



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Hangtan II.

Horváth András
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. szeptember 29.

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

A hang terjedése gázokban



A hang terjedése gázokban

- **Bevezetés**

- Egyszerűsítések

- Jelölések

- Alapvető

- összefüggések

- A gázrétegek

- mozgásegyenlete

- Kapcsolat a térfogat

- és a nyomás között

- A hullámeqyenlet

- A hangsebesség

- gázokban

- Érdekességek

A harmonikus

hanghullám leírása

Hang terjedése

folyadékokban

Hullámok terjedése

szilárd testekben

Bevezetés

A hang longitudinális hullámként terjed gázokban. Most ennek a terjedésnek a részletes leírásával foglalkozunk.

Cél: a nagy léptékekben megmérhető mennyiségek (pl. hangintenzitás, frekvencia) és a mikroszkopikus, közvetlenül nehezen mérhető mennyiségek (pl. a levegőrészek elmozdulása, a hang által létrehozott nyomásváltozás) közötti kapcsolat.



A hang terjedése
gázokban

● Bevezetés

● Egyszerűsítések

● Jelölések

● Alapvető

összefüggések

● A gázrétegek

mozgásegyenlete

● Kapcsolat a térfogat
és a nyomás között

● A hullámegyenlet

● A hangsebesség
gázokban

● Érdekességek

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Bevezetés

A hang longitudinális hullámként terjed gázokban. Most ennek a terjedésnek a részletes leírásával foglalkozunk.

Cél: a nagy léptékekben megmérhető mennyiségek (pl. hangintenzitás, frekvencia) és a mikroszkopikus, közvetlenül nehezen mérhető mennyiségek (pl. a levegőrészek elmozdulása, a hang által létrehozott nyomásváltozás) közötti kapcsolat.

A gáz nyugalmi állapotát jellemzi az egyensúlyi nyomás, sűrűség, hőmérséklet és az, hogy a gáz nyugalomban van.

A hang terjedése során a nyomás, sűrűség, stb. kissé megváltoznak.

Sejtés: a változások kicsik a nyugalmi értékekhez képest.
(Ha nem így lenne, a hang látható hatásokat okozna a levegőben.)



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés

- **Egyszerűsítések**

- Jelölések

- Alapvető

összefüggések

- A gázrétegek

mozgásegyenlete

- Kapcsolat a térfogat
és a nyomás között

- A hullámegyenlet

- A hangsebesség
gázokban

- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

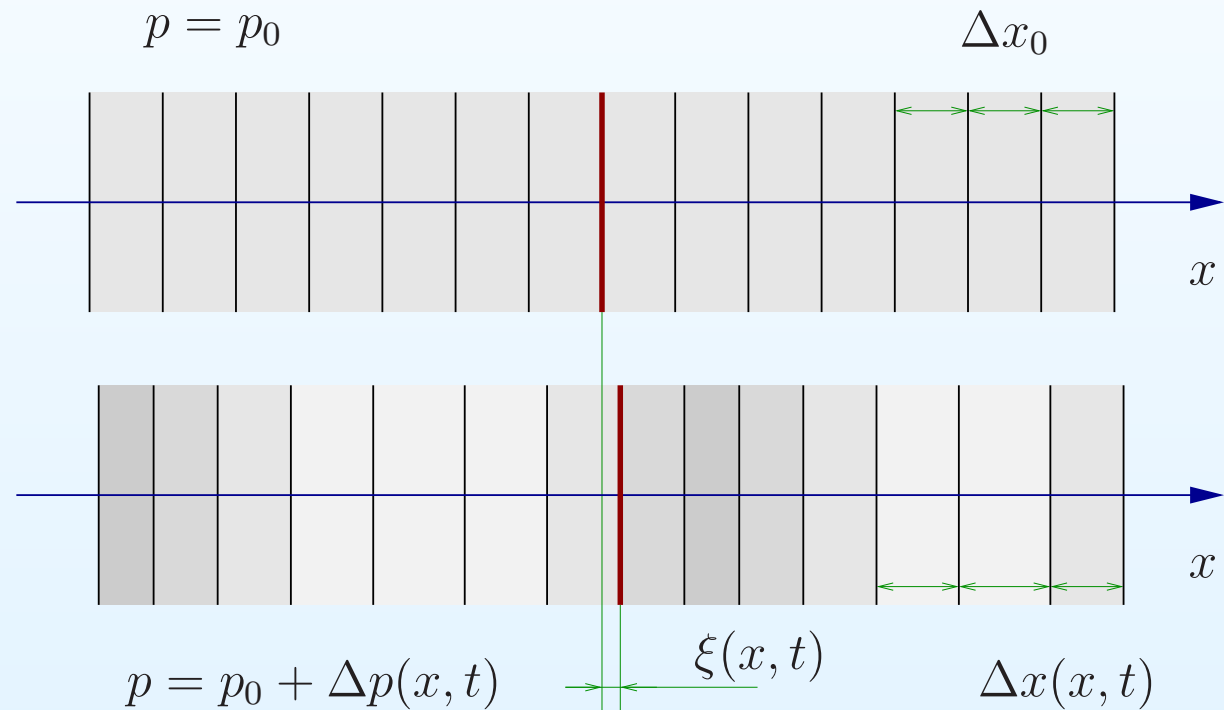
Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Egyszerűsítések

Csak a síkhullám esettel foglalkozunk. (Bármilyen hullám kis része jól közelíthető ezzel.)

x -tengely: terjedési irányban. x -re merőlegesen semmi sem változik, ezért mindent x függvényeként adunk meg.



Az ábrán jelölt levegőrétegek mozgását vizsgáljuk.



A hang terjedése gázokban

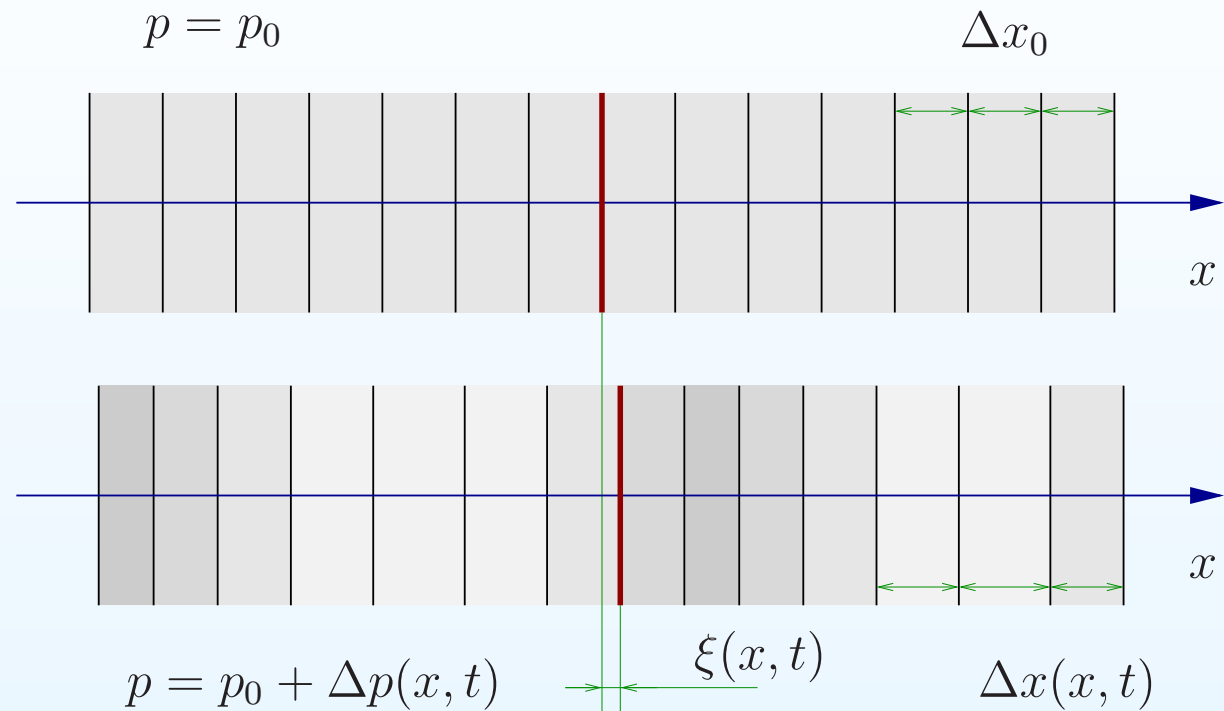
- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- **Jelölések**
- Alapvető összefüggések
- A gázrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámeqyenlet
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Jelölések



- Δx_0 : rétegek nyugalmi vastagsága
- $\Delta x(x, t)$: torzuló réteg vastagsága az x helyen, t időben
- $\xi(x, t)$: az eredetileg x helyen levő gázrész elmozdulása az egyensúlyi helyzethez képest
- p_0 : nyugalmi állapot nyomása
- $p(x, t) = p_0 + \Delta p(x, t)$: a nyomás hely és időfüggése



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- **Alapvető összefüggések**
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámeqyenlet
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Alapvető összefüggések

$\xi(x,t)$ -ből a gágrétegek sebessége és gyorsulása:

$$v(x,t) = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial t} \qquad a(x,t) = \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

Fontos! Nem a gáz részecskéinek, hanem sok gáZRészecskéből álló rétegnek a mozgásáról van szó.



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- **Alapvető összefüggések**
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Alapvető összefüggések

$\xi(x,t)$ -ből a gágrétegek sebessége és gyorsulása:

$$v(x,t) = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial t} \qquad a(x,t) = \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}$$

Fontos! Nem a gáz részecskéinek, hanem sok gáZRészecskéből álló rétegnek a mozgásáról van szó.

Egy gágréteg tömege végig ugyanaz, mint kezdetben:

$$\Delta m = \Delta x_0 A \varrho_0 = \Delta x A \varrho$$

ahol A a vizsgált keresztmetszet nagysága, ϱ_0 a gáz nyugalmi, ϱ pedig a pillanatnyi sűrűsége.

A gágrétegek mozgásegyenlete

Egy gágrétegre a szomszédos gágrétegek nyomása gyakorol erőt:

$$F = p(x,t)A - p(x + \Delta x)A = -\frac{p(x + \Delta x, t) - p(x, t)}{\Delta x} \Delta x A$$

Mivel Δx kicsi, ezért jó közelítéssel:

$$F = -\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \Delta x A$$

A gágrétegek mozgásegyenlete

Egy gágrétegre a szomszédos gágrétegek nyomása gyakorol erőt:

$$F = p(x,t)A - p(x + \Delta x)A = -\frac{p(x + \Delta x,t) - p(x,t)}{\Delta x} \Delta x A$$

Mivel Δx kicsi, ezért jó közelítéssel:

$$F = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Delta x A$$

Newton II. törvény szerint:

$$F = \Delta m a(x,t) = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Delta x A.$$

A gyorsulás és a gágréteg tömegének fenti kifejezéseivel:

$$\Delta x A \varrho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Delta x A \quad \Rightarrow \quad \varrho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Kapcsolat a térfogat és a nyomás között

A sűrűsödés-ritkulás gyors: **adiabatikus változások**: $pV^\kappa = \text{állandó}$, ahol κ a gáz specifikus fajhőhányadosa. (Termodinamika.)

$$p(x,t)V(x,t)^\kappa = p(x,t)(\Delta x(x,t)A)^\kappa = \text{állandó}$$

Mivel A állandó:

$$p(x,t)(\Delta x(x,t))^\kappa = p_0(\Delta x_0)^\kappa$$

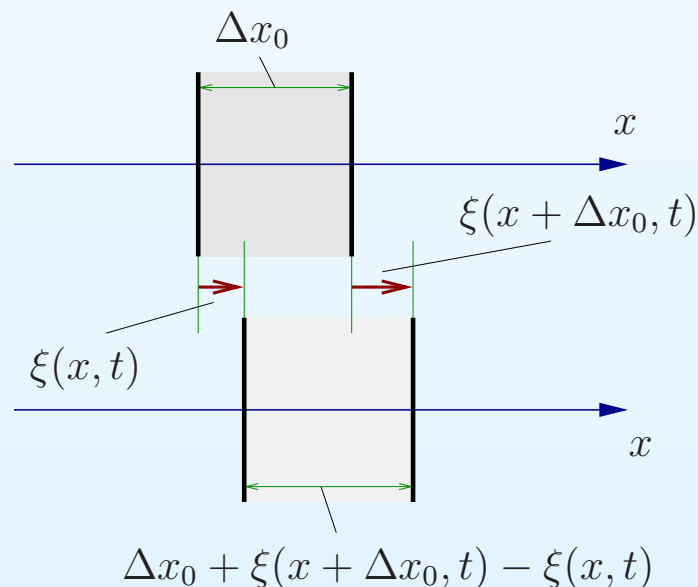
Kapcsolat a térfogat és a nyomás között

A sűrűsödés-ritkulás gyors: **adiabatikus változások**: $pV^\kappa = \text{állandó}$, ahol κ a gáz specifikus fajhőhányadosa. (Termodinamika.)

$$p(x,t)V(x,t)^\kappa = p(x,t)(\Delta x(x,t)A)^\kappa = \text{állandó}$$

Mivel A állandó:

$$p(x,t)(\Delta x(x,t))^\kappa = p_0(\Delta x_0)^\kappa$$



$$\Delta x(x,t) = \Delta x_0 + \xi(x + \Delta x_0, t) - \xi(x, t)$$

$$p(x,t) \left(\frac{\Delta x_0 + \xi(x + \Delta x_0, t) - \xi(x, t)}{\Delta x_0} \right)^\kappa = p_0$$

$$p(x,t) \left(1 + \frac{\xi(x + \Delta x_0, t) - \xi(x, t)}{\Delta x_0} \right)^\kappa = p_0$$

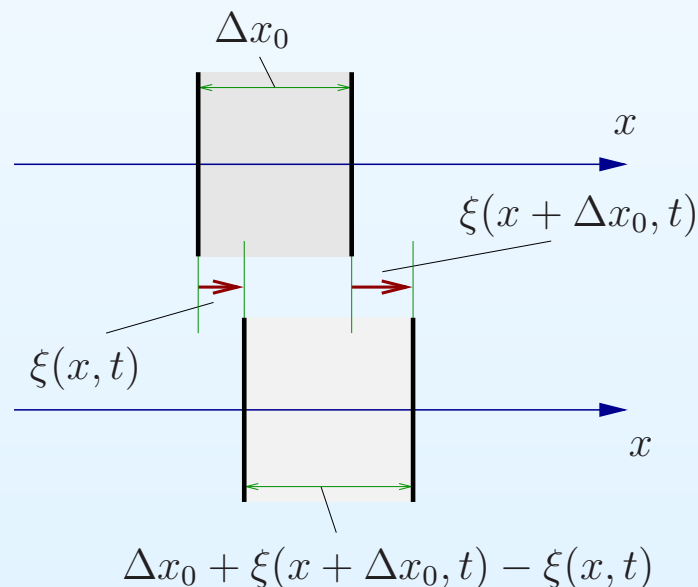
Kapcsolat a térfogat és a nyomás között

A sűrűsödés-ritkulás gyors: **adiabatikus változások**: $pV^\kappa = \text{állandó}$, ahol κ a gáz specifikus fajhőhányadosa. (Termodinamika.)

$$p(x,t)V(x,t)^\kappa = p(x,t)(\Delta x(x,t)A)^\kappa = \text{állandó}$$

Mivel A állandó:

$$p(x,t)(\Delta x(x,t))^\kappa = p_0(\Delta x_0)^\kappa$$



$$\Delta x(x,t) = \Delta x_0 + \xi(x + \Delta x_0, t) - \xi(x, t)$$

$$p(x,t) \left(\frac{\Delta x_0 + \xi(x + \Delta x_0, t) - \xi(x, t)}{\Delta x_0} \right)^\kappa = p_0$$

$$p(x,t) \left(1 + \frac{\xi(x + \Delta x_0, t) - \xi(x, t)}{\Delta x_0} \right)^\kappa = p_0$$

$$p(x,t) \left(1 + \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x} \right)^\kappa = p_0$$



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- **A hullámeqyenlet**
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

A hullámeqyenlet

Kicsi nyomásváltozások: $|\Delta p(x,t)| \ll p_0$ és $|\partial \xi / \partial x| \ll 1$.

Ezért:

$$\left(1 + \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right)^\kappa \approx 1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$



A hang terjedése
gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- **A hullámeqyenlet**
- A hangsebesség gázokban
- Érdekeségek

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

A hullámeqyenlet

Kicsi nyomásváltozások: $|\Delta p(x,t)| \ll p_0$ és $|\partial \xi / \partial x| \ll 1$.

Ezért:

$$\left(1 + \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right)^\kappa \approx 1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

$p(x,t) = p_0 + \Delta p(x,t)$ és $p(x,t) \left(1 + \partial \xi(x,t) / \partial x\right)^\kappa = p_0$
alapján:

$$(p_0 + \Delta p(x,t)) \left(1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right) = p_0$$

azaz

$$\left(1 + \frac{\Delta p(x,t)}{p_0}\right) \left(1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right) = 1$$



A hang terjedése
gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- **A hullámegyenlet**
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

A hullámegyenlet

Kicsi nyomásváltozások: $|\Delta p(x,t)| \ll p_0$ és $|\partial \xi / \partial x| \ll 1$.

Ezért:

$$\left(1 + \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right)^\kappa \approx 1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

$p(x,t) = p_0 + \Delta p(x,t)$ és $p(x,t) (1 + \partial \xi(x,t) / \partial x)^\kappa = p_0$
alapján:

$$(p_0 + \Delta p(x,t)) \left(1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right) = p_0$$

azaz

$$\left(1 + \frac{\Delta p(x,t)}{p_0}\right) \left(1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right) = 1$$

Egyszerű átalakításokkal:

$$\frac{\Delta p(x,t)}{p_0} + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} + \frac{\Delta p(x,t)}{p_0} \cdot \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} = 0$$



A hang terjedése
gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- **A hullámeqyenlet**
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

A hullámeqyenlet

Kicsi nyomásváltozások: $|\Delta p(x,t)| \ll p_0$ és $|\partial \xi / \partial x| \ll 1$.

Ezért:

$$\left(1 + \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right)^\kappa \approx 1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

$p(x,t) = p_0 + \Delta p(x,t)$ és $p(x,t) (1 + \partial \xi(x,t) / \partial x)^\kappa = p_0$
alapján:

$$(p_0 + \Delta p(x,t)) \left(1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right) = p_0$$

azaz

$$\left(1 + \frac{\Delta p(x,t)}{p_0}\right) \left(1 + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}\right) = 1$$

Egyszerű átalakításokkal:

$$\frac{\Delta p(x,t)}{p_0} + \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} + \frac{\Delta p(x,t)}{p_0} \cdot \kappa \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x} = 0$$

Az utolsó tag elhanyagolható: (két kicsi tag szorzata)

A hullámmegyenlet (folyt

$$\Delta p(x,t) = -\kappa p_0 \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

és a korábban kapott

$$\rho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

alapján:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial (p_0 + \Delta p(x,t))}{\partial x} = \kappa p_0 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

A hullámmegyenlet (folyt)

$$\Delta p(x,t) = -\kappa p_0 \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

és a korábban kapott

$$\varrho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

alapján:

$$\varrho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial (p_0 + \Delta p(x,t))}{\partial x} = \kappa p_0 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

$\varrho \approx \varrho_0$ miatt: (kis változások)

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\kappa p_0}{\varrho_0} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

A hullámgörbe (folyt)

$$\Delta p(x,t) = -\kappa p_0 \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$$

és a korábban kapott

$$\varrho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

alapján:

$$\varrho \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial (p_0 + \Delta p(x,t))}{\partial x} = \kappa p_0 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

$\varrho \approx \varrho_0$ miatt: (kis változások)

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\kappa p_0}{\varrho_0} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

Ez egy **hullámgörbe**. Megoldása: $\xi(x,t) = f(x \pm ct)$, ahol

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\varrho_0}} \quad \text{a terjedési sebesség.}$$



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

A hangsebesség gázokban

Az előzőekben kapott $c = \sqrt{\kappa p_0 / \rho_0}$ összefüggés az ideális gázok állapotegyenlete, azaz

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

alapján átírható:

$$c = \sqrt{\kappa \frac{RT}{\mu}}$$

($R = 8,31 \text{ J/(mol K)}$ az univerzális gázállandó, T a hőmérséklet (kelvinben), μ a gáz átlagos móltömege kg/mol-ban.)



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

A hangsebesség gázokban

Az előzőekben kapott $c = \sqrt{\kappa p_0 / \rho_0}$ összefüggés az ideális gázok állapotegyenlete, azaz

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

alapján átírható:

$$c = \sqrt{\kappa \frac{RT}{\mu}}$$

($R = 8,31 \text{ J/(mol K)}$ az univerzális gázállandó, T a hőmérséklet (kelvinben), μ a gáz átlagos móltömege kg/mol-ban.)

Hosszú levezetés után egyszerű eredményt kaptunk.
Jegyezzük meg: a fizika alaptörvényeiből ez levezethető volt.



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Két példa

Példa: *Ellenőrizzük, valóban az ismert 330 m/s körüli sebességet kapjuk-e a levegő adatainak felhasználásával!*



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Két példa

Példa: Ellenőrizzük, valóban az ismert 330 m/s körüli sebességet kapjuk-e a levegő adatainak felhasználásával!

Megoldás: A levegő adatai: $\kappa = 1,4$, $\mu = 29 \text{ g/mol} = 0,029 \text{ kg/mol}$.
 $T = 273 \text{ K}$ esetén:

$$c = \sqrt{1,4 \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{0,029}} = 330,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Két példa

Példa: Ellenőrizzük, valóban az ismert 330 m/s körüli sebességet kapjuk-e a levegő adatainak felhasználásával!

Megoldás: A levegő adatai: $\kappa = 1,4$, $\mu = 29 \text{ g/mol} = 0,029 \text{ kg/mol}$.
 $T = 273 \text{ K}$ esetén:

$$c = \sqrt{1,4 \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{0,029}} = 330,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Példa: Mekkora a hang terjedési sebessége 273 K-en tiszta H_2 gázban? A hidrogéngáz esetén $\kappa = 1,4$ és $\mu = 2 \text{ g/mol}$ értékekkel számolhatunk.



A hang terjedése
gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Két példa

Példa: Ellenőrizzük, valóban az ismert 330 m/s körüli sebességet kapjuk-e a levegő adatainak felhasználásával!

Megoldás: A levegő adatai: $\kappa = 1,4$, $\mu = 29 \text{ g/mol} = 0,029 \text{ kg/mol}$.
 $T = 273 \text{ K}$ esetén:

$$c = \sqrt{1,4 \cdot \frac{8,31 \cdot 273}{0,029}} = 330,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Példa: Mekkora a hang terjedési sebessége 273 K-en tiszta H_2 gázban? A hidrogéngáz esetén $\kappa = 1,4$ és $\mu = 2 \text{ g/mol}$ értékekkel számolhatunk.

Megoldás: Egyszerű behelyettesítéssel $c = 1260 \text{ m/s}$ adódik, ami a hidrogéngázban mért értékkel megegyezik.



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- A hangsebesség gázokban
- Érdekességek

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Még egy példa

Példa: *Hány százalékkal terjed gyorsabban a hang a nyári, 30°C -os melegben, mint a téli -20°C -os hidegben?*



A hang terjedése
gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- **A hangsebesség gázokban**
- Érdekességek

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Még egy példa

Példa: *Hány százalékkal terjed gyorsabban a hang a nyári, 30°C-os melegben, mint a téli –20°C-os hidegben?*

Megoldás: Ha csak a hőmérséklet-különbségek okoznak változást, akkor a hangsebességek aránya:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\sqrt{\kappa \frac{RT_2}{\mu}}}{\sqrt{\kappa \frac{RT_1}{\mu}}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{303}{253}} = 1,09$$

A nyári melegben tehát kb. 9%-kal terjed gyorsabban a hang, mint a téli hidegben.



A hang terjedése gázokban

- Bevezetés
- Egyszerűsítések
- Jelölések
- Alapvető összefüggések
- A gágrétegek mozgásegyenlete
- Kapcsolat a térfogat és a nyomás között
- A hullámegyenlet
- A hangsebesség gázokban
- **Érdekességek**

A harmonikus hanghullám leírása

Hang terjedése folyadékokban

Hullámok terjedése szilárd testekben

Érdekességek

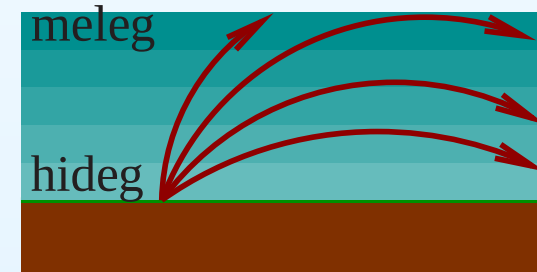
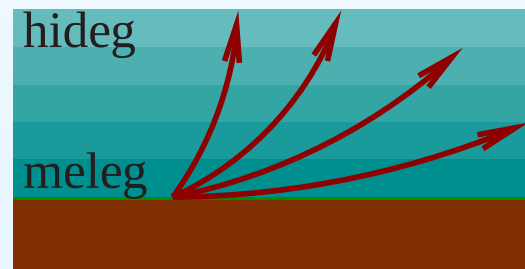
A hangsebesség hőmérsékletfüggése érdekes jelenségeket okoz.

Töréstörvény: (hullámtan)

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}}$$

A hang tehát eltér irányától, ha nem merőlegesen érkezik egy határra, ahol a hőmérséklet megváltozik.

Ez szabad téren sokszor jelentkező hatás.



Emiatt lehet, hogy egy vonat zakatolása 500 m-ről alig, 2 km-ről jól hallható. Ezért változik, mennyire hangosan hallatszik a magasan repülő repülő hangja, stb.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

A harmonikus hanghullám leírása



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

● Alapvető
összefüggések

- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Alapvető összefüggések

Harmonikus hullám esetén:

$$\xi(x, t) = \xi_m \sin(kx - \omega t),$$

ahol $k = 2\pi/\lambda$ a hullámszám, ω a körfrekvencia.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

● Alapvető
összefüggések

- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Alapvető összefüggések

Harmonikus hullám esetén:

$$\xi(x, t) = \xi_m \sin(kx - \omega t),$$

ahol $k = 2\pi/\lambda$ a hullámszám, ω a körfrekvencia.

A gágrétegek sebessége:

$$v(x, t) = \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} = -\xi_m \omega \cos(kx - \omega t)$$

ebből a sebesség amplitúdója: $v_m = \xi_m \omega$.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

● Alapvető
összefüggések

- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Alapvető összefüggések

Harmonikus hullám esetén:

$$\xi(x, t) = \xi_m \sin(kx - \omega t),$$

ahol $k = 2\pi/\lambda$ a hullámszám, ω a körfrekvencia.

A gágrétegek sebessége:

$$v(x, t) = \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} = -\xi_m \omega \cos(kx - \omega t)$$

ebből a sebesség amplitúdója: $v_m = \xi_m \omega$.

A gyorsulás:

$$a(x, t) = \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} = -\xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t)$$

A gázréteg mozgásegyenlete

Fentebb levezettük, hogy $\varrho a(x,t) = -\partial p / \partial x$, ezért:

$$\varrho \left(-\xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t) \right) = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Normál hang esetén $\varrho \approx \varrho_0$, ezért

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \varrho_0 \xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t)$$

A gázréteg mozgásegyenlete

Fentebb levezettük, hogy $\varrho a(x,t) = -\partial p / \partial x$, ezért:

$$\varrho \left(-\xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t) \right) = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Normál hang esetén $\varrho \approx \varrho_0$, ezért

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \varrho_0 \xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t)$$

Ennek mindkét oldalát x szerint integrálva:

$$p(x,t) = p_0 - \varrho_0 \xi_m \omega^2 \frac{1}{k} \cos(kx - \omega t) = p_0 - \varrho_0 c \xi_m \omega \cos(kx - \omega t).$$

($k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ és $c = f\lambda$ felhasználásával.)

A gázréteg mozgásegyenlete

Fentebb levezettük, hogy $\varrho a(x,t) = -\partial p / \partial x$, ezért:

$$\varrho \left(-\xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t) \right) = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

Normál hang esetén $\varrho \approx \varrho_0$, ezért

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \varrho_0 \xi_m \omega^2 \sin(kx - \omega t)$$

Ennek mindkét oldalát x szerint integrálva:

$$p(x,t) = p_0 - \varrho_0 \xi_m \omega^2 \frac{1}{k} \cos(kx - \omega t) = p_0 - \varrho_0 c \xi_m \omega \cos(kx - \omega t).$$

($k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ és $c = f\lambda$ felhasználásával.)

A harmonikus nyomásingadozások amplitúdója: $p_m = \varrho_0 c \xi_m \omega$.

A hang energiája

Gágrétegek: harmonikus rezgőmozgás. A korábban tanultak szerint egy rétegben tárolt energia:

$$E = \frac{1}{2} \Delta m v_m^2 = \frac{1}{2} A \Delta x_0 \rho_0 v_m^2$$

Energiasűrűség:

$$e = \frac{E}{V} = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2$$

A hang energiája

Gágrétegek: harmonikus rezgőmozgás. A korábban tanultak szerint egy rétegben tárolt energia:

$$E = \frac{1}{2} \Delta m v_m^2 = \frac{1}{2} A \Delta x_0 \rho_0 v_m^2$$

Energiasűrűség:

$$e = \frac{E}{V} = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2$$

Ez c sebességgel terjed. Egy A nagyságú, a terjedési irányra merőleges felületre Δt alatt $Ac\Delta t$ térfogatú tartományból érkezik az e energiasűrűségű energia:

$$\Delta E = e \cdot Ac\Delta t = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2 \cdot Ac\Delta t$$

A hang energiája

Gágrétegek: harmonikus rezgőmozgás. A korábban tanultak szerint egy rétegben tárolt energia:

$$E = \frac{1}{2} \Delta m v_m^2 = \frac{1}{2} A \Delta x_0 \rho_0 v_m^2$$

Energiasűrűség:

$$e = \frac{E}{V} = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2$$

Ez c sebességgel terjed. Egy A nagyságú, a terjedési irányra merőleges felületre Δt alatt $Ac\Delta t$ térfogatú tartományból érkezik az e energiasűrűségű energia:

$$\Delta E = e \cdot Ac\Delta t = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2 \cdot Ac\Delta t$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2 \cdot Ac$$

A hang energiája

Gágrétegek: harmonikus rezgőmozgás. A korábban tanultak szerint egy rétegben tárolt energia:

$$E = \frac{1}{2} \Delta m v_m^2 = \frac{1}{2} A \Delta x_0 \rho_0 v_m^2$$

Energiasűrűség:

$$e = \frac{E}{V} = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2$$

Ez c sebességgel terjed. Egy A nagyságú, a terjedési irányra merőleges felületre Δt alatt $Ac\Delta t$ térfogatú tartományból érkezik az e energiasűrűségű energia:

$$\Delta E = e \cdot Ac\Delta t = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2 \cdot Ac\Delta t$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho_0 v_m^2 \cdot Ac$$

$$I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} c \rho_0 v_m^2 \quad (= ec)$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- **Összefoglalás**
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Összefoglalás

A hangról levezetett ismeretek összefoglalása.

Hullámgönyelet:

$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- **Összefoglalás**
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Összefoglalás

A hangról levezetett ismeretek összefoglalása.

Hullámegyenlet:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

Hangsebesség:
$$c = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{\mu}}$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- **Összefoglalás**
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Összefoglalás

A hangról levezetett ismeretek összefoglalása.

Hullámegyenlet:
$$\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}$$

Hangsebesség:
$$c = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{\mu}}$$

Harmonikus hanghullám esetén pedig a levegő egyes darabjai harmonikus rezgőmozgást végeznek

ξ_m amplitúdóval, ω körfrekvenciával,

$v_m = \xi_m \omega$ sebességamplitúdóval,

$p_m = \rho_0 c \xi_m \omega$ nyomás-amplitúdóval.

A hangintenzitás: $I = (1/2) c \rho_0 v_m^2 = (1/2) p_m^2 / (\rho_0 c)$.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- **Az akusztikus impedancia**
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Az akusztikus impedancia

Akusztikus impedancia: $Z = \rho_0 c$.

Az előző összefüggések így kicsit egyszerűbbek lesznek:

$$p_m = Z \xi_m \omega = Z v_m \quad I = \frac{1}{2} Z v_m^2 = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{Z}$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- **Az akusztikus impedancia**
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Az akusztikus impedancia

Akusztikus impedancia: $Z = \rho_0 c$.

Az előző összefüggések így kicsit egyszerűbbek lesznek:

$$p_m = Z \xi_m \omega = Z v_m \quad I = \frac{1}{2} Z v_m^2 = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{Z}$$

Néhány gáz adatai:

Anyag	c [m/s]	ρ [kg/m ³]	Z [kg/(m ² s)]
levegő (0°C)	332	1,29	428
levegő (20°C)	344	1,21	416
levegő (40°C)	355	1,13	400
H ₂ (0°C)	1284	0,089	114
CO ₂ (0°C)	259	1,96	507
vízgőz (100°C)	405	0,6	243



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Egy példa

Példa: Számoljuk ki egy 80 dB-es, 1000 Hz frekvenciájú hang levegőbeli terjedése során fellépő elmozdulás, sebesség és nyomásamplitúdók nagyságát, ha a hőmérséklet 273 K!



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Egy példa

Példa: Számoljuk ki egy 80 dB-es, 1000 Hz frekvenciájú hang levegőbeli terjedése során fellépő elmozdulás, sebesség és nyomásamplitúdók nagyságát, ha a hőmérséklet 273 K!

Megoldás: $Z = \rho_0 c = 428 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s}).$

A 80 dB-es hang intenzitása: $I = I_0 \cdot 10^{80/10} = 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2.$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Egy példa

Példa: Számoljuk ki egy 80 dB-es, 1000 Hz frekvenciájú hang levegőbeli terjedése során fellépő elmozdulás, sebesség és nyomásamplitúdók nagyságát, ha a hőmérséklet 273 K!

Megoldás: $Z = \rho_0 c = 428 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{s})$.

A 80 dB-es hang intenzitása: $I = I_0 \cdot 10^{80/10} = 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2$.

$$I = \frac{1}{2} Z v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2I}{Z}} = 6,88 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- **Az akusztikus impedancia**
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Egy példa

Példa: Számoljuk ki egy 80 dB-es, 1000 Hz frekvenciájú hang levegőbeli terjedése során fellépő elmozdulás, sebesség és nyomásamplitúdók nagyságát, ha a hőmérséklet 273 K!

Megoldás: $Z = \rho_0 c = 428 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{ s})$.

A 80 dB-es hang intenzitása: $I = I_0 \cdot 10^{80/10} = 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2$.

$$I = \frac{1}{2} Z v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2I}{Z}} = 6,88 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{Z} \Rightarrow p_m = \sqrt{2IZ} = 0,29 \text{ Pa}$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Egy példa

Példa: Számoljuk ki egy 80 dB-es, 1000 Hz frekvenciájú hang levegőbeli terjedése során fellépő elmozdulás, sebesség és nyomásamplitúdók nagyságát, ha a hőmérséklet 273 K!

Megoldás: $Z = \rho_0 c = 428 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{s})$.

A 80 dB-es hang intenzitása: $I = I_0 \cdot 10^{80/10} = 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2$.

$$I = \frac{1}{2} Z v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2I}{Z}} = 6,88 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{Z} \Rightarrow p_m = \sqrt{2IZ} = 0,29 \text{ Pa}$$

$$v_m = \xi_m \omega \Rightarrow \xi_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{v_m}{2\pi f} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia
- Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Egy példa

Példa: Számoljuk ki egy 80 dB-es, 1000 Hz frekvenciájú hang levegőbeli terjedése során fellépő elmozdulás, sebesség és nyomásamplitúdók nagyságát, ha a hőmérséklet 273 K!

Megoldás: $Z = \rho_0 c = 428 \text{ kg}/(\text{m}^2 \text{s})$.

A 80 dB-es hang intenzitása: $I = I_0 \cdot 10^{80/10} = 10^{-4} \text{ W}/\text{m}^2$.

$$I = \frac{1}{2} Z v_m^2 \Rightarrow v_m = \sqrt{\frac{2I}{Z}} = 6,88 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{Z} \Rightarrow p_m = \sqrt{2IZ} = 0,29 \text{ Pa}$$

$$v_m = \xi_m \omega \Rightarrow \xi_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{v_m}{2\pi f} = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Érdekes, milyen kicsi változásokat okoz ez az erősen hallható hang.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gágréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia

• Érdekesség

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Érdekesség

Az erős hangok által okozott elmozdulások is kicsik.

Kivétel: erős, de mély hangok esete. Például egy 110 dB-es, 20 Hz-es hang esetén a levegőrészek elmozdulása több, mint 0,1 mm. Ezt 60 fonosnak érezzük, tehát közepesen erős.

A 0,1 mm-es változás viszont érzékelhető pl. a bőr felszínén. Ekkor érezhető is a hang.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

- Alapvető összefüggések
- A gázréteg mozgásegyenlete
- A hang energiája
- Összefoglalás
- Az akusztikus impedancia

• **Érdekesség**

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

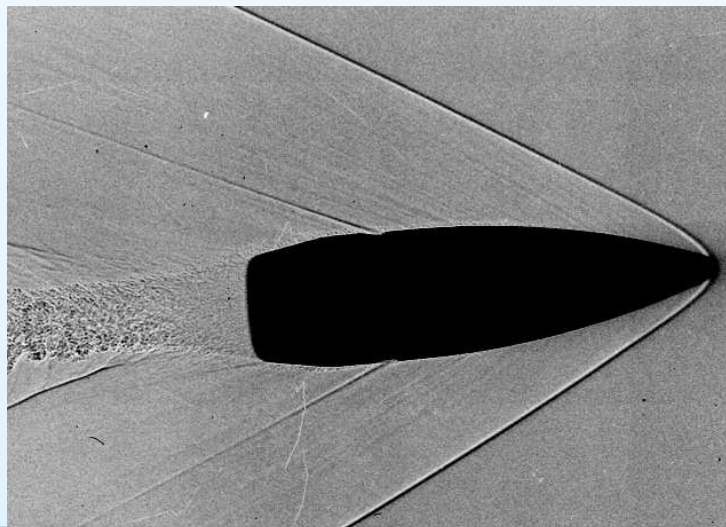
Érdekesség

Az erős hangok által okozott elmozdulások is kicsik.

Kivétel: erős, de mély hangok esete. Például egy 110 dB-es, 20 Hz-es hang esetén a levegőrészek elmozdulása több, mint 0,1 mm. Ezt 60 fonosnak érezzük, tehát közepesen erős.

A 0,1 mm-es változás viszont érzékelhető pl. a bőr felszínén. Ekkor érezhető is a hang.

Gyorsan mozgó testek körül vagy robbanáskor erős lökeshullámok keletkezhetnek, melyek akár fényképezhetők is.





A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

- Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Hang terjedése folyadékokban



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

● Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

Hang terjedése folyadékokban

A gázokhoz hasonlóan a hang itt is csak longitudinális lehet.

(A folyadék rétegek egymáson való elcsúszása nem eredményez rugalmas erőt.)

A leírás nagyon hasonlít a gázok esetére.

Eredmény: a hangsebesség a folyadék κ kompresszibilitásával kapcsolatos:

$$c_f = \sqrt{1/(\kappa \rho_0)}$$

Néhány folyadék adatai:

Anyag		c [m/s]	ρ [kg/m ³]	Z [kg/(m ² s)]
víz	(0°C)	1410	999	$1,41 \cdot 10^6$
víz	(20°C)	1480	998	$1,48 \cdot 10^6$
tengervíz	(13°C)	1500	1026	$1,54 \cdot 10^6$
glicerín	(20°C)	1923	1260	$2,42 \cdot 10^6$
benzin	(20°C)	1170	750	$8,8 \cdot 10^5$



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

**Hullámok terjedése
szilárd testekben**

- Bevezetés
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paraméterei
- Hajlítási hullámok

Hullámok terjedése szilárd testekben



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- **Bevezetés**
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paraméterei
- Hajlítási hullámok

Bevezetés

A folyadékok és gázok esetétől eltérően szilárd testekben transzverzális hullámok is terjedhetnek.
(Felléphetnek nyíróerők is.)



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- **Bevezetés**
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paraméterei
- Hajlítási hullámok

Bevezetés

A folyadékok és gázok esetétől eltérően szilárd testekben transzverzális hullámok is terjedhetnek.
(Felléphetnek nyíróerők is.)

A jelenséget bonyolulttá teszi, hogy a kereszt- és hosszirányú relatív méretváltozások összekapcsolódnak: egy nyújtott rúd keresztmetszete csökken.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- **Bevezetés**
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különböző anyagok hullámterjedési paraméterei
- Hajlítási hullámok

Bevezetés

A folyadékok és gázok esetétől eltérően szilárd testekben transzverzális hullámok is terjedhetnek.
(Felléphetnek nyíróerők is.)

A jelenséget bonyolulttá teszi, hogy a kereszt- és hosszirányú relatív méretváltozások összekapcsolódnak: egy nyújtott rúd keresztmetszete csökken.

Ha a rúd kezdeti hossza l_0 , keresztirányú mérete pedig d_0 , akkor a vizsgálatok szerint a relatív keresztirányú és hosszirányú méretváltozás aránya egy adott anyag esetén állandó μ érték:

$$\frac{\Delta d}{d_0} = -\mu \frac{\Delta l}{l_0}$$

μ mindig 0 és 0,5 közé esik, de a legtöbb anyag esetén 0,25 és 0,4 közé.

Elnevezés: **Poisson-szám**.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- Bevezetés
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paraméterei
- Hajlítási hullámok

...

A nyújtáskor fellépő rugalmas erőket a Hooke-törvény adja meg:

$$F = A \cdot E \frac{\Delta l}{l_0}$$

ahol A a test keresztmetszetének nagysága, E a **Young-modulusz** nevű anyagi állandó.



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- Bevezetés
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paraméterei
- Hajlítási hullámok

...

A nyújtáskor fellépő rugalmas erőket a Hooke-törvény adja meg:

$$F = A \cdot E \frac{\Delta l}{l_0}$$

ahol A a test keresztmetszetének nagysága, E a **Young-modulusz** nevű anyagi állandó.

Az egyszerű (homogén és izotrop) anyagok rugalmasság szempontjából ezzel a két rugalmas állandóval jellemezhetők:

- E : Young-modulusz
- μ : Poisson-szám

Nem homogén és izotrop anyag esetén ezek hely- és irányfüggőek (és még speciális jelenségek is fellépnek), de ilyen esettel nem foglalkozunk.

Hullámok nagyméretű szilárd testekben

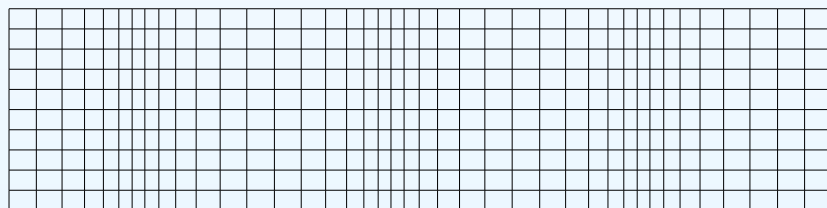
Amennyiben a test minden mérete sokkal nagyobb a vizsgált hullám hullámhosszánál, a test tehetetlenségénél fogva nem engedi, hogy a keresztirányú méretváltozások lényeges hatást okozzanak.

Hullámok nagyméretű szilárd testekben

Amennyiben a test minden mérete sokkal nagyobb a vizsgált hullám hullámhosszánál, a test tehetetlenségénél fogva nem engedi, hogy a keresztirányú méretváltozások lényeges hatást okozzanak.

Ekkor a klasszikus longitudinális és transzverzális hullámok terjedhetnek:

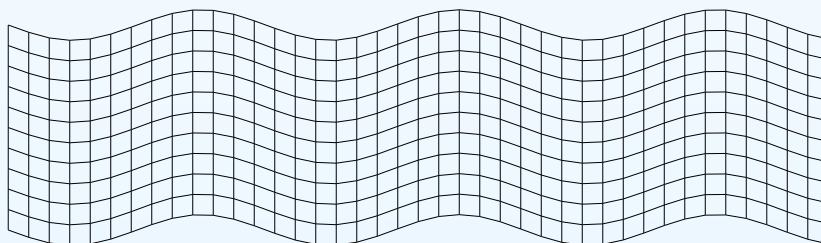
longitudinális hullám



$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \sqrt{\frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}}$$

ρ_0 a test anyagának sűrűsége.

transzverzális hullám

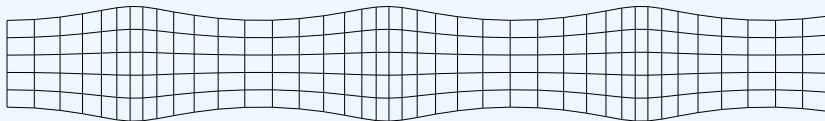


$$c_t = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} \sqrt{\frac{1}{2(1+\mu)}}$$

Hullámok véges méretű szilárd testekben

Speciális jelenségek lépnek fel, ha a közeg terjedési irányra merőleges méretei kisebbek a hullámhossznál. Ekkor ugyanis a hossz- és keresztirányú deformációk összekapcsolódása kevert longitudinális-transzverzális hullámot okoz.

tágulási hullám
(vékony rúd esete)

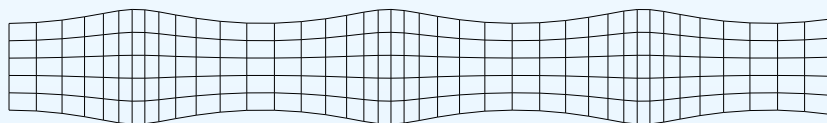


$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$$

Hullámok véges méretű szilárd testekben

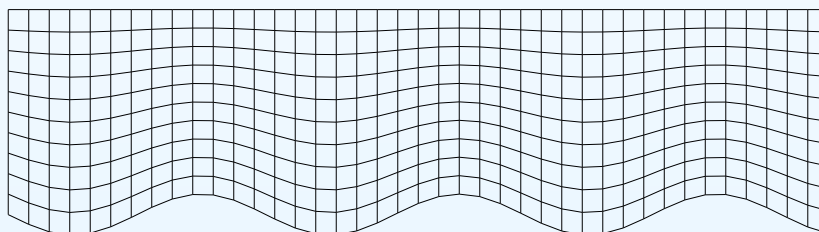
Speciális jelenségek lépnek fel, ha a közeg terjedési irányra merőleges méretei kisebbek a hullámhossznál. Ekkor ugyanis a hossz- és keresztirányú deformációk összekapcsolódása kevert longitudinális-transzverzális hullámot okoz.

tágulási hullám
(vékony rúd esete)



$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$$

Rayleigh-hullám
(nagy test felszíni hullámai)



$$c_R = c_t \frac{0,87 + 1,12\mu}{1 + \mu}$$



A hang terjedése
gázokban

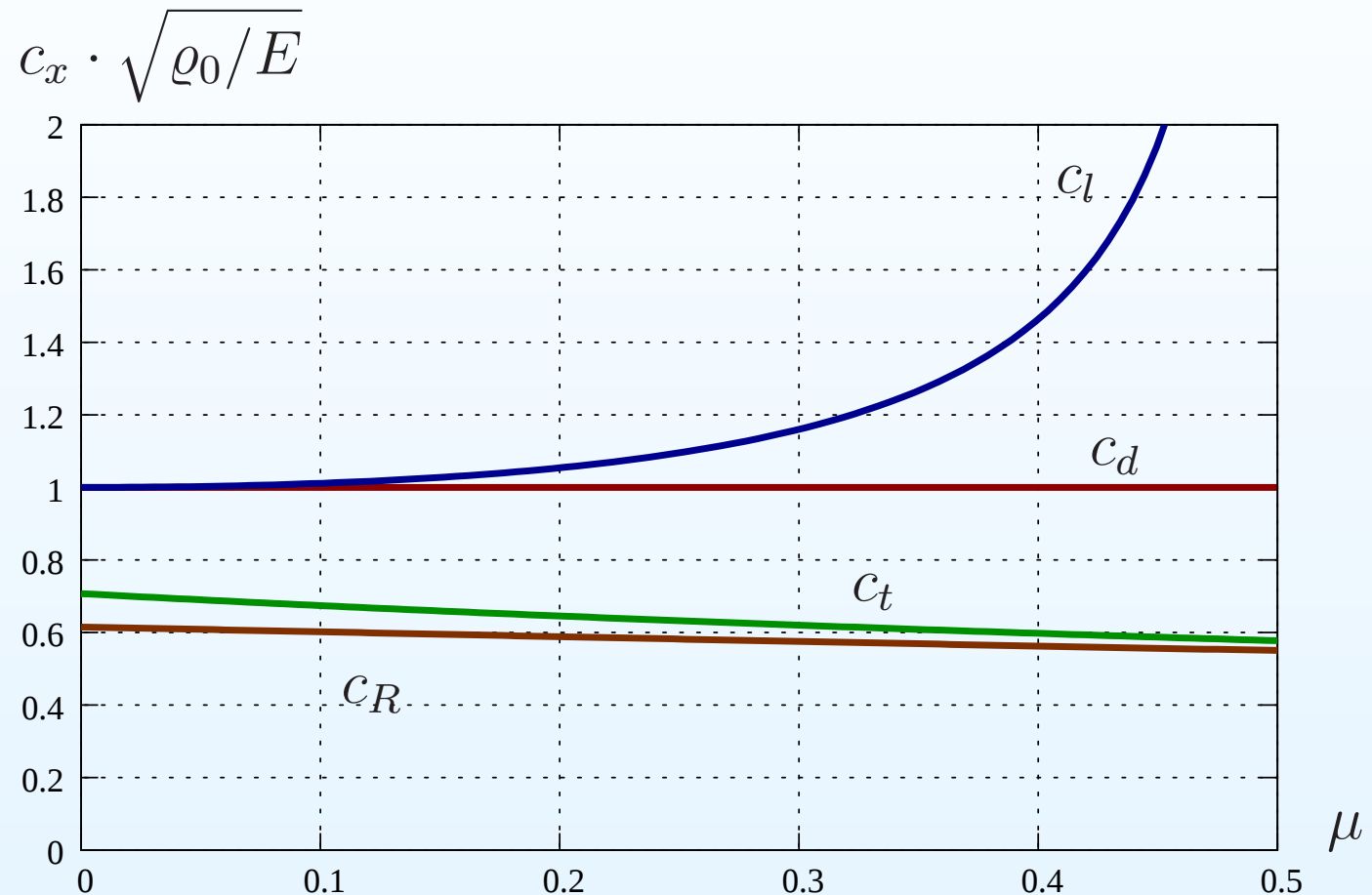
A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- Bevezetés
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paramétere
- Hajlítási hullámok

Hullámterjedési sebességek viszonya





A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- Bevezetés
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paramétere
- Hajlítási hullámok

Különféle anyagok hullámterjedési paramétere

Anyag	c_l [m/s]	c_d [m/s]	c_t [m/s]	ρ [kg/m ³]	μ
acél	6100	5050	3200	7800	0,28
alumínium	6300	5100	3080	2700	0,34
ólom	2200	1200	700	11400	0,44
vörösréz	4650	3650	2260	0,35	
ablaküveg	5700	5300	3400	2500	0,22
bazalt	5900	5080	3140	2720	0,31
beton	–	3100	–	2500	–
fenyőfa	–	5300	–	360	–
gipszkarton	–	2000	–	800	–
márvány	6200	5340	3300	2660	0,31
parafa	–	500	–	200	–
porcelán	5340	4880	3120	2400	0,23
vörösfenyő	–	4200	–	360	–



A hang terjedése
gázokban

A harmonikus
hanghullám leírása

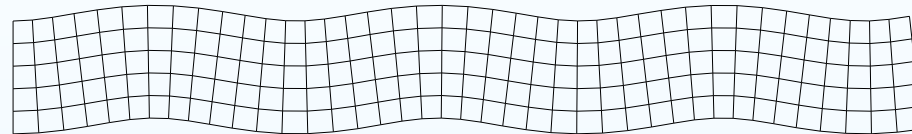
Hang terjedése
folyadékokban

Hullámok terjedése
szilárd testekben

- Bevezetés
- Hullámok nagyméretű szilárd testekben
- Hullámok véges méretű szilárd testekben
- Hullámterjedési sebességek viszonya
- Különféle anyagok hullámterjedési paraméterei
- **Hajlítási hullámok**

Hajlítási hullámok

Vékony rétegek (lemezek, falak) vastagságban együttes hullámzása.



Érdekesség: a terjedési sebesség a frekvenciától is függ:

$$c_h = \sqrt[4]{\frac{1}{3(1 - \mu^2)}} \sqrt{\pi f d c_d}$$