

Fizika villamosmérnököknek

Szilárd testek rugalmassága

Dr. Giczi Ferenc

Széchenyi István Egyetem, Fizika és Kémia Tanszék

Győr, Egyetem tér 1.

Deformálható testek

(A merev test idealizált határeset.)

Szilárd testek – alakja és térfogata csak nehezen változtatható.

Folyadékok – térfogata nehezen változtatható.

Gázok

HALMAZÁLLAPOTOK – halmazállapot változások



Az anyag szerkezetével függnek össze.

**Korpuszkuális
tárgyalásmód**

**Technikai jellegű problémáknál
nem célszerű.**

Deformálható testek tulajdonságai

A fenomenológiai tárgyalásmód célravezetőbb.

(Fenomenológia: közvetlenül észlelhető dolgok leírása)

- 1. A testek által elfoglalt térfogatot az anyag folytonosan tölti ki,**
 - 2. A testek különböző tulajdonságait anyagállandókkal jellemezzük.**
- **homogén testek: minden részén egyforma szerkezetűek, összetételűek (pl. sűrűség állandó),**
 - **izotróp testek: fizikai tulajdonságok irány függetlenek,**

Szilárd testek rugalmassága

**Rugalmasnak nevezünk egy
szilárd testet akkor,**

ha a test alakját megváltoztató külső erők
hatására a testben olyan erők lépnek fel,
amelyek a test eredeti alakját vissza
igyekeznek állítani.

Hooke-féle törvény (1676)

Ha az alakváltozás vagy a deformáló erő
elegendően kicsiny, akkor

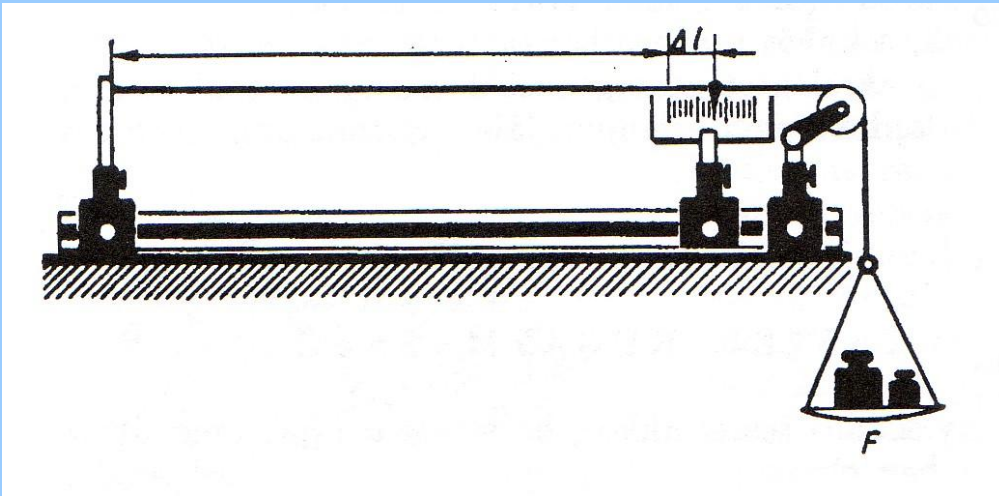
**az alakváltozás
arányos a deformáló erővel.**

nyújtás, összenyomás,

hajlítás,

nyírás, csavarás

Nyújtásra és összenyomásra vonatkozó Hooke-törvény



$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{A}$$

Young-modulus

$$E_{\text{acél}} = 2,14 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Harántösszehúzódás

Poisson-féle szám: $\mu = \frac{-\Delta d / d_0}{\Delta l / l_0}$

$$\mu \leq \frac{1}{2} \quad (\text{nem lehet nagyobb})$$

fémekre: $\mu = 0,3 - 0,4$

Nyújtásra és összenyomásra vonatkozó Hooke-törvény

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{A}$$

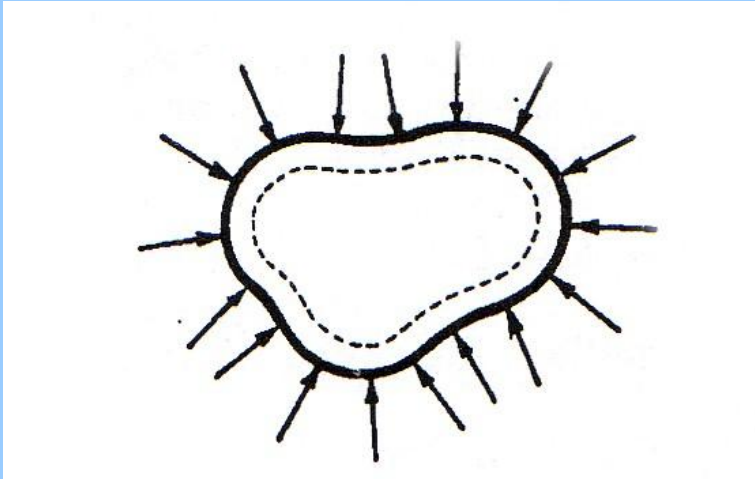
↑
húzófeszültség

$$\mu = \frac{-\frac{\Delta d}{d_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

Példa

Mennyivel nyúlik meg az 5,652 m hosszú, 1,2 mm átmérőjű acéldrót $F=120$ N húzóerő hatására? Mennyi a drót relatív megnyúlása? Mekkora húzófeszültség lép fel a drótban? ($E=200000$ N/mm²) Hány százalékkal csökkent az acéldrót átmérője, ha $\mu=0,3$? Hogyan változik a térfogata?

Térfogati összenyomás



$$-\frac{\Delta V}{V} = \kappa \cdot \Delta p$$

κ : kompresszibilitás

$$\kappa_{\text{vas}} = 5,7 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$$

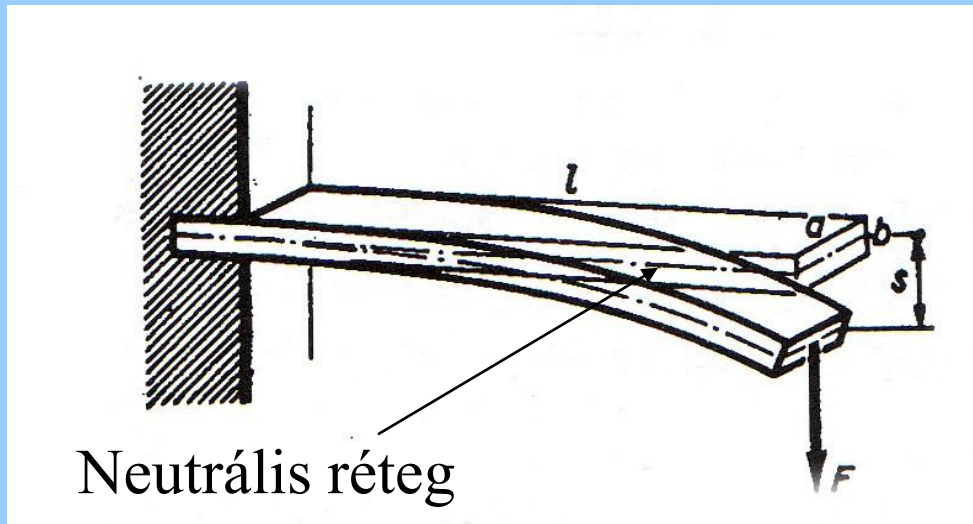
$$\kappa_{\text{víz}} = 20 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$$

Nyomás: $p = \frac{F}{A}$

$$1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ Pa}$$

$$\kappa = 3 \frac{1 - 2\mu}{E}$$

Hajlítás

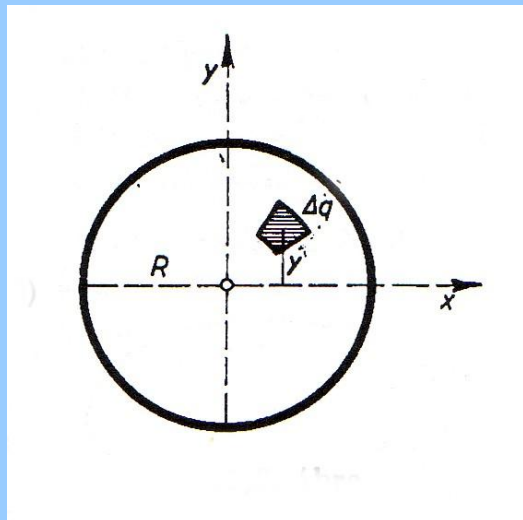


$$s = \frac{4}{E} \frac{l^3}{ab^3} F$$

Példa

Műanyag vonalzó hossza $l=20$ cm, szélessége $3,5$ cm, vastagsága $0,2$ cm. A vonalzó egyik végét rögzítve, a másik végén lapjára merőleges $F=0,5$ N erővel $s=2$ cm lehajlást hozhatunk létre. Mennyi az anyag Young-modulusa?

Tetszőleges keresztmetszetű rúd lehajlása



$$s = \frac{1}{3E} \frac{I^3}{T} F$$

T: Felületi nyomaték $T = \int y^2 dq$

$$T_{\text{téglatest}} = \frac{1}{12} ab^3$$

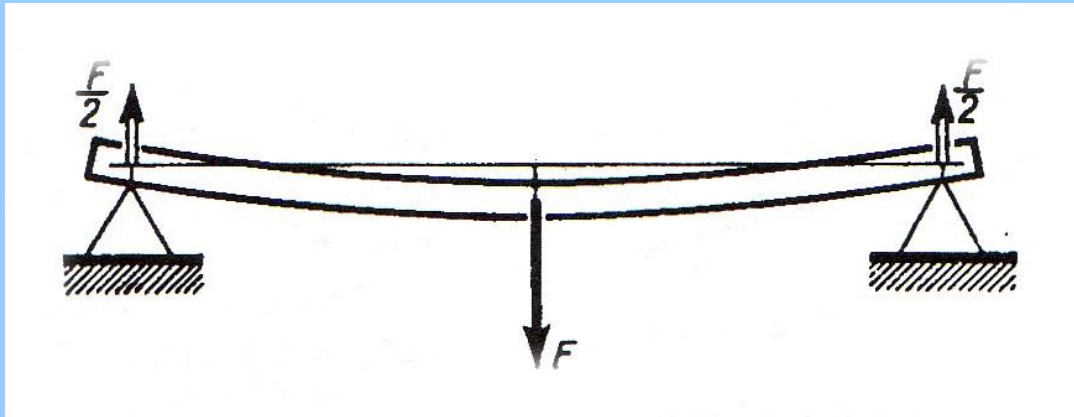
$$T_{\text{henger}} = \frac{\pi}{4} R^4$$

$$T_{\text{cső}} = \frac{\pi}{4} (R_2^4 - R_1^4)$$

Példa

Az előbbi példában szereplő vonalzóval megegyező hosszúságú és keresztmetszetű hengernek mekkora lesz a lehajlása hasonló körülmények között?

Végeken alátámasztott rúd



$$s = \frac{1}{3E} \frac{l^3}{T} F$$

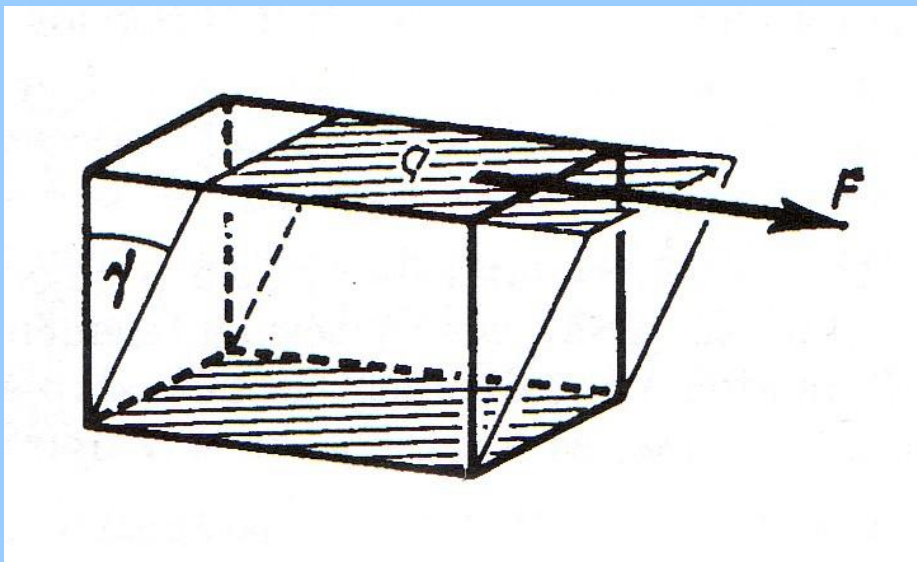
$$s = \frac{1}{48E} \frac{l^3}{T} F$$

Példa

Műanyag vonalzó hossza $l=20$ cm, szélessége 3,5 cm, vastagsága 0,2 cm. A vonalzó egyik végét rögzítve, a másik végén lapjára merőleges $F=0,5$ N erővel $s=2$ cm lehajlást hozhatunk létre.

Ha ezt a vonalzót két végén támasztjuk alá és középen F erővel terheljük, mennyivel hajlik be a vonalzó közepe?

A nyírás (csúsztatás)



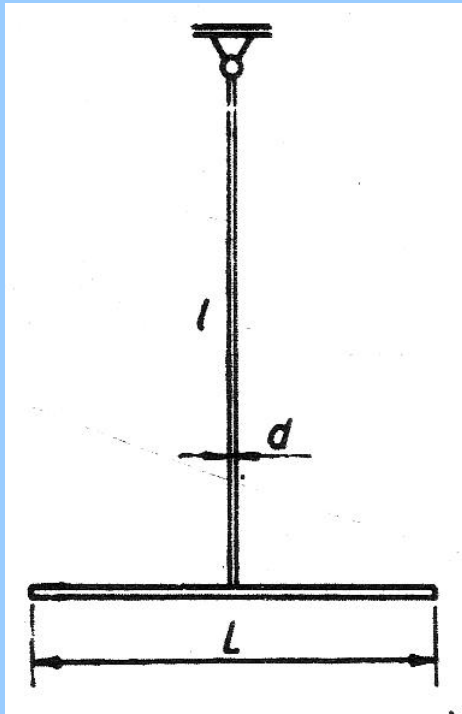
$$\gamma = \frac{1}{G} \frac{F}{A}$$

nyírási modulus
torziómodulus

$$G_{\text{acél}} = 8,14 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{F}{A}$$

← nyírófeszültség



Csavarás (torzió)

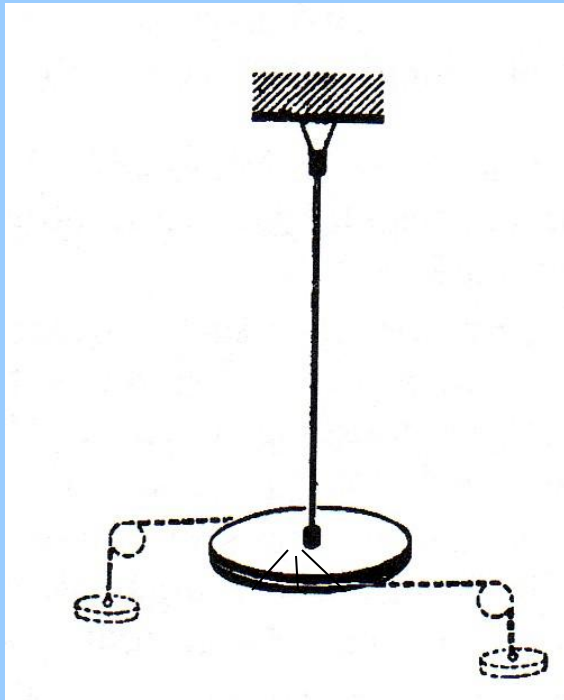
(Fúrók, csavarok, gépek tengelyei)

$$\varphi = \frac{2}{\pi G} \frac{l}{R^4} M$$

Példa

Mivel az elcsavarodás szöge a sugár negyedik hatványával fordítva arányos, vékony acéldrót felhasználásával rendkívül érzékeny csavarási erőmérő készíthető. Legyen a 30 cm hosszú, 0,06 mm átmérőjű drót egyik vége rögzített, másik végén, középpontjában a dróthoz erősített könnyű pálca függ. A pálca hossza 12 cm. Mekkora érintőleges erőt kell a pálca végein kifejteni ahhoz, hogy a szál 30° -kal elcsavarodjék?

A csavarási (torziós) inga



$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_z \quad M_z = -D^* \varphi$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{D^*}{\Theta} \varphi = -\omega^2 \varphi$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{D^*}}$$

Lehetőség a tehetetlenségi nyomaték mérésére

Gyakorló feladat

Felső végénél rögzített, 31,4 cm hosszú és 2 mm átmérőjű rugalmas huzalra alulról 4 cm sugarú, 2,25 kg tömegű korongot erősítünk. A korong síkja vízszintes, és a huzal a korong középpontján megy át.

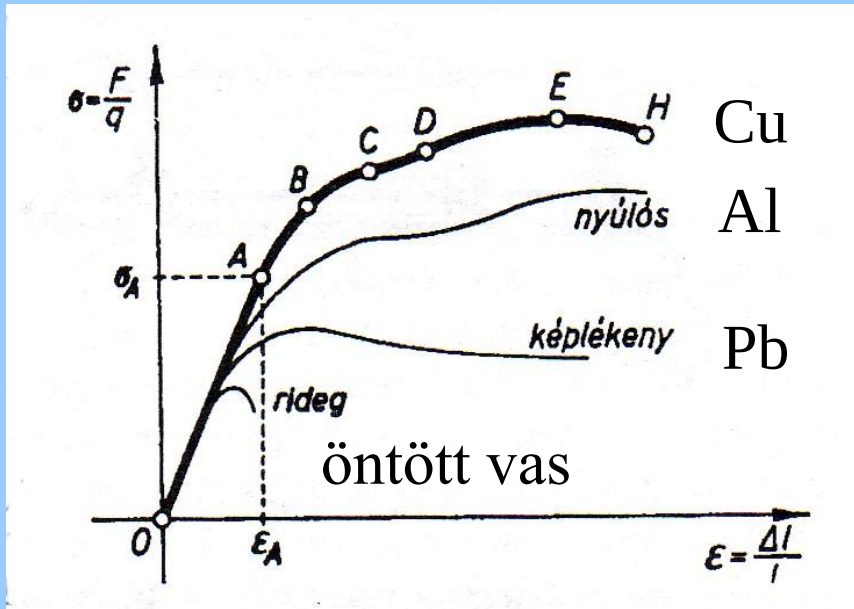
Ha a korongot egyensúlyi helyzetéből kissé elcsavarjuk, majd magára hagyjuk, a korong forgó rezgést végez. Mennyi a rezgésidő? A szál torziómodulusa 80.000 N/mm².

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{D^*}}$$

$$M_z = -D^*\varphi$$

$$\varphi = \frac{2}{\pi G} \frac{I}{R^4} M$$

A rugalmasság határai



- A – arányossági határ
- B – rugalmassági határ
- C – folyási határ
- D – a fém ismét megszilárdul
- E – max. feszültség
- H – szakadás

Szakítási szilárdság: az elszakításhoz szükséges erőnek és az eredeti keresztmetszetnek a hányadosa.

Gyakorló feladat

Milyen hosszú kötélszakadna el a saját súlya alatt,
ha a szakítószilárdság 400 N/mm^2 , és a kötélszál
anyagának sűrűsége 8 kg/dm^3 ?



more fun @ **Funtooo.com**