

Feladat:

Egy radioaktív preparátum aktivitását mértük azonos időközönként. A mérési eredményeket a „rad_bomlas.mat” fájl tartalmazza. Határozza meg a mérések alapján a preparátum felezési idejét és annak szórását!

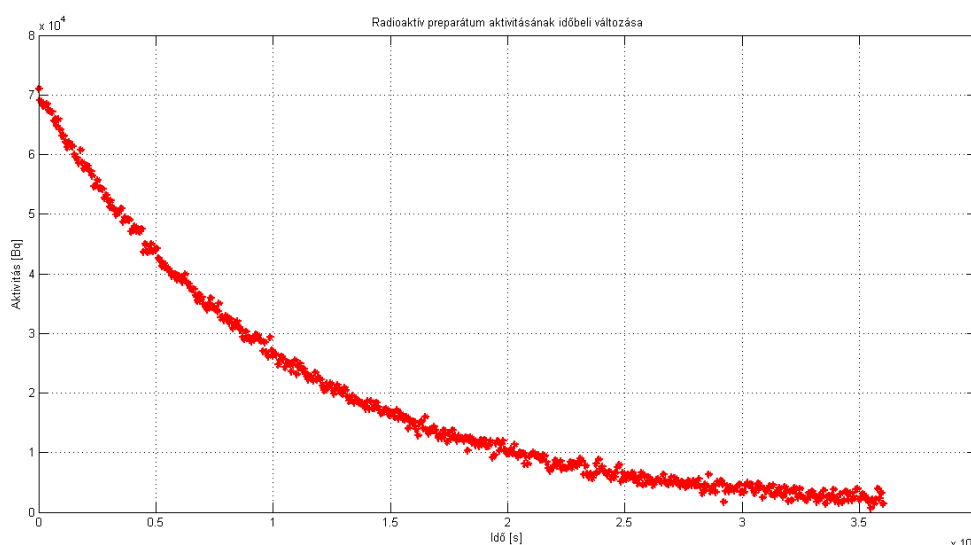
A radioaktív preparátum bomlását leíró természettörvény alakja:

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}, \quad (1)$$

ahol $A(t)$ – az aktivitás a t időpillanatban, A_0 – a kezdeti aktivitás, T – a felezési idő.

Megoldás:

A „rad_bomlas.mat” fájlt beolvassuk a MATLAB-ba, és kirajzoljuk az aktivitást, mint az idő függvényét.

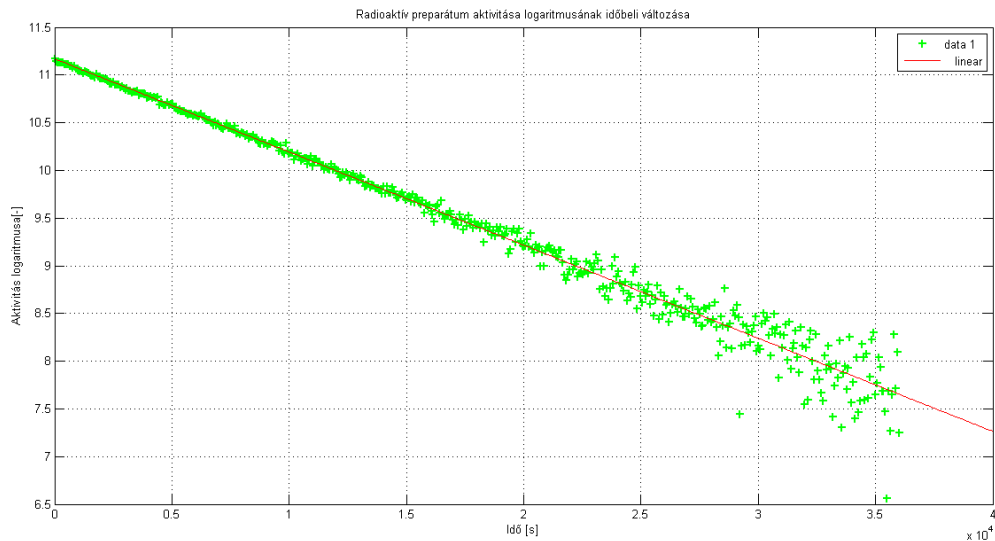


1. ábra A radioaktív preparátum esetében mért exponenciális bomlási törvény

A bomlási törvény linearizálása (ez esetben logaritmizálás) után:

$$Y = \ln A(t) = \ln A_0 - \frac{\ln 2}{T} t = b + m \cdot X.$$

Látható, hogy az aktivitás természetes alapú logaritmus és az idő között lineáris kapcsolat áll fenn, mely lineáris kapcsolat meredeksége $m = -(\ln 2 / T)$ és offset-je pedig $b = \ln(A_0)$.



2. ábra A mért bomlási törvény linearizáltja és az illesztett egyenes

Az illesztett egyenes paramétereit és szórásait:

$$m = -9.7631 \cdot 10^{-05} \quad b = 11.1676$$

$$\sigma_m = 5.9879 \cdot 10^{-07} \quad \sigma_b = 0.0125,$$

a korrelációs együttható pedig:

$$r = -0.9907.$$

Mivel az illesztett paraméterek alapján

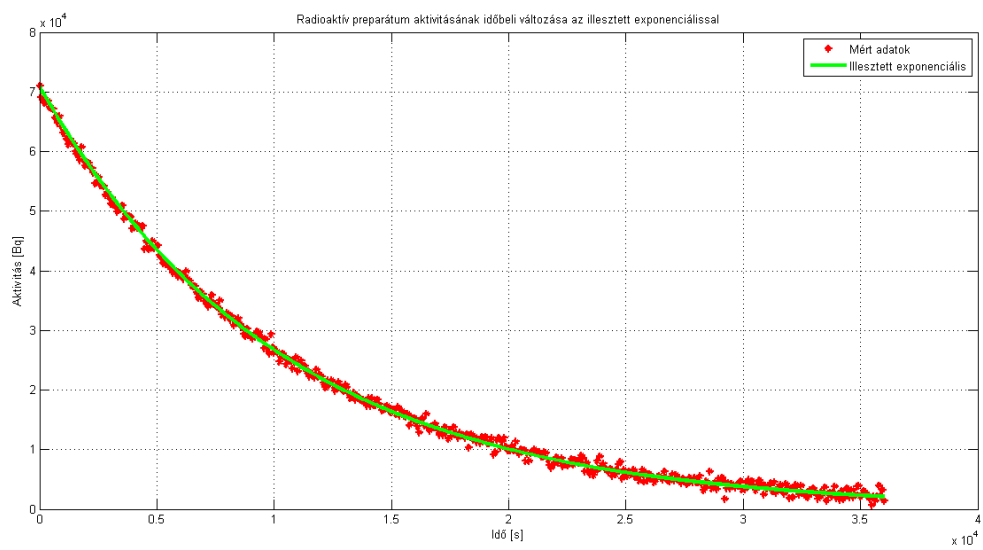
$$T = -\frac{\ln 2}{m} = 7099,6 \text{ s},$$

$$A_0 = e^b = 70801 \text{ Bq}.$$

A felezési idő és a kezdeti aktivitás szórását a Gauss – féle hibaterjedési törvény alapján számoljuk:

$$\sigma_T = \left| \frac{\partial T}{\partial m} \right| \cdot \sigma_m = 43 \text{ s},$$

$$\sigma_{A_0} = \left| \frac{\partial A_0}{\partial b} \right| \cdot \sigma_b = 882 \text{ Bq}.$$



3. ábra Mért adatok az illesztett exponenciálissal