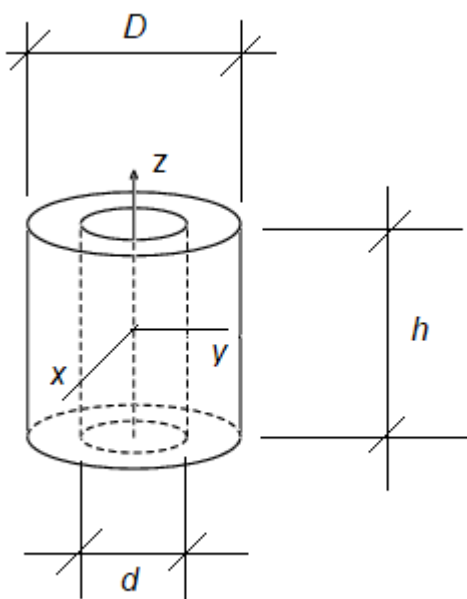


# Csődarab tömege és tehetetlenségi nyomatékai

Dr. Berta Miklós

## Feladat:

Határozza az alábbi ábrán látható csődarab tömegét és a koordinátatengelyekre vett tehetetlenségi nyomatékait a méretek és a sűrűség mért értékeinek alapján!



1. ábra Csődarab méretei

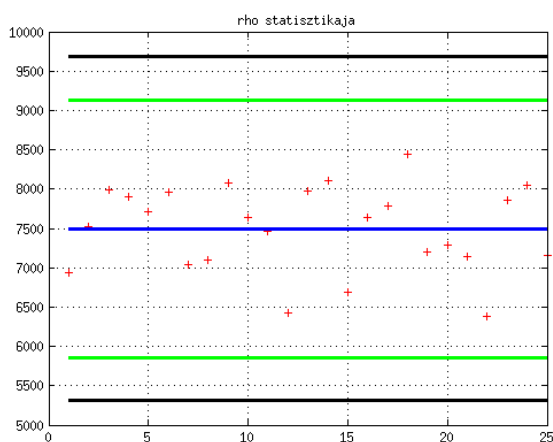
A mért értékeket elektronikus formában kaptam meg. A sűrűséget 25-ször mérték, míg minden méretet 2000-szer.

Először azt kell ellenőriznünk, hogy a mérések során követődött-e el durva mérési hiba!

Amennyiben a mérések csak véletlen bizonytalanságot tartalmaznak, akkor eloszlásukról feltehetjük, hogy Gauss-eloszlás.

Gauss-eloszlás esetében a  $\mu$  várható érték  $\pm 3\sigma$  tartományán belül kell a mért adatoknak elhelyezkednie 99,73%-os valószínűséggel. 25 mért sűrűségadat esetében ez azt jelenti, hogy a  $\pm 3\sigma$  tartományon kívül véletlen hibával terhelt adat csak 0,27%-os

valószínűséggel helyezkedhet el, ami  $25 \cdot 0,27/100 = 0,0675$  „sűrűségadatot” jelent.

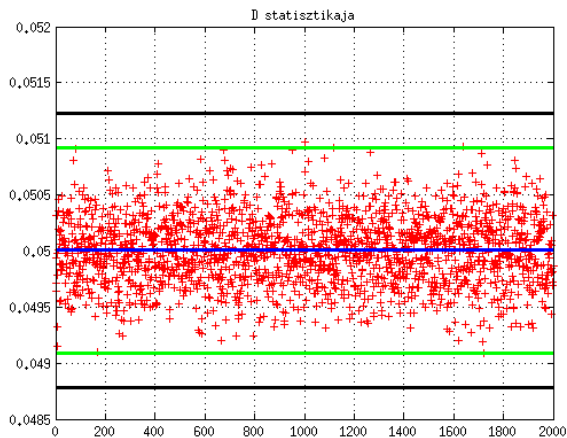


2. ábra A mért sűrűségadatok statisztikája. (kék - becsült várható érték, zöld -  $\pm 3\sigma$  tartomány határai, fekete -  $\pm 4\sigma$  tartomány határai)

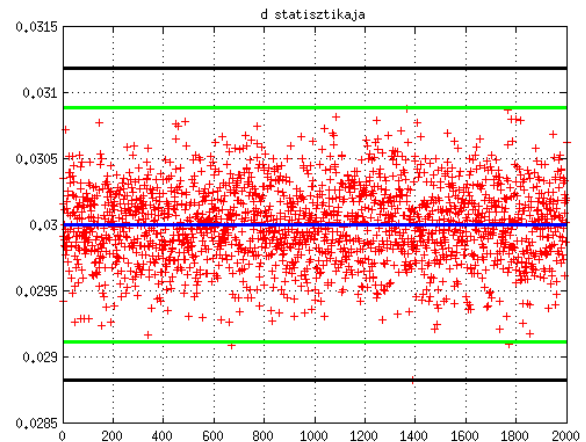
Jól látható, hogy minden mért sűrűségadat a  $\pm 3\sigma$  tartományon belül van, tehát nagy valószínűséggel a sűrűség mérése során nem követődött el durva mérési hiba!

A továbbiakban a méretek méréseinek statisztikáit kell ellenőriznem. Ezeket a méreteket 2000-szer mérték meg. Ilyen mérésszám mellett a mért adatokból  $2000 \cdot 0,27/100 = 5,4$  véletlenadat is a  $\pm 3\sigma$  tartományon kívül eshet, tehát a durva hibát szélesebb  $\sigma$ -tartománnyal kell ellenőriznem. Próbálkozzunk a  $\pm 4\sigma$

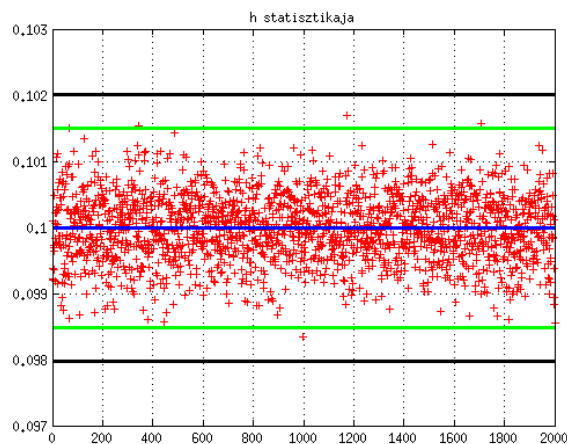
tartománnyal. Ebbe a tartományba a Gauss-eloszlású adatok 99,994%-os valószínűséggel esnek, azaz véletlen adat a  $\pm 4\sigma$  tartományon kívül csak 0,006%-os valószínűséggel fordulhat elő, ami  $2000 \cdot 0,006/100 = 0,12$  „méretadatot” jelent.



3. ábra A mért külső átmérő adatok statisztikája.  
(kék - becsült várható érték, zöld -  $\pm 3\sigma$  tartomány határai, fekete -  $\pm 4\sigma$  tartomány határai)



4. ábra A mért belső átmérő adatok statisztikája.  
(kék - becsült várható érték, zöld -  $\pm 3\sigma$  tartomány határai, fekete -  $\pm 4\sigma$  tartomány határai)



5. ábra A mért külső átmérő adatok statisztikája.  
(kék - becsült várható érték, zöld -  $\pm 3\sigma$  tartomány határai, fekete -  $\pm 4\sigma$  tartomány határai)

Jól látható, hogy minden mért méretadat a  $\pm 4\sigma$  tartományon belül van, tehát nagy valószínűséggel a méretadatok mérése során sem követődött el durva mérési hiba!

Ezek után az alábbi összefüggések alapján meghatározom a csődarab kért fizikai paramétereit becsült szórásaikkal együtt.

$$m = \frac{1}{4} \rho \pi h (D^2 - d^2)$$

$$I_z = \frac{1}{32} \rho \pi h (D^4 - d^4)$$

$$I_x = \frac{1}{64} \rho \pi h (D^4 - d^4) + \frac{1}{48} \rho \pi h^3 (D^2 - d^2)$$

Szórásbecslésre a Gauss-féle hibaterjedési törvényt használom.

$$\sigma_f = \sqrt{\sum \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2}$$

Az elvégzett számítások alapján:

$$m=0,94 \text{ kg}; \quad \sigma_m=0,01 \text{ kg};$$

$$I_x=9,85 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2; \quad \sigma_{I_x}=0,14 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2;$$

$$I_z=4,01 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2; \quad \sigma_{I_z}=0,06 \cdot 10^{-4} \text{ kg.m}^2.$$