



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Elektromosságtan

Farzan Ruszlán
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. szeptember 29.

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával



Elektrosztatikai alapfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Elektrosztatikai alapfogalmak



- **Coulomb-törvény**
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- Kondenzátor

Coulomb-törvény

A pontszerű töltés egymásra gyakorolt hatását **Coulomb-törvény** fejezi ki:

A Q pontszerű töltésű test a q pontszerű töltésűre

$$\underline{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \underline{e} \quad (1)$$

erővel hat, ahol $\underline{r}$ a Q töltésből a q -ba mutató vektor, $r = |\underline{r}|$, $\underline{e} = \underline{r}/r$ egységvektor, ϵ_0 a vákuum dielektromos állandója: $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$. A Q körüli elektromos teret az

$$\underline{E} = (1/q)\underline{F} \quad (2)$$

elektromos térerősség-vektor jellemzi.



Elektrosztatikai alapfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

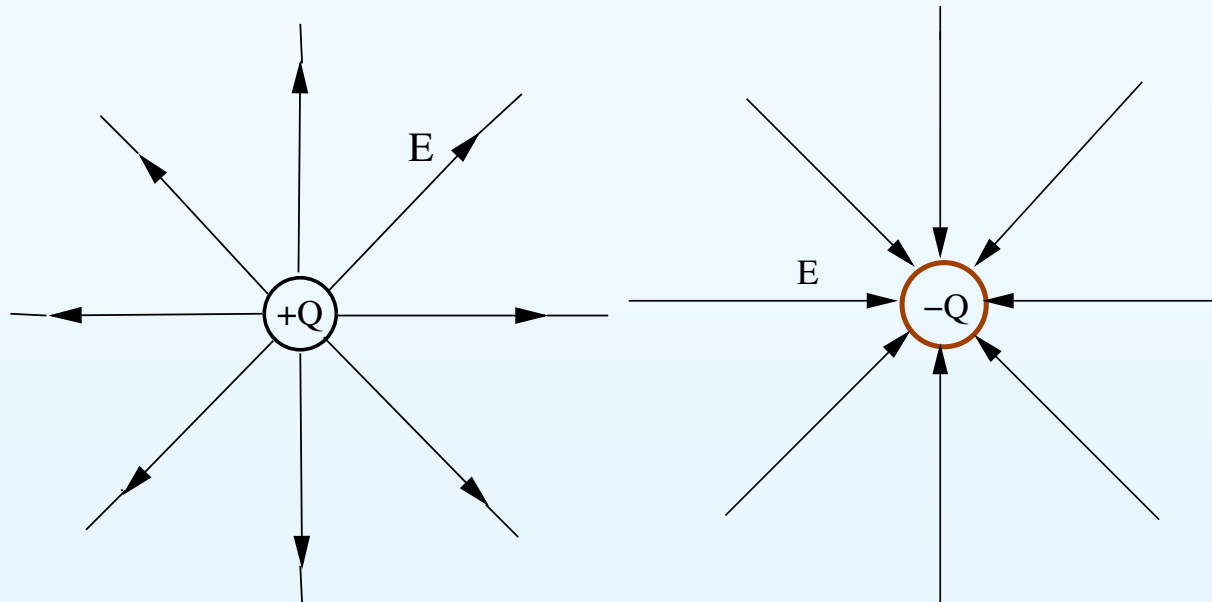
Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Az elektromos térerősség egy vektortér. A vektortérben erővonalakat lehet bevezetni. **Erővonal:**

Azt a vonalat, amelynek minden pontjában az elektromos térerősség vektora érintőirányú erővonalnak nevezik.

Az erővonalai a Q pontszerű töltéstől indulnak minden irányba.





Elektrosztatikai alapfogalmak

- **Coulomb-törvény**
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Az elektromos tér örvénymentes vektortér:

$$\operatorname{rot} \underline{E} = 0. \quad (3)$$

A (3) egyenlet egy tetszőleges C zárt görbe menti integrál formájában is megadható:

$$\oint_C E_\tau dl = 0, \quad (4)$$

ahol E_τ a térerősség-vektornak a görbé érintőjének irányába eső komponense az adott pontban.



Elektrosztatikai alfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus
erővonalai
- Elektromos tér
feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

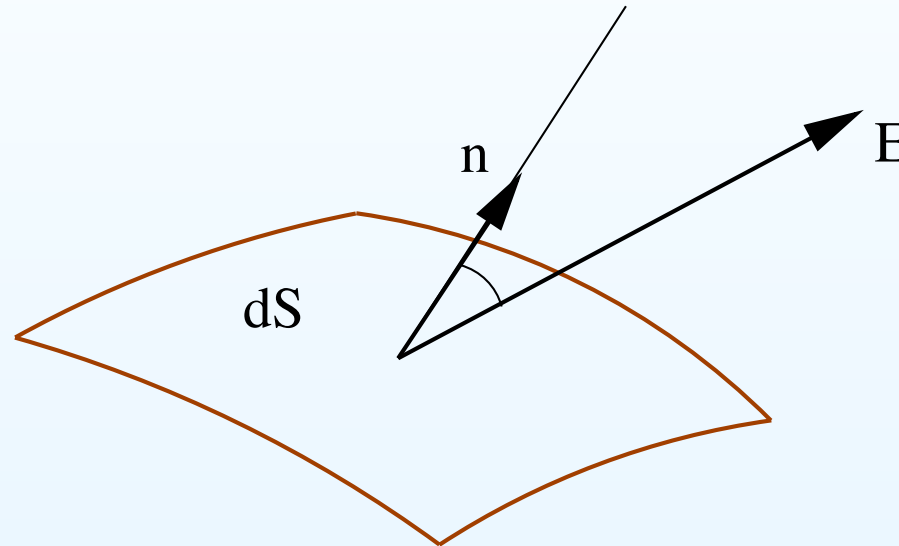
Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkből és félvezetőkből

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Az elektromos tér fluxusa:

Az S felületen átmenő elektromos fluxus Ψ egyenlő az S felületet átszűrő erővonalak számával.



Egy makroszkópikus S felületen átmenő fluxus

$$\Psi = \int_S E_n dS. \quad (5)$$



Elektrosztatikai alapfogalmak

- Coulomb-törvény
- **Gauss-tétel**
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Gauss-tétel

Gauss-tétel:

Egy tetszőleges zárt felületen átmenő elektromos fluxus egyenlő a felület által közbezárt töltések ε_0 -val osztott előjéles összegével:

$$\Psi = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i Q_i. \quad (6)$$

Ha ρ a töltés sűrűsége,

$$Q = \int_V \rho(\underline{r}) dV.$$

Ha a töltések egyenletesen oszlanak el a gömb alakú testben vagy (vezetők esetén) a gömb alakú test felületén, akkor a fluxus számításakor úgy lehet eljárni, mintha az összes töltés a gömb középpontjában lenne koncentrálnodva.



Elektrosztatikai alfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus
erővonalai
- Elektromos tér
feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Elektromos dipólus

Elektromos dipólus: egyenlő nagyságú, egymástól l távolságban lévő, de ellenkező előjelű $-q$ és $+q$ töltések elektromos dipólust alakítanak.

Dipólnyomaték (dipólusmomentum) a $\underline{d}$ vektor:

$$\underline{d} = q \cdot \underline{l}, \quad (7)$$

ahol $\underline{l}$ a negatív töltéstől a pozitívba mutató, a két töltést összekötő vektor.

A pontszerű dipólus ($|\underline{l}| \ll r$ esetén) által keltett térerősség-vektor kifejezhető a dipólnyomaték segítségével:

$$\underline{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3\underline{e}(\underline{d} \cdot \underline{e}) - \underline{d}}{r^3}. \quad (8)$$



Elektrosztatikai alfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- **Az elektromos dipólus
erővonalai**
- Elektromos tér
feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alfogalmak

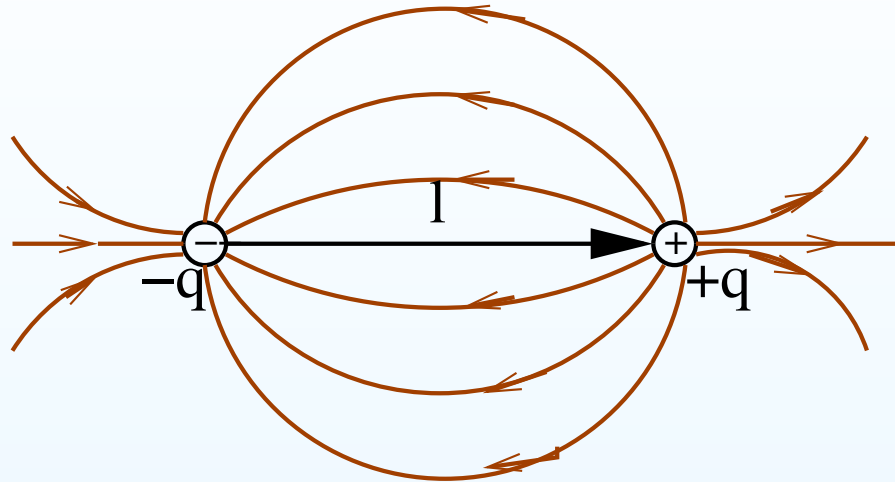
Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Az elektromos dipólus erővonalai





Elektrosztatikai alapfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- **Az elektromos dipólus erővonalai**
- Elektromos tér feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Az elektromos erőter energiasűrűsége e :

$$e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \underline{E}^2. \quad (9)$$



Elektrosztatikai alfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- **Az elektromos dipólus
erővonalai**
- Elektromos tér
feszültsége
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Az elektromos erőter energiasűrűsége e :

$$e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \underline{E}^2. \quad (9)$$

Az elektromos tér potenciális energiája:

A Q pont-töltés által keltett elektromos térben egy $\underline{r}$ helyen lévő q töltés W potenciális energiája egyenlő azzal a munkával, amely ahhoz szükséges, hogy ezt a q töltést egy végtelen távoli pontból az $\underline{r}$ pontba hozzuk.

Ha Q és q a pontszerű testeken lévő töltések, a potenciális energia

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Qq}{r}. \quad (10)$$



Elektrosztatikai alapfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- **Elektromos tér feszültsége**
- Kondenzátor

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkből és félvezetőkből

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Elektromos tér feszültsége

Az elektromos tér feszültsége:

$$U(\underline{r}) = \frac{1}{q} W. \quad (11)$$

Ha a töltések egyenletesen oszlanak el egy gömbön belül, azaz $\varrho = \text{const}$, akkor a feszültség a gömbön kívül

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}, \quad (12)$$

ahol $r > R$ az adott pont távolsága a gömb középpontjától. Itt R a gömb sugara. A vezető gömbön belüli pontokban, vagy a gömb felületén ($r \leq R$):

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}. \quad (13)$$



Elektrosztatikai alfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- **Kondenzátor**

Magnetosztatikai alfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

Kondenzátor

Az ilyen rendszer, amely két vezetőből áll, amelyeknek töltései $+Q$ és $-Q$, **kondenzátornak** nevezik

A feszültség és a kondenzátor töltései közötti együtthatót nevezik **a kondenzátor C kapacitásának**:

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (14)$$

Ha a két vezető síkjellegű S felületű lemez (un. síkkondenzátor), akkor

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}, \quad (15)$$

ahol d a két lemez közötti távolság.



Elektrosztatikai alapfogalmak

- Coulomb-törvény
- Gauss-tétel
- Elektromos dipólus
- Az elektromos dipólus erővonalai
- Elektromos tér feszültsége
- **Kondenzátor**

Magnetosztatikai alapfogalmak

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőben és félvezetőben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

A kondenzátor közötti térerősség-vektor abszolút értéke:

$$|\underline{E}| = \frac{U}{d}. \quad (16)$$

Az elektromos energia sűrűsége:

$$e = \frac{\varepsilon_0 U^2}{2d^2}.$$

A kondenzátorban tárolt összes energia:

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{Q^2}{2C}. \quad (17)$$



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa
- Mágneses indukció
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Magnetosztatikai alfogalmak



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

- **Mágneses tér**
- Elektron mágneses dipólusa
- Mágneses indukció
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

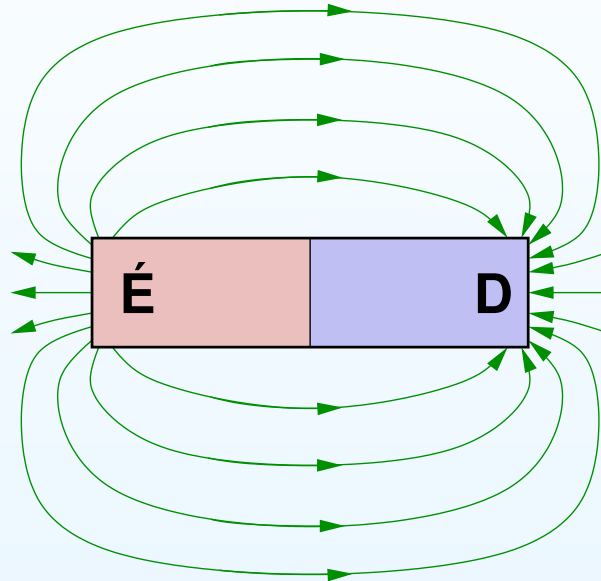
Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mágneses tér

A mágneses tér – vektortér, és ezért itt is be lehet vezetni az erővonalakat.



Mágnesrúd erővonalai:

Az elektromos töltésektől eltérően északi és déli pólusok külön-külön nem léteznek, ezeket nem lehet szétválasztani, vagyis nincs külön mágneses töltés.

Ezért fontos a mágneses dipólmomenték m .



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses
dipólusa

- Mágneses indukció
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Elektron mágneses dipólusa

Az elektron mágneses dipólyomatéka:

$$|\underline{m}| = \frac{eh}{4\pi m} l,$$

ahol e az elektron töltése, m az elektron tömege, h a Planck-állandó, l pedig a pályamomentum kvantumszám. Ha $l = 1$, akkor **Bohr-felé magneton**:

$$|\underline{m}| = \mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J m}^2/\text{V s}. \quad (18)$$

Ilyen atomokból, – mint elemi mágnesekből – áll a mágnesrúd.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa
- **Mágneses indukció**
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

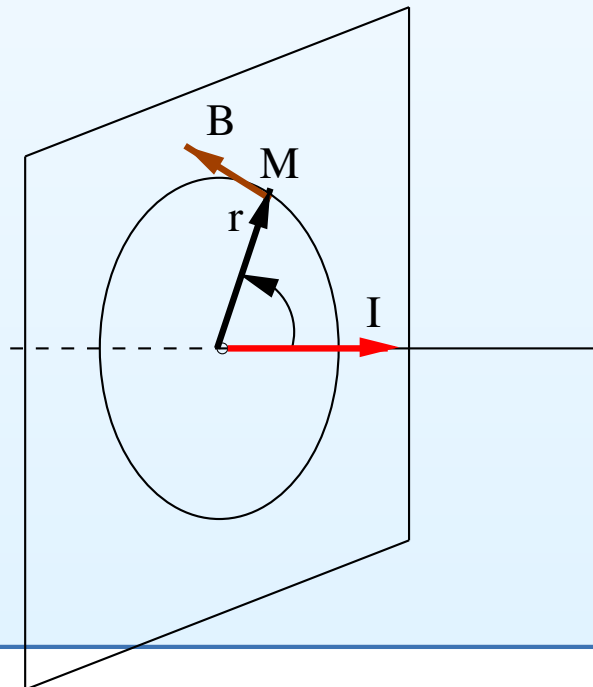
Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mágneses indukció

A mágneses tér „erősségét” a $\underline{B}$ **mágneses indukció vektor** jellemzi: hosszú, egyenes vezetőken átfolyó áram által egy adott M pontban keltett mágneses tér indukció vektora

$$\underline{B} = \frac{\mu}{2\pi r^2} [\underline{I} \times \underline{r}], \quad |\underline{B}| = \frac{\mu I}{2\pi r}, \quad (19)$$

ahol μ mágneses permeabilitás, vákuumban $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$.





Elektrosztatikai alfogalmak

Magnetosztatikai alfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa
- **Mágneses indukció**
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék mozgása vákuumban

Elektromos és mágneses tér anyagokban

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben

Váltakozó elektromos és mágneses terek

A dielektrikus állandót és a mágneses permeabilitást fontos kapcsolat összeköti:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}, \quad (20)$$

ahol c a fény sebessége vákuumban.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa
- **Mágneses indukció**
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A dielektrikus állandót és a mágneses permeabilitást fontos kapcsolat összeköti:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}, \quad (20)$$

ahol c a fény sebessége vákuumban.

A mágneses tér indukcióvektorára igaz, hogy

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0, \quad \text{vagy másképpen} \quad \oint_S B_n dS = 0. \quad (21)$$

ahol S egy zárt felület.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa

• **Mágneses indukció**

- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mágneses indukcióra vonatkozó a Biot-Savart törvény általános formája:

$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu I}{4\pi} \int_l \frac{d\underline{l} \times \underline{r}}{|\underline{r}|^3}. \quad (22)$$

Az R sugarú I árammal átjárt, köralakú vezető esetén a kör központjában az indukciós vektor $\underline{B}$ nagysága

$$|\underline{B}| = \frac{\mu I}{2R},$$

és $\underline{B}$ merőleges a kör alakú vezető síkjára.

Tetszőleges zárt görbén számított mágneses indukció cirkulációja, vagy a mágneses tér **gerjesztési törvénye**:

$$\oint_C B_\tau dl = \mu \sum_k I_k. \quad (23)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa
- Mágneses indukció
- **Solenoid**
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

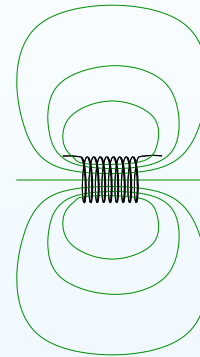
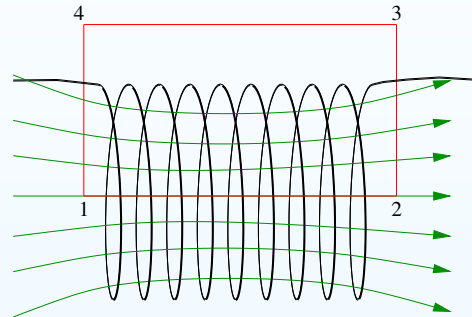
Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőekben és
félvezetőekben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Solenoid

A solenoid erővonalai:



A szolenoid belsejében:

$$B = |\underline{B}| = \mu \frac{I \cdot N}{l}, \quad (24)$$

ahol l a szolenoid hossza.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

- Mágneses tér
- Elektron mágneses dipólusa
- Mágneses indukció
- Solenoid
- Lorentz-törvény

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Lorentz-törvény

Lorentz-törvény:

A mágneses térben $\underline{v}$ sebességgel mozgó q töltésre ható erő

$$\underline{F} = q\underline{v} \times \underline{B}. \quad (25)$$

Ennek segítségével kimutatható, hogy a vezetékre a benne áramló töltések miatt ható erő

$$\underline{F} = I\underline{l} \times \underline{B}, \quad (26)$$

ahol az $\underline{l}$ vektor nagysága megegyezik a vezeték hosszával, iránya pedig az I áram irányával.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

**Töltött részecskék
mozgása vákuumban**

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Töltött részecskék mozgása vákuumban



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- **Mozgás homogén elektromos térben**
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mozgás homogén elektromos térben

Nézzük meg először a töltött részecskék mozgását homogén elektromos térben.

$$\frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} = \eta \underline{E}, \quad \underline{E} = \text{const}, \quad (27)$$

ahol $\eta = q/m$ a fajlagos töltés. Az elektron esetében $\eta = 0,1759 \cdot 10^{12} \text{ C/kg}$.

A megoldáshoz szükségünk van a kezdeti értékekre: az $\underline{r}_0 = \underline{r}(0)$ kezdeti helyvektorra és a $\underline{v}_0 = \underline{v}(0)$ kezdő sebességre.

Az fenti egyenlet megoldása skaláris formában:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \eta E_x t^2 + v_{0x} t + x_0, \\ y(t) = \frac{1}{2} \eta E_y t^2 + v_{0y} t + y_0, \\ z(t) = \frac{1}{2} \eta E_z t^2 + v_{0z} t + z_0. \end{cases} \quad (28)$$

Itt x_0, y_0, z_0 az $\underline{r}_0$, v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} a $\underline{v}_0$ vetületei.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- **Mozgás homogén elektromos térben**
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Legyen az origó az $\underline{r}_0$ pontban, a z tengely legyen párhuzamos az $\underline{E}$ vektorral, legyen a $\underline{v}_0$ vektor az yz síkban. Akkor

$$\begin{cases} x(t) = 0, \\ y(t) = v_{0y} t, \\ z(t) = \frac{1}{2} \eta E t^2 + v_{0z} t. \end{cases} \quad (29)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- **Mozgás homogén elektromos térben**
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

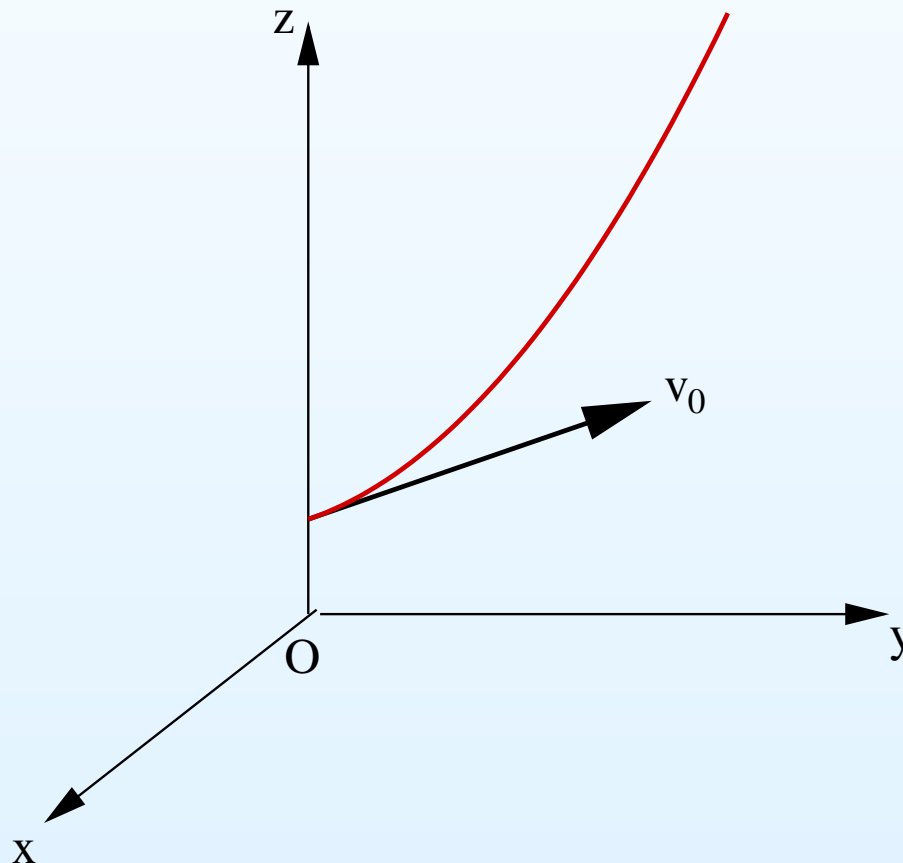
Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A pálya – egy parabola az $x = 0$ síkban:

$$z = \frac{\eta E}{2v_{0y}^2} y^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0y}} y. \quad (30)$$





Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- **Mozgás homogén elektromos térben**
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőekben és
félvezetőekben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Ha a $\underline{v}_0$ kezdeti sebességi vektor párhuzamos az $\underline{E}$ térerősség-vektorral, a pálya egy egyenes, ami párhuzamos az $\underline{E}$ vektorral. A részecske sebességének iránya ebben az esetben az elektromos térben nem változik.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- **Mozgás homogén mágneses térben**
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mozgás homogén mágneses térben

Egy részecske mozgása homogén mágneses térben:

$$\frac{d^2 \underline{r}}{dt^2} = \eta \left(\frac{d\underline{r}}{dt} \times \underline{B} \right), \quad \underline{B} = \text{const.}$$

Legyen az origó az $\underline{r}_0$ pontban, a z tengely legyen párhuzamos a $\underline{B}$ vektorral, és legyen $\underline{v}_0$ vektor az yz síkban. A megoldás:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_{0y}}{\eta B} (1 - \cos(\omega t)), \\ y(t) &= \frac{v_{0y}}{\eta B} \sin(\omega t), \\ z(t) &= v_{0z} t. \end{aligned} \tag{31}$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

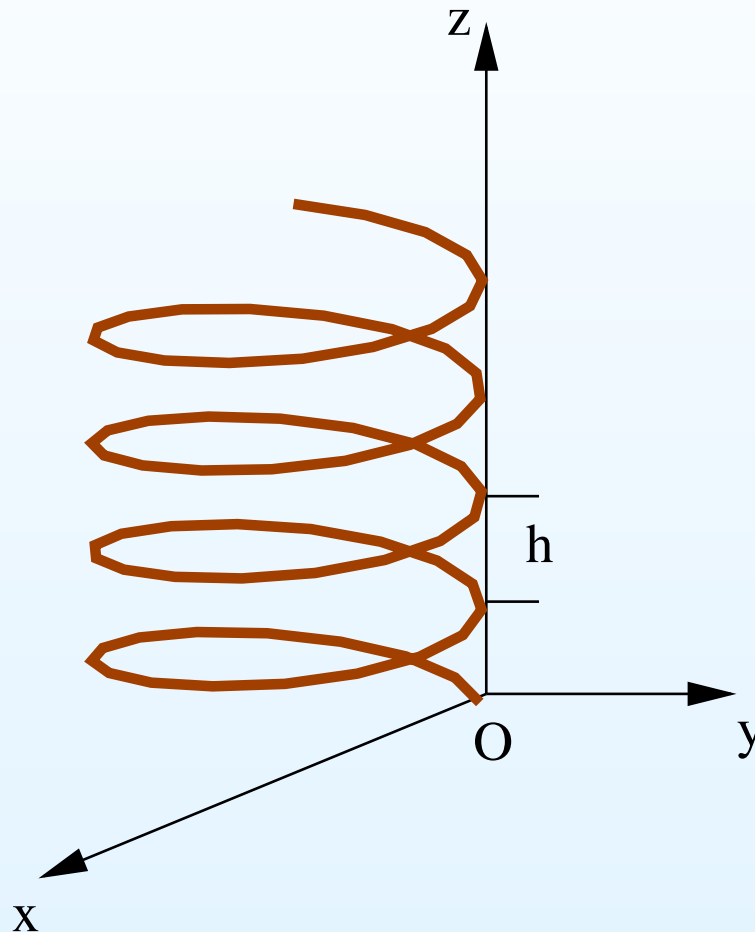
- Mozgás homogén elektromos térben
- **Mozgás homogén mágneses térben**
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Homogén mágneses térben a részecske jellemzően spirál-pályán mozog.





Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- **Mozgás homogén mágneses térben**
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A spirál paraméterei: a kör R sugara és a h menetemelkedés:

$$R = \frac{v_0}{\omega} \sin\theta, \quad h = \frac{2\pi v_0}{\omega} \cos\theta, \quad \omega = \eta B. \quad (32)$$

Itt θ a B mágneses indukció vektora és v_0 kezdő sebesség vektora közötti szög.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- **Mozgás homogén mágneses térben**
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebesség esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A spirál paramétereit: a kör R sugara és a h menetemelkedés:

$$R = \frac{v_0}{\omega} \sin\theta, \quad h = \frac{2\pi v_0}{\omega} \cos\theta, \quad \omega = \eta B. \quad (32)$$

Itt θ a B mágneses indukció vektora és v_0 kezdő sebesség vektora közötti szög.

Ha $\theta = \pi/2$, akkor $h = 0$. Így, ha a $\underline{v}_0$ kezdősebesség vektor merőleges a $\underline{B}$ indukció vektorra, a pálya a körré redukálódik. Vagyis a részecske körmozgást végez.

Ha $\theta = 0$, vagyis a kezdősebesség vektor párhuzamos a $\underline{B}$ indukció vektorral, akkor az R sugár eltűnik, ami azt eredményezi, hogy a pálya egyenes vonalú, a $\underline{B}$ indukció vektorával párhuzamos lesz.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- **Az elektromos tér munkája**
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Az elektromos tér munkája

Vizsgáljuk meg, milyen munkát végez az elektromos tér azzal, hogy egy q töltést elmozdít az A pontból a B pontba. Az energia megmaradási törvénye:

$$\frac{mv_A^2}{2} + W_A = \frac{mv_B^2}{2} + W_B,$$

ahol v_A és v_B a test sebessége az A és a B pontokban.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- **Az elektromos tér munkája**
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Az elektromos tér munkája

Vizsgáljuk meg, milyen munkát végez az elektromos tér azzal, hogy egy q töltést elmozdít az A pontból a B pontba. Az energia megmaradási törvénye:

$$\frac{mv_A^2}{2} + W_A = \frac{mv_B^2}{2} + W_B,$$

ahol v_A és v_B a test sebessége az A és a B pontokban.
A test sebességének változása

$$v_B^2 = v_A^2 + 2\eta (U_A - U_B). \quad (33)$$

Itt $\eta = q/m$ a fajlagos töltés.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Ha $|v_B| \gg |v_A|$, ($|v_A| \approx 0$), a (33) képletet át lehet írni mint

$$v_B = v = \sqrt{2\eta U}, \quad (34)$$

ahol U a feszültségek különbsége az A és B pontokban:
 $U = U_A - U_B$.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- **Mozgás nagy sebességek esetén**
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mozgás nagy sebességek esetén

Ha a sebesség közelít a fény sebességéhez, figyelembe kell venni a relativisztikus effektusokat. Az m mozgási tömeg

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (35)$$

ahol m_0 a test nyugalmi tömege, c pedig a fény sebessége.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- **A mozgási energia nagy sebesség esetén**
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A mozgási energia nagy sebesség esetén

$$E_{mozg} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (36)$$

Ebből $U_A = 0$ és $v_A = 0$ esetén, mivel $E = qU$

$$v_B = v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{\eta_0 U}{c^2}\right)^2}}. \quad (37)$$

Itt $\eta_0 = q/m_0$, $U = U_B$.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Ha a testnek az m_0 nyugalmi tömege nem nulla, akkor a test sebessége soha sem lehet egyenlő vagy nagyobb mint c .



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Ha a testnek az m_0 nyugalmi tömege nem nulla, akkor a test sebessége soha sem lehet egyenlő vagy nagyobb mint c .

Ha pedig egy részecske sebessége egyenlő a fény sebességével, ez azt jelenti, hogy ennek a részecskének nincs nyugalmi tömege. Ilyen „részecskék” például a látható fény fotonjai, vagy minden más elektromágneses sugárzás fotonjai.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebessége esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- **Képcsövek működése**
- A mágneses eltérítésű képcső

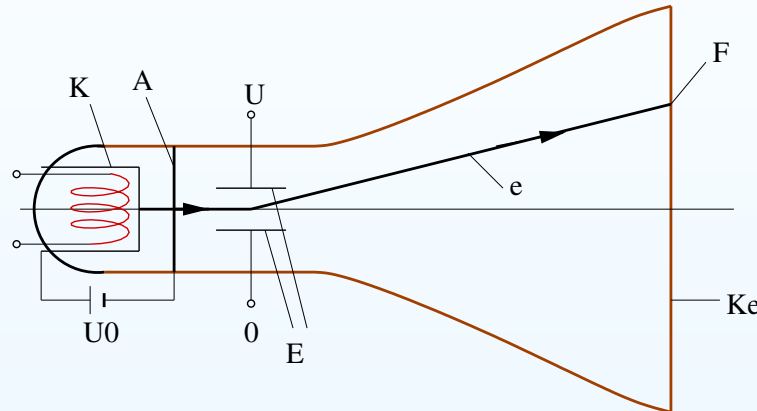
Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Képcsövek működése

Az elektromos eltérítésű képcső



Itt „K”– katód, „A”– anód, „E”– eltérítő lemezek, „Ke”– képernyő, „e⁻”– elektron-nyaláb, „F”– fényfolt.

Elektronokat U_0 feszültségű elektromos térrel felgyorsítunk és egy közel párhuzamos nyalábot hozunk létre: $v_0 = \sqrt{2\eta U_0}$.

Az elterítő lemezekre kapcsolt feszültség U változtatásával irányítjuk a nyalábot, és azt a képernyő tetszőleges pontjára tudjuk vezetni. A becsapódó elektronok hatására a képernyő fényt bocsát ki, így láthatjuk a képet.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

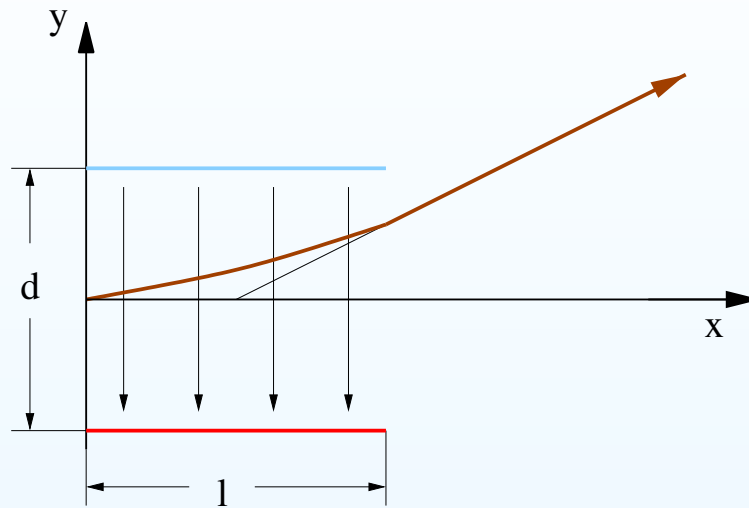
Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- **Képcsövek működése**
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek



A lemezek között kialakuló térerősség y irányú, és nagysága

$$E = \frac{U}{d}.$$

Az elektronok eltérítés utáni pályájának egyenlete:

$$y(x) = \frac{\eta E}{2v_0^2} l (2x - l).$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- **Képcsövek működése**
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Az elektronok képernyőre történő Y becsapódási koordinátája

$$Y = mL = \frac{\eta E}{v_0^2} lL = \frac{lL}{2dU_0} U,$$

ahol L a képernyő távolsága a lemezpár középpontjától.

A képcső eltérítési érzékenysége:

$$S_e = \frac{dY}{dU} = \frac{lL}{2dU_0}.$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- **A mágneses eltérítésű képcső**

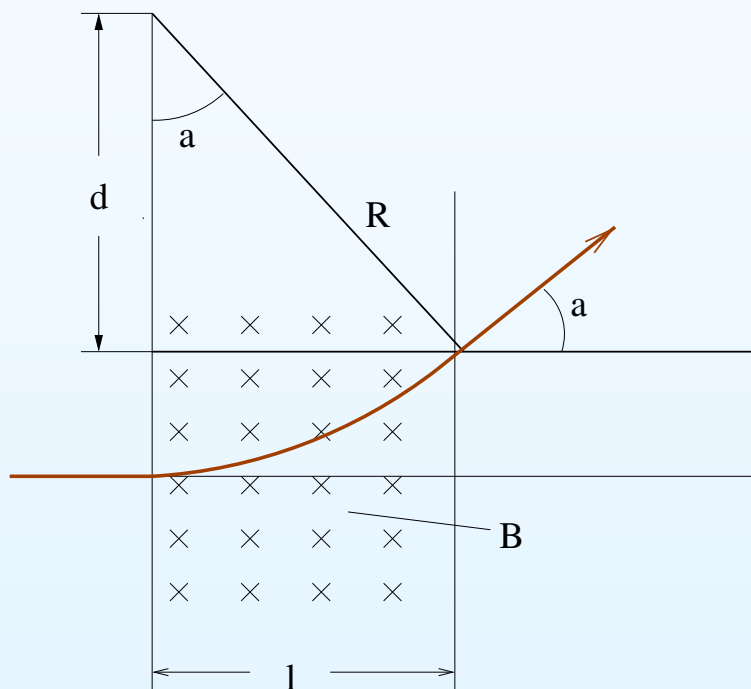
Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A mágneses eltérítésű képcső

A cső „nyakrészén” a csövön kívül tekercsek helyezkednek el, és ezeken áramot átfolyatva szabályozható lesz a mágneses tér, így az elektronok mozgási iránya is.





Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

- Mozgás homogén elektromos térben
- Mozgás homogén mágneses térben
- Az elektromos tér munkája
- Mozgás nagy sebességek esetén
- A mozgási energia nagy sebesség esetén
- Képcsövek működése
- A mágneses eltérítésű képcső

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Az eltérített elektronok az L távolságban levő képernyő középpontjától Y távolságra csapódnak be:

$$Y = Ll \sqrt{\frac{\eta}{2U_0}} B.$$

A mágneses eltérítésű képcső eltérítési érzékenysége

$$S_m = \frac{dY}{dB} = Ll \sqrt{\frac{\eta}{2U_0}}.$$



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

**Elektromos és
mágneses tér
anyagokban**

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- Gauss-tétel
- Ferroelektromosság.
Piezoelektromosság
- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Elektromos és mágneses tér anyagokban



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

● Elektromos tér
dielektrikumban

● Dielektromos eltolás

● Gauss-tétel
● Ferroelektromosság.
Piezoelektromosság

● Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőekben és
félvezetőekben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Elektromos tér dielektrikumban

Ha a síkkondenzátor lapjai közé egy dielektrikum lemezt teszünk, a lapok közötti feszültség U csökken: $U < U_0$ (itt U_0 a feszültség vákuumban), ugyanakkor a kondenzátor kapacitása növekszik:

$$C = \frac{Q}{U}, \quad C > C_0 = \frac{Q}{U_0}. \quad (38)$$

Relatív dielektromos állandó (vagy permittivitás):

$$\varepsilon' = \frac{C}{C_0} = \frac{U_0}{U} > 1. \quad (39)$$

A dielektrikumban a térerősség-vektor nagysága csökken:

$$\underline{E} = \frac{1}{\varepsilon'} \underline{E}_0. \quad (40)$$



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban

- **Dielektromos eltolás**

- Gauss-tétel
- Ferroelektromosság.

Piezoelektromosság

- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Dielektromos eltolás

Dielektromos eltolás vektora

$$\underline{D} = \varepsilon \underline{E}, \quad (41)$$

ahol ε a közeg dielektromos állandója.
A teljes (abszolút) dielektromos állandó

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon'. \quad (42)$$

A vákuumban $\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{E}$. A dielektrikumban a dielektromos eltolás vektorában befoglaltunk a $\underline{P}$ **polarizációt**:

$$\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{E} + \underline{P}, \quad \underline{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0) \underline{E}. \quad (43)$$

Így a $\underline{P}$ párhuzamos mind a $\underline{D}$ indukciós vektorral, mind az $\underline{E}$ térerősség-vektorral.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás

• **Gauss-tétel**
• Ferroelektromosság.
Piezoelektromosság

- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Gauss-tétel

Gauss-tétel a dielektrikumban:

$$\oint_S D_n dS = \oint_S \varepsilon E_n dS = \sum_i Q_i. \quad (44)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- **Gauss-tétel**
- Ferroelektromosság.
Piezoelektromosság
- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkből és
félvezetőkből

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Gauss-tétel

Gauss-tétel a dielektrikumban:

$$\oint_S D_n dS = \oint_S \varepsilon E_n dS = \sum_i Q_i. \quad (44)$$

Polarizáció vektorával kapcsolatban bevezetjük a szuszceptibilitást:

$$\chi = \varepsilon' - 1 > 0.$$

Ezután

$$\underline{P} = \varepsilon_0 \chi \underline{E}.$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

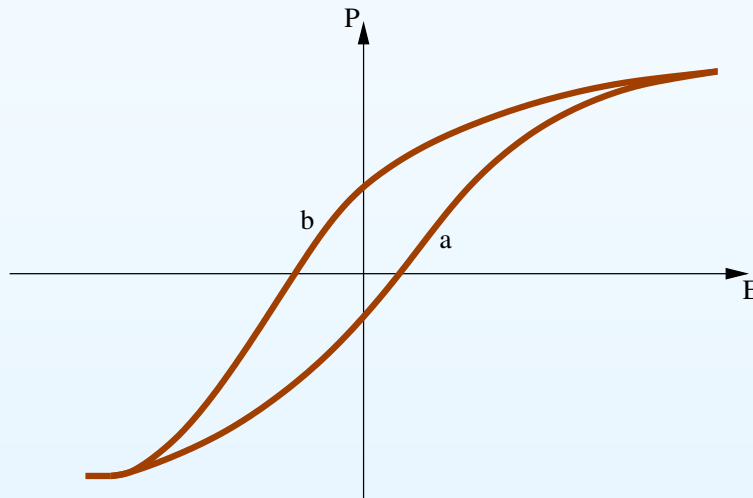
- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- Gauss-tétel
- **Ferroelektromosság.**
- Piezoelektromosság**
- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőekben és
félvezetőekben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Ferroelektromosság. Piezoelektromosság

Bizonyos dielektromos kristályokban akkor is kialakulhat állandó polarizáció, ha az $\underline{E}$ külső tér hiányzik. Ezt a jelenséget **ferroelektromosságnak** nevezik. Ferroelektromosság esetén a $\underline{P}$ polarizáció az $\underline{E}$ -nek már nem lineáris, hanem sokkal bonyolultabb és nem egyértelmű függvénye.





Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- Gauss-tétel
- **Ferroelektromosság.**
Piezoelektromosság
- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkből és
félvezetőkből

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

E elektromos tér növelésével a polarizáció csak bizonyos pontig növekszik, ahol megjelenik a telítődés („a” vonal). Ha a térerősség-vektor nagysága csökken, a polarizáció is csökken, de már nem az „a” vonal, hanem a „b” vonal szerint. Ezt a jelenséget **elektromos hiszterézisnek** nevezik.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- Gauss-tétel
- **Ferroelektromosság.**
Piezoelektromosság
- Mágneses tér
dielektrikumban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

E elektromos tér növelésével a polarizáció csak bizonyos pontig növekszik, ahol megjelenik a telítődés („a” vonal). Ha a térerősség-vektor nagysága csökken, a polarizáció is csökken, de már nem az „a” vonal, hanem a „b” vonal szerint. Ezt a jelenséget **elektromos hiszterézisnek** nevezik.

Piezoelektromosság jelensége a következő: mechanikai feszültség (deformáció) hatására a kristályok polarizálódnak, és a felületükön elektromos töltések alakulnak ki.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- Gauss-tétel
- Ferroelektromosság.
- Piezoelektromosság
- **Mágneses tér
dielektrikumban**

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mágneses tér dielektrikumban

Homogén, izotróp anyagban a mágneses tér $\underline{B}$ indukcióvektora és a $\underline{H}$ mágneses térerősség-vektor közötti kapcsolat

$$\underline{B} = \mu \underline{H}, \quad (45)$$

ahol a μ permeabilitás (mint anyagállandó) függ a konkrét anyagtól. Bevezetjük a μ' relatív mágneses permeabilitást: $\mu' = \mu/\mu_0$. A μ' lehet nagyobb, de lehet kisebb is, mint 1.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
 - Dielektromos eltolás
 - Gauss-tétel
 - Ferroelektromosság.
- Piezoelektromosság
- **Mágneses tér
dielektrikumban**

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Mágneses tér dielektrikumban

Homogén, izotróp anyagban a mágneses tér $\underline{B}$ indukcióvektora és a $\underline{H}$ mágneses térerősség-vektor közötti kapcsolat

$$\underline{B} = \mu \underline{H}, \quad (45)$$

ahol a μ permeabilitás (mint anyagállandó) függ a konkrét anyagtól. Bevezetjük a μ' relatív mágneses permeabilitást: $\mu' = \mu/\mu_0$. A μ' lehet nagyobb, de lehet kisebb is, mint 1.

Mágneses polarizáció vektora:

$$\underline{M} = \underline{B} - \mu_0 \underline{H} = (\mu' - 1) \mu_0 \underline{H}. \quad (46)$$



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

- Elektromos tér
dielektrikumban
- Dielektromos eltolás
- Gauss-tétel
- Ferroelektromosság.
Piezelektromosság
- **Mágneses tér
dielektrikumban**

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A mágneses polarizáció vektorára igaz

$$\underline{M} = \kappa \mu_0 \underline{H}, \quad (47)$$

ahol κ a **mágneses szuszceptibilitás**: $\kappa = \mu' - 1$.

$\underline{B}$, $\underline{H}$ és $\underline{M}$ vektorok (homogén, izotróp anyagban) egymással párhuzamosak.

A **diamágneses anyagokban** a μ' relatív permeabilitás valamivel kisebb mint 1 (és $\kappa < 0$), a **paramágneses anyagokban** μ' valamivel nagyobb mint 1 (és $\kappa > 0$).

Azokat az anyagokat, amelyek jelenlétében az eredeti mágneses tér erősen megváltozik, **ferromágneses anyagoknak** nevezik. Ezekre az jellemző, hogy μ' nagyon nagy, és a $\underline{B}$ és az $\underline{M}$ a $\underline{H}$ -tól már nem lineárisan függnek, hanem a függőség sokkal bonyolultabb és nem egyértelmű.

Állandó (permanens) mágnesek csak ferromágneses anyagokból készíthetők.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

**Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben**

- Elektromos áramlás
drift révén
- Elektromos áram
diffúzió révén
- A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Töltött részecskék mozgása vezetőkben és félvezetőkben



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

● Elektromos áramlás
drift révén

● Elektromos áram
diffúzió révén

● A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Elektromos áramlás drift révén

Külső elektromos tér $\underline{E}$ hatására megjelenik a sebességnek egy kitüntetett iránya, a **driftsebesség**:

$$\underline{v} = -\frac{e\tau}{2m} \underline{E} = -\mu \underline{E}, \quad (48)$$

ahol az elektronok μ mozgékonyága és a σ fajlagos vezetőképessége:

$$\mu = \frac{e\tau}{2m}, \quad \sigma = e\mu n, \quad (49)$$

és n a szabad elektronok koncentrációja.

Az elektronok által keltett **drift áram erőssége**:

$$j = -e \cdot n \cdot v = \sigma E. \quad (50)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

- Elektromos áramlás
drift révén

- Elektromos áram
diffúzió révén

- A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

Elektromos áram diffúzió révén

Az áramot elindíthatja a töltéshordozók koncentrációkülönbsége is.

A mozgás kitüntetett iránya, a **diffúzióirány**, párhuzamos a koncentrációgradiens vektorával.

Részecskék áramlása:

Egységnyi idő alatt az x irányra merőleges egységnyi felületen keresztül átmenő részecskék száma (számértékileg a Φ fluxus) egyenlő:

$$\Phi = -D \frac{\partial n}{\partial x},$$

ahol D a részecskékre vonatkozó diffúziós állandó.

Így, az elektronok koncentrációkülönbsége miatt elinduló elektromos áramsűrűség

$$j = -e \cdot \Phi = eD \frac{\partial n}{\partial x}. \quad (51)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

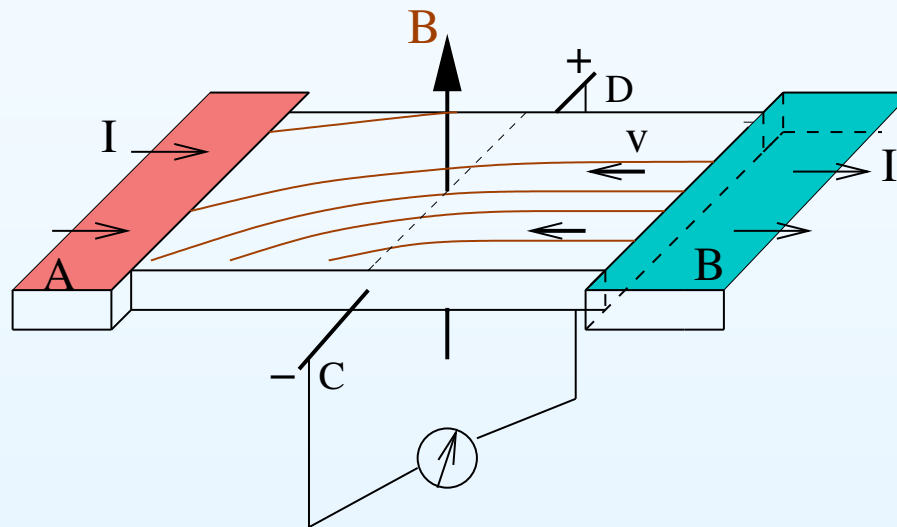
- Elektromos áramlás
drift révén
- Elektromos áram
diffúzió révén

• A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A Hall-effektus

A d vastagságú lemez hosszirányában I erősségű áram halad át. A mágneses tér $\underline{B}$ indukcióvektora merőleges a lemezre. A lemez haránt irányú középvonalának C és D végpontjai között U_H feszültség jelentik meg. Ez a **Hall-effektus**





Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

- Elektromos áramlás
drift révén
- Elektromos áram
diffúzió révén

● A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A feszültség nagysága

$$U_H = R_H \frac{IB}{d}, \quad B = |\underline{B}|, \quad (52)$$

ahol $R_H < 0$ a Hall-állandó.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

- Elektromos áramlás
drift révén
- Elektromos áram
diffúzió révén

• A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A feszültség nagysága

$$U_H = R_H \frac{IB}{d}, \quad B = |\underline{B}|, \quad (52)$$

ahol $R_H < 0$ a Hall-állandó.

Mágneses térben a mozgó töltésekre a Lorentz-erő hat:

$\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B}) = -e(\underline{v} \times \underline{B})$, aminek hatására az elektronok a rajzolt vonalaknak megfelelően eltérnek az egyenestől. Így a C pontnál több elektron lesz, mint a D pontnál, és ez a lemez középvonalán negatív feszültség kialakulásához vezet.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

- Elektromos áramlás
drift révén
- Elektromos áram
diffúzió révén

• A Hall-effektus

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

A feszültség nagysága

$$U_H = R_H \frac{IB}{d}, \quad B = |\underline{B}|, \quad (52)$$

ahol $R_H < 0$ a Hall-állandó.

Mágneses térben a mozgó töltésekre a Lorentz-erő hat:

$\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B}) = -e(\underline{v} \times \underline{B})$, aminek hatására az elektronok a rajzolt vonalaknak megfelelően eltérnek az egyenestől. Így a C pontnál több elektron lesz, mint a D pontnál, és ez a lemez középvonalán negatív feszültség kialakulásához vezet.

A Hall-állandó nagysága

$$|R_H| = \frac{1}{ne}, \quad (53)$$

ahol n a szabad elektronok koncentrációja.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

**Váltakozó elektromos
és mágneses terek**

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Váltakozó elektromos és mágneses terek



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

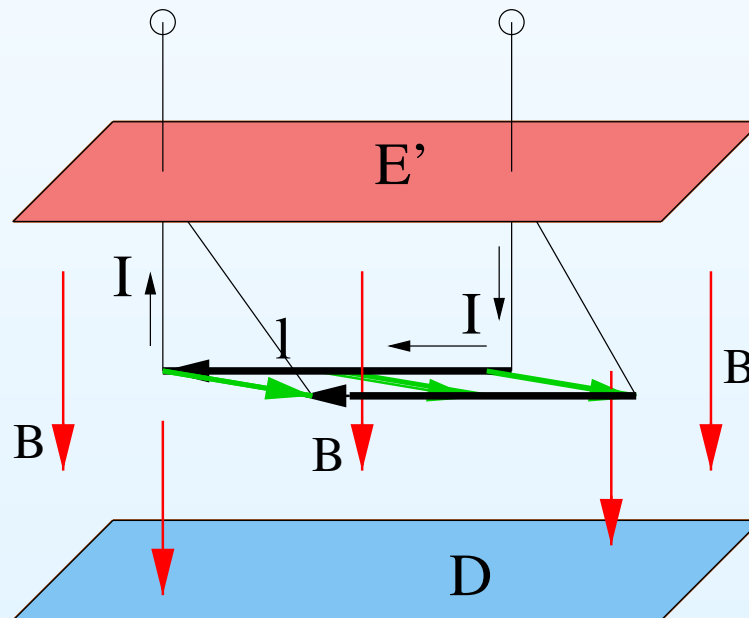
● Az indukció

- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Az indukció

A mozgó töltésre a Lorentz-erő hat, amely egy egyenes vezetőben folyó áram esetén $\underline{F} = I[\underline{l} \times \underline{B}]$.

Az állandó mágneses térben a felfüggesztett vezető bizonyos irányba elmozdul, úgy, hogy közben metszi a mágneses tér erővonalait.





Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Az előző jelenségnek a fordítottja is igaz: ha a felfüggesztett vezetőt úgy mozgatjuk, hogy az mozgás közben metszi a mágneses tér erővonalait, akkor a vezetőben áram keletkezik. Ez az **indukált áram**.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Az előző jelenségnek a fordítottja is igaz: ha a felfüggesztett vezetőt úgy mozgatjuk, hogy az mozgás közben metszi a mágneses tér erővonalait, akkor a vezetőben áram keletkezik. Ez az **indukált áram**.

Zárt vezetőkörben szintén indukált áram keletkezik, ha egy állandó mágneset közelítünk hozzá, vagy távolítunk. Ha a vezető több körből áll, vagyis ha szolenoiddal kísérletezünk, akkor az indukált áram annál erősebb lesz, minél több menetű a szolenoid.

Ezeket a jelenségeket **elektromágneses indukciónak** nevezzük.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Az előző jelenségnek a fordítottja is igaz: ha a felfüggesztett vezetőt úgy mozgatjuk, hogy az mozgás közben metszi a mágneses tér erővonalait, akkor a vezetőben áram keletkezik. Ez az **indukált áram**.

Zárt vezetőkörben szintén indukált áram keletkezik, ha egy állandó mágneset közelítünk hozzá, vagy távolítunk. Ha a vezető több körből áll, vagyis ha szolenoiddal kísérletezünk, akkor az indukált áram annál erősebb lesz, minél több menetű a szolenoid. Ezeket a jelenségeket **elektromágneses indukciónak** nevezzük.

Az indukciófluxus:

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (54)$$

ahol S a zárt vezetőhurok által körülvevett felület, B_n pedig a $\underline{B}$ vektor S -re merőleges komponense.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Az R ellenállású zárt vezetőhurok **indukált feszültsége**:

$$U = R \cdot I, \quad (55)$$

ahol R a zárt vezetőhurok teljes ellenállása.

Faraday indukciós törvénye:

A zárt vezetőben indukált feszültség egyenlő a vezető által határolt felületen átmenő indukciófluxus változásának sebességével:

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (56)$$



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

● A rezgőkör

● Maxwell-egyenletek

● Elektromágneses
hullámok kialakulása

● A kisugárzott
hullámok keletkezése
és kiterjedése

● Poynting-vektor

Az R ellenállású zárt vezetőhurok **indukált feszültsége**:

$$U = R \cdot I, \quad (55)$$

ahol R a zárt vezetőhurok teljes ellenállása.

Faraday indukciós törvénye:

A zárt vezetőben indukált feszültség egyenlő a vezető által határolt felületen átmenő indukciófluxus változásának sebességével:

$$U = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (56)$$

Lenz-szabály kifejezése:

Az indukciós áram mindig úgy irányul, hogy az általa indukált mágneses tér indukcióvektora csökkenti az indukciót létrehozó változást.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

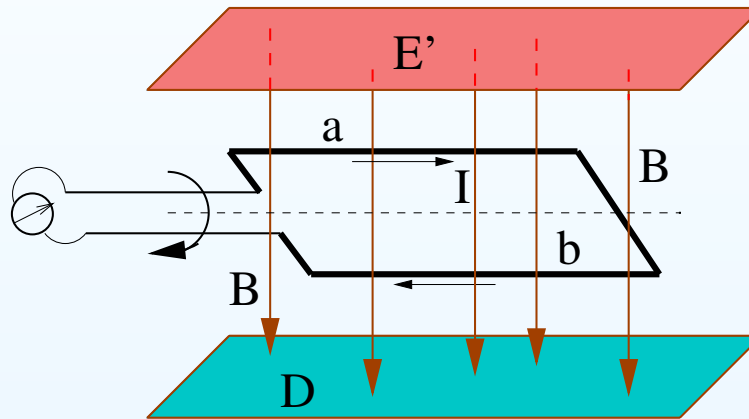
Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Legyen a zárt vezető egy derékszögű keret, és ez a keret forogjon az állandó mágneses tér erővonalaira merőleges tengely körül.



Ha a keret forgása állandó ω szögsebességgel történik, akkor a keret síkja és a mágneses tér erővonalai közötti szög időszerinti változása

$$\alpha = \omega \cdot t.$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

● A rezgőkör

● Maxwell-egyenletek

● Elektromágneses
hullámok kialakulása

● A kisugárzott
hullámok keletkezése
és kiterjedése

● Poynting-vektor

Az indukciófluxus:

$$\Phi = |\underline{B}| \cdot S \cdot \sin(\omega t), \quad (57)$$

és az indukált feszültség:

$$U = -|\underline{B}| \cdot S \cdot \omega \cos(\omega t).$$

Az indukált áram erőssége:

$$I = -\frac{|\underline{B}| \cdot S \cdot \omega}{R} \cos(\omega t). \quad (58)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

● A rezgőkör

● Maxwell-egyenletek

● Elektromágneses
hullámok kialakulása

● A kisugárzott
hullámok keletkezése
és kiterjedése

● Poynting-vektor

Az indukciófluxus:

$$\Phi = |\underline{B}| \cdot S \cdot \sin(\omega t), \quad (57)$$

és az indukált feszültség:

$$U = -|\underline{B}| \cdot S \cdot \omega \cos(\omega t).$$

Az indukált áram erőssége:

$$I = -\frac{|\underline{B}| \cdot S \cdot \omega}{R} \cos(\omega t). \quad (58)$$

Ez **váltakozó elektromos áram**, amelynek erőssége és iránya szinuszosan változik.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Ezt az indukciós jelenséget a gyakorlatban széles körűen felhasználják. Minden generátor ezen elv alapján működik. Csak ott nem egy keret forog, hanem egy hengerre egyszerre sok keretet szerelnek fel. A generátor segítségével a mechanikai (rotációs) energia elektromos energiává alakul át.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

● A rezgőkör

● Maxwell-egyenletek

● Elektromágneses
hullámok kialakulása

● A kisugárzott
hullámok keletkezése
és kiterjedése

● Poynting-vektor

Legyen két vezető tekercs közel egymáshoz. Az egyikbe vezessünk váltakozó elektromos áramot I_1 .

A második tekercsben keletkező indukált áram erősségének az időtől való függése is szinusz-függvénynek felel meg. A Faraday-törvény szerint a második tekercsben folyó indukált áram U_2 feszültsége:

$$U_2 = -M \frac{dI_1}{dt}. \quad (59)$$

Ezt az indukciós esetet **kölcsönös indukciónak** nevezik. A kölcsönös indukció jelenségét használják fel a transzformátorokban.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Egy zárt tekercsben a váltakozó áram magában a tekercsben is feszültséget indukál. Az U indukált feszültség ekkor

$$U = -L \frac{dI}{dt}. \quad (60)$$

Ez az **önindukció**. Itt L együttható önindukciós együttható vagy **induktivitás**.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

● Az indukció

● A rezgőkör

● Maxwell-egyenletek

● Elektromágneses
hullámok kialakulása

● A kisugárzott
hullámok keletkezése
és kiterjedése

● Poynting-vektor

Egy zárt tekercsben a váltakozó áram magában a tekercsben is feszültséget indukál. Az U indukált feszültség ekkor

$$U = -L \frac{dI}{dt}. \quad (60)$$

Ez az **önindukció**. Itt L együttható önindukciós együttható vagy **induktivitás**.

Ezt a jelenséget a gyakorlatban az elektromágneses sugárzás körében (pl. antennák stb.) használják fel.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

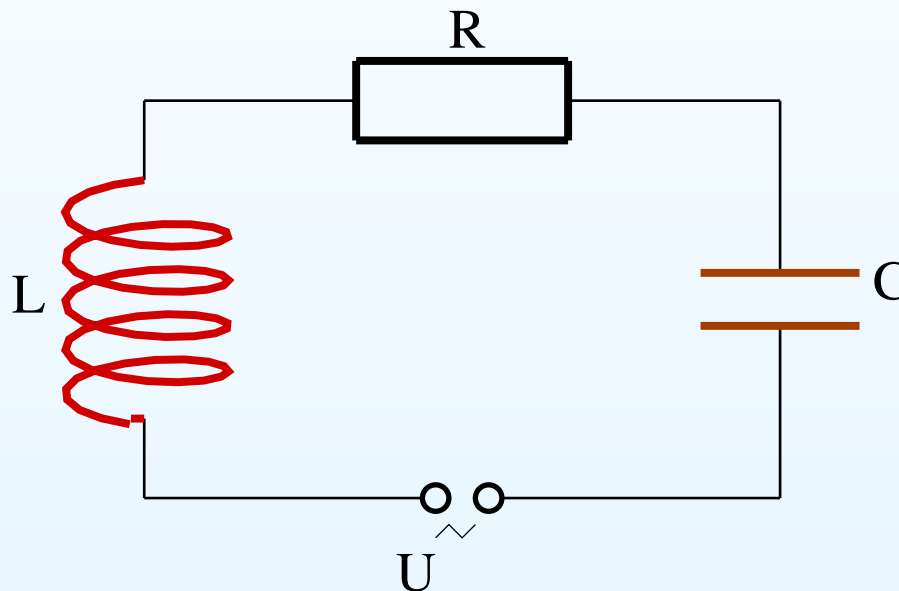
Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- **A rezgőkör**
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

A rezgőkör

Hozzunk létre **rezgőkör**, amelyben sorba kapcsoljuk az R ohmos ellenállást, az L induktivitású tekercset és a C kapacitású kondenzátort.



A kört hozzákapcsoljuk az $U_k \sin(\omega_k t)$ váltakozó feszültséghez. Ezt a rezgőkört soros RLC-körnek nevezik.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- **A rezgőkör**
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Q -ra nézve a másodrendű lineáris differenciálegyenletet kapjuk:

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C \cdot L} Q = \frac{U_k}{L} \sin(\omega_k t). \quad (61)$$

Ha ezt az egyenletet elosztjuk a C kapacitással, akkor az $U = Q/C$ miatt az U feszültségre hasonló egyenletet kapjuk:

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU}{dt} + \frac{1}{C \cdot L} U = U_k / (C \cdot L) \sin(\omega_k t),$$

és ennek az egyenletnek a megoldása:

$$U = A_k \sin(\omega_k t + \gamma). \quad (62)$$



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- **A rezgőkör**
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Itt

$$A_k = \frac{1}{\sqrt{(\omega_k^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\omega_k^2}} \frac{U_k}{C \cdot L}, \quad \gamma = \arctg \frac{2\beta\omega_k}{\omega_k^2 - \omega_0^2}. \quad (63)$$

továbbá,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L}}, \quad \beta = \frac{R}{2L}.$$

Ez a kényszerrezgés.



Elektrosztatikai
alfogalmak

Magnetosztatikai
alfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- **A rezgőkör**
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Az áramerősség:

$$I = I_0 \cos(\omega_k t + \gamma), \quad I_0 = A_k C \omega_k, \quad (64)$$

Az áramerősség amplitúdója

$$I_0 = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_k - \frac{1}{C\omega_k}\right)^2}}. \quad (65)$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- **A rezgőkör**
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

A nevezőben szereplő mennyiség hasonló szerepet játszik, mint az Ohm-törvényben az R ellenállás. Ezért a

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_k - \frac{1}{C\omega_k}\right)^2} \quad (66)$$

kifejezést „látszólagos”, vagy „váltakozó áramú ellenállásnak”, más neven **impedanciának** nevezik.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- **A rezgőkör**
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

A nevezőben szereplő mennyiség hasonló szerepet játszik, mint az Ohm-törvényben az R ellenállás. Ezért a

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_k - \frac{1}{C\omega_k}\right)^2} \quad (66)$$

kifejezést „látszólagos”, vagy „váltakozó áramú ellenállásnak”, más neven **impedanciának** nevezik.

Rezonancia esetén ($\omega_k = \omega_0$)

$$A_k = \frac{1}{2\beta\omega_0} \frac{U_k}{C \cdot L} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_k.$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- **Maxwell-egyenletek**
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Maxwell-egyenletek

Integrálalak	Differenciális alak
$\oint_C \underline{H}_\tau dl = \sum_k I_k + \oint \frac{\partial D_n}{\partial t} dS$	$\text{rot} \underline{H} = \underline{J} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$
$U = \oint_C \underline{E}_\tau dl = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$	$\text{rot} \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$
$\oint_S \underline{D}_n dS = q$	$\text{div} \underline{D} = \varrho$
$\oint_S \underline{B}_n dS = 0$	$\text{div} \underline{B} = 0$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- **Maxwell-egyenletek**
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

A kontinuitási egyenlet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \underline{J} = 0.$$

Az anyagegyenletek:

$$\underline{D} = \varepsilon \underline{E},$$

$$\underline{B} = \mu \underline{H},$$

$$\underline{J} = \sigma \underline{E}.$$



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- **Elektromágneses hullámok kialakulása**
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Elektromágneses hullámok kialakulása

Ideális esetben ($R = 0$) az RLC rezgőkörben rezgőmozgás alakul ki. A Maxwell-elmélet szerint, az RLC körben az áram, – az eltolási áramot is beszámítva –, körbe folyik.

A rezgőmozgás kezdeti ideje az az időpont, amikor a kondenzátor lemezein maximális töltés alakul ki. Periódusának negyedével később az indukciós tekercsben az elektromos energia mágneses energiává alakul át és megszűnnek a töltések. A következő negyedével később a mágneses energia alakul át elektromos energiává, amely a kondenzátor lemezei között jelenik meg. Közben az összes energia, – az elektromos és mágneses energia összege –, nem változik.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

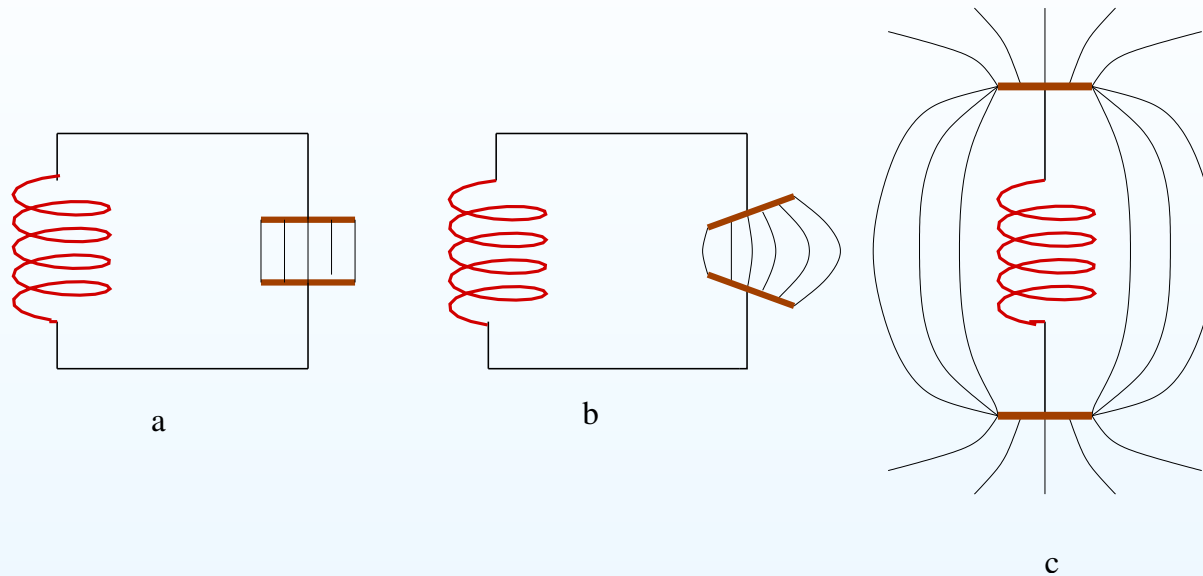
Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- **Elektromágneses hullámok kialakulása**
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor



A kondenzátor két lemeze között az elektromos tér erővonalai egyenesek lesznek (a. ábra).

Ha most a kondenzátor lemezeit szétnyitjuk, az elektromos tér erővonalainak formája a két lemez közötti egyenesekből görbévé változnak és kinyúlnak a lemezeken kívüli térbe (b. ábra).



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

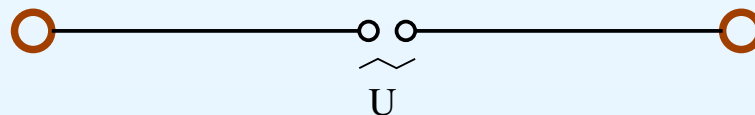
Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- **Elektromágneses hullámok kialakulása**
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Ha ezt a távolságot növeljük, az erővonalak tovább távolodnak a lemezektől és az energiájának egy része elvész sugárzás formájában.

Amikor a kondenzátor lemezei teljesen nyitva vannak (un. nyitott rezgőkör), az erővonalak annyira messzire nyúlnak, hogy az energia tekintélyes része már kisugárzik elektromágneses hullámok formájában kisugárzódik (c. ábra).

Elektromágneses hullámok sugárzására a nyitott rezgőkör segítségével energiaforrásra van szükségünk, és ez a forrás egy váltakozó, harmonikus jellegű külső feszültség.



Az ábra mutatja a 1888-ban készített Hertz-féle nyitott rezgőkört (vibrátort).



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

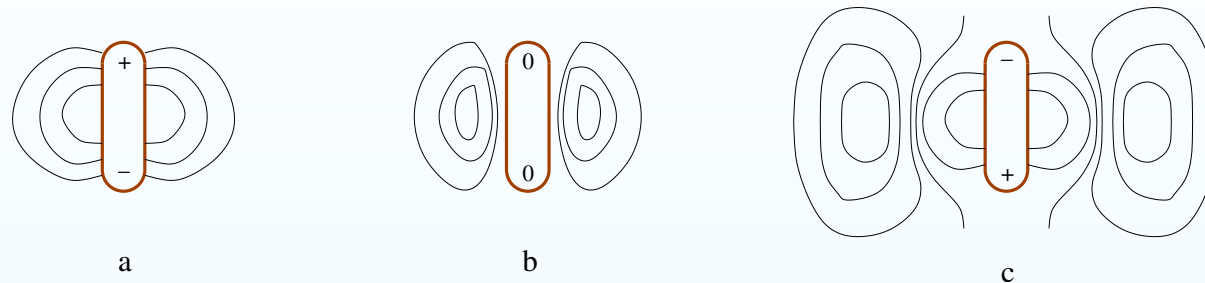
Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- **A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése**
- Poynting-vektor

A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése



Az a. ábra mutatja a $t = 0$ időpontban az elektromos tér erővonalait, amikor az antenna végein, a gömbökben maximális töltések lokalizálódnak.

A $t = (1/4)T$ időpontra az elektromos energia mágneses energiává alakul át, ugyanakkor az antenna gömbjeiben nem lesznek töltések. Ezért az erővonalaknak zártaknak kell lenniük (b. ábra).

Ezután ezek az erővonalak eltávolodnak a dipólustól (c. ábra), és a $t = (1/2)T$ időpontra a dipólusra lezáródott erővonalak azonosak lesznek az a. ábrán bemutatottakkal, csak a töltések kicserélődnek.



Elektrosztatikai
alapfogalmak

Magnetosztatikai
alapfogalmak

Töltött részecskék
mozgása vákuumban

Elektromos és
mágneses tér
anyagokban

Töltött részecskék
mozgása vezetőkben és
félvezetőkben

Váltakozó elektromos
és mágneses terek

- Az indukció
- A rezgőkör
- Maxwell-egyenletek
- Elektromágneses hullámok kialakulása
- A kisugárzott hullámok keletkezése és kiterjedése
- Poynting-vektor

Poynting-vektor

Az elektromágneses hullámokban mindig jelen van mind az $\underline{E}$ térerősségű elektromos tér, mind a $\underline{H}$ térerősségű mágneses tér. A hullámok által szállított energia-áramsűrűséget az $\underline{S}$ **Poynting-vektor** írja le:

$$\underline{S} = [\underline{E} \times \underline{H}], \quad |\underline{S}| = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |\underline{E}|^2. \quad (67)$$

Itt használtunk

$$\underline{E} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [\underline{e} \times \underline{H}], \quad (68)$$

ahol az $\underline{e}$ egységvektor a sugárzás irányába mutat.

A képletben szereplő

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

impedancia.