

A mechanika alapjai

A pontszerű testek dinamikája

Horváth András
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. szeptember 29.



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

A dinamika alaptörvényei



A dinamika
alaptörvényei

● Bevezetés

- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Bevezetés

A dinamika megértéséhez szükségesek voltak mindazok, amit a kinematikából eddig megtanultunk.



A dinamika
alaptörvényei

● Bevezetés

- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Bevezetés

A dinamika megértéséhez szükségesek voltak mindazok, amit a kinematikából eddig megtanultunk.

A dinamika alaptörvényeit **Isaac Newton** fedezte fel az 1600-as évek végén. Természetesen alapozott sokak munkájára, de nála állt össze egy rendszerré a mechanika.



A dinamika
alaptörvényei

● Bevezetés

- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Bevezetés

A dinamika megértéséhez szükségesek voltak mindazok, amit a kinematikából eddig megtanultunk.

A dinamika alaptörvényeit **Isaac Newton** fedezte fel az 1600-as évek végén. Természetesen alapozott sokak munkájára, de nála állt össze egy rendszerré a mechanika.

A mechanika alaptörvényei azóta is a Newton-törvények, melyeket a következőkben tárgyalunk. (Newton nem pontosan ebben a formában mondta ki őket, de mindezek benn vannak műveiben.)



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- **Newton I. törvénye**
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

Newton I. törvénye

Található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve minden magára hagyott test állandó sebességvektorral mozog.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- **Newton I. törvénye**
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton I. törvénye

Található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve minden magára hagyott test állandó sebességvektorral mozog.

Megjegyzések:

- Az ilyen rendszert **inerciarendszer**nek nevezzük.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- **Newton I. törvénye**
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton I. törvénye

Található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve minden magára hagyott test állandó sebességvektorral mozog.

Megjegyzések:

- Az ilyen rendszert **inerciarendszer**nek nevezzük.
- Magára hagyott test alatt olyan testet értünk, mely nincs kölcsönhatásban más testekkel.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- **Newton I. törvénye**
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton I. törvénye

Található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve minden magára hagyott test állandó sebességvektorral mozog.

Megjegyzések:

- Az ilyen rendszert **inerciarendszer**nek nevezzük.
- Magára hagyott test alatt olyan testet értünk, mely nincs kölcsönhatásban más testekkel.
- Nem minden vonatkoztatási rendszer inerciarendszer!



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés

- **Newton I. törvénye**

- Newton II. törvénye

- Newton III. törvénye

- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton I. törvénye

Található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve minden magára hagyott test állandó sebességvektorral mozog.

Megjegyzések:

- Az ilyen rendszert **inerciarendszer**nek nevezzük.
- Magára hagyott test alatt olyan testet értünk, mely nincs kölcsönhatásban más testekkel.
- Nem minden vonatkoztatási rendszer inerciarendszer!
- Sok rossz megfogalmazása létezik Newton I. törvényének! Általában elfelejtik megjegyezni, hogy ez csak bizonyos rendszerekben teljesül.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés

- **Newton I. törvénye**

- Newton II. törvénye

- Newton III. törvénye

- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton I. törvénye

Található olyan vonatkoztatási rendszer, amelyből nézve minden magára hagyott test állandó sebességvektorral mozog.

Megjegyzések:

- Az ilyen rendszert **inerciarendszer**nek nevezzük.
- Magára hagyott test alatt olyan testet értünk, mely nincs kölcsönhatásban más testekkel.
- Nem minden vonatkoztatási rendszer inerciarendszer!
- Sok rossz megfogalmazása létezik Newton I. törvényének! Általában elfelejtik megjegyezni, hogy ez csak bizonyos rendszerekben teljesül.
- Newton többi törvénye **csak inerciarendszerben teljesül!**



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton II. törvénye

Minden testhez található egy olyan állandó m mennyiség, amit a test tömegének nevezünk, és a többi test hatása a vizsgált testre jellemezhető egy $\underline{F}$ úgynevezett erőfüggvénnyel, ami csak a test tömegétől, helyétől sebességétől és az időponttól függ, úgy, hogy

$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

ahol $\underline{a}$ a test gyorsulása.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton II. törvénye

Minden testhez található egy olyan állandó m mennyiség, amit a test tömegének nevezünk, és a többi test hatása a vizsgált testre jellemezhető egy $\underline{F}$ úgynevezett erőfüggvénnyel, ami csak a test tömegétől, helyétől sebességétől és az időponttól függ, úgy, hogy

$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

ahol $\underline{a}$ a test gyorsulása.

Newton szerint tehát a testek tömege állandó, független a test mozgásától és attól, milyen kölcsönhatásban vesz részt a test.



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

Newton II. törvénye

Minden testhez található egy olyan állandó m mennyiség, amit a test tömegének nevezünk, és a többi test hatása a vizsgált testre jellemezhető egy $\underline{F}$ úgynevezett erőfüggvénnyel, ami csak a test tömegétől, helyétől sebességétől és az időponttól függ, úgy, hogy

$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

ahol $\underline{a}$ a test gyorsulása.

Newton szerint tehát a testek tömege állandó, független a test mozgásától és attól, milyen kölcsönhatásban vesz részt a test. Másik elrejtett feltételezés, hogy a kölcsönhatások előre meghatározott módon mennek végbe, azaz az erő mindig ugyanaz, ha azonos körülmények közt megismétlek egy kísérletet.



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

...

Legnagyobb ötlet viszont, hogy **a kölcsönhatás a test gyorsulását határozza meg**. Korábban mindenki azt hitte, hogy a sebességet határozzák meg a körülmények.



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

...

Legnagyobb ötlet viszont, hogy **a kölcsönhatás a test gyorsulását határozza meg**. Korábban mindenki azt hitte, hogy a sebességet határozzák meg a körülmények. (Deriválás nélkül még a pillanatnyi sebesség is homályos fogalom volt, nemhogy a gyorsulás...)



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

...

Legnagyobb ötlet viszont, hogy **a kölcsönhatás a test gyorsulását határozza meg**. Korábban mindenki azt hitte, hogy a sebességet határozzák meg a körülmények. (Deriválás nélkül még a pillanatnyi sebesség is homályos fogalom volt, nemhogy a gyorsulás...)

Newton II. törvényének jelentősége:

Ha egy kölcsönhatás erőtvényét egyszer megállapítom, és egy test tömegét lemérem, akkor Newton II. törvénye alapján megkapom a gyorsulást. Ebből a kinematika módszereivel a teljes mozgás visszakapható.



A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- **Newton II. törvénye**
- Newton III. törvénye
- Newton IV. törvénye

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai



Legnagyobb ötlet viszont, hogy **a kölcsönhatás a test gyorsulását határozza meg**. Korábban mindenki azt hitte, hogy a sebességet határozzák meg a körülmények. (Deriválás nélkül még a pillanatnyi sebesség is homályos fogalom volt, nemhogy a gyorsulás. . .)

Newton II. törvényének jelentősége:

Ha egy kölcsönhatás erőtvénnyét egyszer megállapítom, és egy test tömegét lemérem, akkor Newton II. törvénye alapján megkapom a gyorsulást. Ebből a kinematika módszereivel a teljes mozgás visszakapható.

Sok, korábban megmagyarázhatatlan dologra derült fény. (Bolygók mozgása, lövedék röppálya, gépek tervezési kérdései, stb.)



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- **Newton III. törvénye**
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton III. törvénye

Ha csak két test van egymással kölcsönhatásban, akkor ha az egyikre $\underline{F}_1$ erő hat, akkor a másikra ható erő $\underline{F}_2 = -\underline{F}_1$.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- **Newton III. törvénye**
- Newton IV. törvénye

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

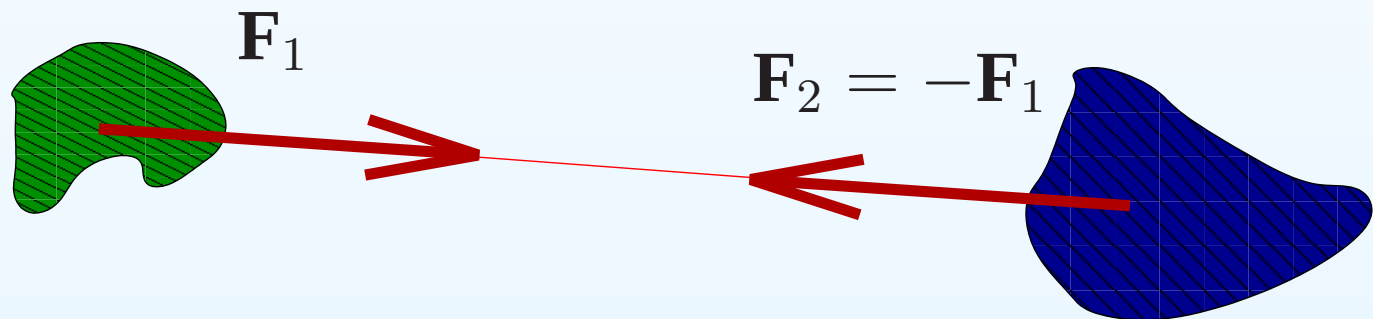
A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton III. törvénye

Ha csak két test van egymással kölcsönhatásban, akkor ha az egyikre $\underline{F}_1$ erő hat, akkor a másikra ható erő $\underline{F}_2 = -\underline{F}_1$.

Szokás ezt „hatás-ellenhatás törvényének” is nevezni.





A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- **Newton IV. törvénye**

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

Newton IV. törvénye

Ha egy testre több másik is hat egyszerre, akkor a test úgy mozog, mintha olyan kölcsönhatásban szerepelne, melynek ereje a külön-külön kölcsönhatások erőinek vektori összege.



A dinamika
alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- **Newton IV. törvénye**

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

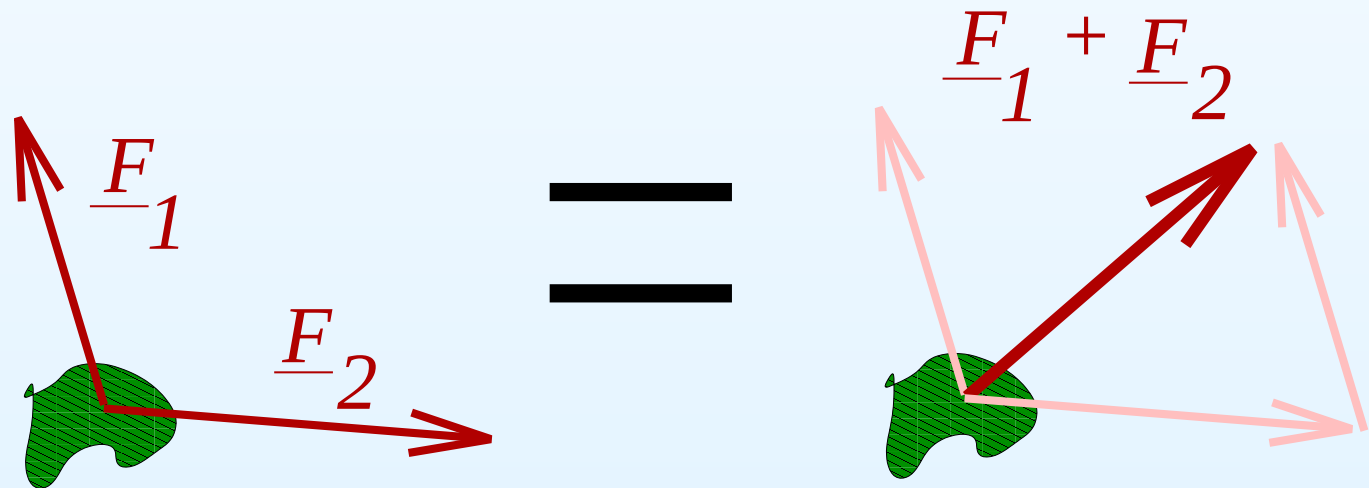
A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

Newton IV. törvénye

Ha egy testre több másik is hat egyszerre, akkor a test úgy mozog, mintha olyan kölcsönhatásban szerepelne, melynek ereje a külön-külön kölcsönhatások erőinek vektori összege.

Az erők tehát egymástól függetlenül hatnak, hatásuk egyszerű matematikai művelettel összegezhető.





A dinamika alaptörvényei

- Bevezetés
- Newton I. törvénye
- Newton II. törvénye
- Newton III. törvénye
- **Newton IV. törvénye**

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika korlátai

...

Több kölcsönhatás esetére Newton II. törvényét szokás az alábbi alakok valamelyikében felírni:

$$\underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \cdots + \underline{F}_n = m \cdot \underline{a}$$

$$\sum_{i=1}^n \underline{F}_i = \underline{F}_{\text{eredő}} = m \underline{a}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- lendületmegmaradás
2 testre
- általánosítás

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

A lendület, a lendületmegmaradás törvénye



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- lendületmegmaradás
2 testre
- általánosítás

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

A lendület fogalma

Mindenki emlékszik: lendület=tömeg x sebesség, azaz $\underline{p} = m\underline{v}$.

De miért olyan fontos fogalom ez?

Miért nincs neve mondjuk a $m^2\underline{v}$ mennyiségnek?



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- lendületmegmaradás
2 testre
- általánosítás

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

A lendület fogalma

Mindenki emlékszik: lendület=tömeg x sebesség, azaz $\underline{p} = m\underline{v}$.

De miért olyan fontos fogalom ez?

Miért nincs neve mondjuk a $m^2\underline{v}$ mennyiségnek?

Válasz: a lendület el van rejtve a Newton-törvényekben:

$$\underline{F} = m\underline{a} = m\underline{v}' = (m\underline{v})' = \underline{p}'$$

Ennek sok következménye van.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- **lendületmegmaradás
2 testre**
- általánosítás

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

lendületmegmaradás 2 testre

Vizsgáljunk két testet, amik erőit fejtenek ki egymásra, de más test nem hat erre a kettőre, azaz a **két test zárt rendszert alkot**.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- **lendületmegmaradás
2 testre**
- általánosítás

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

lendületmegmaradás 2 testre

Vizsgáljunk két testet, amik erőt fejtenek ki egymásra, de más test nem hat erre a kettőre, azaz a **két test zárt rendszert alkot**.

Newton III. törvénye szerint a rájuk ható erők:

$$\underline{F}_1 = -\underline{F}_2$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- **lendületmegmaradás
2 testre**
- általánosítás

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

lendületmegmaradás 2 testre

Vizsgáljunk két testet, amik erőt fejtenek ki egymásra, de más test nem hat erre a kettőre, azaz a **két test zárt rendszert alkot**.

Newton III. törvénye szerint a rájuk ható erők:

$$\underline{F}_1 = -\underline{F}_2$$

Az előzőek szerint:

$$\underline{p}'_1 = -\underline{p}'_2 \Rightarrow \underline{p}'_1 + \underline{p}'_2 = 0$$

A deriválás ismert tulajdonságai miatt:

$$(\underline{p}_1 + \underline{p}_2)' = 0$$

ami azt jelenti, hogy a két lendület összege időben állandó.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- lendületmegmaradás
2 testre

• **általánosítás**

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

általánosítás

Nemcsak 2, hanem n testre is bizonyítható, hogyha zárt rendszert alkotnak, össz lendületük állandó:

$$\sum_{i=1}^n m_i \underline{v}_i = \sum_{i=1}^n \underline{p}_i = \text{áll.}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

- A lendület fogalma
- lendületmegmaradás
2 testre
- **általánosítás**

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

általánosítás

Nemcsak 2, hanem n testre is bizonyítható, hogyha zárt rendszert alkotnak, össz lendületük állandó:

$$\sum_{i=1}^n m_i \underline{v}_i = \sum_{i=1}^n \underline{p}_i = \text{áll.}$$

Zárt rendszer össz lendülete tehát állandó, függetlenül attól, milyen erők hatnak a rendszer részei között.

Ez egy igen fontos törvényszerűség pl. ütközések vizsgálatánál.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

A munka és az energia



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munka

Fizikában a *munka* jelentése sokkal körülhatároltabb, mint a köznapi nyelvben.

Ha egy test $\Delta \underline{r}$ elmozdulása során a rá ható erő folytonosan $\underline{F}$, akkor ez alatt az erő testen végzett munkája: $\Delta W = \underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munka

Fizikában a *munka* jelentése sokkal körülhatároltabb, mint a köznapi nyelvben.

Ha egy test $\Delta \underline{r}$ elmozdulása során a rá ható erő folytonosan $\underline{F}$, akkor ez alatt az erő testen végzett munkája: $\Delta W = \underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$

Itt a $\underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$ szorzat a vektorok *skaláris* szorzatát jelöli.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munka

Fizikában a *munka* jelentése sokkal körülhatároltabb, mint a köznapi nyelvben.

Ha egy test $\Delta \underline{r}$ elmozdulása során a rá ható erő folytonosan $\underline{F}$, akkor ez alatt az erő testen végzett munkája: $\Delta W = \underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$

Itt a $\underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$ szorzat a vektorok *skaláris* szorzatát jelöli.

A munka ilyen értelmezése mellett az alábbi alapvető dolgokat érdemes megjegyezni:

- $W = 0$, ha $\underline{F}$ és $\Delta \underline{r}$ merőlegesek.
Tehát ha az erő és az elmozdulás merőlegesek egymásra, nincs munkavégzés.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munka

Fizikában a *munka* jelentése sokkal körülhatároltabb, mint a köznapi nyelvben.

Ha egy test $\Delta \underline{r}$ elmozdulása során a rá ható erő folytonosan $\underline{F}$, akkor ez alatt az erő testen végzett munkája: $\Delta W = \underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$

Itt a $\underline{F} \cdot \Delta \underline{r}$ szorzat a vektorok *skaláris* szorzatát jelöli.

A munka ilyen értelmezése mellett az alábbi alapvető dolgokat érdemes megjegyezni:

- $W = 0$, ha $\underline{F}$ és $\Delta \underline{r}$ merőlegesek.
Tehát ha az erő és az elmozdulás merőlegesek egymásra, nincs munkavégzés.
- $W < 0$, ha $\underline{F}$ és $\Delta \underline{r}$ szöge tompaszög.
Ezt úgy is szokták mondani, hogy a test végez munkát azon a testen, ami hat rá.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- **a munkavégzés
másik alakja**
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkavégzés másik alakja

Az előző formula csak akkor használható, ha az erő állandó.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- **a munkavégzés
másik alakja**
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkavégzés másik alakja

Az előző formula csak akkor használható, ha az erő állandó.

A pillanatnyi sebesség bevezetéséhez hasonlóan itt is elmondható, hogy kellően rövid idő alatt a mozgás paraméterei állandónak vehetők.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- **a munkavégzés
másik alakja**
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkavégzés másik alakja

Az előző formula csak akkor használható, ha az erő állandó.

A pillanatnyi sebesség bevezetéséhez hasonlóan itt is elmondható, hogy kellően rövid idő alatt a mozgás paraméterei állandónak vehetők.

Ilyenkor a Δ helyett formálisan d -t írunk. Azaz a munkavégzés egy kis elemi idő alatt:

$$dW = \underline{F} d\underline{r}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- **a munkavégzés
másik alakja**
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkavégzés másik alakja

Az előző formula csak akkor használható, ha az erő állandó.

A pillanatnyi sebesség bevezetéséhez hasonlóan itt is elmondható, hogy kellően rövid idő alatt a mozgás paraméterei állandónak vehetők.

Ilyenkor a Δ helyett formálisan d -t írunk. Azaz a munkavégzés egy kis elemi idő alatt:

$$dW = \underline{F} d\underline{r}$$

(Most nem törődünk a nagyon precíz matematikai megfogalmazással.)



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a mozgási energia

A munka előző definícióját osszuk el formálisan egy elemi időintervallum hosszával:

$$\frac{dW}{dt} = \underline{F} \frac{d\underline{r}}{dt}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a mozgási energia

A munka előző definícióját osszuk el formálisan egy elemi időintervallum hosszával:

$$\frac{dW}{dt} = \underline{F} \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Vegyük észre a bal oldalon a sebesség felbukkanását:

$$\frac{dW}{dt} = \underline{Fv}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a mozgási energia

A munka előző definícióját osszuk el formálisan egy elemi időintervallum hosszával:

$$\frac{dW}{dt} = \underline{F} \frac{d\underline{r}}{dt}$$

Vegyük észre a bal oldalon a sebesség felbukkanását:

$$\frac{dW}{dt} = \underline{F} \underline{v}$$

Newton II. törvénye szerint $\underline{F} = m \cdot \underline{a} = m \cdot (d\underline{v}/dt)$, ezért:

$$\frac{dW}{dt} = m \frac{d\underline{v}}{dt} \underline{v}$$

illetve a rövidebb alakot használva a deriválásra:

$$W' = m \cdot \underline{v}' \underline{v}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

Vegyük észre, hogy a szorzatfüggvény deriválási szabályai miatt:

$$\left(\frac{1}{2}\underline{v}^2\right)' = \frac{1}{2}(\underline{v}\underline{v})' = \frac{1}{2}(\underline{v}'\underline{v} + \underline{v}\underline{v}') = \underline{v}'\underline{v}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

Vegyük észre, hogy a szorzatfüggvény deriválási szabályai miatt:

$$\left(\frac{1}{2}\underline{v}^2\right)' = \frac{1}{2}(\underline{v}\underline{v})' = \frac{1}{2}(\underline{v}'\underline{v} + \underline{v}\underline{v}') = \underline{v}'\underline{v}$$

Ezt beírva az előző összefüggésbe:

$$W' = m \cdot \underline{v}'\underline{v} = \frac{1}{2}m \cdot (\underline{v}^2)'$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

Vegyük észre, hogy a szorzatfüggvény deriválási szabályai miatt:

$$\left(\frac{1}{2}\underline{v}^2\right)' = \frac{1}{2}(\underline{v}\underline{v})' = \frac{1}{2}(\underline{v}'\underline{v} + \underline{v}\underline{v}') = \underline{v}'\underline{v}$$

Ezt beírva az előző összefüggésbe:

$$W' = m \cdot \underline{v}'\underline{v} = \frac{1}{2}m \cdot (\underline{v}^2)'$$

Kihasználva, hogy a tömeg és az 1/2-es szorzó állandó:

$$W' = \left(\frac{1}{2}m\underline{v}^2\right)'$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- **a mozgási energia**
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

Vegyük észre, hogy a szorzatfüggvény deriválási szabályai miatt:

$$\left(\frac{1}{2}\underline{v}^2\right)' = \frac{1}{2}(\underline{v}\underline{v})' = \frac{1}{2}(\underline{v}'\underline{v} + \underline{v}\underline{v}') = \underline{v}'\underline{v}$$

Ezt beírva az előző összefüggésbe:

$$W' = m \cdot \underline{v}'\underline{v} = \frac{1}{2}m \cdot (\underline{v}^2)'$$

Kihasználva, hogy a tömeg és az 1/2-es szorzó állandó:

$$W' = \left(\frac{1}{2}m\underline{v}^2\right)'$$

Bármilyen mozgás esetén tehát a munka időegység alatti megváltozása megegyezik az $(1/2)m\underline{v}^2$ mennyiség változásával.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- **a mozgási energia
definíciója**
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a mozgási energia definíciója

A munka és az $(1/2)mv^2$ mennyiség tehát egyforma módon változik, de utóbbit pontról pontra meg lehet határozni, a munkát viszont csak a pálya és az a mentén ható erők folytonos nyomon követésével.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- **a mozgási energia
definíciója**
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a mozgási energia definíciója

A munka és az $(1/2)mv^2$ mennyiség tehát egyforma módon változik, de utóbbit pontról pontra meg lehet határozni, a munkát viszont csak a pálya és az a mentén ható erők folytonos nyomon követésével.

Ezért az $E_m = (1/2)mv^2$ mennyiség megérdemli, hogy nevet kapjon: **mozgási energia**.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- **a munkatétel**
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkatétel

Mivel a fentiek szerint minden időpontban $W' = E'_m$, ezért a munka és a mozgási energia csak egy hozzáadható állandóval (W_0) térhet el egymástól:

$$W = E_m + W_0$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- **a munkatétel**
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkatétel

Mivel a fentiek szerint minden időpontban $W' = E'_m$, ezért a munka és a mozgási energia csak egy hozzáadható állandóval (W_0) térhet el egymástól:

$$W = E_m + W_0$$

Kellemetlen, hogy az ismeretlen W_0 állandó felbukkant. Ezért ezt az összefüggést írjuk fel két időpont között és vonjuk ki egymásból:

$$W(t_2) - W(t_1) = E_m(t_2) - E_m(t_1)$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- **a munkatétel**
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a munkatétel

Mivel a fentiek szerint minden időpontban $W' = E'_m$, ezért a munka és a mozgási energia csak egy hozzáadható állandóval (W_0) térhet el egymástól:

$$W = E_m + W_0$$

Kellemetlen, hogy az ismeretlen W_0 állandó felbukkant. Ezért ezt az összefüggést írjuk fel két időpont között és vonjuk ki egymásból:

$$W(t_2) - W(t_1) = E_m(t_2) - E_m(t_1)$$

$W(t_2) - W(t_1)$ nyilván a testen a t_1 és t_2 közt végzett munka. Beírva a mozgási energia formuláját a munkatételt kapjuk:

$$W_{2,1} = \frac{1}{2}m\underline{v}_2^2 - \frac{1}{2}m\underline{v}_1^2$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- **a potenciális energia**
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciális energia

A munkatétel alkalmazása sokszor azért nehéz, mert egy pontról-pontra változó erő esetén egy bonyolult pályán való mozgáskor nehéz kiszámolni a munkavégzést, azaz $W_{2,1}$ -et.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- **a potenciális energia**
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciális energia

A munkatétel alkalmazása sokszor azért nehéz, mert egy pontról-pontra változó erő esetén egy bonyolult pályán való mozgáskor nehéz kiszámolni a munkavégzést, azaz $W_{2,1}$ -et. (Ehhez magasabb matematikai ismeretek szükségesek általános esetben.)



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- **a potenciális energia**
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciális energia

A munkatétel alkalmazása sokszor azért nehéz, mert egy pontról-pontra változó erő esetén egy bonyolult pályán való mozgáskor nehéz kiszámolni a munkavégzést, azaz $W_{2,1}$ -et. (Ehhez magasabb matematikai ismeretek szükségesek általános esetben.)

Szerencsére a gyakorlatban sok kölcsönhatás olyan, hogy esetükben a munkavégzés független a test mozgásának pályájától, csak a kezdő- és végponttól függ.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciális energia

A munkatétel alkalmazása sokszor azért nehéz, mert egy pontról-pontra változó erő esetén egy bonyolult pályán való mozgáskor nehéz kiszámolni a munkavégzést, azaz $W_{2,1}$ -et. (Ehhez magasabb matematikai ismeretek szükségesek általános esetben.)

Szerencsére a gyakorlatban sok kölcsönhatás olyan, hogy esetükben a munkavégzés független a test mozgásának pályájától, csak a kezdő- és végponttól függ.

Egy erőt potenciállal rendelkezőnek nevezünk, ha az általa végzett munka csak a kezdő- és végponttól függ.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciális energia

A munkatétel alkalmazása sokszor azért nehéz, mert egy pontról-pontra változó erő esetén egy bonyolult pályán való mozgáskor nehéz kiszámolni a munkavégzést, azaz $W_{2,1}$ -et. (Ehhez magasabb matematikai ismeretek szükségesek általános esetben.)

Szerencsére a gyakorlatban sok kölcsönhatás olyan, hogy esetükben a munkavégzés független a test mozgásának pályájától, csak a kezdő- és végponttól függ.

Egy erőt potenciállal rendelkezőnek nevezünk, ha az általa végzett munka csak a kezdő- és végponttól függ.

Ilyen pl. a gravitációs erő, a nyugvó töltésekből származó erő, a rugalmas alakváltozásokkor fellépő erők.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- **a potenciális energia**
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciális energia

A munkatétel alkalmazása sokszor azért nehéz, mert egy pontról-pontra változó erő esetén egy bonyolult pályán való mozgáskor nehéz kiszámolni a munkavégzést, azaz $W_{2,1}$ -et. (Ehhez magasabb matematikai ismeretek szükségesek általános esetben.)

Szerencsére a gyakorlatban sok kölcsönhatás olyan, hogy esetükben a munkavégzés független a test mozgásának pályájától, csak a kezdő- és végponttól függ.

Egy erőt potenciállal rendelkezőnek nevezünk, ha az általa végzett munka csak a kezdő- és végponttól függ.

Ilyen pl. a gravitációs erő, a nyugvó töltésekből származó erő, a rugalmas alakváltozásokkor fellépő erők.

Nem ilyen a súrlódási és közegellenállási erő.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

A potenciál szokásos jele a V . Akkor van tehát egy erőnek potenciálja, ha bármely 2 pont között bármilyen pályán mozgatva a testet teljesül, hogy:

$$W_{2,1} = V(\underline{r}_1) - V(\underline{r}_2)$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

A potenciál szokásos jele a V . Akkor van tehát egy erőnek potenciálja, ha bármely 2 pont között bármilyen pályán mozgatva a testet teljesül, hogy:

$$W_{2,1} = V(\underline{r}_1) - V(\underline{r}_2)$$

Ezt a munkatétellel összevetve könnyen bebizonyítható, hogy potenciális erő esetén tetszőleges két pont közt:

$$V(\underline{r}_1) + \frac{1}{2}m\underline{v}_1^2 = V(\underline{r}_2) + \frac{1}{2}m\underline{v}_2^2$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

A potenciál szokásos jele a V . Akkor van tehát egy erőnek potenciálja, ha bármely 2 pont között bármilyen pályán mozgatva a testet teljesül, hogy:

$$W_{2,1} = V(\underline{r}_1) - V(\underline{r}_2)$$

Ezt a munkatétellel összevetve könnyen bebizonyítható, hogy potenciális erő esetén tetszőleges két pont közt:

$$V(\underline{r}_1) + \frac{1}{2}m\underline{v}_1^2 = V(\underline{r}_2) + \frac{1}{2}m\underline{v}_2^2$$

azaz a potenciál és a mozgási energia összege állandó. Ezért V -t szokás **potenciális energiának** is nevezni.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

...

A potenciál szokásos jele a V . Akkor van tehát egy erőnek potenciálja, ha bármely 2 pont között bármilyen pályán mozgatva a testet teljesül, hogy:

$$W_{2,1} = V(\underline{r}_1) - V(\underline{r}_2)$$

Ezt a munkatétellel összevetve könnyen bebizonyítható, hogy potenciális erő esetén tetszőleges két pont közt:

$$V(\underline{r}_1) + \frac{1}{2}m\underline{v}_1^2 = V(\underline{r}_2) + \frac{1}{2}m\underline{v}_2^2$$

azaz a potenciál és a mozgási energia összege állandó.

Ezért V -t szokás **potenciális energiának** is nevezni.

Fontos újra megjegyezni, hogy nem minden erő rendelkezik potenciális energiával, így a mozgási- és potenciális energiák összege nem mindig állandó.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- **a potenciál és az erő
kapcsolata**
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciál és az erő kapcsolata

Bebizonyítható, hogy a $V(\underline{r})$ potenciál-függvény ismeretében a testre ható erő könnyen kiszámolható komponensenként:

$$F_x = -\frac{dV}{dx}, \quad F_y = -\frac{dV}{dy}, \quad F_z = -\frac{dV}{dz}$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciál és az erő kapcsolata

Bebizonyítható, hogy a $V(\underline{r})$ potenciál-függvény ismeretében a testre ható erő könnyen kiszámolható komponensenként:

$$F_x = -\frac{dV}{dx}, \quad F_y = -\frac{dV}{dy}, \quad F_z = -\frac{dV}{dz}$$

Ez az egyenlet lehetővé teszi a potenciál ismeretében az erő kiszámítását.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciál és az erő kapcsolata

Bebizonyítható, hogy a $V(\underline{r})$ potenciál-függvény ismeretében a testre ható erő könnyen kiszámolható komponensenként:

$$F_x = -\frac{dV}{dx}, \quad F_y = -\frac{dV}{dy}, \quad F_z = -\frac{dV}{dz}$$

Ez az egyenlet lehetővé teszi a potenciál ismeretében az erő kiszámítását.

Sajnos, a fordított irány bonyolultabb, tehát egy tetszőleges $\underline{F}(\underline{r})$ erőfüggvény esetén eldönteni, van-e potenciálja és ha igen, az mi: magasabb matematikai ismereteket igényel.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

a potenciál és az erő kapcsolata

Bebizonyítható, hogy a $V(\underline{r})$ potenciál-függvény ismeretében a testre ható erő könnyen kiszámolható komponensenként:

$$F_x = -\frac{dV}{dx}, \quad F_y = -\frac{dV}{dy}, \quad F_z = -\frac{dV}{dz}$$

Ez az egyenlet lehetővé teszi a potenciál ismeretében az erő kiszámítását.

Sajnos, a fordított irány bonyolultabb, tehát egy tetszőleges $\underline{F}(\underline{r})$ erőfüggvény esetén eldönteni, van-e potenciálja és ha igen, az mi: magasabb matematikai ismereteket igényel. Egyszerűbb esetekben azonban találgatással is jó eredményt érhetünk el.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

egydimenziós eset

Egyenes menti mozgásoknál, azaz 1 dimenzióban minden egyszerűbb.

Ha az erő csak a helytől függ, azaz megadható $F(x)$ alakban, akkor:

$$F(x) = -V'(x)$$

azaz

$$V(x) = - \int_{x_0}^x F(x) dx + V(x_0)$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

egydimenziós eset

Egyenes menti mozgásoknál, azaz 1 dimenzióban minden egyszerűbb.

Ha az erő csak a helytől függ, azaz megadható $F(x)$ alakban, akkor:

$$F(x) = -V'(x)$$

azaz

$$V(x) = - \int_{x_0}^x F(x) dx + V(x_0)$$

Az integrálás ismert tulajdonságai miatt a potenciál egy állandó erejéig bizonytalan. Fizikailag ez azt jelenti, hogy egy x_0 alappontban a potenciálnak tetszőleges értéket tulajdoníthatunk, mert valójában csak két pont közti potenciálkülönbségnek van fizikai értelme.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- **példák**

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.

Ekkor V független x -től és y -től, ezért nyilván $F_x = F_y = 0$.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- **példák**

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.

Ekkor V független x -től és y -től, ezért nyilván $F_x = F_y = 0$.

$$F_z = -\frac{d(mgz)}{dz} = -mg$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- példák

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.

Ekkor V független x -től és y -től, ezért nyilván $F_x = F_y = 0$.

$$F_z = -\frac{d(mgz)}{dz} = -mg$$

A testre tehát $-z$ irányban mg nagyságú erő hat.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- **példák**

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.

Ekkor V független x -től és y -től, ezért nyilván $F_x = F_y = 0$.

$$F_z = -\frac{d(mgz)}{dz} = -mg$$

A testre tehát $-z$ irányban mg nagyságú erő hat. Ez a Föld felszín közelében a gravitációs erőter esete.

2. Mozogjon a test csak az x tengely mentén és legyen $V(x) = (1/2)Dx^2$.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- **példák**

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.

Ekkor V független x -től és y -től, ezért nyilván $F_x = F_y = 0$.

$$F_z = -\frac{d(mgz)}{dz} = -mg$$

A testre tehát $-z$ irányban mg nagyságú erő hat. Ez a Föld felszín közelében a gravitációs erőter esete.

2. Mozogjon a test csak az x tengely mentén és legyen

$$V(x) = (1/2)Dx^2.$$

$$F_x = -Dx$$



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

- a munka
- a munkavégzés
másik alakja
- a mozgási energia
- a mozgási energia
definíciója
- a munkatétel
- a potenciális energia
- a potenciál és az erő
kapcsolata
- **példák**

A newtoni mechanika
korlátai

példák

1. $V(\underline{r}) = m \cdot g \cdot z$, ahol m a test tömege, g egy állandó, z pedig $\underline{r}$ 3. koordinátája.

Ekkor V független x -től és y -től, ezért nyilván $F_x = F_y = 0$.

$$F_z = -\frac{d(mgz)}{dz} = -mg$$

A testre tehát $-z$ irányban mg nagyságú erő hat. Ez a Föld felszín közelében a gravitációs erőter esete.

2. Mozogjon a test csak az x tengely mentén és legyen

$$V(x) = (1/2)Dx^2.$$

$$F_x = -Dx$$

Ez a rugón rezgő test esete.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

- a newtoni mechanika
korlátai

A newtoni mechanika korlátai



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

● a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

● a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)

Kb. 100 éve ismerünk olyan jelenségeket, melyek esetén mérhető hibát ad a Newton-féle mechanika alkalmazása.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

● a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)

Kb. 100 éve ismerünk olyan jelenségeket, melyek esetén mérhető hibát ad a Newton-féle mechanika alkalmazása.

A fő csoportok:

- A fény sebességével összemérhető sebességek világa. (Ezzel a speciális relativitáselmélet foglalkozik.)



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

● a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)

Kb. 100 éve ismerünk olyan jelenségeket, melyek esetén mérhető hibát ad a Newton-féle mechanika alkalmazása.

A fő csoportok:

- A fény sebességével összemérhető sebességek világa. (Ezzel a speciális relativitáselmélet foglalkozik.)
- Rendkívül nagy tömegű testekhez közeli tartományok. (Általános relativitáselmélet.)



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

● a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)

Kb. 100 éve ismerünk olyan jelenségeket, melyek esetén mérhető hibát ad a Newton-féle mechanika alkalmazása.

A fő csoportok:

- A fény sebességével összemérhető sebességek világa. (Ezzel a speciális relativitáselmélet foglalkozik.)
- Rendkívül nagy tömegű testekhez közeli tartományok. (Általános relativitáselmélet.)
- Az anyag elemi részeinek méretén lezajló folyamatok. (Kvantummechanika.)



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

• a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)

Kb. 100 éve ismerünk olyan jelenségeket, melyek esetén mérhető hibát ad a Newton-féle mechanika alkalmazása.

A fő csoportok:

- A fény sebességével összemérhető sebességek világa. (Ezzel a speciális relativitáselmélet foglalkozik.)
- Rendkívül nagy tömegű testekhez közeli tartományok. (Általános relativitáselmélet.)
- Az anyag elemi részeinek méretén lezajló folyamatok. (Kvantummechanika.)

Ezekkel később röviden találkozni fogunk.



A dinamika
alaptörvényei

A lendület, a
lendületmegmaradás
törvénye

A munka és az energia

A newtoni mechanika
korlátai

• a newtoni mechanika
korlátai

a newtoni mechanika korlátai

A newtoni mechanika nagy sikereket ért el. (Mérnöki gyakorlat, bolygópályák számítása, új bolygók felfedezése, stb.)

Kb. 100 éve ismerünk olyan jelenségeket, melyek esetén mérhető hibát ad a Newton-féle mechanika alkalmazása.

A fő csoportok:

- A fény sebességével összemérhető sebességek világa. (Ezzel a speciális relativitáselmélet foglalkozik.)
- Rendkívül nagy tömegű testekhez közeli tartományok. (Általános relativitáselmélet.)
- Az anyag elemi részeinek méretén lezajló folyamatok. (Kvantummechanika.)

Ezekkel később röviden találkozni fogunk.

A mindennapokban a newtoni mechanika pontatlansága kimérhetetlenül kicsi, ezért többnyire bátran alkalmazhatjuk.