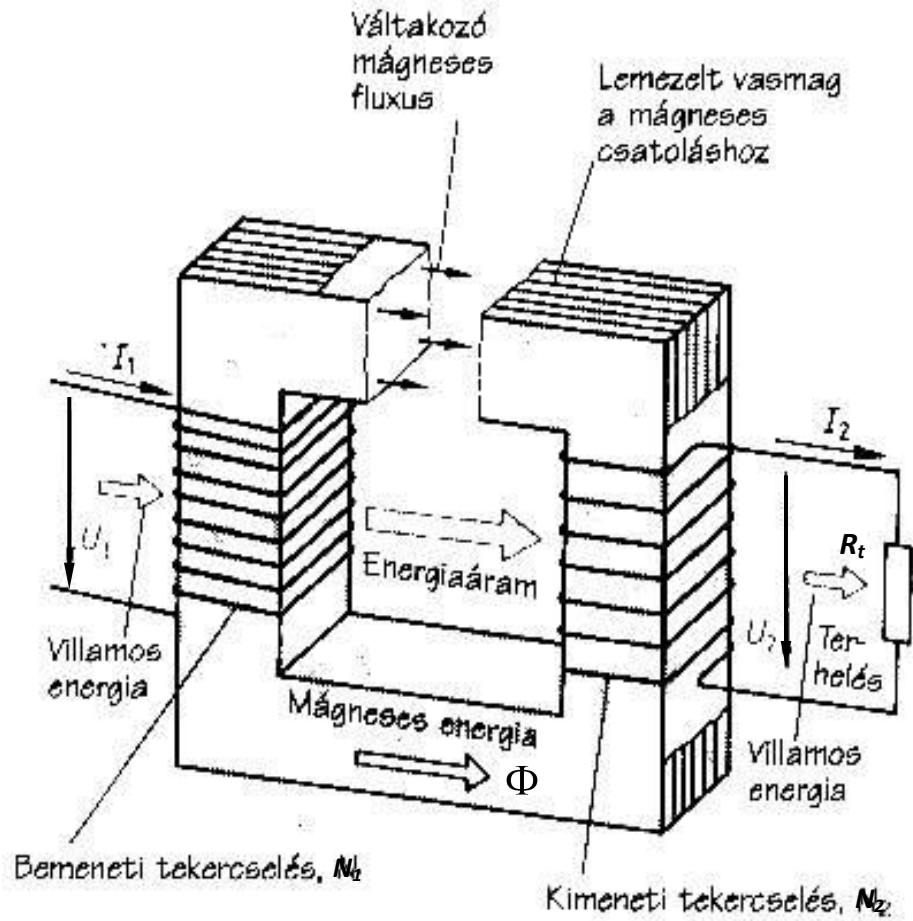
$$\mathbf{I}_C = \mathbf{U}_C \mathbf{Y}_C$$

$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = 0$$

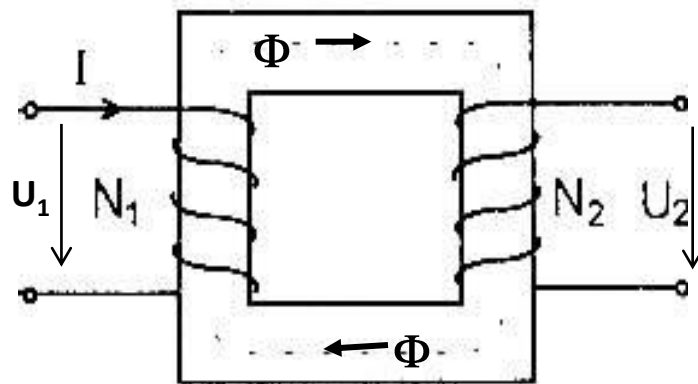
# Transzformátorok



# A transzformátor működési elve



# A transzformátor működési elve



Az effektív értékek:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t$$

$$U_{i1} = N_1 \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \omega \Phi_m \cos \omega t$$

$$U_{i2} = N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \omega \Phi_m \cos \omega t$$

$$U_{i1} = \frac{U_{i1m}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \Phi_m = 4,44 f N_1 \Phi_m$$

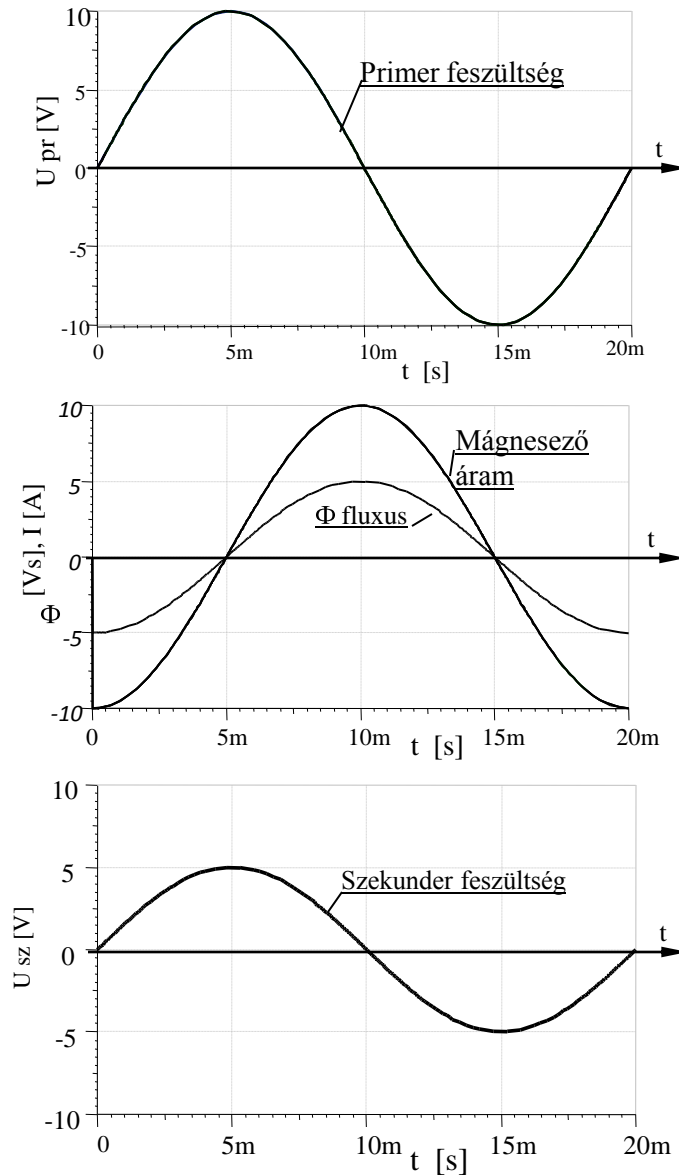
$$U_{i2} = \frac{U_{i2m}}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_2 \Phi_m = 4,44 f N_2 \Phi_m$$

Mivel mindkét tekercset ugyanaz a  $\Phi$  fluxust járja át, a primer és a szekunder tekercsekben indukált feszültségek aránya **üresjárásban**, - azaz terhelés nélkül- megegyezik a menetszámok arányával:

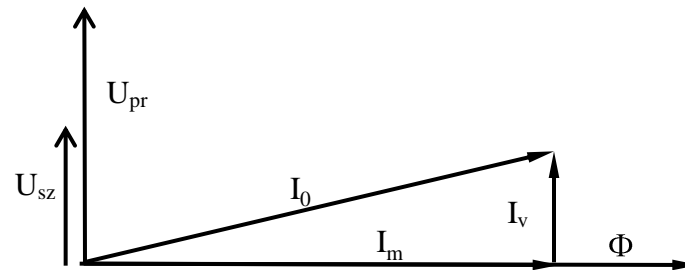
$$U_{\text{menet}} = U_{i1}/N_1 = U_{i2}/N_2 \quad \text{vagyis} \quad U_{i1}/U_{i2} = N_1/N_2$$

*A terheletlen transzformátor feszültségei a menetszámokkal arányosak, az  $N_1/N_2$  arányt a transzformátor menetszám-áttételének nevezzük:  $N_1/N_2 = a$*

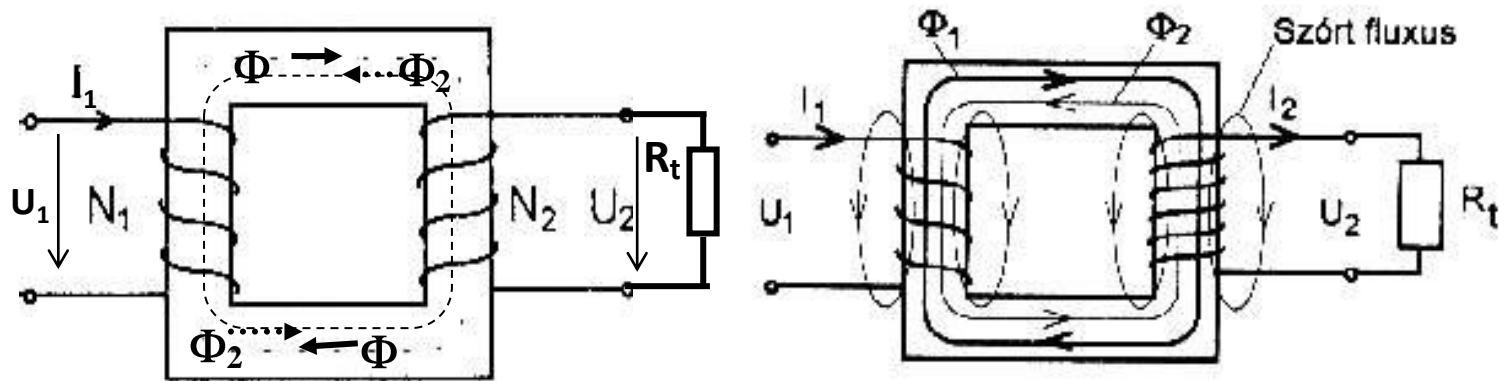
# A transzformátor üzemi tulajdonságai



A transzformátor üresjárásban működik, ha nincs a kimeneti kapcsain terhelés. A primer tekercs inductivitást képvisel, ezért szinuszos bemenő feszültség esetén a mágnesező áram  $90^\circ$ -ot késik. Ideális transzformátornál a szekunder tekercs feszültsége  $90^\circ$ -ot siet a mágnesező áramhoz képest, tehát a bemeneti feszültséggel azonos fázisú. A valóságos transzformátor üresjárási áramának fázistolása kisebb  $90^\circ$ -nál, mert a mágnesezési veszteség és a tekercs ellenállása ohmos veszteségként, hő formájában jelenik meg, és a veszteségi áram azonos fázisban van a feszültséggel. A vektorábra az alábbi módon alakul:



## A transzformátor üzemi tulajdonságai

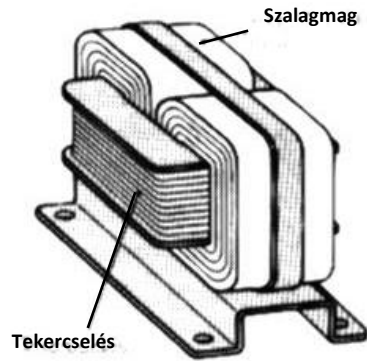


A transzformátor terhelésénél a kimeneti kapcsain áram folyik, amely a vasmagban ellentétes irányú  $\Phi_2$  fluxust hoz létre.  $I_1$  primer áram megnő, visszaállítja az eredeti fluxust, azonban a fluxus egy része a vason kívül záródik, szórt mágneses tér alakul ki. A szórt mágneses tér által metszett tekercs-menetek fojtótekercsként viselkednek, korlátozzák a tekercs áramát.

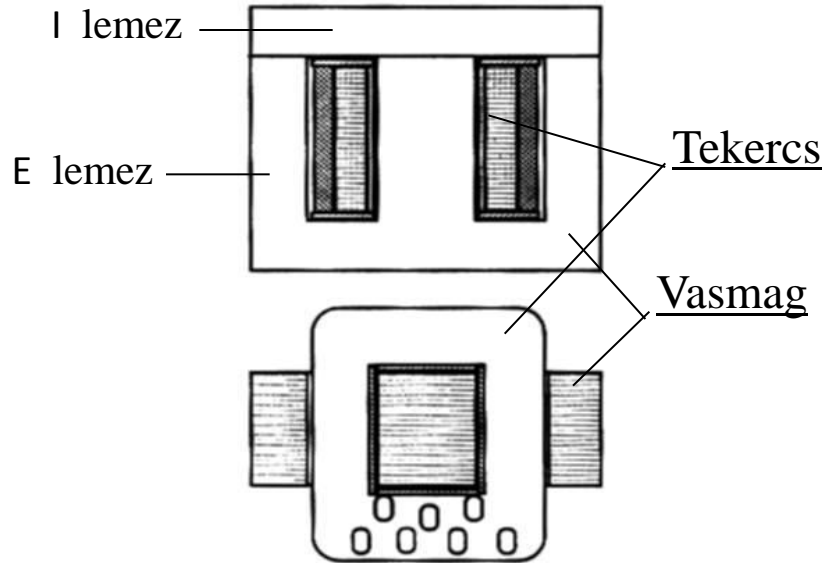
A fluxus állandósága miatt a két ellentétes gerjesztés eredője ugyanakkora, mint amekkora üresjárásban volt. Ez a **gerjesztések egyensúlya** törvény.

$$\bar{I}_1 N_1 - \bar{I}_2 N_2 = \bar{I}_0 N_1$$

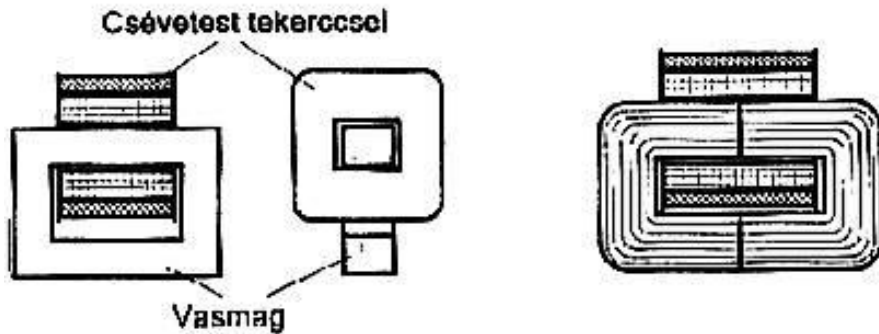
# A transzformátorok kiviteli formái



Vágott szalagmagos transzformátor  
Köpeny típusú kivitel



Köpeny típusú transzformátor,  
vasmag **E-I** lemezekből alakítva.

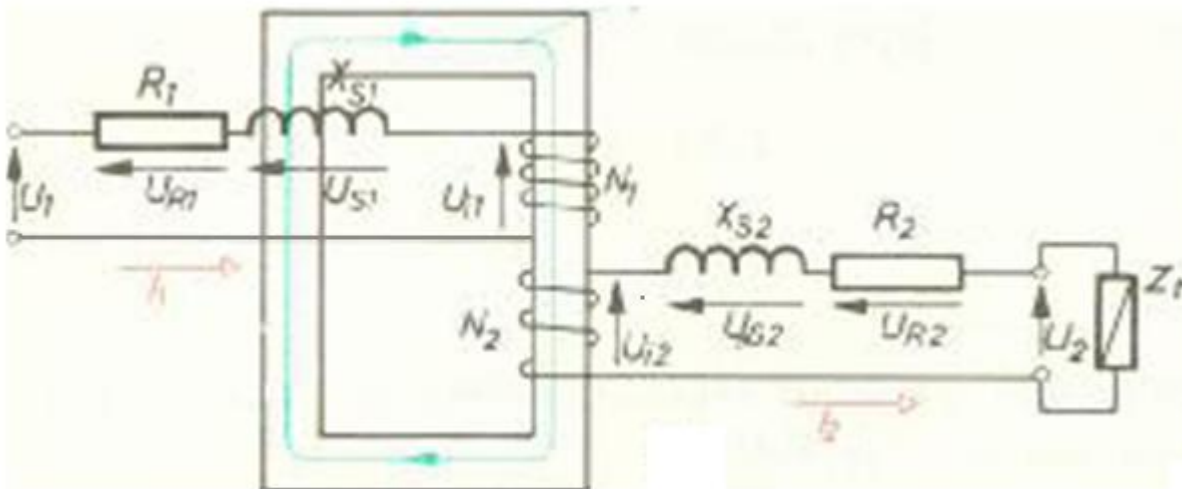
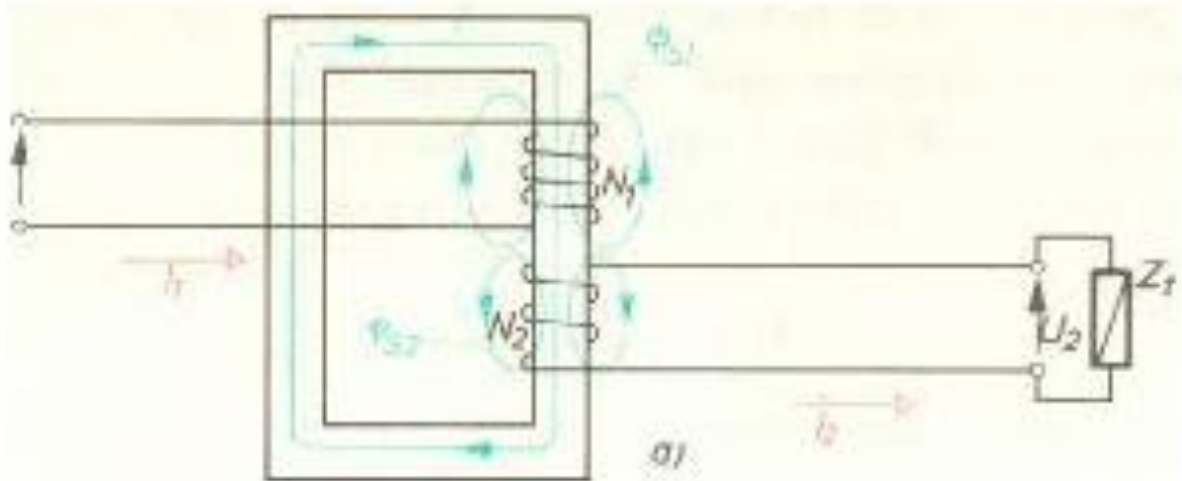


Láncszem típusú transzformátor,  
jobbaldalt vágott szalagmagos kivitel

A légrés csökkentése érdekében az E lemezeket felváltva szemben rakják össze és alumínium kerettel összeszorítják lemezköteget.



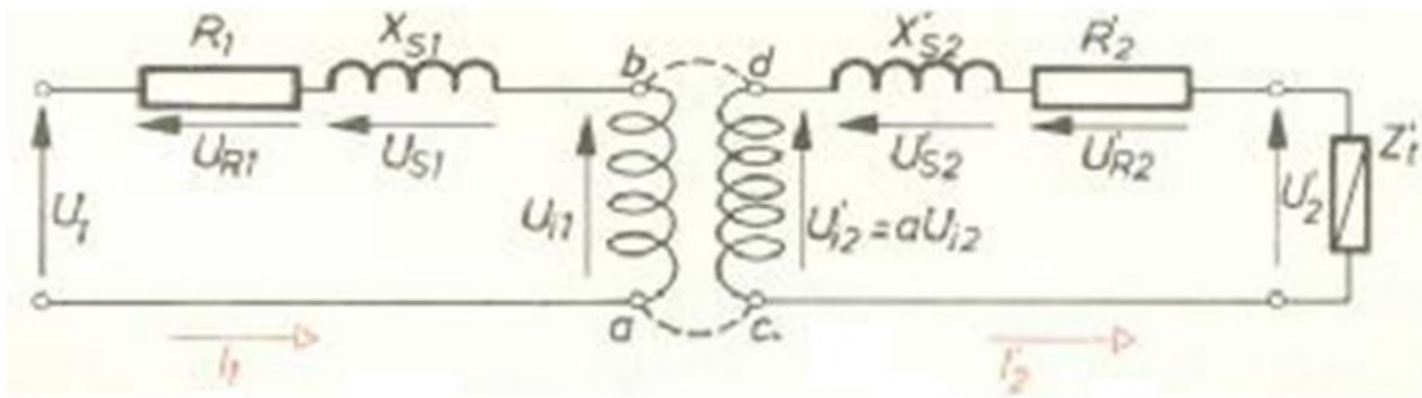
# Áramköri modell származtatása



# Redukció

A két áramkör összeköthetősége érdekében a modellt visszavezetjük egy  $a=1$  áttételű transzformátorra.

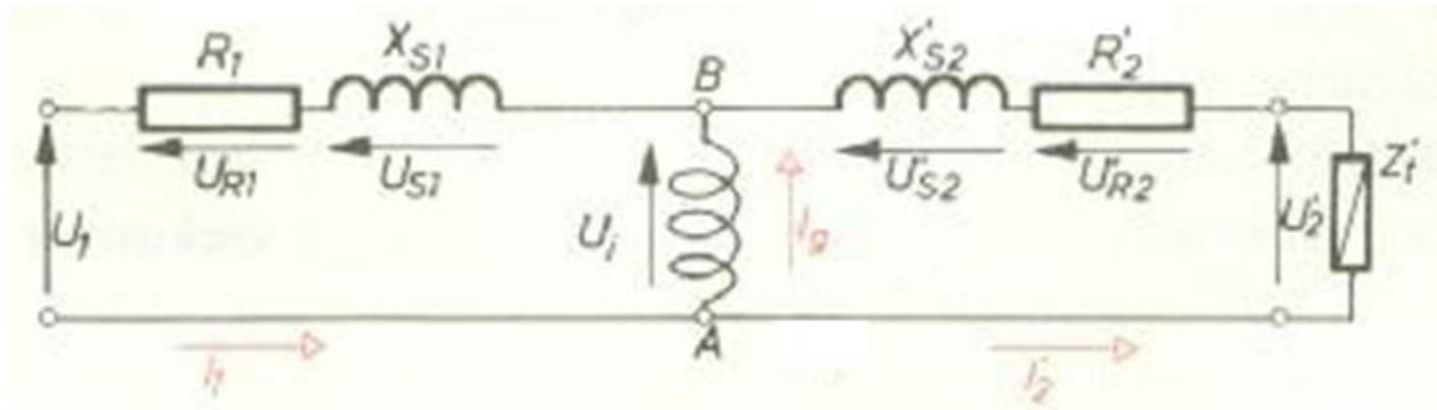
Alapelv: a teljesítmények ne változzanak



$$U_{i1} = U'_{i2} = aU_{i2},$$

$$U'_2 = aU_2; \quad I'_2 = I_2/a; \quad R'_2 = a^2R_2; \quad X'_{s2} = a^2X_{s2}$$

Összekötve:



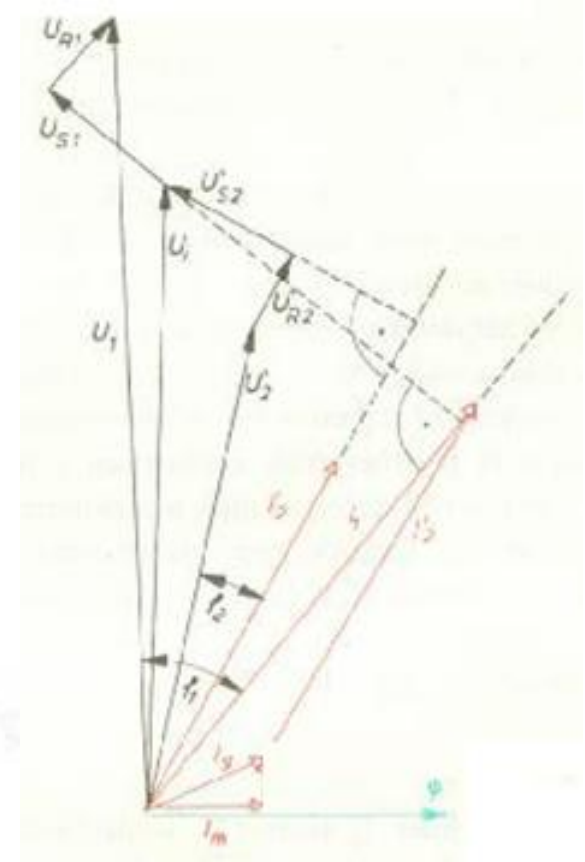
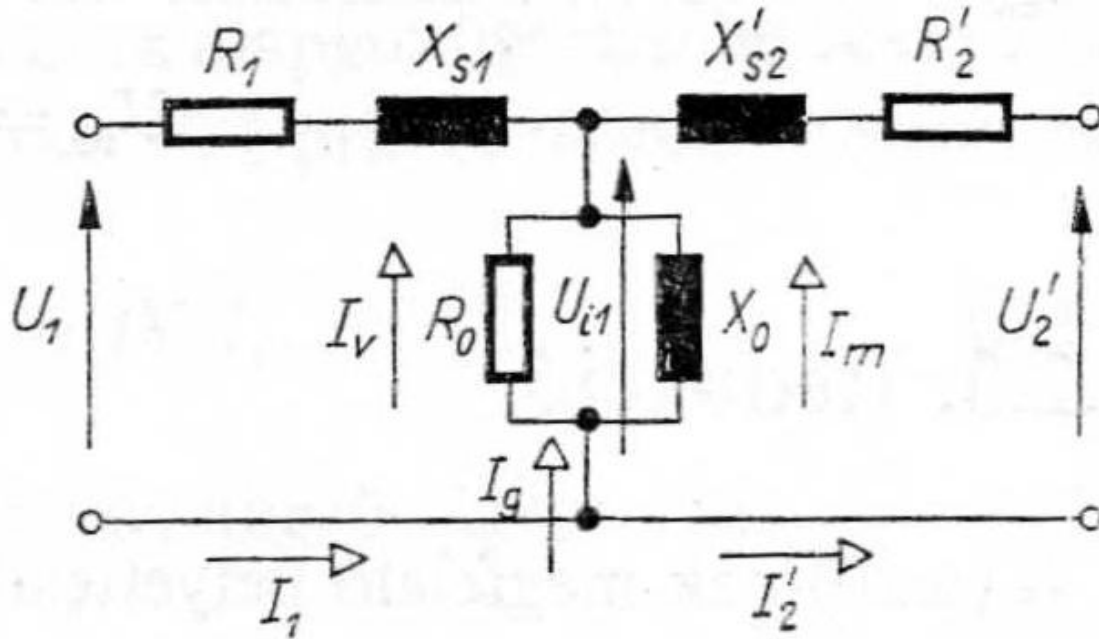
Vasveszteség:

Hiszterézis -  $P_h = k_h f B_{\max}^2 V$

Örvényáramú -  $P_{\ddot{o}} = k_{\ddot{o}} f^2 B_{\max}^2 V$

$$P_v = P_h + P_{\ddot{o}} = \frac{U_i^2}{R_0}$$

# Teljes áramköri modell

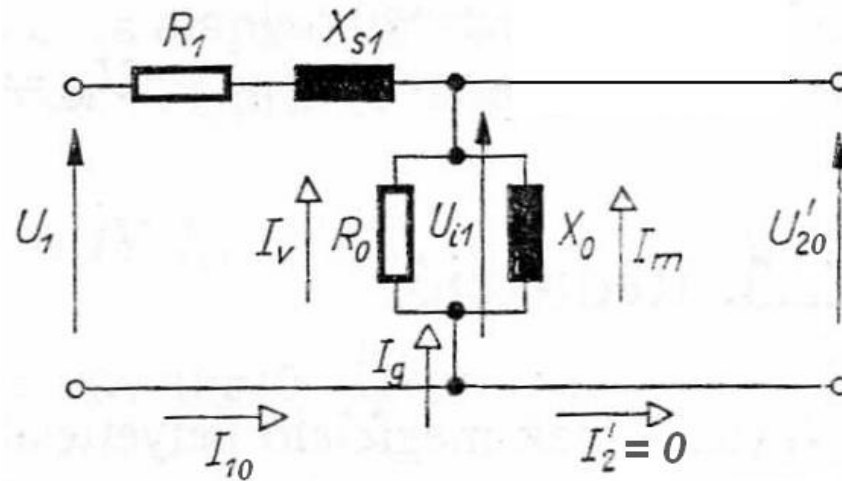


$$R_1 \approx R'_2; \quad X_{s1} \approx X'_{s2} = (2 \dots 5) R_1;$$

$$X_0 \approx 1000 R_1 \quad \text{és} \quad R_0 \approx 10\,000 R_1$$

# Terhelési állapotok

## Üresjárás

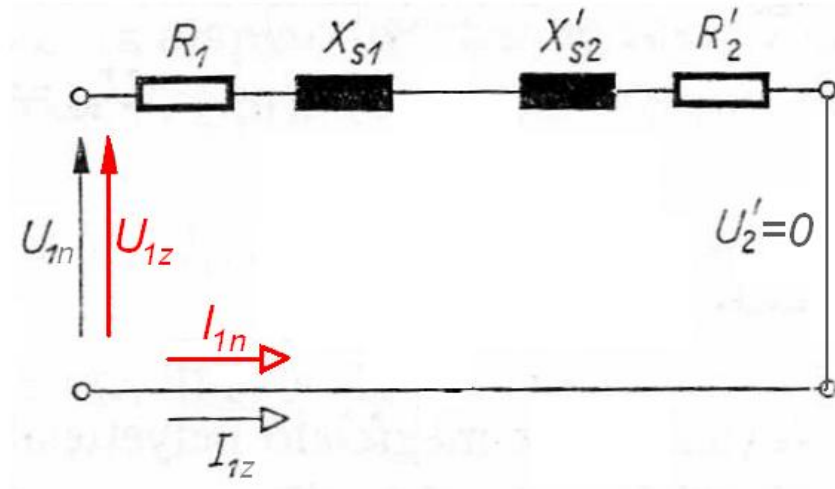


$$\bar{U}_1 = \dot{I}_g R_1 + j \dot{I}_g X_{s1} + \bar{U}_i$$

$$I_g \approx 0,1 I_n \quad \cos \varphi_0 \approx 0,1 \quad P_0 \approx P_{\text{vas}}$$

# Terhelési állapotok

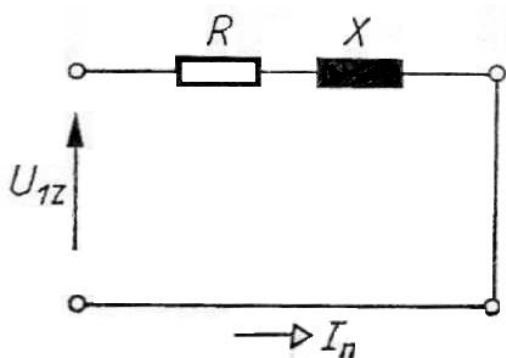
## Rövidzárás



$$\bar{U}_{1n} = \dot{I}_{1z} R + j \dot{I}_{1z} X_s \quad \text{vagy} \quad \bar{U}_{1z} = \dot{I}_{1n} R + j \dot{I}_{1n} X_s$$

$$I_{1z} = (10 \dots 25) I_n \quad \cos \varphi_z \approx 0,5 \quad P_z \approx P_t$$

## Rövidzárási egyszerűsített áramköri modell



Rövidzárási impedancia:

$$R = R_1 + R_2'$$

$$\bar{Z}_Z = R + jX_s$$

$$X_s = X_{s1} + X_{s2}'$$

$$Z_Z = \sqrt{R^2 + X_s^2}$$

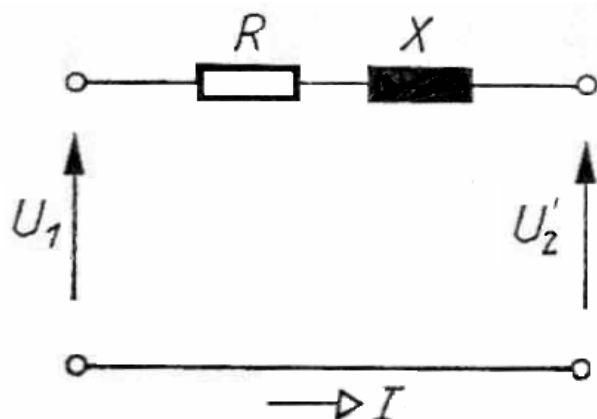
Százalékos rövidzárási feszültség – drop:

$$\varepsilon = \frac{I_n Z_Z}{U_{1n}} 100 \text{ [%]} \quad (4 \dots 10) \%$$

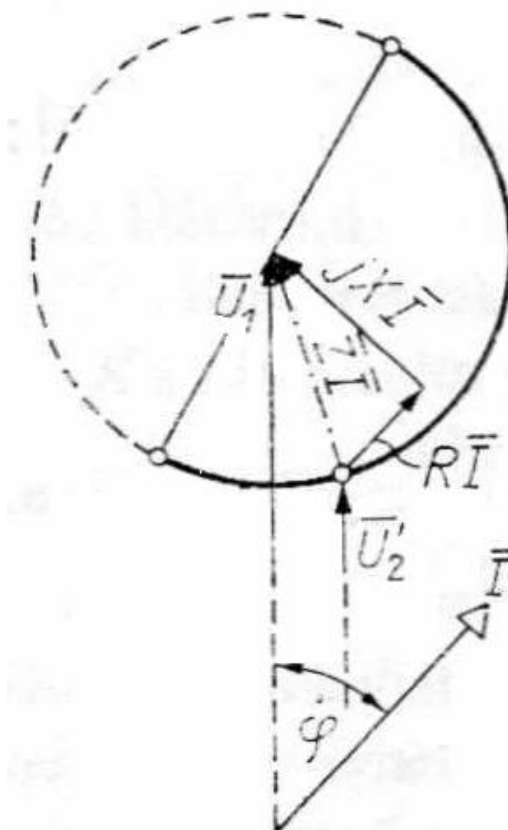
$$Z_Z \approx \text{áll} \quad I_{1z} = \frac{100}{\varepsilon} I_{1n}$$

# Terhelési állapotok

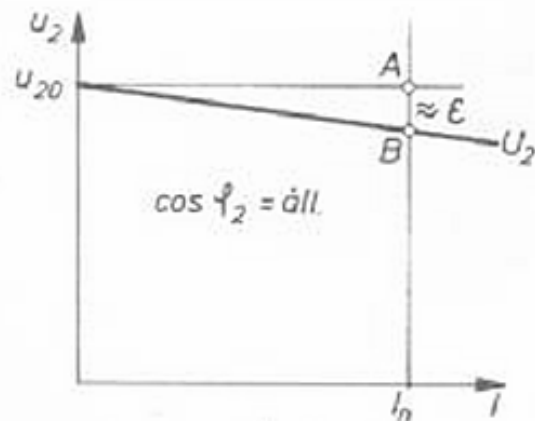
## Terhelés



$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2' + \bar{I}R + j\bar{I}X_s = \bar{U}_2' + \bar{I}Z_z$$



Terhelési  
jelleggörbe



$$\Delta U \approx IR \cos \varphi + IX_s \sin \varphi$$



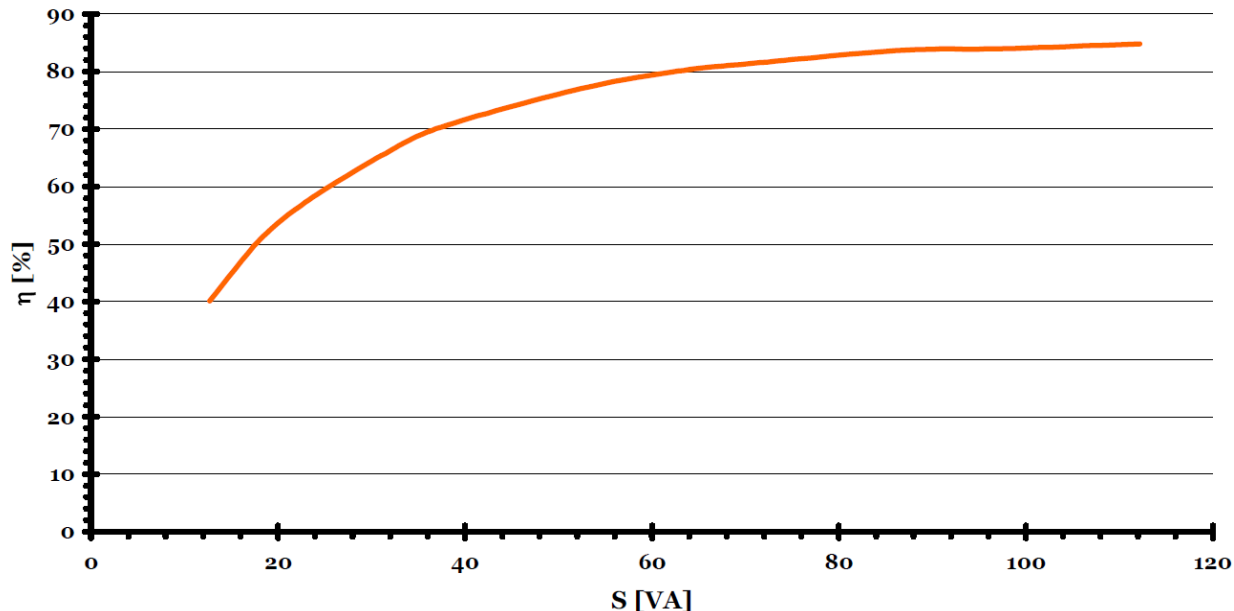
# Hatásfok

$$P_v = f(B_{\max}, f) \approx \text{állandó}$$

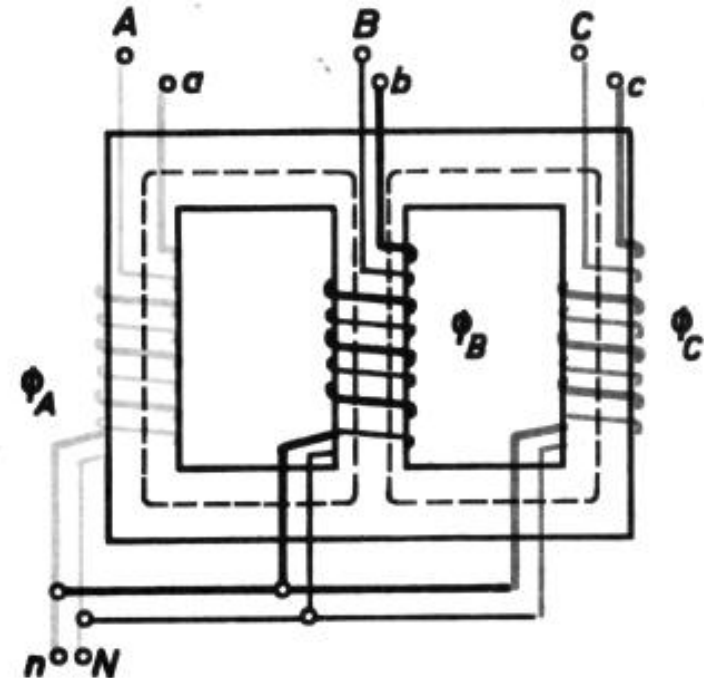
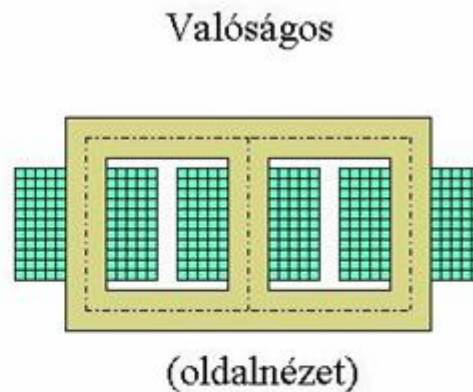
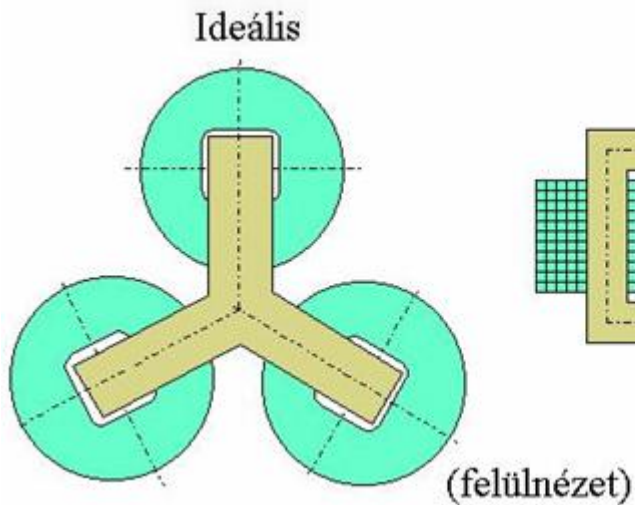
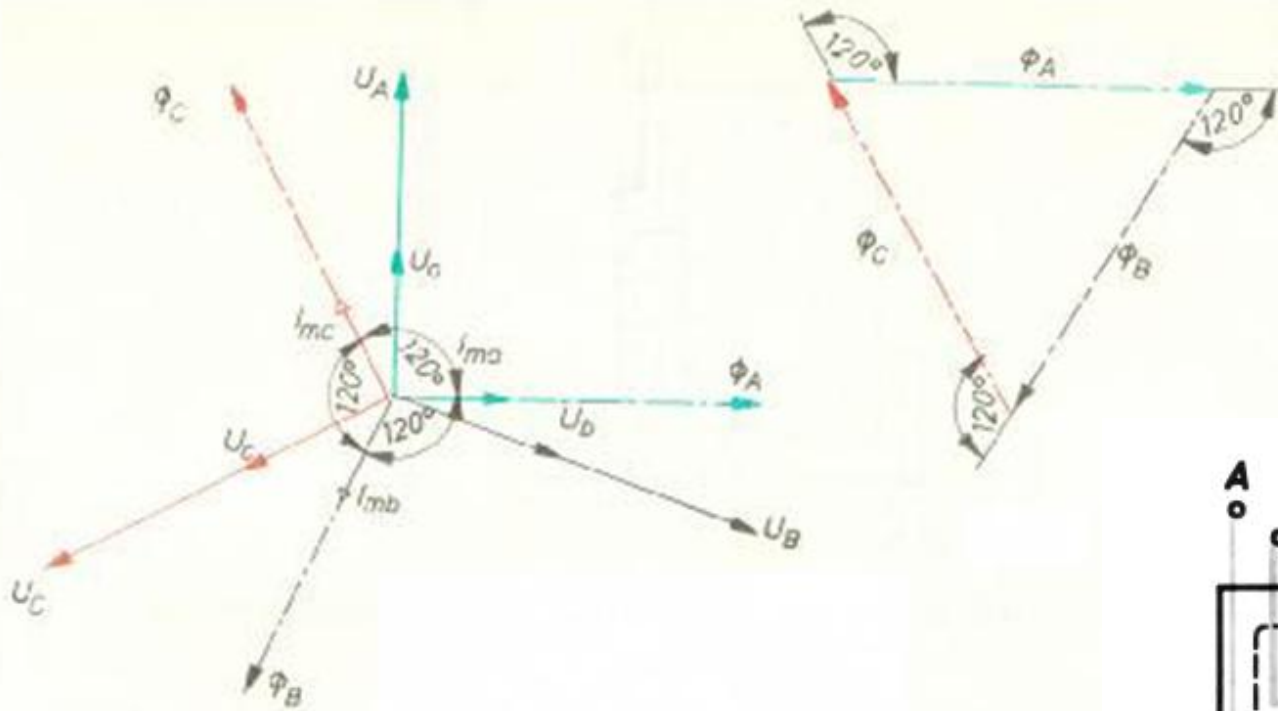
$$P_t = P_{t1} + P_{t2} = I_1^2 R_1 + I_2'^2 R_2' \approx I^2 R$$

$$P_{\text{veszt}} = P_v + P_t$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{veszt}}} = \frac{1}{1 + \frac{P_{\text{veszt}}}{P_2}} = \frac{1}{1 + \frac{P_{\text{veszt}}}{S \cos \varphi_2}}$$

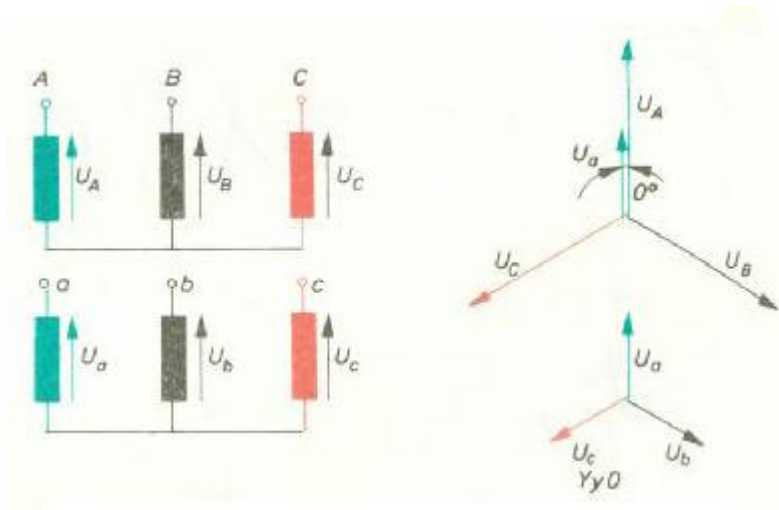


# Háromfázisú transzformátor

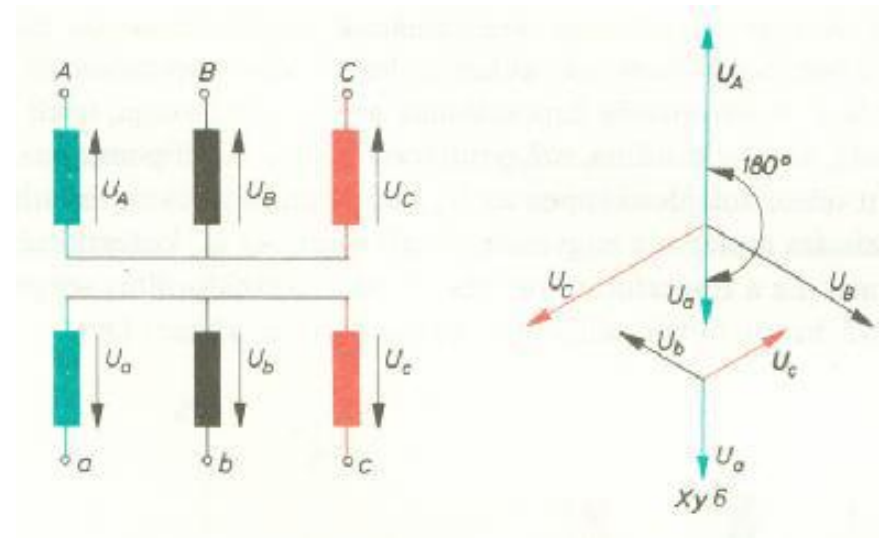


# Kapcsolási csoportok

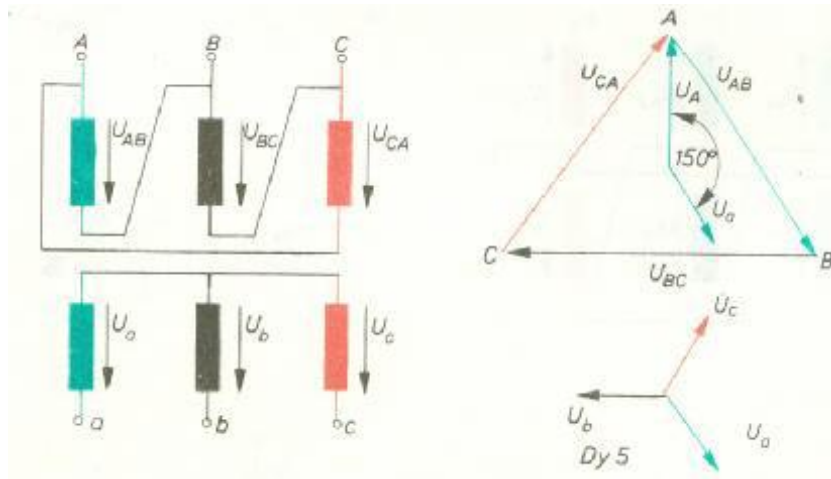
**Y,D / y, d, z, (y<sub>o</sub>, z<sub>o</sub>)**



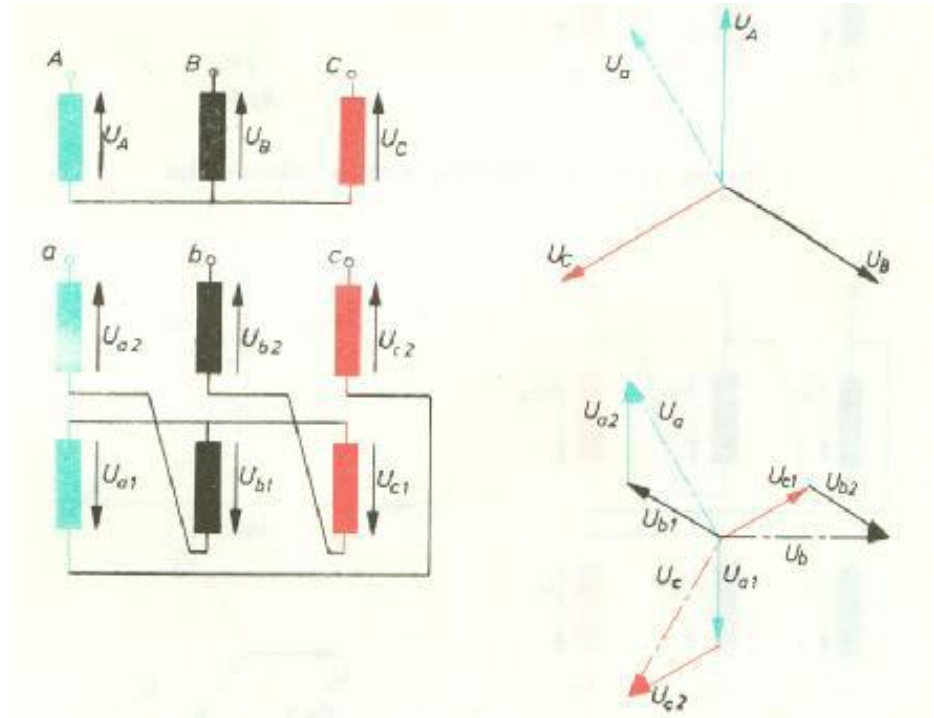
**Yy0**



**Yy6**



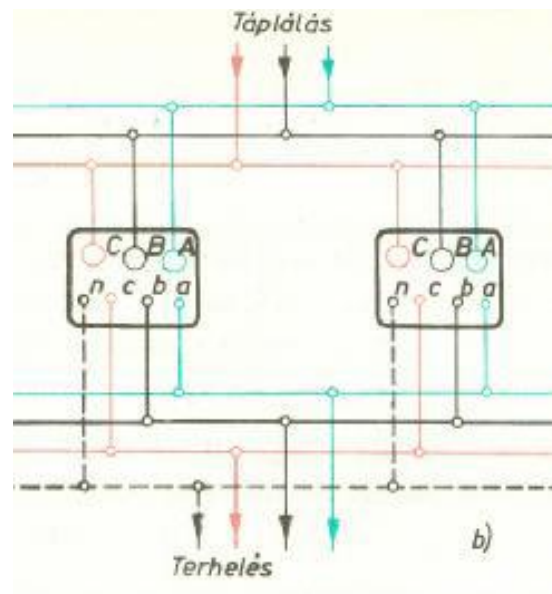
**Dy5**



**Yz11**

# Transzformátorok párhuzamos kapcsolása

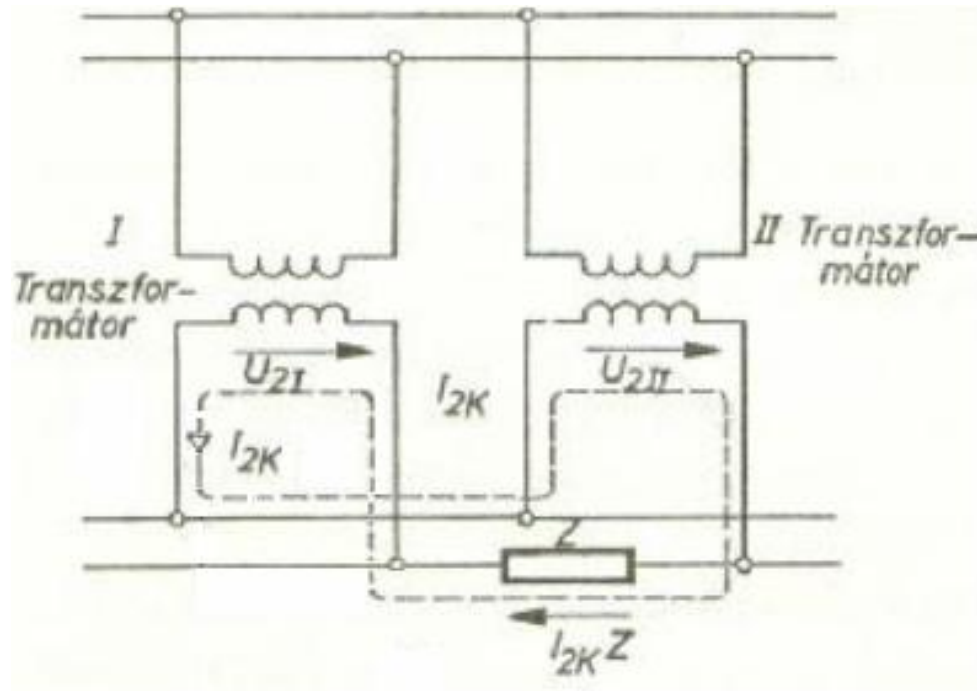
- Teljesítmény növekedés
- Karbantartás, javítás
- Gazdaságos üzemvitel



## Feltételei:

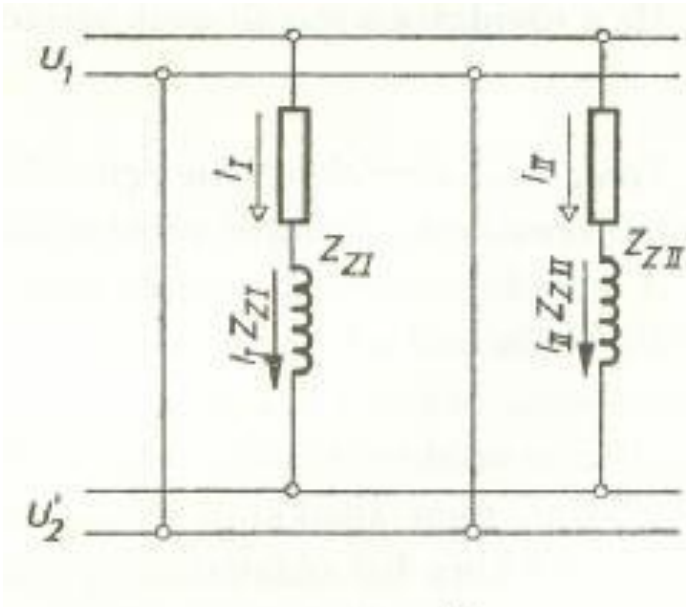
1. A párhuzamosan kapcsolt transzformátorok között ne folyjon kiegyenlítő áram.
2. A transzformátorok névleges teljesítményeik arányában terhelődjenek.

# 1. Ne folyjon kiegyenlítő áram



- azonos áttétel
- azonos fázisfordítási szög (kapcsolási csoport)
- azonos fázissorrend.

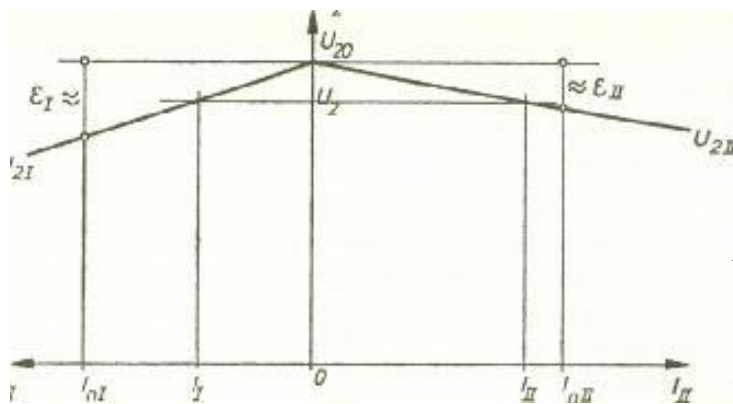
## 2. Névleges teljesítményeik arányában terhelődjenek



$$\frac{S_I}{S_{nI}} = \frac{S_{II}}{S_{nII}} \Rightarrow \frac{I_I}{I_{nI}} = \frac{I_{II}}{I_{nII}}$$

$$I_I Z_I = I_{II} Z_{II} \Rightarrow \frac{I_I}{I_{II}} = \frac{Z_{II}}{Z_I}$$

$$I_{nI} Z_I = I_{nII} Z_{II}$$

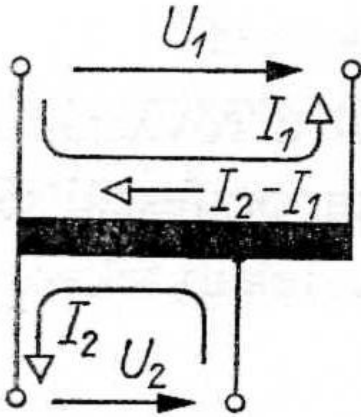


$$\epsilon_I = \epsilon_{II}$$

← ha  $\epsilon_I > \epsilon_{II}$

# Különleges transzformátorok

## Takarékkapcsolású transzformátor



$$S_n = U_1 I_1 = U_2 I_2$$

$$S_b = U_2 (I_2 - I_1) = I_1 (U_1 - U_2)$$

$$\frac{S_b}{S_n} = \frac{I_1 (U_1 - U_2)}{I_1 U_1} = 1 - \frac{U_2}{U_1} = 1 - \frac{1}{a}$$

$$S_b = S_n \left( 1 - \frac{1}{a} \right)$$

Célszerű: ha  $1 < a < 3$



## Előnyei:

- kisebb anyag- és helyszükséglet
- kisebb drop (feszültségesés)

## Hátrányai:

- zárlat érzékenység
- érintésvédelmi célra tilos

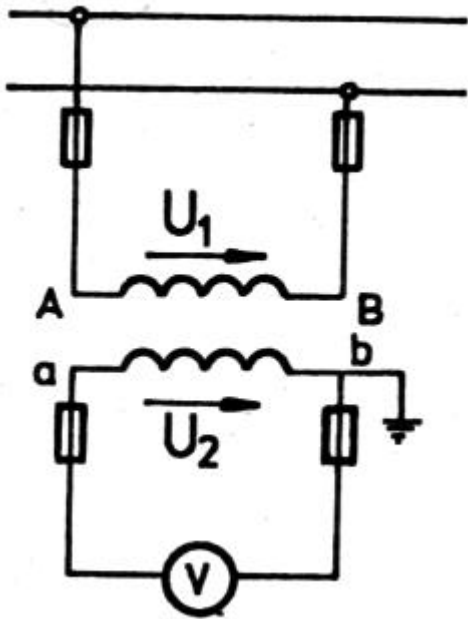
Főleg kooperációs összeköttetés létesítésére.

# Mérőtranszformátorok

## Feladatuk:

- a nagy feszültségek és áramok átalakítása a normál műszerekkel mérhető tartományba
- a nagyfeszültség elszigetelése a kezelőtől és a mérőműszerektől

# Feszültségváltó



$$a_u = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}$$

$$U_{2n} = 100 \text{ V}$$

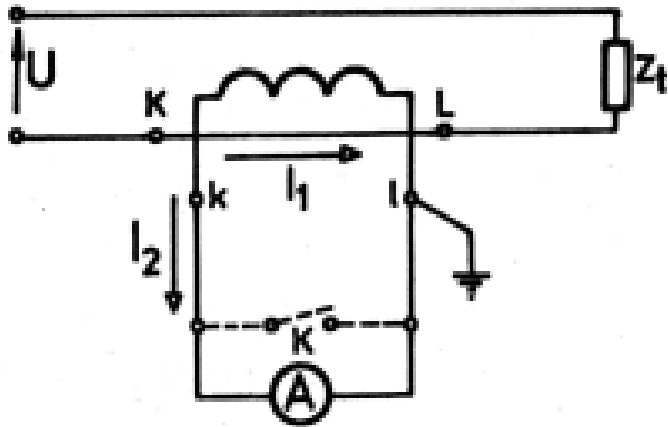
$$U_1 = a_u U_2$$

$$h = \frac{a_u U_2 - U_1}{U_1} 100 [\%] \quad 0,1 \dots 3\%$$

$$\delta = \sqrt{\bar{U}_1, \bar{U}_2} \quad 4 \dots 40'$$

$$S_n = 15 \dots 1000 \text{ VA}$$

# Áramváltó



$$a_i = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}$$

$$I_{2n} = 1 \text{ vagy } 5 \text{ A}$$

$$I_1 = a_i I_2$$

$$h = \frac{a_i I_2 - I_1}{I_1} 100 [\%] \quad 1 \dots 10\%$$

$$\delta = \angle \bar{I}_1, \bar{I}_2 \quad 6 \dots 60'$$

$$S_n = 5 \dots 180 \text{ VA}$$

**Áramváltó szekunder áramkörét üzem közben megszakítani TILOS!**