



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Hullámok

Berta Miklós
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. október 15.

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával



Bevezetés

- Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Bevezetés



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Bevezetés

Gyakori természeti jelenség valamely zavar tovaterjedése egy folytonos közegben. Ezt nevezzük a fizikában **hullámmozgásnak**.



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Bevezetés

Gyakori természeti jelenség valamely zavar tovaterjedése egy folytonos közegben. Ezt nevezzük a fizikában **hullámmozgás**nak.

Példák:

- hullámok kötélen



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Bevezetés

Gyakori természeti jelenség valamely zavar tovaterjedése egy folytonos közegben. Ezt nevezzük a fizikában **hullámmozgásnak**.

Példák:

- hullámok kötélen
- hullámok víz felszínén



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Bevezetés

Gyakori természeti jelenség valamely zavar tovaterjedése egy folytonos közegben. Ezt nevezzük a fizikában **hullámmozgás**nak.

Példák:

- hullámok kötélen
- hullámok víz felszínén
- hanghullámok levegőben



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Bevezetés

Gyakori természeti jelenség valamely zavar tovaterjedése egy folytonos közegben. Ezt nevezzük a fizikában **hullámmozgásnak**.

Példák:

- hullámok kötélén
- hullámok víz felszínén
- hanghullámok levegőben





Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Amikor egy közegben hullám terjed, akkor a közeg minden egyes pontja kitér egyensúlyi állapotából. Tehát a közeg alkotóelemeit a hullámozás nem sodorja magával, hanem egyensúlyi helyzetükből való kitérésre kényszeríti azokat.



Bevezetés

● Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Amikor egy közegben hullám terjed, akkor a közeg minden egyes pontja kitér egyensúlyi állapotából. Tehát a közeg alkotóelemeit a hullámozás nem sodorja magával, hanem egyensúlyi helyzetükből való kitérésre kényszeríti azokat.

A hullámban nem a közeg alkotóelemei terjednek szét, hanem az egyensúlyi állapot megzavarásához szükséges energia terjed szét a közegben a közeg alkotóelemei közötti kölcsönhatás következtében.



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Amikor egy közegben hullám terjed, akkor a közeg minden egyes pontja kitér egyensúlyi állapotából. Tehát a közeg alkotóelemeit a hullámozás nem sodorja magával, hanem egyensúlyi helyzetükből való kitérésre kényszeríti azokat.

A hullámban nem a közeg alkotóelemei terjednek szét, hanem az egyensúlyi állapot megzavarásához szükséges energia terjed szét a közegben a közeg alkotóelemei közötti kölcsönhatás következtében.

Attól függően, hogy a közeg egy pontjában a zavar iránya és a hullám terjedési iránya hogyan viszonyul egymáshoz, megkülönböztetünk

- **transzverzális** vagy keresztirányú hullámozást és



Bevezetés

• Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Amikor egy közegben hullám terjed, akkor a közeg minden egyes pontja kitér egyensúlyi állapotából. Tehát a közeg alkotóelemeit a hullámozás nem sodorja magával, hanem egyensúlyi helyzetükből való kitérésre kényszeríti azokat.

A hullámban nem a közeg alkotóelemei terjednek szét, hanem az egyensúlyi állapot megzavarásához szükséges energia terjed szét a közegben a közeg alkotóelemei közötti kölcsönhatás következtében.

Attól függően, hogy a közeg egy pontjában a zavar iránya és a hullám terjedési iránya hogyan viszonyul egymáshoz, megkülönböztetünk

- **transzverzális** vagy keresztirányú hullámozást és
- **longitudinális** vagy hosszmenti hullámozást.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Egyenes menti hullámok



Egyenes menti hullámok

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

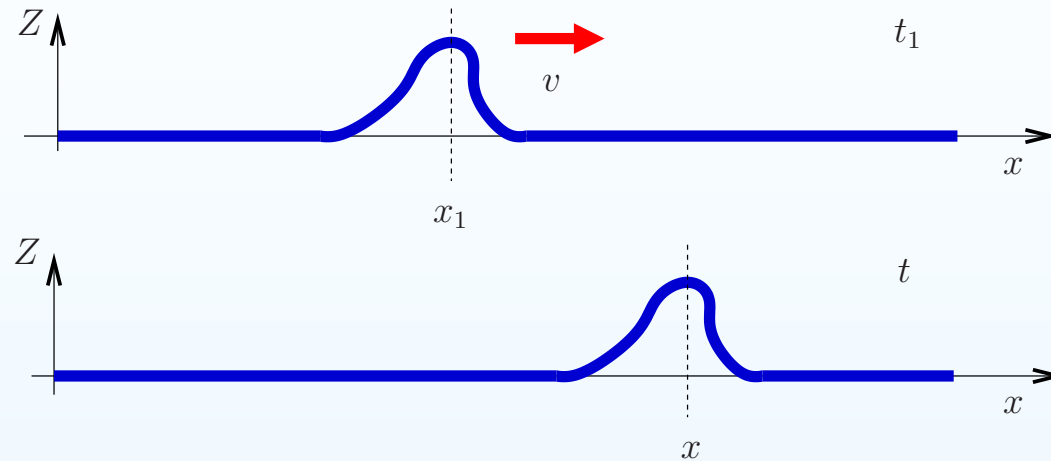
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus





Egyenes menti hullámok

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

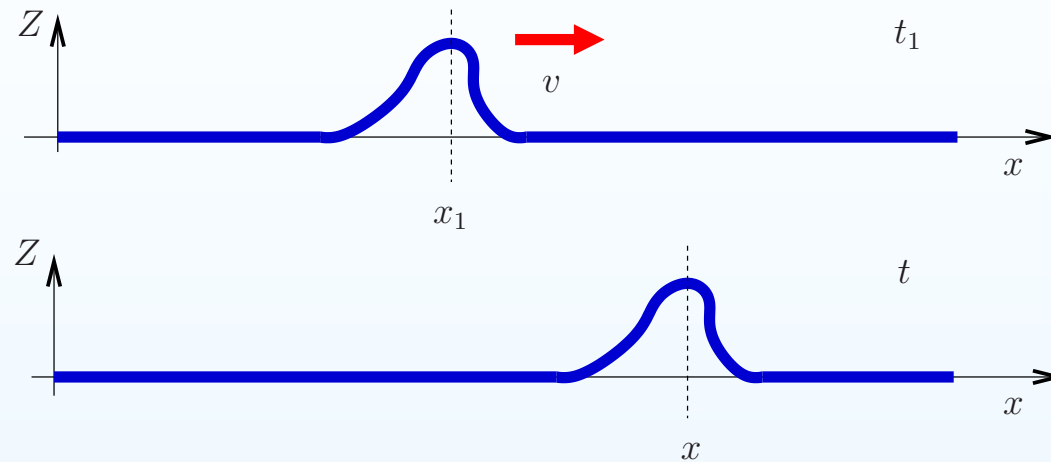
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



$$Z(x_1, t_1) = Z(x, t)$$



Egyenes menti hullámok

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

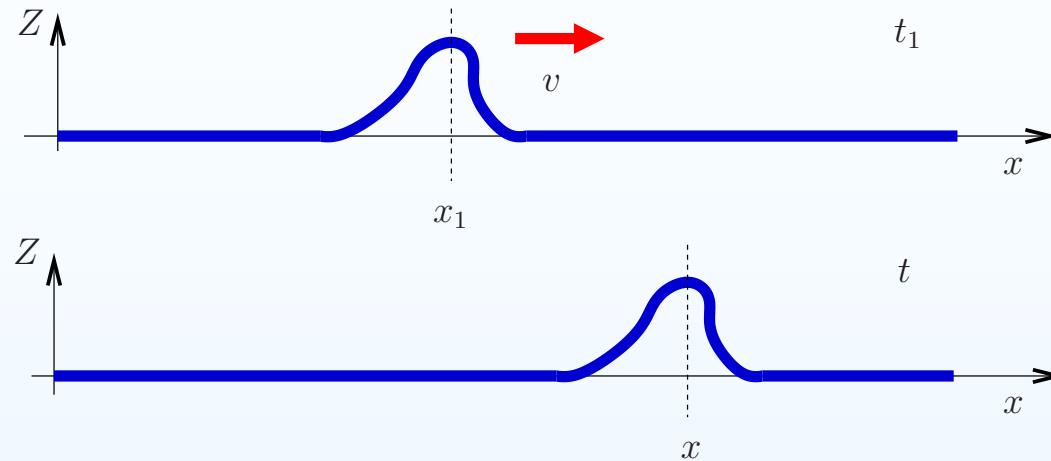
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



$$Z(x_1, t_1) = Z(x, t)$$

$$v = \frac{x - x_1}{t - t_1}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

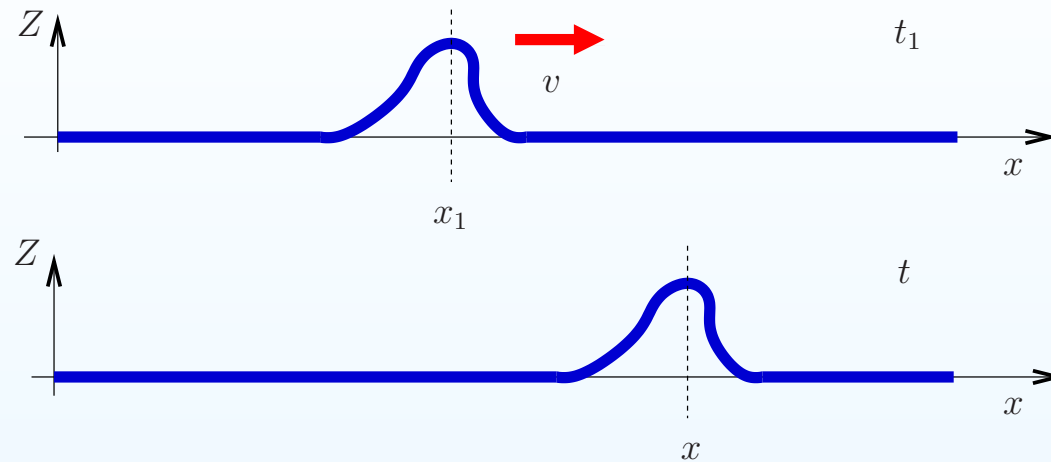
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Egyenes menti hullámok



$$Z(x_1, t_1) = Z(x, t)$$

$$v = \frac{x - x_1}{t - t_1}$$

Az egyszerűség kedvéért legyen $t_1 = 0$.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

● Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

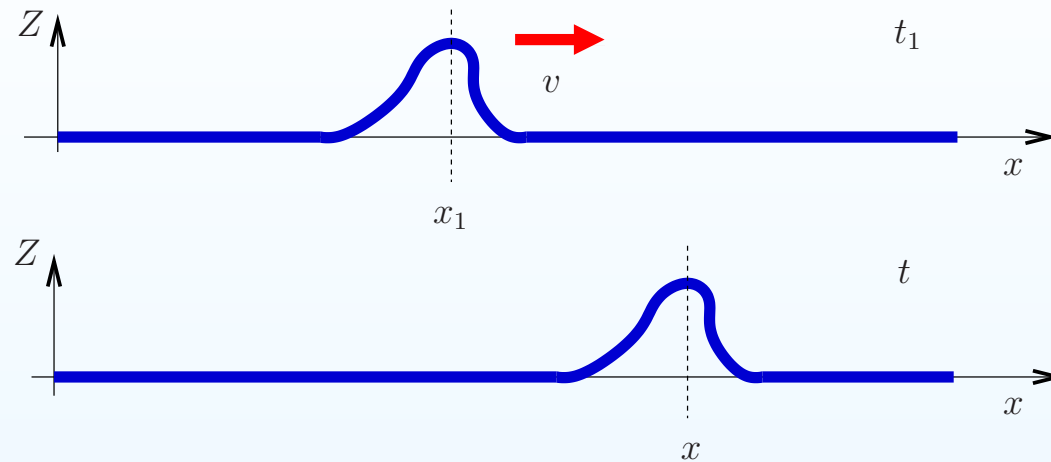
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Egyenes menti hullámok



$$Z(x_1, t_1) = Z(x, t)$$

$$v = \frac{x - x_1}{t - t_1}$$

Az egyszerűség kedvéért legyen $t_1 = 0$.

$$x_1 = x - vt$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

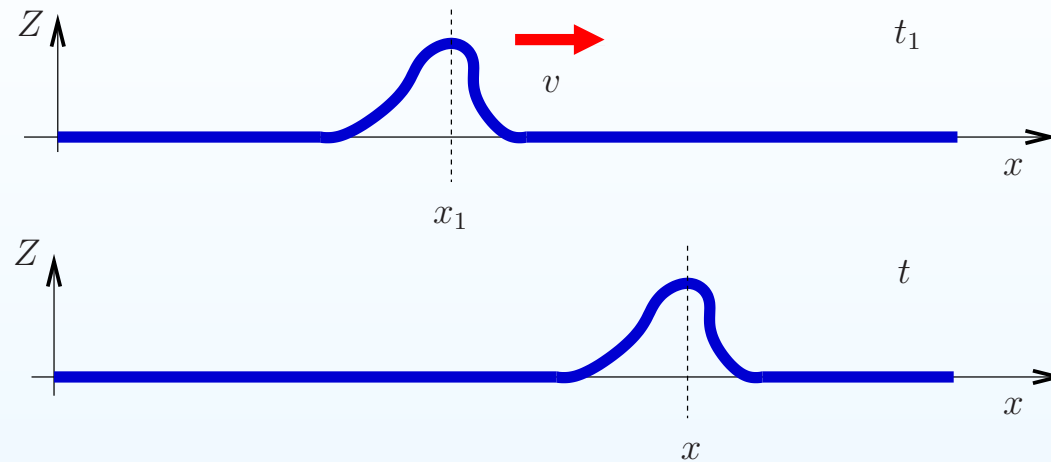
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Egyenes menti hullámok



$$Z(x_1, t_1) = Z(x, t)$$

$$v = \frac{x - x_1}{t - t_1}$$

Az egyszerűség kedvéért legyen $t_1 = 0$.

$$x_1 = x - vt$$

$$Z(x - vt, 0) = Z(x, t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

● Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Példa

Az x -tengely mentén terjedő impulzust a

$$Z(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

függvény írja le. Mekkora a hullám terjedési sebessége? (Minden adat SI mértékben adott!)



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

● Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Példa

Az x -tengely mentén terjedő impulzust a

$$Z(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

függvény írja le. Mekkora a hullám terjedési sebessége? (Minden adat SI mértékben adott!)

Megoldás: A $Z(x, t)$ függvény alakjából látható, hogy az hullámterjedést ír le, hiszen

$$x - vt = x - 3t$$

Ebből azonnal következik, hogy a zavar az x -tengely irányában $v = 3$ m/s sebességgel terjed.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- **Hullámegyenlet**
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Hullámegyenlet

Vizsgáljuk meg a $Z(x, t) = Z(x - vt)$ függvény hely és idő szerinti második deriváltját!



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- **Hullámegyenlet**

- Periodikus és harmonikus hullámok

- A hullámszám

- Terjedési sebesség

- Hullámok

közeghatároknál

- Energiaterjedés

- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Hullámegyenlet

Vizsgáljuk meg a $Z(x, t) = Z(x - vt)$ függvény hely és idő szerinti második deriváltját!

A hely szerinti második derivált:

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = Z''(u)$$

A Z'' az $u = x - vt$ belső függvény szerinti második deriváltat jelöli.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- **Hullámegyenlet**
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Hullámegyenlet

Vizsgáljuk meg a $Z(x, t) = Z(x - vt)$ függvény hely és idő szerinti második deriváltját!

A hely szerinti második derivált:

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = Z''(u)$$

A Z'' az $u = x - vt$ belső függvény szerinti második deriváltat jelöli.

Az idő szerinti második derivált:

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = v^2 Z'',$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- **Hullámegyenlet**

- Periodikus és harmonikus hullámok

- A hullámszám

- Terjedési sebesség

- Hullámok

- közegetárolónál

- Energiaterjedés

- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Hullámegyenlet

Vizsgáljuk meg a $Z(x, t) = Z(x - vt)$ függvény hely és idő szerinti második deriváltját!

A hely szerinti második derivált:

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = Z''(u)$$

A Z'' az $u = x - vt$ belső függvény szerinti második deriváltat jelöli.

Az idő szerinti második derivált:

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = v^2 Z'',$$

vagyis

$$Z'' = \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- Hullámegyenlet

- Periodikus és harmonikus hullámok

- A hullámszám

- Terjedési sebesség

- Hullámok

közeghatároknál

- Energiaterjedés

- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Rendezzük nullára az egyenletet, ekkor

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = 0.$$

A fenti egyenlet az **egydimenziós hullámegyenlet**.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- **Hullámeqyenlet**

- Periodikus és harmonikus hullámok

- A hullámszám

- Terjedési sebesség

- Hullámok

közeghatároknál

- Energiaterjedés

- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Rendezzük nullára az egyenletet, ekkor

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = 0.$$

A fenti egyenlet az **egydimenziós hullámeqyenlet**.

Általánosítás három dimenzióra:

$$\frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial t^2} = 0$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok

- **Hullámegyenlet**

- Periodikus és harmonikus hullámok

- A hullámszám

- Terjedési sebesség

- Hullámok

- közeghatároknál

- Energiaterjedés

- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Rendezzük nullára az egyenletet, ekkor

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = 0.$$

A fenti egyenlet az **egydimenziós hullámegyenlet**.

Általánosítás három dimenzióra:

$$\frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial t^2} = 0$$

Egyszerűsített jelöléssel a hullámegyenlet tehát:

$$\Delta Z(\underline{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 Z(\underline{r}, t)}{\partial t^2} = 0$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- **Periodikus és harmonikus hullámok**
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Periodikus és harmonikus hullámok

Milyen lehet $Z(x, t)$ függvény konkrét alakja?

Periodikus hullámok

Ha a feszített kötéel végét úgy mozgatjuk, hogy a kötéel elejének kitérése időben *periodikusan* változik T periódusidővel, és ennek hatására a kötélen v sebességű hullám terjed, akkor a hullám képe a térben is periodikus lesz. A térbeli periódust a hullám λ *hullámhosszának* nevezzük, és érvényes rá:

$$\lambda = vT$$

Harmonikus hullámok

Ha a kötéel végét úgy mozgatjuk, hogy az harmonikus rezgőmozgást végez T periódusidővel, A amplitúdóval, és a kialakuló hullám sebessége v , akkor a $Z(x, t)$ függvény alakja:

$$Z(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$$



A hullámszám

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- **A hullámszám**
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

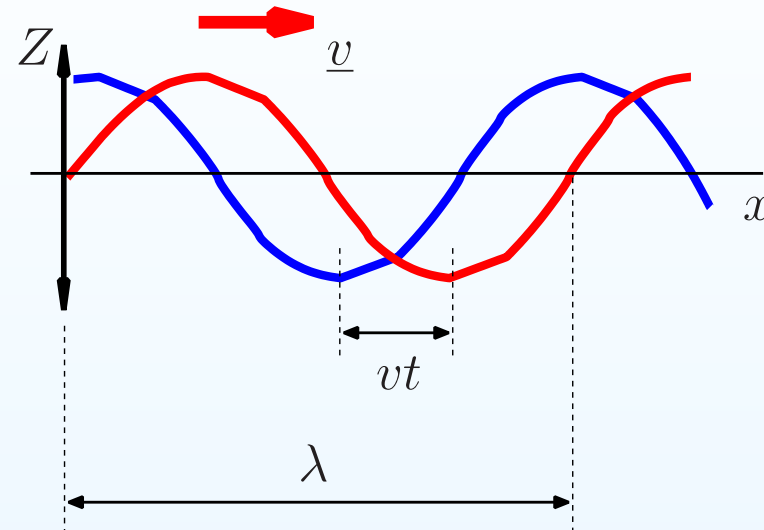
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ω -körfrekvencia, k -hullámszám

Így az egyenes menti harmonikus hullámot leíró függvény:

$$Z(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$



Terjedési sebesség

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- **Terjedési sebesség**
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

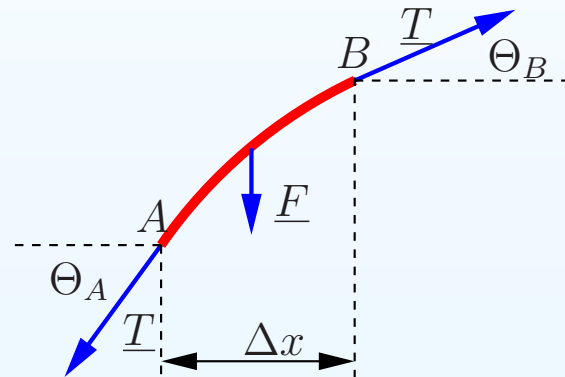
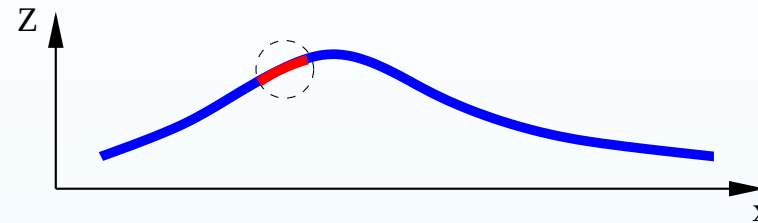
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



A vizsgált kötélrész tömege $\mu \cdot \Delta x$. Az erre a kötélrészre ható eredő erő zavarirányú komponense

$$F = T(\sin(\Theta_B) - \sin(\Theta_A))$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- **Terjedési sebesség**
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

A Θ_A és Θ_B szögek kicsik. Ennek köszönhetően ezen szögek szinuszai helyettesíthetők tangenseikkel. Tehát:

$$F \sim T(\tan(\Theta_B) - \tan(\Theta_A))$$

Vegyük észre, hogy az A és B pontokban felírt tangensek valójában a $Z(x, t)$ függvény x szerinti parciális deriváltjai. Ezek után az F a következő módon alakul:

$$F = T\left(\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_A\right)$$

A deriváltak definíciója alapján elvégezhetjük a következő közelítést ha Δx elég kicsi:

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_A = \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \Delta x$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- **Terjedési sebesség**
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Arra jutottunk, hogy:

$$F = T \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \Delta x$$

Mivel a kötél darab harmonikus rezgést végez az adott időpillanatban a hullám áthaladásának következtében a Z irányban, az F erő kifejezhető a következő módon is:

$$F = ma = \mu \Delta x \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}$$

Az F erőt kétféleképpen is kifejeztük. Tehát:

$$T \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \Delta x = \mu \Delta x \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- **Terjedési sebesség**
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Hozzuk az előző egyenletet a következő alakra:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} - \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = 0$$

Látható, hogy az egydimenziós hullámegyenletet kaptuk, amelyben:

$$\frac{1}{v^2} = \frac{\mu}{T}$$

Fejezzük ki innen a v terjedési sebességet!

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- **Hullámok közeghatároknál**
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

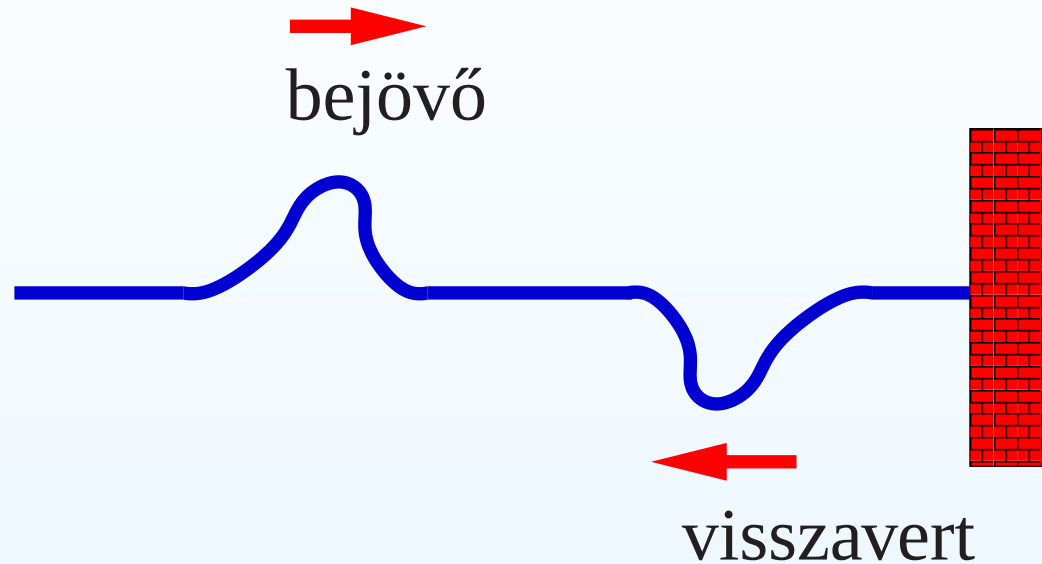
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Hullámok közeghatároknál



Tapasztalat szerint ilyenkor a bejövő és visszavert hullámok alakjai egymás -1 -szeresei, vagy más szóval „invertáltjai”.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség

• Hullámok közeghatároknál

- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

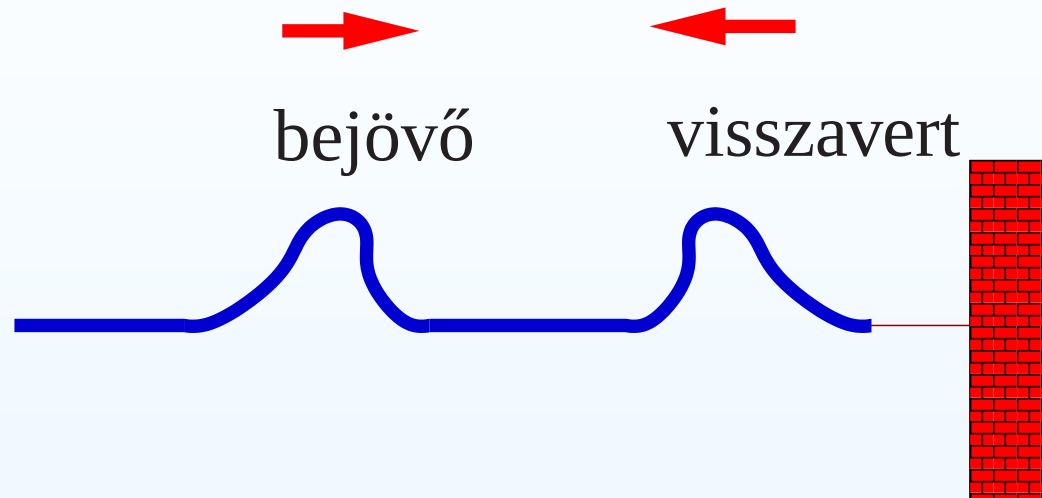
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



Ebben az esetben a visszavert hullám és a bejövő hullám alakja megegyezik.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- Energiaáram, intenzitás

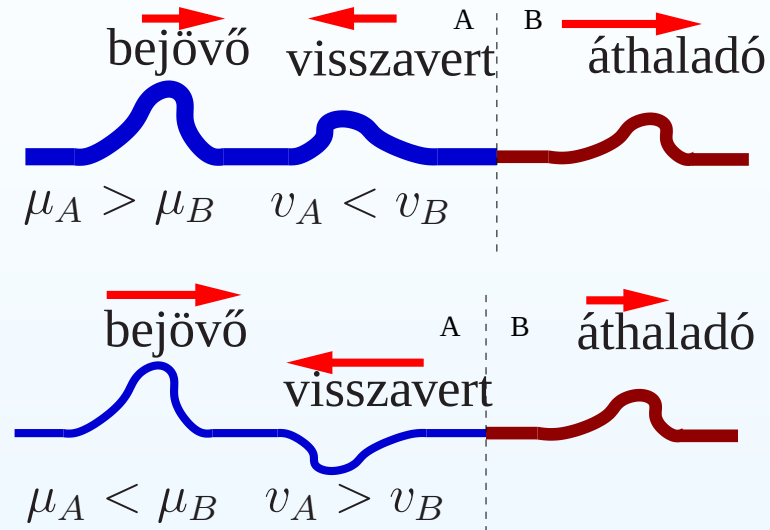
Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



Ha az első közeg sűrűsége a kisebb, azaz ebben a közegben terjednek a hullámok nagyobb sebességgel, akkor *nagyobb sűrűségű közegről verődik vissza a hullám és invertálódik*.

Ha az első közeg sűrűsége a nagyobb, azaz ebben a közegben terjednek a hullámok kisebb sebességgel, akkor *kisebb sűrűségű közegről verődik vissza a hullám és nem invertálódik*.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- **Energiaterjedés**
- Energiaáram, intenzitás

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Energiaterjedés

Rezgő tömeg összenergiája:

$$E(t) = E_m(t) + V(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) + \frac{1}{2}Dx^2(t) =$$
$$= \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

Kötélen terjedő harmonikus hullámban a kötéldarab $dm = \mu dx$ tömegű darabja harmonikus rezgőmozgást végez.

Határozzuk meg azt az energiaáramot, ami a kötélen adott keresztmetszeten áramlik keresztül. Ehhez írjuk fel a húr λ hosszúságú darabjának összenergiáját:

$$E = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

- Egyenes menti hullámok
- Hullámegyenlet
- Periodikus és harmonikus hullámok
- A hullámszám
- Terjedési sebesség
- Hullámok közeghatároknál
- Energiaterjedés
- **Energiaáram, intenzitás**

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Energiaáram, intenzitás

A J_E **energiaáram**, vagy **átáramlott teljesítmény** nem más, mint az egységnyi idő alatt átáramlott energia.

Ahhoz, hogy a húr adott keresztmetszetén az egy hullámhosszban tárolt energia átáramoljon pontosan periódusidőnyi (T) időre van szükség. Tehát a $\Delta t = T$ idő alatti átlagos energiaáram:

$$\bar{J}_E = \frac{E}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

Az egységnyi idő alatt a terjedési irányra merőleges egységnyi felületen keresztüláramló energiamennyiséget *intenzitásnak* nevezzük.

A fenti átlagos energiaáramot osszuk le a húr S keresztmetszetével. Az így kapott mennyiség a vizsgált hullám átlagos intenzitása:

$$\bar{I} = \frac{J_E}{S} = \frac{1}{2} \frac{\mu}{S} \omega^2 A^2 v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

- Gömbhullám
- Síkhullám

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Síkbeli- és térbeli hullámok



Gömbhullám

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

● Gömbhullám

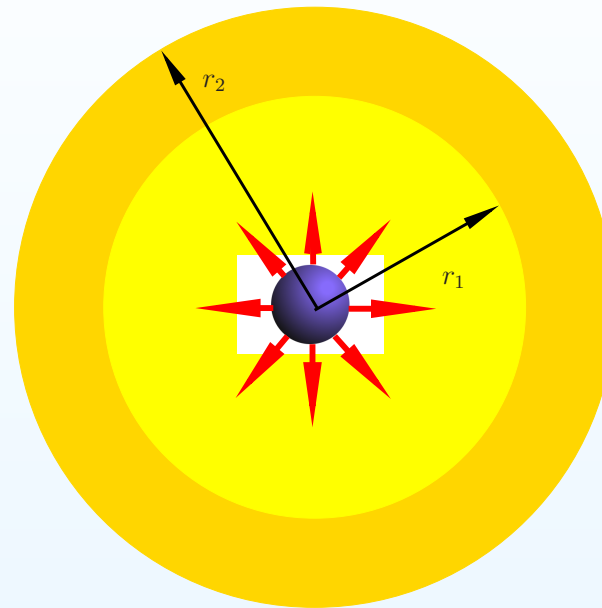
● Síkhullám

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



$$I = \frac{J_E}{4\pi r^2}$$

$$Z(r, t) = \frac{A_0}{r} f\left(t - \frac{r}{v}\right)$$



Síkhullám

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

• Gömbhullám

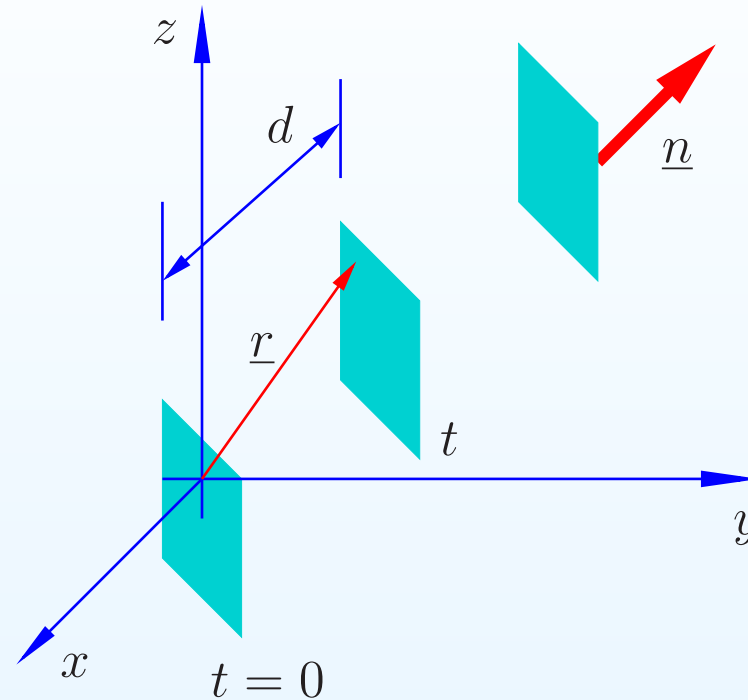
• **Síkhullám**

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus



$$Z(\underline{r}, t) = f\left(t - \frac{d}{v}\right)$$

$$Z(\underline{r}, t) = f\left(t - \frac{\underline{n} \cdot \underline{r}}{v}\right)$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

**Interferencia és
állóhullámok**

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Interferencia és állóhullámok



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

● Szuperpozíció elve

● Erősítés és kioltás

● Állóhullámok

● Mindkét végén rögzített pálca

● Az egyik végén rögzített pálca

● Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

● Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Szuperpozíció elve

A tapasztalat azt mutatja, hogy ha egy közegben két vagy több különböző forrásból származó hullám terjed, akkor a közeg pontjai az egyes hullámok által külön kiváltott rezgések ($Z_i(\underline{r}, t)$) algebrai összegének megfelelő eredő rezgést ($Z(\underline{r}, t)$) végeznek.

$$Z(\underline{r}, t) = \sum_i Z_i(\underline{r}, t)$$

Tehát hullámok találkozásakor rezgéseket kell összegezni „fázishelyesen”.

Az eredő rezgés attól függ, hogy az összegzett rezgések fázisai hogyan viszonyulnak egymáshoz.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Erősítés és kioltás

Vizsgáljuk meg két azonos frekvenciájú és hullámhosszúságú egyenes menti harmonikus hullám találkozását egy pontban!



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

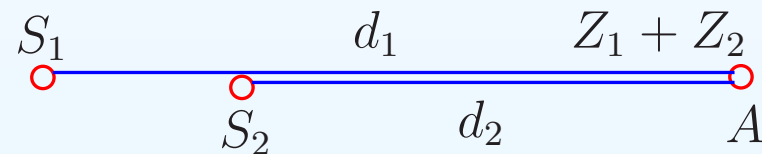
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Erősítés és kioltás

Vizsgáljuk meg két azonos frekvenciájú és hullámhosszúságú egyenes menti harmonikus hullám találkozását egy pontban!





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

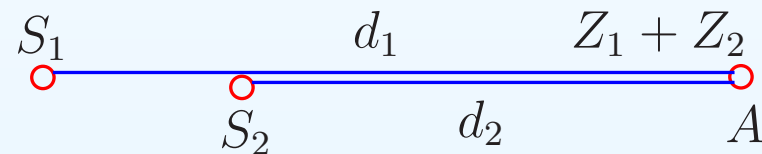
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Erősítés és kioltás

Vizsgáljuk meg két azonos frekvenciájú és hullámhosszúságú egyenes menti harmonikus hullám találkozását egy pontban!



$$Z_1(x, t) = A_1 \sin(kx - \omega t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

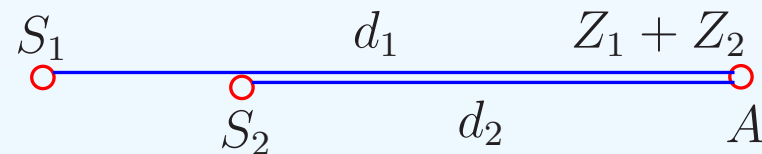
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Erősítés és kioltás

Vizsgáljuk meg két azonos frekvenciájú és hullámhosszúságú egyenes menti harmonikus hullám találkozását egy pontban!



$$Z_1(x, t) = A_1 \sin(kx - \omega t)$$

$$Z_2(x, t) = A_2 \sin(kx - \omega t + \varphi_0)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Legyen $A_1 = A_2 = A$ és $\varphi_0 = 0$.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Legyen $A_1 = A_2 = A$ és $\varphi_0 = 0$.

$$Z = A \sin(kd_1 - \omega t) + A \sin(kd_2 - \omega t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Legyen $A_1 = A_2 = A$ és $\varphi_0 = 0$.

$$Z = A \sin(kd_1 - \omega t) + A \sin(kd_2 - \omega t)$$

Szorzattá alakítva:

$$Z = 2A \cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} \sin(\omega t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve

- **Erősítés és kioltás**

- Állóhullámok

- Mindkét végén rögzített pálca

- Az egyik végén rögzített pálca

- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Legyen $A_1 = A_2 = A$ és $\varphi_0 = 0$.

$$Z = A \sin(kd_1 - \omega t) + A \sin(kd_2 - \omega t)$$

Szorzattá alakítva:

$$Z = 2A \cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} \sin(\omega t)$$

Erősítés:

$$\cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{k|d_1 - d_2|}{2} = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Legyen $A_1 = A_2 = A$ és $\varphi_0 = 0$.

$$Z = A \sin(kd_1 - \omega t) + A \sin(kd_2 - \omega t)$$

Szorzattá alakítva:

$$Z = 2A \cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} \sin(\omega t)$$

Erősítés:

$$\cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{k|d_1 - d_2|}{2} = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Figyelembe véve, hogy $k = \frac{2\pi}{\lambda}$:

$$|d_1 - d_2| = 2n \frac{\lambda}{2}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Kioltás

$$\cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} = 0 \Rightarrow \frac{k|d_1 - d_2|}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- **Erősítés és kioltás**
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Kioltás

$$\cos \frac{k(d_1 - d_2)}{2} = 0 \Rightarrow \frac{k|d_1 - d_2|}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Figyelembe véve, hogy $k = \frac{2\pi}{\lambda}$:

$$|d_1 - d_2| = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- **Állóhullámok**
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

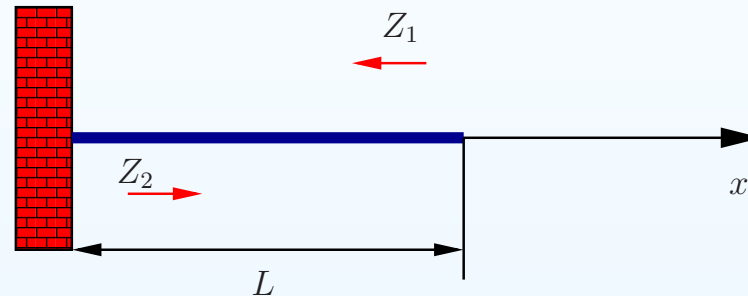
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullámok

Keltsünk harmonikus hullámot L hosszúságú pálcán, amely az x -tengely mentén balra halad.





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- **Állóhullámok**
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

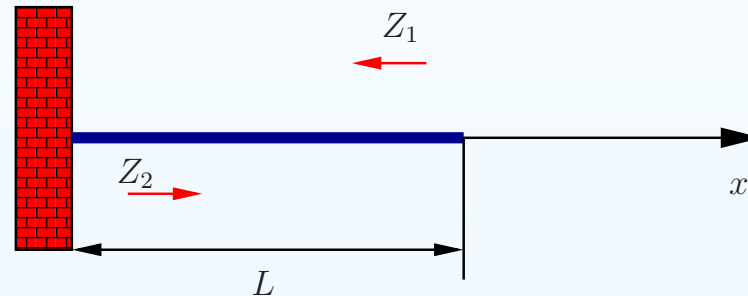
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullámok

Keltsünk harmonikus hullámot L hosszúságú pálcán, amely az x -tengely mentén balra halad.



$$Z_1(x, t) = A \sin(-kx - \omega t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- **Állóhullámok**
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

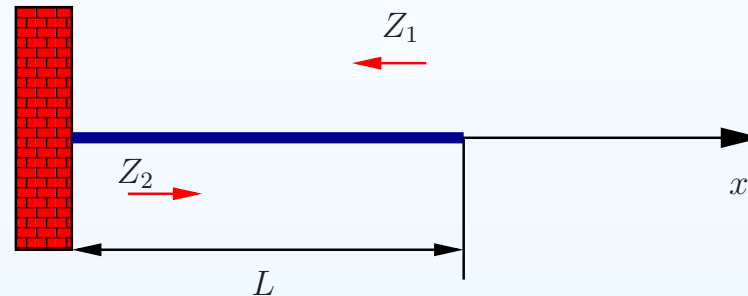
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullámok

Keltsünk harmonikus hullámot L hosszúságú pálcán, amely az x -tengely mentén balra halad.



$$Z_1(x, t) = A \sin(-kx - \omega t)$$

Visszavert hullám „invertált”:

$$Z_2(x, t) = -A \sin(kx - \omega t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- **Állóhullámok**
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

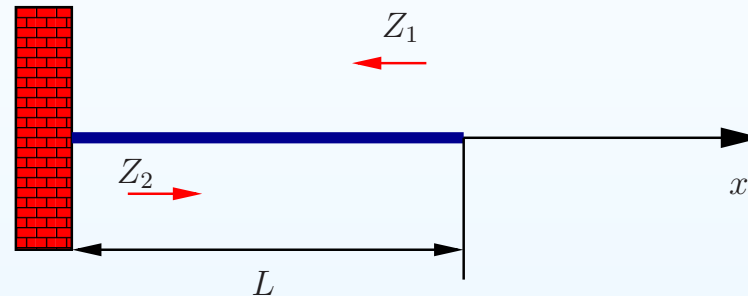
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullámok

Keltsünk harmonikus hullámot L hosszúságú pácán, amely az x -tengely mentén balra halad.



$$Z_1(x, t) = A \sin(-kx - \omega t)$$

Visszavert hullám „invertált”:

$$Z_2(x, t) = -A \sin(kx - \omega t)$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- **Állóhullámok**
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Interferencia:

$$\begin{aligned} Z(x, t) &= A(\sin(-kx - \omega t) - \sin(kx - \omega t)) = \\ &= -2A \sin(kx) \cos(\omega t) \end{aligned}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- **Állóhullámok**
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Interferencia:

$$\begin{aligned} Z(x, t) &= A(\sin(-kx - \omega t) - \sin(kx - \omega t)) = \\ &= -2A \sin(kx) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Látható, hogy $x = 0$ helyen $Z(x, t) = 0$ teljesül.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- **Mindkét végén rögzített pálca**
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén rögzített pálca

$x = L$ helyen az eredő $Z(x, t) = 0$ minden időpillanatban.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- **Mindkét végén rögzített pálca**
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén rögzített pálca

$x = L$ helyen az eredő $Z(x, t) = 0$ minden időpillanatban. Ekkor:

$$\sin(kL) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- **Mindkét végén rögzített pálca**
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén rögzített pálca

$x = L$ helyen az eredő $Z(x, t) = 0$ minden időpillanatban. Ekkor:

$$\sin(kL) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Átírva:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- **Mindkét végén rögzített pálca**
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

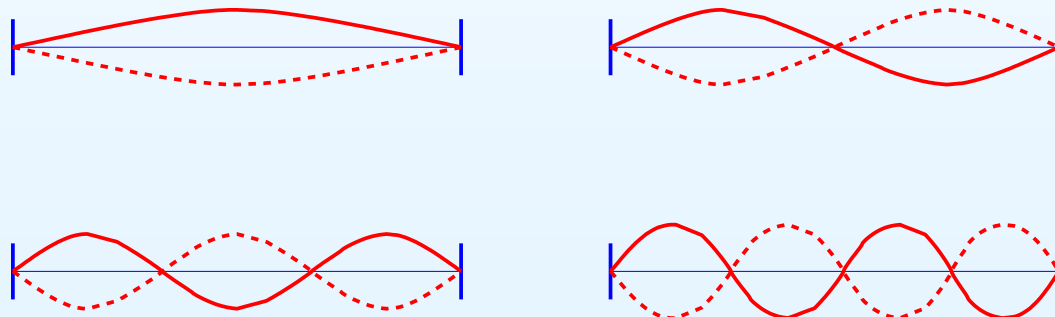
Mindkét végén rögzített pálca

$x = L$ helyen az eredő $Z(x, t) = 0$ minden időpillanatban. Ekkor:

$$\sin(kL) = 0 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Átírva:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Az egyik végén rögzített pálca

$x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Az egyik végén rögzített pálca

$x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor:

$$\sin(kL) = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Az egyik végén rögzített pálca

$x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor:

$$\sin(kL) = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Átírva:

$$L = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

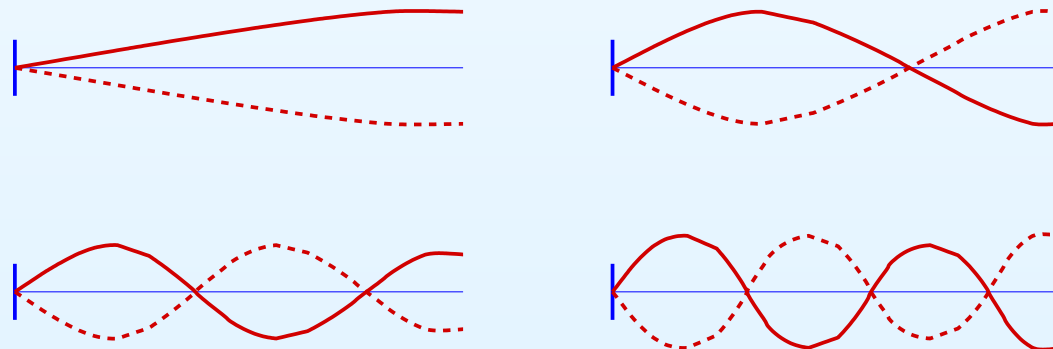
Az egyik végén rögzített pálca

$x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor:

$$\sin(kL) = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}L = (n + \frac{1}{2})\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Átírva:

$$L = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}$$





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

$x = 0$, mind pedig az $x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

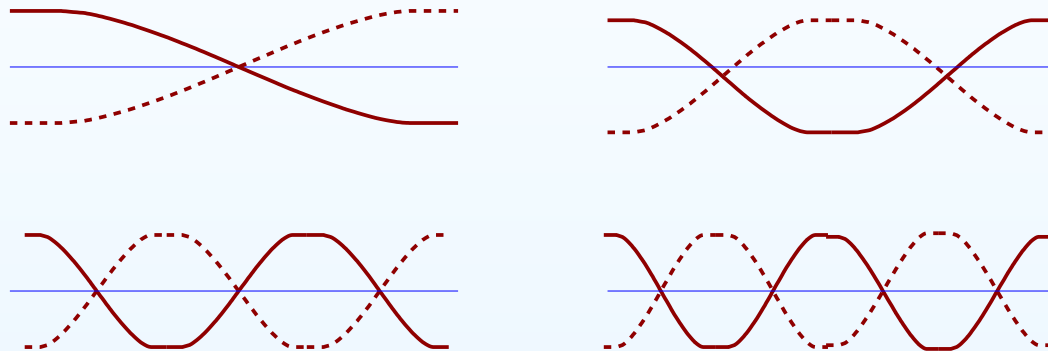
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

$x = 0$, mind pedig az $x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor a megoldás:





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

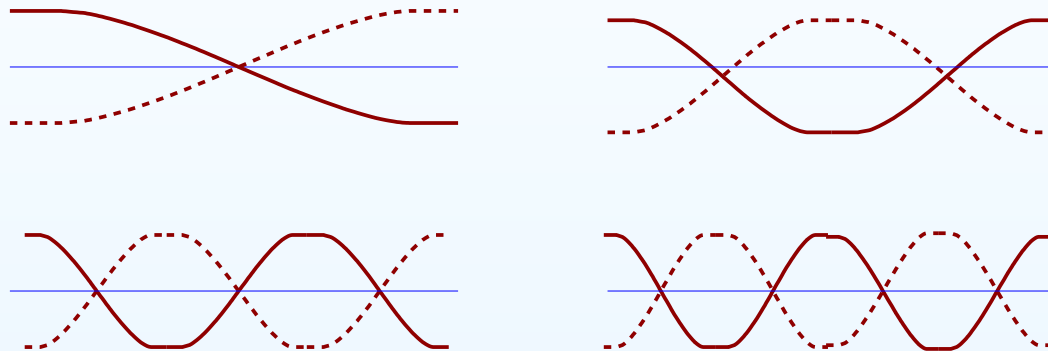
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

$x = 0$, mind pedig az $x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor a megoldás:



Az ábra alapján:



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- Állóhullám-egyenlet

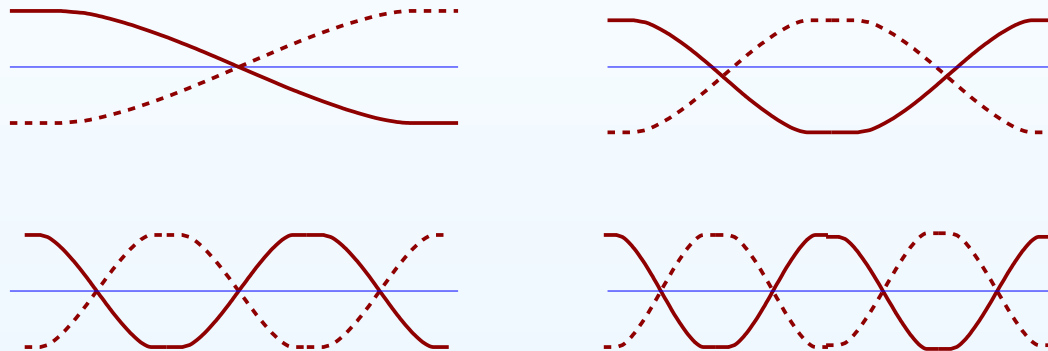
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

$x = 0$, mind pedig az $x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor a megoldás:



Az ábra alapján:

$$L = 2n \frac{\lambda}{4}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- **Mindkét végén szabad közeg állóhullámai**
- Állóhullám-egyenlet

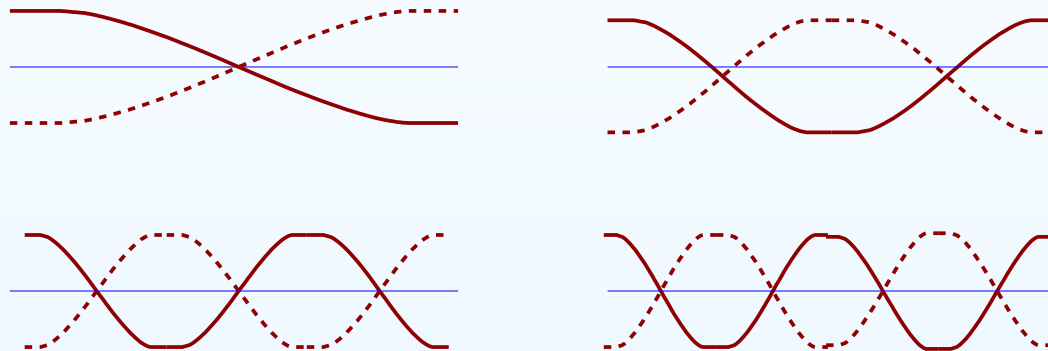
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mindkét végén szabad közeg állóhullámai

$x = 0$, mind pedig az $x = L$ helyen $Z(x, t) = \text{maximum}$ minden időpillanatban. Ekkor a megoldás:



Az ábra alapján:

$$L = 2n \frac{\lambda}{4}$$

Mivel $\nu = \frac{v}{\lambda}$, így előírások a frekvenciákra is! $\Rightarrow$ *sajátfrekvenciák*.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén
rögzített pálca
- Az egyik végén
rögzített pálca
- Mindkét végén
szabad közeg
állóhullámok
- **Állóhullám-egyenlet**

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullám-egyenlet

Az előző esetekben mindig igaz volt:

$$Z(x, t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén
rögzített pálca
- Az egyik végén
rögzített pálca
- Mindkét végén
szabad közeg
állóhullámai
- **Állóhullám-egyenlet**

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullám-egyenlet

Az előző esetekben mindig igaz volt:

$$Z(x, t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$

Helyettesítsük ezt a függvényt az egydimenziós hullámeqyenletbe.

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén
rögzített pálca
- Az egyik végén
rögzített pálca
- Mindkét végén
szabad közeg
állóhullámai

• **Állóhullám-egyenlet**

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullám-egyenlet

Az előző esetekben mindig igaz volt:

$$Z(x, t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$

Helyettesítsük ezt a függvényt az egydimenziós hullámeqyenletbe.

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$

A behelyettesítés után a következő összefüggést kapjuk:

$$\left\{ \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} \varphi(x) \right\} \sin(\omega t + \phi) = 0$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén
rögzített pálca
- Az egyik végén
rögzített pálca
- Mindkét végén
szabad közeg
állóhullámai

• **Állóhullám-egyenlet**

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Állóhullám-egyenlet

Az előző esetekben mindig igaz volt:

$$Z(x, t) = \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$

Helyettesítsük ezt a függvényt az egydimenziós hullámeqyenletbe.

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial x^2} = \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \varphi(x) \sin(\omega t + \phi)$$

A behelyettesítés után a következő összefüggést kapjuk:

$$\left\{ \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2}{v^2} \varphi(x) \right\} \sin(\omega t + \phi) = 0$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

- Szuperpozíció elve
- Erősítés és kioltás
- Állóhullámok
- Mindkét végén rögzített pálca
- Az egyik végén rögzített pálca
- Mindkét végén szabad közeg állóhullámai
- **Állóhullám-egyenlet**

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Mivel $\frac{\omega^2}{v^2} = k^2$, és a fenti egyenletnek minden időpillanatban fenn kell állnia:

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + k^2 \varphi(x) = 0$$

Ezt az egyenletet nevezzük az egydimenziós állóhullám-egyenletnek.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Huygens-Fresnel elv



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

● Huygens-Fresnel elv

- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Huygens-Fresnel elv

Hullámfelületnek, vagy hullámfrontnak nevezzük a hullámtér azon pontjainak halmazát, amelyek egy adott időpillanatban azonos fázisállapotban vannak.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

● Huygens-Fresnel elv

- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

Hullámcsomag

Doppler-effektus

Huygens-Fresnel elv

Hullámfelületnek, vagy hullámfrontnak nevezzük a hullámtér azon pontjainak halmazát, amelyek egy adott időpillanatban azonos fázisállapotban vannak.

Huygens-Fresnel elv. A hullámfelület minden egyes pontja minden időpillanatban elemi gömbhullámok kiindulópontja, és ezen elemi gömbhullámok interferenciájaként áll elő a későbbi hullámkép.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

● Huygens-Fresnel elv

- Elhajlás rés széléin
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

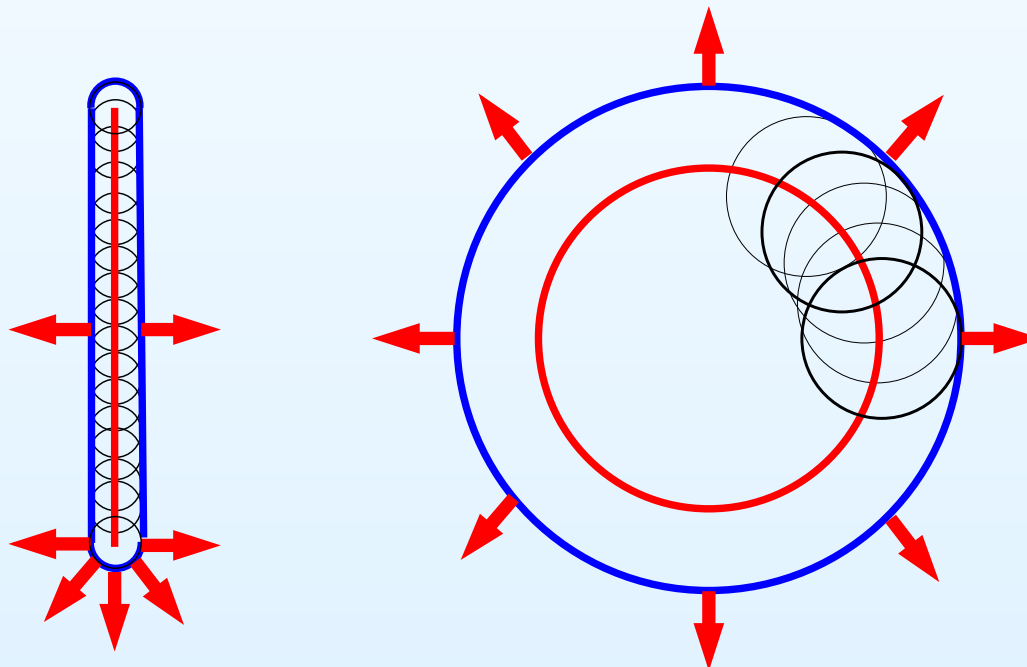
Hullámcsomag

Doppler-effektus

Huygens-Fresnel elv

Hullámfelületnek, vagy hullámfrontnak nevezzük a hullámtér azon pontjainak halmazát, amelyek egy adott időpillanatban azonos fázisállapotban vannak.

Huygens-Fresnel elv. A hullámfelület minden egyes pontja minden időpillanatban elemi gömbhullámok kiindulópontja, és ezen elemi gömbhullámok interferenciájaként áll elő a későbbi hullámkép.





Elhajlás rés szélein

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

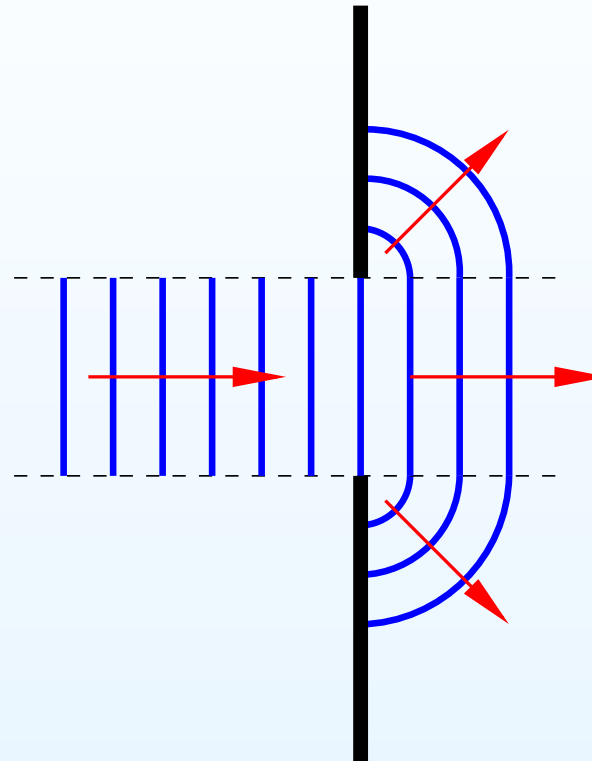
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- **Elhajlás rés szélein**
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

Hullámcsomag

Doppler-effektus





Elhajlás rés szélein

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

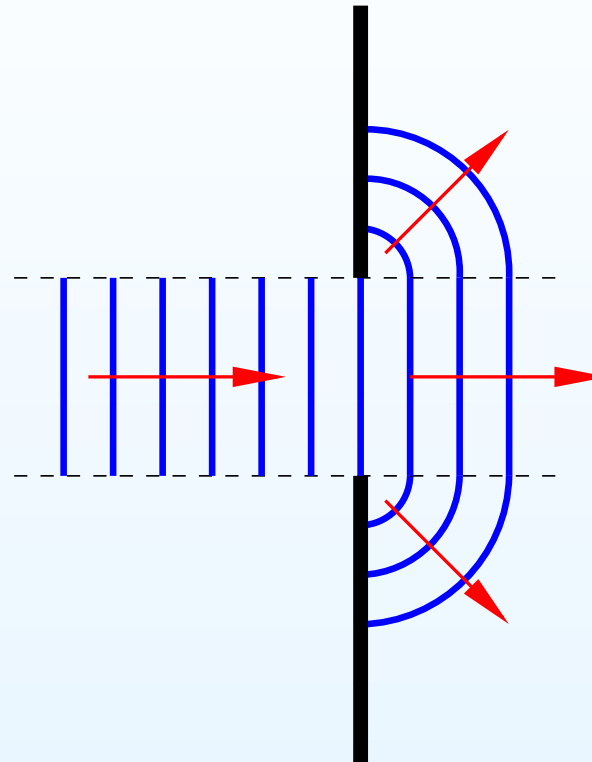
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- **Elhajlás rés szélein**
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

Hullámcsomag

Doppler-effektus



Általában igaz az, hogy az elhajlási jelenségek akkor válnak jelentőssé, ha a hullám útjába került akadályok mérete összemérhető a hullám hullámhosszával.



Visszaverődés törvénye

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

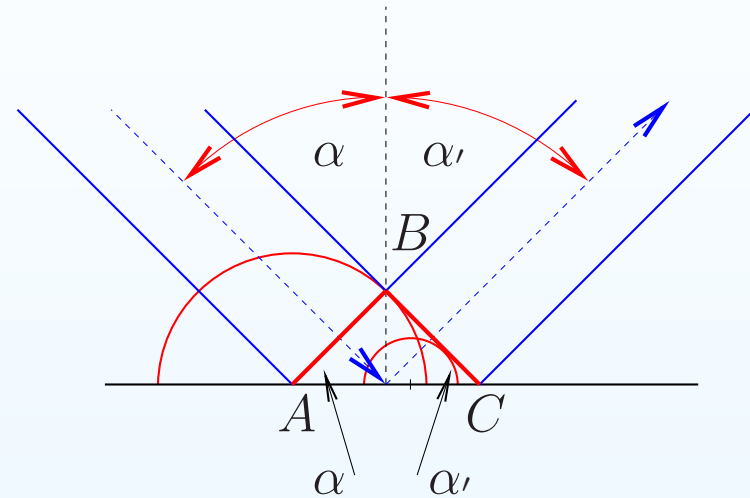
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- Törés törvénye

Hullámcsomag

Doppler-effektus



Visszaverődés törvénye. Hullámok visszaverődésekor a beeső hullám valamint a visszavert hullám ugyanakkora szöget zár be a beesési merőlegessel.



Törés törvénye

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

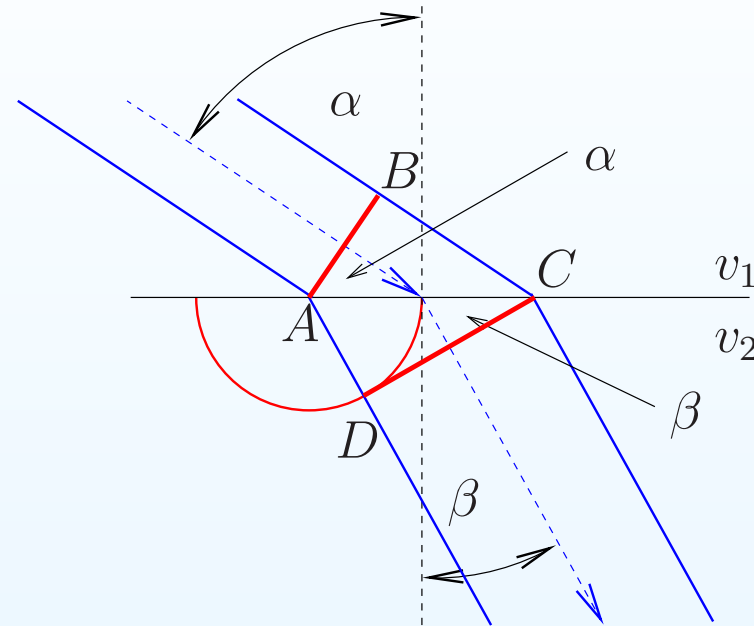
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus





Törés törvénye

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

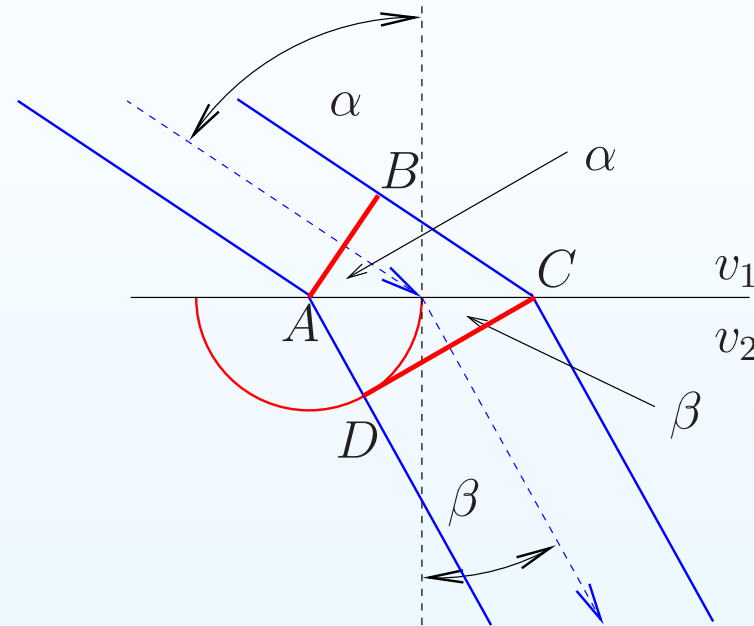
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés széléin
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus



B pont C -be Δt idő alatt. A -ból indult elemi gömbhullám sugara ezalatt $v_2 \Delta t$.



Törés törvénye

Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

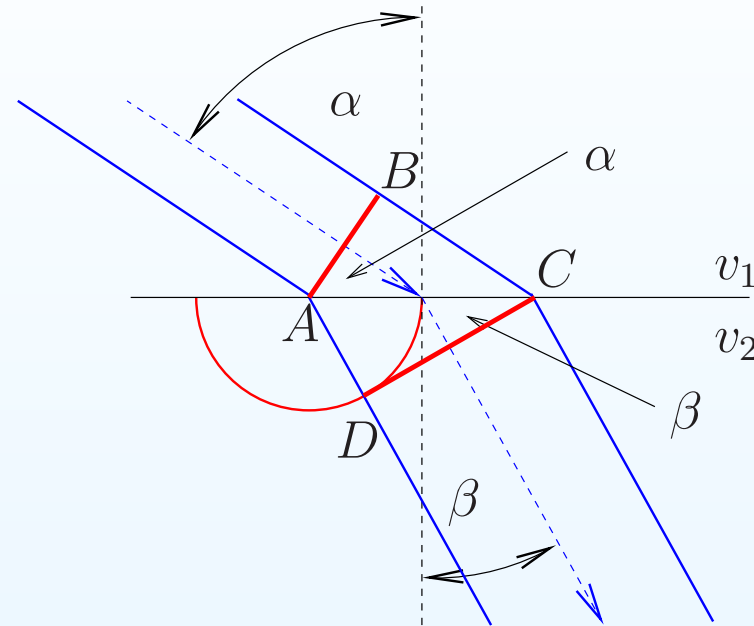
Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés széléin
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus



B pont C -be Δt idő alatt. A -ból indult elemi gömbhullám sugara ezalatt $v_2 \Delta t$.

$\overline{AC}$ egyszer ABC -ből, egyszer pedig az ADC -ből. Ekkor:

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{\sin \alpha} = \frac{\overline{AD}}{\sin \beta}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus

$$\overline{BC} = v_1 \Delta t, \quad \overline{AD} = v_2 \Delta t$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus

$$\overline{BC} = v_1 \Delta t, \quad \overline{AD} = v_2 \Delta t$$

$$\frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta}$$



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus

$$\overline{BC} = v_1 \Delta t, \quad \overline{AD} = v_2 \Delta t$$

$$\frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta}$$

További átalakítások után:

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

- Huygens-Fresnel elv
- Elhajlás rés szélein
- Visszaverődés törvénye
- **Törés törvénye**

Hullámcsomag

Doppler-effektus

$$\overline{BC} = v_1 \Delta t, \quad \overline{AD} = v_2 \Delta t$$

$$\frac{v_1 \Delta t}{\sin \alpha} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin \beta}$$

További átalakítások után:

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}$$

Törés törvénye. Hullámok törésekor érvényes a következő törési törvény:

$$\frac{\sin \alpha}{v} = \text{konstans}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- Diszperzió
- Határozatlansági
reláció

Doppler-effektus

Hullámcsomag



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- Diszperzió
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Hullámcsomag

Amennyiben a zavar csak rövid ideig tart, az ennek következtében kialakuló hullám térbeli mérete is korlátos lesz. Az ilyen, térben korlátos, hullámokat *hullámcsomagnak* nevezzük.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

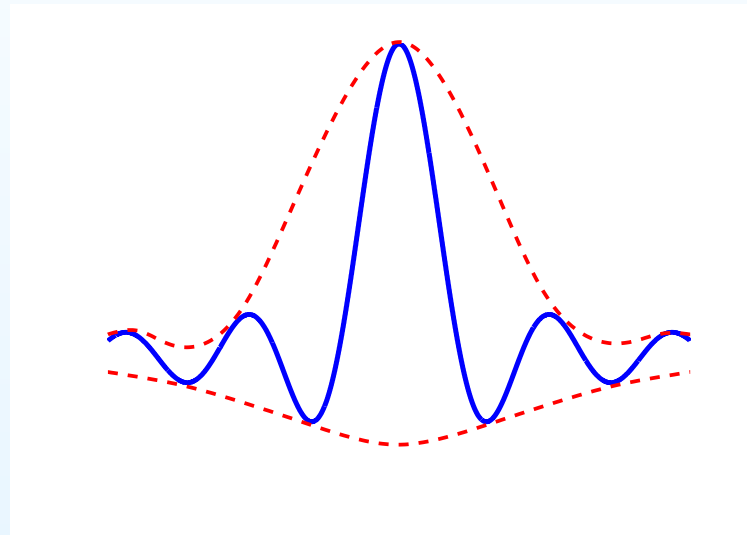
● Hullámcsomag

- Csoportsebesség
- Diszperzió
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Hullámcsomag

Amennyiben a zavar csak rövid ideig tart, az ennek következtében kialakuló hullám térbeli mérete is korlátos lesz. Az ilyen, térben korlátos, hullámokat *hullámcsomagnak* nevezzük.





Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

● Hullámcsomag

● Csoportsebesség

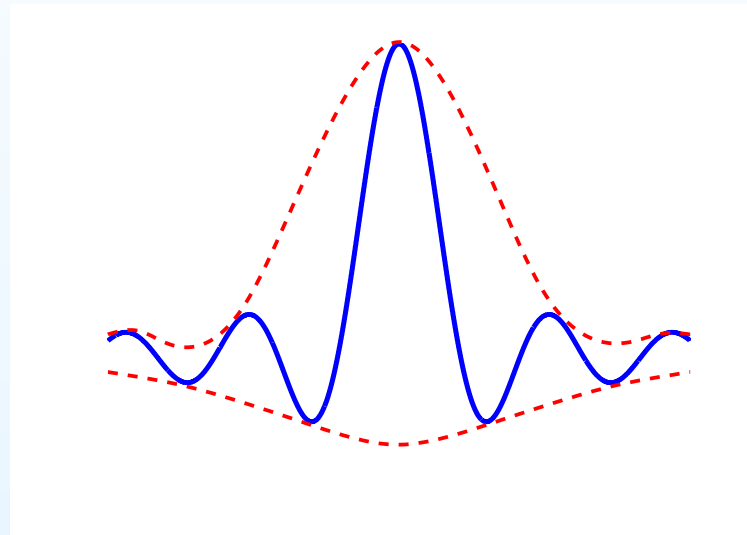
● Diszperzió

● Határozatlansági
reláció

Doppler-effektus

Hullámcsomag

Amennyiben a zavar csak rövid ideig tart, az ennek következtében kialakuló hullám térbeli mérete is korlátos lesz. Az ilyen, térben korlátos, hullámokat *hullámcsomagnak* nevezzük.



Bebizonyítható, hogy az ilyen hullámcsomag felfogható úgy, mint „nagyon sok” különböző frekvenciájú és hullámhosszúságú harmonikus hullám összege.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- **Csoportsebesség**
- Diszperzió
- Határozatlansági
reláció

Doppler-effektus

Csoportsebesség

Az egész csomag mozgását jellemző sebességet
csoportsebességnek nevezzük.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- **Csoportsebesség**
- Diszperzió
- Határozatlansági
reláció

Doppler-effektus

Csoportsebesség

Az egész csomag mozgását jellemző sebességet
csoportsebességnek nevezzük.

A fázissebesség:

$$v = \frac{\omega}{k}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- **Csoportsebesség**
- Diszperzió
- Határozatlansági
reláció

Doppler-effektus

Csoportsebesség

Az egész csomag mozgását jellemző sebességet
csoportsebességnek nevezzük.

A fázissebesség:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

A csoportsebességre igaz, hogy:

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \sim \frac{d\omega}{dk}$$



Diszperzió

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- **Diszperzió**
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Diszperzió. Amikor egy közegben a terjedő harmonikus hullámok fázissebessége és hullámhossza függenek egymástól, akkor ebben a közegben diszperzióról beszélünk.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- **Diszperzió**
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Diszperzió

Diszperzió. Amikor egy közegben a terjedő harmonikus hullámok fázissebessége és hullámhossza függenek egymástól, akkor ebben a közegben diszperzióról beszélünk.

$$\omega = kv(k)$$

hiszen a diszperzió miatt a fázissebesség a hullámszám (hullámhossz) függvénye.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- **Diszperzió**
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Diszperzió

Diszperzió. Amikor egy közegben a terjedő harmonikus hullámok fázissebessége és hullámhossza függenek egymástól, akkor ebben a közegben diszperzióról beszélünk.

$$\omega = kv(k)$$

hiszen a diszperzió miatt a fázissebesség a hullámszám (hullámhossz) függvénye.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v(k) + k \frac{dv(k)}{dk}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- **Diszperzió**
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Diszperzió

Diszperzió. Amikor egy közegben a terjedő harmonikus hullámok fázissebessége és hullámhossza függenek egymástól, akkor ebben a közegben diszperzióról beszélünk.

$$\omega = kv(k)$$

hiszen a diszperzió miatt a fázissebesség a hullámszám (hullámhossz) függvénye.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v(k) + k \frac{dv(k)}{dk}$$

Ha $\frac{dv(k)}{dk} < 0$ akkor a csoportsebesség kisebb mint a fázissebesség. *normális diszperzió*



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- **Diszperzió**
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Diszperzió

Diszperzió. Amikor egy közegben a terjedő harmonikus hullámok fázissebessége és hullámhossza függenek egymástól, akkor ebben a közegben diszperzióról beszélünk.

$$\omega = kv(k)$$

hiszen a diszperzió miatt a fázissebesség a hullámszám (hullámhossz) függvénye.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v(k) + k \frac{dv(k)}{dk}$$

Ha $\frac{dv(k)}{dk} < 0$ akkor a csoportsebesség kisebb mint a fázissebesség. *normális diszperzió*

Ha $\frac{dv(k)}{dk} > 0$ akkor a csoportsebesség nagyobb mint a fázissebesség. *anomális diszperzió*



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- **Diszperzió**
- Határozatlansági reláció

Doppler-effektus

Diszperzió

Diszperzió. Amikor egy közegben a terjedő harmonikus hullámok fázissebessége és hullámhossza függenek egymástól, akkor ebben a közegben diszperzióról beszélünk.

$$\omega = kv(k)$$

hiszen a diszperzió miatt a fázissebesség a hullámszám (hullámhossz) függvénye.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v(k) + k \frac{dv(k)}{dk}$$

Ha $\frac{dv(k)}{dk} < 0$ akkor a csoportsebesség kisebb mint a fázissebesség. *normális diszperzió*

Ha $\frac{dv(k)}{dk} > 0$ akkor a csoportsebesség nagyobb mint a fázissebesség. *anomális diszperzió*

Diszperzió hiányában a csoportsebesség és fázissebesség megegyeznek egymással!



Határozatlansági reláció

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

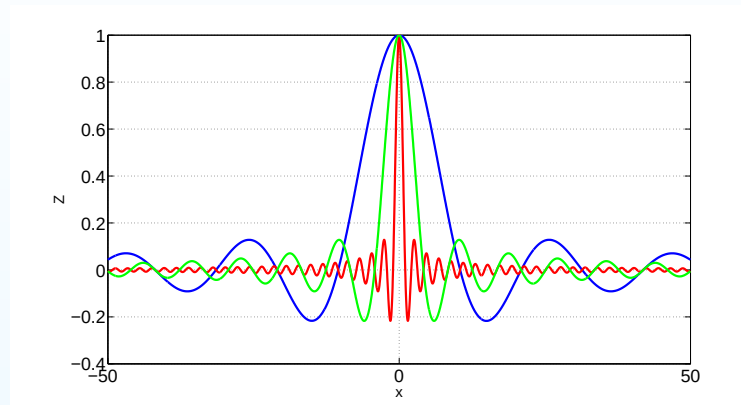
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- Diszperzió
- **Határozatlansági reláció**

Doppler-effektus





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

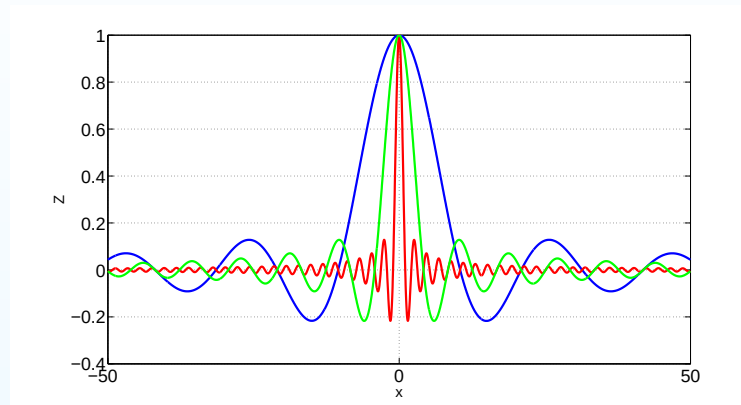
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- Diszperzió
- **Határozatlansági reláció**

Doppler-effektus

Határozatlansági reláció



Jellemezze a térben lecsengő hullámcsomag méretét Δx .



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

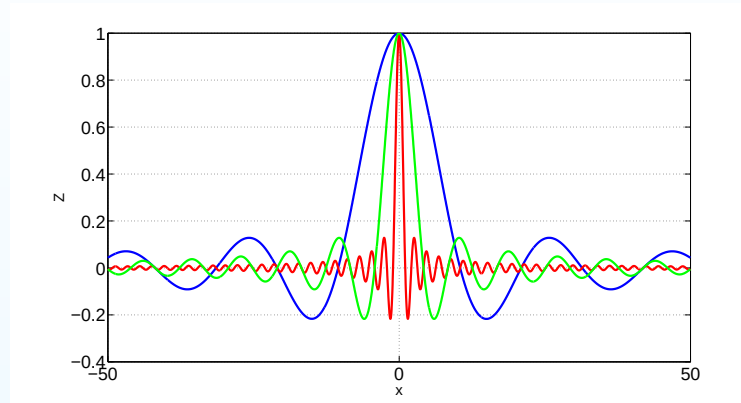
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- Diszperzió
- **Határozatlansági reláció**

Doppler-effektus

Határozatlansági reláció



Jellemezze a térben lecsengő hullámcsomag méretét Δx .
Nagyobb $\Delta k \Rightarrow$ kisebb Δx és fordítva.



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

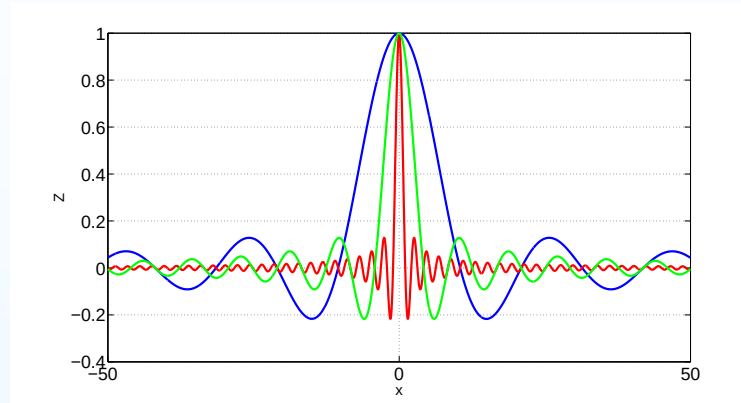
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

- Hullámcsomag
- Csoportsebesség
- Diszperzió
- **Határozatlansági reláció**

Doppler-effektus

Határozatlansági reláció



Jellemezze a térben lecsengő hullámcsomag méretét Δx .

Nagyobb $\Delta k \Rightarrow$ kisebb Δx és fordítva.

A fentebb megsejtett összefüggés így is megfogalmazható:

Határozatlansági reláció. Minél keskenyebb sávból válogatjuk a hullámcsomagot alkotó harmonikus hullámok hullámszámait, annál nagyobb lesz a hullámcsomag térbeli kiterjedése.

$$\Delta x \Delta k \sim \text{konstans}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások

Doppler-effektus



Mozgó források esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

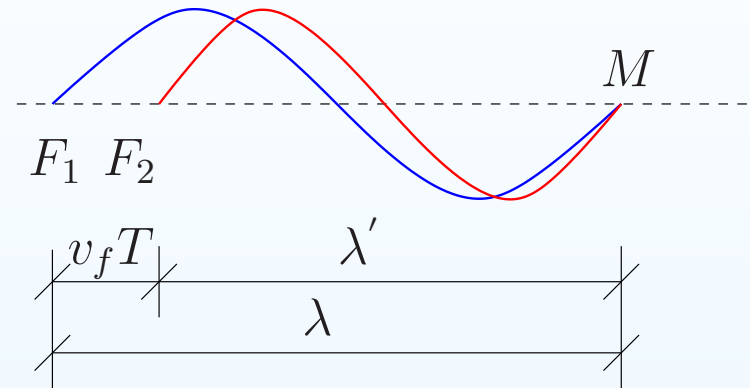
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- **Mozgó források esete**
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások





Mozgó források esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

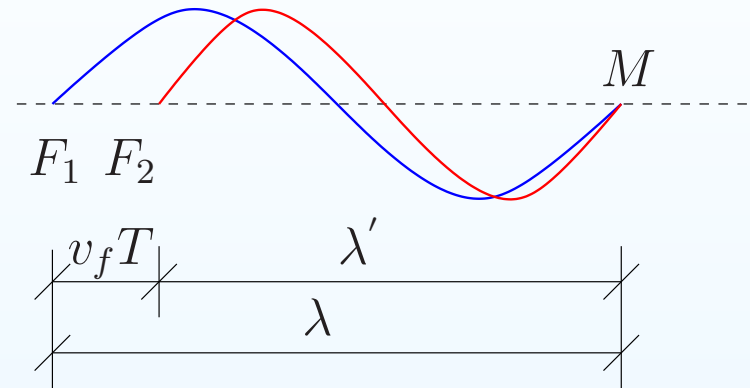
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- **Mozgó források esete**
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások



$$\lambda' = \lambda - v_f T$$



Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

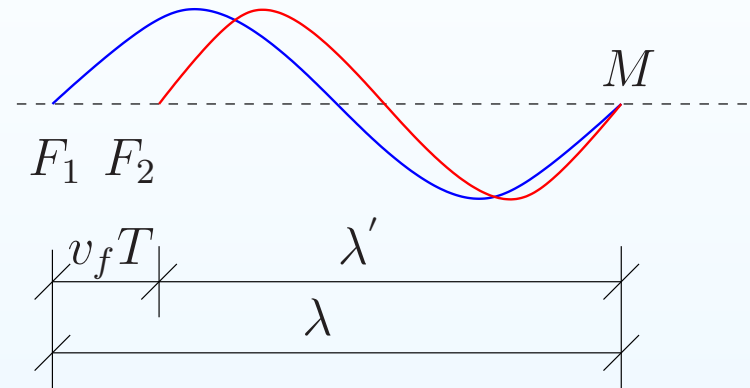
Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások

Mozgó források esete



$$\lambda' = \lambda - v_f T$$

$$\frac{c}{\nu'} = \frac{c}{\nu} - \frac{vf}{\nu}$$



Mozgó források esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

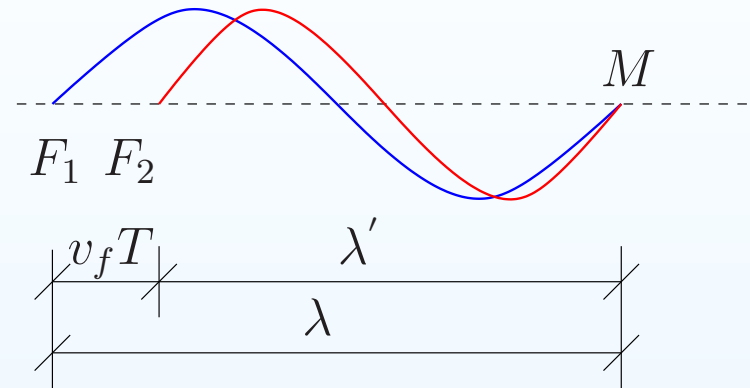
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- **Mozgó források esete**
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások



$$\lambda' = \lambda - v_f T$$

$$\frac{c}{\nu'} = \frac{c}{\nu} - \frac{v_f}{\nu}$$

$$\nu' = \nu \frac{c}{c - v_f}$$



Mozgó megfigyelő esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

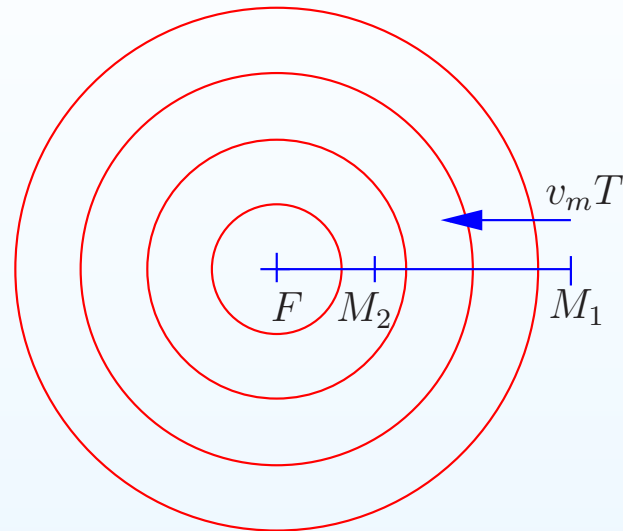
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- **Mozgó megfigyelő esete**
- Szuperszónikus mozgások





Mozgó megfigyelő esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

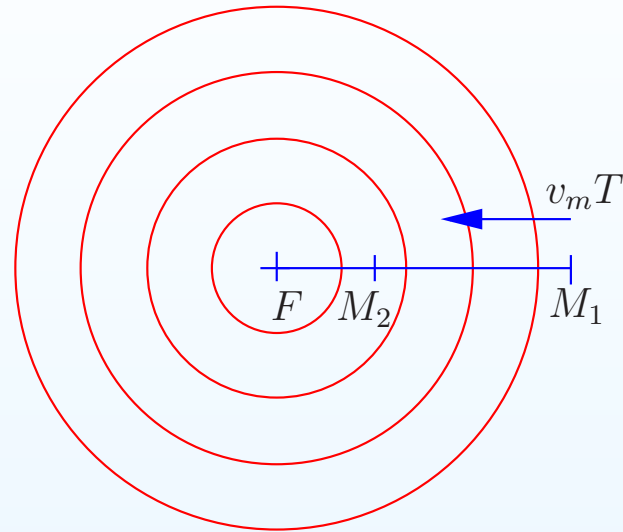
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- **Mozgó megfigyelő esete**
- Szuperszónikus mozgások



$$\nu' \Delta t = \nu \Delta t + \frac{v_m \Delta t}{\lambda}$$



Mozgó megfigyelő esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

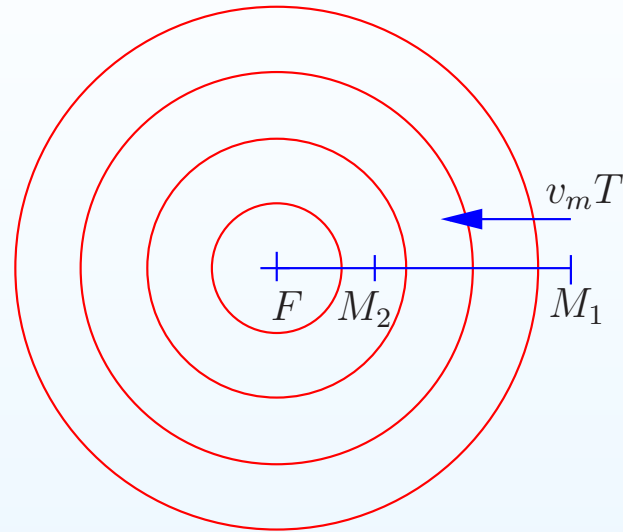
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- **Mozgó megfigyelő esete**
- Szuperszónikus mozgások



$$\nu' \Delta t = \nu \Delta t + \frac{v_m \Delta t}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$



Mozgó megfigyelő esete

Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

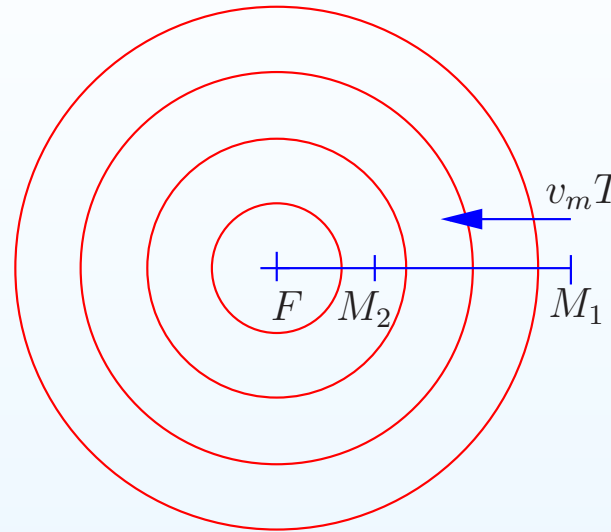
Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- **Mozgó megfigyelő esete**
- Szuperszónikus mozgások



$$\nu' \Delta t = \nu \Delta t + \frac{v_m \Delta t}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$\nu' = \nu + \frac{v_m \nu}{c} = \nu \frac{c + v_m}{c}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- **Mozgó megfigyelő esete**
- Szuperszónikus mozgások

Összefoglalva a két esetet:

$$\nu' = \nu \frac{c + v_m}{c - v_f}$$



Bevezetés

Egyenes menti
hullámok

Síkbeli- és térbeli
hullámok

Interferencia és
állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- Mozgó megfigyelő
esete
- Szuperszónikus
mozgások

Szuperszónikus mozgások

Ha $v_f > c$, akkor szuperszónikus mozgásokról beszélünk.



Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

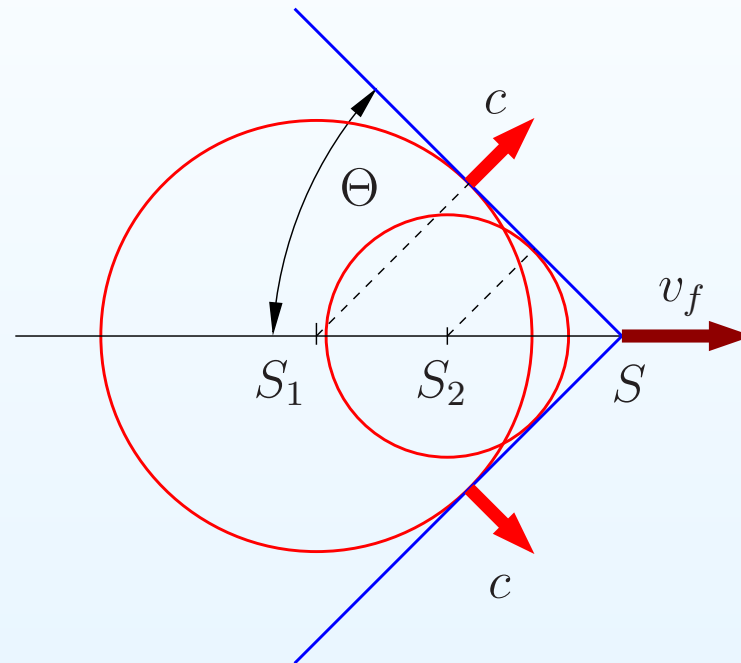
Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások

Szuperszónikus mozgások

Ha $v_f > c$, akkor szuperszónikus mozgásokról beszélünk.





Bevezetés

Egyenes menti hullámok

Síkbeli- és térbeli hullámok

Interferencia és állóhullámok

Huygens-Fresnel elv

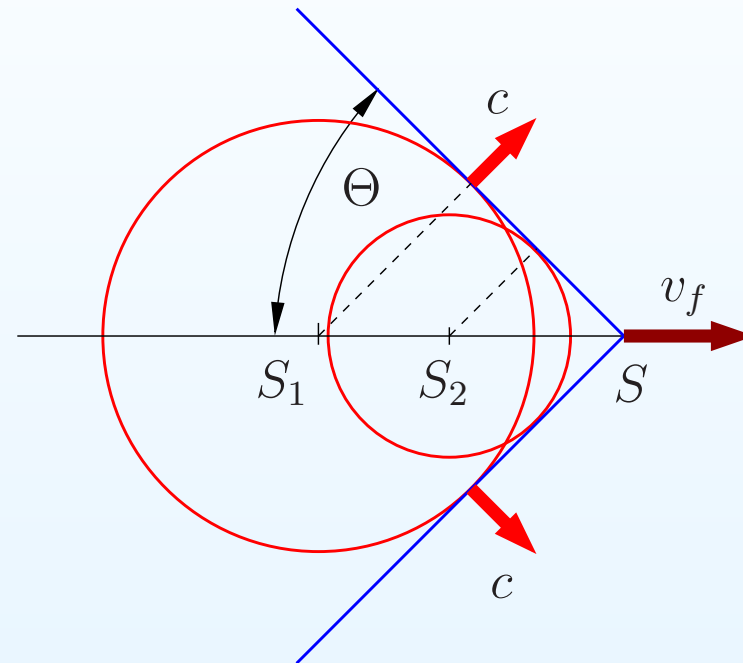
Hullámcsomag

Doppler-effektus

- Mozgó források esete
- Mozgó megfigyelő esete
- Szuperszónikus mozgások

Szuperszónikus mozgások

Ha $v_f > c$, akkor szuperszónikus mozgásokról beszélünk.



A Huygens-Fresnel elv alapján:

$$\sin \Theta = \frac{c \Delta t}{v_f \Delta t} = \frac{c}{v_f}$$