

A hőátadás módjai

A hősugárzás

Horváth András
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. szeptember 29.



Bevezetés

- Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Bevezetés



Bevezetés

● **Bevezetés**

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Bevezetés

Sugárzásos hőáramlás: a vizsgált testek közt elektromágneses hullámok által közvetített hőcsere valósul meg.



Bevezetés

● Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Bevezetés

Sugárzásos hőáramlás: a vizsgált testek közt elektromágneses hullámok által közvetített hőcsere valósul meg.

Két folyamat zajlik párhuzamosan minden test felületén:

- kibocsátás (emisszió)
- elnyelődés (abszorpció)

Egyensúlyban ezek kiegyenlítik egymást, de külön-külön igen jelentős teljesítményt jelentenek.



Bevezetés

● **Bevezetés**

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Bevezetés

Sugárzásos hőáramlás: a vizsgált testek közt elektromágneses hullámok által közvetített hőcsere valósul meg.

Két folyamat zajlik párhuzamosan minden test felületén:

- **kibocsátás (emisszió)**
- **elnyelődés (abszorpció)**

Egyensúlyban ezek kiegyenlítik egymást, de külön-külön igen jelentős teljesítményt jelentenek.

A mikroszkopikus magyarázatra még visszatérünk az atomfizikáról szóló részben.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Az abszolút fekete test sugárzása



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Az abszolút fekete test

Egy tárgyról felénk irányuló elektromágneses hullámok egy része magából a testből származik, másik része a testre külső forrásból ráeső és onnan visszaverődő sugárzás.

A visszavert sugárzás akkor nem zavar, ha a test elnyeli azokat:
Abszolút fekete test: olyan test, mely a ráeső elektromágneses hullámokból semmit sem ver vissza.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Az abszolút fekete test

Egy tárgyról felénk irányuló elektromágneses hullámok egy része magából a testből származik, másik része a testre külső forrásból ráeső és onnan visszaverődő sugárzás.

A visszavert sugárzás akkor nem zavar, ha a test elnyeli azokat:
Abszolút fekete test: olyan test, mely a ráeső elektromágneses hullámokból semmit sem ver vissza.

Ezt a gyakorlatban csak közelítő értelemben tudjuk megvalósítani.
Jó közelítéssel ilyen a csillagok és a Nap színeképe is.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Az abszolút fekete test sugárzása

A kísérletek és az elmélet szerint egy T hőmérsékletű, sík, abszolút fekete lap hőmérsékleti sugárzásának hullámhossz-függése az alábbi függvénnyel jellemezhető:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

ahol $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, az úgynevezett **Planck-állandó**, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, a **Boltzmann-állandó**, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s a fény sebessége vákuumban, λ pedig a hullámhossz.

$u(\lambda, T)$: **spektrális intenzitás**: λ és $\lambda + d\lambda$ között a sugárzási intenzitás $u(\lambda, T)d\lambda$.



Bevezetés

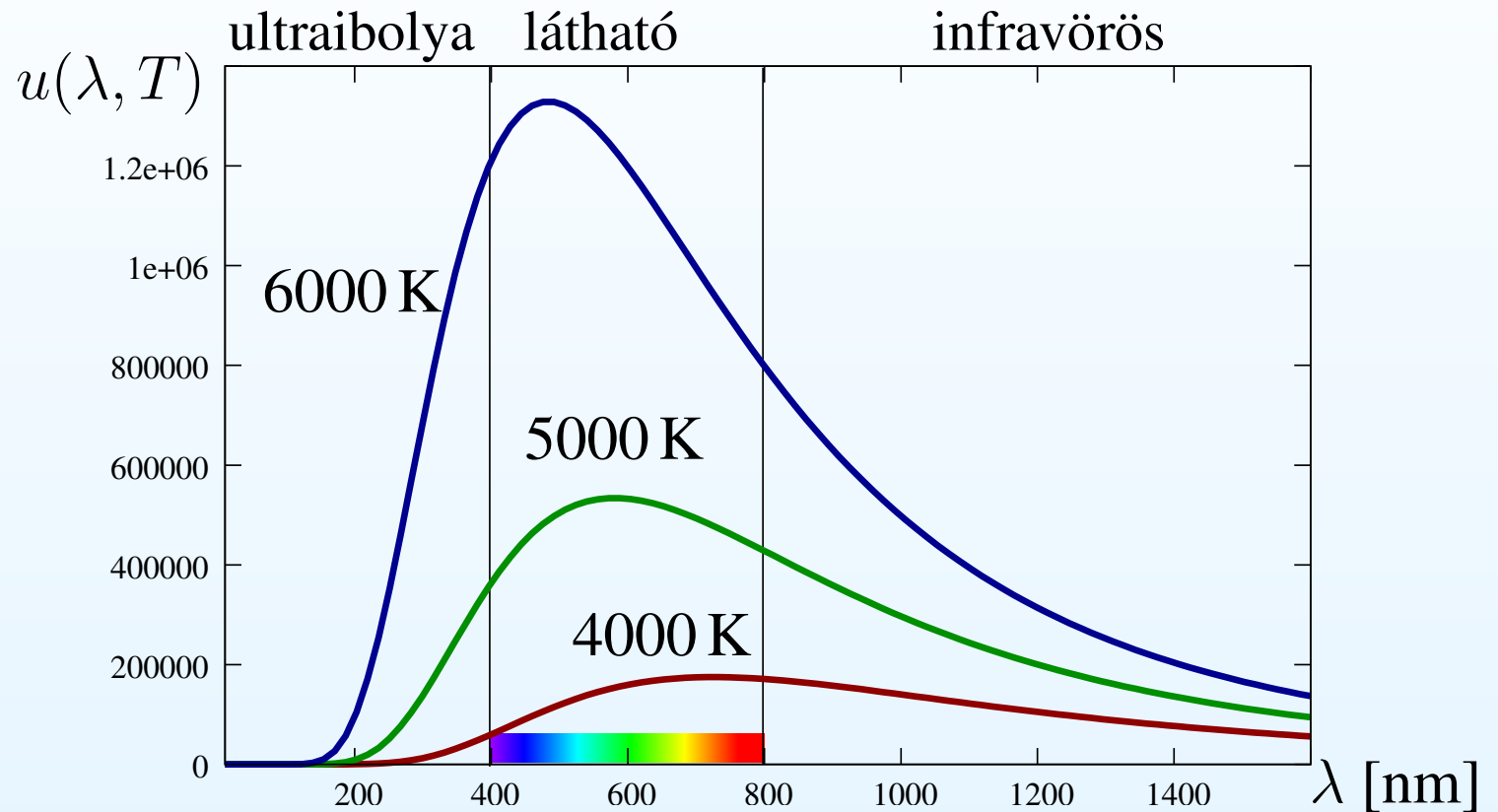
Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Az abszolút fekete test sugárzása tehát **folytonos**.



Látszik, hogy a maximumok szisztematikusan eltolódnak és a görbe alatti terület növekszik, ha T nő.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

A Wien-féle eltolódási törvény

A számítások szerint a spektrális intenzitás maximuma olyan λ_m hullámhossznál van, melyre

$$T \lambda_m = 0,0029 \text{ Km}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

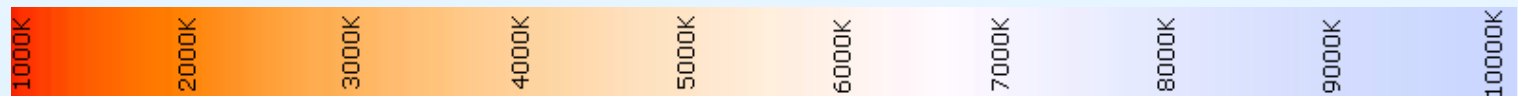
Testek lehűlése sugárzás útján

A Wien-féle eltolódási törvény

A számítások szerint a spektrális intenzitás maximuma olyan λ_m hullámhossznál van, melyre

$$T \lambda_m = 0,0029 \text{ Km}$$

- Szobahőmérsékletű testek: a maximum az infravörös tartományban van: semmit nem látunk.
- 500°C körül a maximum megközelíti a látható tartományt: mélyvörös izzást észlelünk.
- 2000 K körül: a sugárzás jelentős része beleesik a látható tartományba: narancssárga színt látunk.
- 5000 K körül: a látható tartomány közepére esik a maximum: fehér fényt látunk.





Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

A Stefan-Boltzmann törvény

Egy T hőmérsékletű abszolút fekete test által az összes hullámhosszon kisugárzott teljes hőáram-sűrűség:

$$J = \sigma T^4$$

ahol

$$\sigma = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

az úgynevezett **Stefan-Boltzmann-állandó**.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

A Stefan-Boltzmann törvény

Egy T hőmérsékletű abszolút fekete test által az összes hullámhosszon kisugárzott teljes hőáram-sűrűség:

$$J = \sigma T^4$$

ahol

$$\sigma = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

az úgynevezett **Stefan-Boltzmann-állandó**.

A melegebb testek sokkal erősebben sugároznak.





Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: A Nap átmérője a Földről $0,5$ fok alatt látszik. Mérésekből azt is tudjuk, hogy a napsugárzás hőáram-sűrűsége a Föld felszínén 1368 W/m^2 .

Feltételezve, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz, becsülje meg ezen adatok alapján a Nap felszíni hőmérsékletét!



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: A Nap átmérője a Földről $0,5$ fok alatt látszik. Mérésekből azt is tudjuk, hogy a napsugárzás hőáram-sűrűsége a Föld felszínén 1368 W/m^2 .

Feltételezve, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz, becsülje meg ezen adatok alapján a Nap felszíni hőmérsékletét!

Megoldás: Legyen a Nap sugara r_N , a Nap-Föld távolság a .
A Nap felszíne: $A_N = 4\pi r_N^2$. Ez

$$\Phi = \sigma T^4 A_N = \sigma T^4 4\pi r_N^2$$

összes hőárammal bocsátja ki a hőt sugárzás formájában.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: A Nap átmérője a Földről $0,5$ fok alatt látszik. Mérésekből azt is tudjuk, hogy a napsugárzás hőáram-sűrűsége a Föld felszínén 1368 W/m^2 .

Feltételezve, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz, becsülje meg ezen adatok alapján a Nap felszíni hőmérsékletét!

Megoldás: Legyen a Nap sugara r_N , a Nap-Föld távolság a .
A Nap felszíne: $A_N = 4\pi r_N^2$. Ez

$$\Phi = \sigma T^4 A_N = \sigma T^4 4\pi r_N^2$$

összes hőárammal bocsátja ki a hőt sugárzás formájában.

A hőáram a tér egyenletesen oszlik szét egy képzelt a sugarú gömb felszínén. Tehát a hőáram-sűrűség a Földnél:

$$J = \frac{\Phi}{4\pi a^2} = \sigma T^4 \left(\frac{r_N}{a} \right)^2.$$



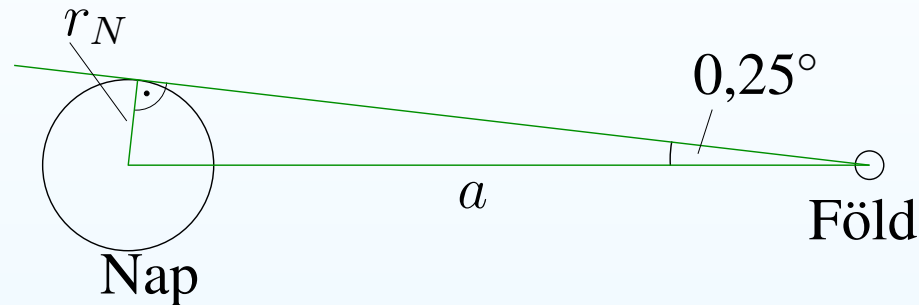
Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

- Az abszolút fekete test
- Az abszolút fekete test sugárzása
- A Wien-féle eltolódási törvény
- A Stefan-Boltzmann törvény

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján



$$\frac{r_N}{a} = \sin 0,25^\circ = 0,00436,$$

így $a/r_N = 229,2$.

Ezt beírva a fenti formulába:

$$T = \sqrt[4]{\frac{1368}{5,67 \cdot 10^{-8}}} \sqrt{229,2} = 5970 \text{ K}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet
sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram
kis hőmérséklet-
különbségek
esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Szürke testek sugárzása



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- **A szürke test fogalma**
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A szürke test fogalma

A valódi testek sosem ideális fekete testek, hanem a sugárzás egy részét visszaverik.

A testek színe abból adódik, hogy a különböző hullámhosszúságú, azaz különböző színű fényeket eltérően verik vissza.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- **A szürke test fogalma**
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A szürke test fogalma

A valódi testek sosem ideális fekete testek, hanem a sugárzás egy részét visszaverik.

A testek színe abból adódik, hogy a különböző hullámhosszúságú, azaz különböző színű fényeket eltérően verik vissza.

Szürke test: a visszaverő képesség független a hullámhossztól.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A szürke test fogalma

A valódi testek sosem ideális fekete testek, hanem a sugárzás egy részét visszaverik.

A testek színe abból adódik, hogy a különböző hullámhosszúságú, azaz különböző színű fényeket eltérően verik vissza.

Szürke test: a visszaverő képesség független a hullámhossztól.

Reflexiós tényező: a ráeső sugárzás intenzitásának hányad részét veri vissza a test:

$$R = \frac{J_v}{J_b},$$

ahol J_v a visszavert, J_b pedig a bejövő hőáram-sűrűség.

A szürke testek a beeső sugárzás R -ed részét visszaverik, $(1 - R)$ -ed részét elnyelik.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- **A Kirchhoff-törvény**
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A Kirchhoff-törvény

A szürke testek sugárzása az azonos hőmérsékletű fekete test sugárzásának $(1 - R)$ -szerese:

$$J = (1 - R)\sigma T^4$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A Kirchhoff-törvény

A szürke testek sugárzása az azonos hőmérsékletű fekete test sugárzásának $(1 - R)$ -szerese:

$$J = (1 - R)\sigma T^4$$

„Sötét” testek ($R \ll 1$): a beeső sugárzás nagy részét elnyelik, és közel olyan intenzíven sugároznak, mint az abszolút fekete test.

„Világos testek” ($R \approx 1$): a beeső sugárzás kis részét nyelik el, de saját sugárzásuk sokkal gyengébb, mint egy fekete testé.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: Egy sötét színű test reflexiós tényezője 0,3, hőmérséklete 20°C . Hány watt teljesítménnyel sugároz négyzetméterenként ez a test?



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: Egy sötét színű test reflexiós tényezője 0,3, hőmérséklete 20°C . Hány watt teljesítménnyel sugároz négyzetméterenként ez a test?

Megoldás: A hőáram-sűrűség:

$$J = (1 - R)\sigma T^4 = 0,7 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} 293^4 = 292,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Az ilyen test minden négyzetmétere majdnem 300 W teljesítménnyel sugároz.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- **A Kirchhoff-törvény**
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: Egy sötét színű test reflexiós tényezője 0,3, hőmérséklete 20°C . Hány watt teljesítménnyel sugároz négyzetméterenként ez a test?

Megoldás: A hőáram-sűrűség:

$$J = (1 - R)\sigma T^4 = 0,7 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} 293^4 = 292,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Az ilyen test minden négyzetmétere majdnem 300 W teljesítménnyel sugároz.

Az érték helyes!

Az ilyen testek azért nem hűlnek le, mert normál körülmények között közel ugyanilyen hőmérsékletű környezet veszi körül őket, ami ugyanilyen intenzív sugárzással pótolja a veszteséget.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A környezet sugárzásának hatása

Homogén környezet hatása: egyensúlyban a hőmérsékletek mindenütt kiegyenlítődnek.

Ezért ha egy testet teljesen körbevesz egy T_k hőmérsékletű környezet, akkor a környezetből ugyanakkora hőáram éri a testet, mint amennyit a test kibocsátana, ha környezetével megegyező hőmérsékletű lenne.

Az elnyelt hőáram-sűrűség ezért:

$$J_e = (1 - R)\sigma T_k^4$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A környezet sugárzásának hatása

Homogén környezet hatása: egyensúlyban a hőmérsékletek mindenütt kiegyenlítődnek.

Ezért ha egy testet teljesen körbevesz egy T_k hőmérsékletű környezet, akkor a környezetből ugyanakkora hőáram éri a testet, mint amennyit a test kibocsátana, ha környezetével megegyező hőmérsékletű lenne.

Az elnyelt hőáram-sűrűség ezért:

$$J_e = (1 - R)\sigma T_k^4$$

A sugárzást és az elnyelődést is számításba véve:

$$J_s = (1 - R)\sigma T^4 - (1 - R)\sigma T_k^4 = (1 - R)\sigma(T^4 - T_k^4)$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási környezet

A sugárzás szempontjából nem a környező levegő számít környezetnek, hanem azok az átlátszatlan tárgyak, melyek a felszíntől látszanak.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási környezet

A sugárzás szempontjából nem a környező levegő számít környezetnek, hanem azok az átlátszatlan tárgyak, melyek a felszíntől látszanak.

Pl. teljesen derült ég közel 0 K-es sugárzási környezet jelent: ekkor a tárgyak sok hőt vesztenek sugárzással.

A felhők ennél magasabb hőmérsékletűek, ezért felhős éjszakán kisebb a lehűlés.

A hideg falak vagy egy hideg környezet felé néző ablak sugárzási hatása is érezhető.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: Egy ablak a 20°C -os szobabelsőt választja el a -20°C -os külvilágtól. Mekkora a hőáram-sűrűség ezen keresztül, ha feltételezzük, hogy az ablak teljesen átereszti a hősugárzást?



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: Egy ablak a 20°C -os szobabelsőt választja el a -20°C -os kültől. Mekkora a hőáram-sűrűség ezen keresztül, ha feltételezzük, hogy az ablak teljesen átterjeszti a hősugárzást?

Megoldás: A fenti egyenlet szerint $R = 0$ esetben (az ablak nem ver vissza semmit):

$$J_s = (1 - 0) \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (293^4 - 253^4) = 185,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Ez igen jelentős hőáram-sűrűség. A valóságban $R \neq 0$, mert függöny van az ablakon és az üveg az infravörös sugárzást részben visszaveri.

A sugárzási veszteség tehát függönnyel és infravörös tartományban nem átlátszó ablaküveggel csökkenthető.



Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet
sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram
kis hőmérséklet-
különbségek
esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Még egy példa

Példa: Egy villanyrezsó platnijának reflexiós tényezője 0,4, átmérője 20 cm, fűtőszálainak maximális teljesítménye $P = 500 \text{ W}$. Mekkora hőmérsékletűre melegszik fel, ha bekapcsolva hagyjuk, de nem tesszünk rá edényt?

Tegyük fel először, hogy a platni csak sugárzás útján veszít hőt, azaz hanyagoljuk el a platni-levegő hőkontaktusból származó veszteséget! A környezet hőmérsékletét vegyük 20°C -osnak.



Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet
sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram
kis hőmérséklet-
különbségek
esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Még egy példa

Példa: Egy villanyrezsó platnijának reflexiós tényezője 0,4, átmérője 20 cm, fűtőszálainak maximális teljesítménye $P = 500 \text{ W}$. Mekkora hőmérsékletűre melegszik fel, ha bekapcsolva hagyjuk, de nem tesszünk rá edényt?

Tegyük fel először, hogy a platni csak sugárzás útján veszít hőt, azaz hanyagoljuk el a platni-levegő hőkontaktusból származó veszteséget! A környezet hőmérsékletét vegyük 20°C -osnak.

Megoldás: Állandósult állapot: a felvett és leadott hőáram-sűrűség megegyezik:

$$\frac{P_{\text{fűtés}}}{A} = J_s$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Még egy példa

Példa: Egy villanyrezsó platnijának reflexiós tényezője 0,4, átmérője 20 cm, fűtőszálainak maximális teljesítménye $P = 500 \text{ W}$. Mekkora hőmérsékletűre melegszik fel, ha bekapcsolva hagyjuk, de nem tesszünk rá edényt?

Tegyünk fel először, hogy a platni csak sugárzás útján veszít hőt, azaz hanyagoljuk el a platni-levegő hőkontaktusból származó veszteséget! A környezet hőmérsékletét vegyük 20°C -osnak.

Megoldás: Állandósult állapot: a felvett és leadott hőáram-sűrűség megegyezik:

$$\frac{P_{\text{fűtés}}}{A} = J_s$$

Esetünkben $P_{\text{fűtés}} = P = 500 \text{ W}$,
 $A = (20 \text{ cm}/2)^2 \pi = 0,0314 \text{ m}^2$. J_s fenti formulája szerint:

$$P = (1 - R)\sigma(T^4 - T_k^4)A,$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

...

Innen a platni egyensúlyi hőmérséklete:

$$T = \sqrt[4]{T_k^4 + \frac{P}{(1-R)\sigma A}} = \sqrt[4]{293^4 + \frac{500}{0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 0,0314}} = 830 \text{ K}$$

A platni tehát üresen kb. 557°C-ig melegszik, ami meglehetősen balesetveszélyes.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Példa: *Becsüljük meg, mennyire volt jogos az előző példában, hogy elhanyagoltuk a platni és a környező levegő hőkontaktusából adódó hőáramot!*

A levegő hőmérsékletét vegyük 20°C -osnak, a hőátadási tényezőt $5\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -nek.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján



Példa: *Becsüljük meg, mennyire volt jogos az előző példában, hogy elhanyagoltuk a platni és a környező levegő hőkontaktusából adódó hőáramot!*

A levegő hőmérsékletét vegyünk 20°C -osnak, a hőátadási tényezőt $5\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -nek.

Megoldás: A hőkontaktusból származó hőáram-sűrűség:

$$\Phi_k = \alpha(T - T_k)A.$$

Az előzőekben kiszámolt T és A értékekkel ez számszerűen:

$$\Phi_k = 84,4\text{ W}.$$

Ez jóval kisebb, mint a fűtőszálak teljesítménye, azaz jogosnak tűnik esetünkben, hogy azt feltételeztük, hogy a hőt elsősorban a hősugárzás szállítja el a platniról.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A pontos megoldás

Példa: *Hogyan lehetne megoldani az előzőekben tárgyalt platni esetét, ha feltételeznénk, hogy $T_k = 20^\circ\text{C}$ hőmérsékletű levegővel való hőkontaktus hatását mégis figyelembe kellene venni egy pontos számításához?*



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A pontos megoldás

Példa: *Hogyan lehetne megoldani az előzőekben tárgyalt platni esetét, ha feltételeznénk, hogy $T_k = 20^\circ\text{C}$ hőmérsékletű levegővel való hőkontaktus hatását mégis figyelembe kellene venni egy pontos számításához?*

Megoldás: A hőkontaktus hatását csatolva:

$$P = J_s A + \Phi_k,$$

azaz

$$P = (1 - R)\sigma(T^4 - T_k^4)A + \alpha(T - T_k)A.$$

Ez negyedfokú egyenlet a T hőmérsékletre, melyet nem tudunk algebrai úton megoldani.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A pontos megoldás

Példa: *Hogyan lehetne megoldani az előzőekben tárgyalt platni esetét, ha feltételeznénk, hogy $T_k = 20^\circ\text{C}$ hőmérsékletű levegővel való hőkontaktus hatását mégis figyelembe kellene venni egy pontos számításához?*

Megoldás: A hőkontaktus hatását csatolva:

$$P = J_s A + \Phi_k,$$

azaz

$$P = (1 - R)\sigma(T^4 - T_k^4)A + \alpha(T - T_k)A.$$

Ez negyedfokú egyenlet a T hőmérsékletre, melyet nem tudunk algebrai úton megoldani.

Sejtés: $T < 830,3\text{ K}$ (a korábbi érték hőkontaktus nélkül).

Közelítő numerikus megoldás: T különböző értékivel próbálgatva.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

..

Rendezzük az előző egyenletet 0-ra:

$$\frac{P}{A} + (1 - R)\sigma(T_k^4 - T^4) - \alpha(T - T_k) = 0,$$

azaz számszerűen:

$$f(T) = 15\,915 - 3,402 \cdot 10^{-8}(7,37 \cdot 10^9 - T^4) - 5(T - 293) = 0.$$

Azt keressük, mikor lesz $f(T) = 0$. Próbálgatással:

T [K]	830	820	810	800	790
$f(T)$ [W/m ²]	-2664	-1850	-1063	-303	430

Látható, hogy a megoldás 790 és 800 K közt van. Becslés:

$$T \approx 795 \text{ K} = 522^\circ\text{C}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- **A sugárzási környezet**
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

..

Rendezzük az előző egyenletet 0-ra:

$$\frac{P}{A} + (1 - R)\sigma(T_k^4 - T^4) - \alpha(T - T_k) = 0,$$

azaz számszerűen:

$$f(T) = 15\,915 - 3,402 \cdot 10^{-8}(7,37 \cdot 10^9 - T^4) - 5(T - 293) = 0.$$

Azt keressük, mikor lesz $f(T) = 0$. Próbálgatással:

T [K]	830	820	810	800	790
$f(T)$ [W/m ²]	-2664	-1850	-1063	-303	430

Látható, hogy a megoldás 790 és 800 K közt van. Becslés:

$$T \approx 795 \text{ K} = 522^\circ\text{C}$$

(Több számolással: $T = 795,9 \text{ K}$.)



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor

$$|(T - T_k)/T_k| \ll 1.$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor $|(T - T_k)/T_k| \ll 1$.

Ekkor egy közelítéssel élhetünk:

$$T^4 - T_k^4 =$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor $|(T - T_k)/T_k| \ll 1$.

Ekkor egy közelítéssel élhetünk:

$$T^4 - T_k^4 = (T^2 - T_k^2)(T^2 + T_k^2) =$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor $|(T - T_k)/T_k| \ll 1$.

Ekkor egy közelítéssel élhetünk:

$$T^4 - T_k^4 = (T^2 - T_k^2)(T^2 + T_k^2) = (T - T_k)(T + T_k)(T^2 + T_k^2) \approx$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- **A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén**
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor $|(T - T_k)/T_k| \ll 1$.

Ekkor egy közelítéssel élhetünk:

$$\begin{aligned} T^4 - T_k^4 &= (T^2 - T_k^2)(T^2 + T_k^2) = (T - T_k)(T + T_k)(T^2 + T_k^2) \approx \\ &\approx (T - T_k)2T_k2T_k^2 = \end{aligned}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor $|(T - T_k)/T_k| \ll 1$.

Ekkor egy közelítéssel élhetünk:

$$\begin{aligned} T^4 - T_k^4 &= (T^2 - T_k^2)(T^2 + T_k^2) = (T - T_k)(T + T_k)(T^2 + T_k^2) \approx \\ &\approx (T - T_k)2T_k2T_k^2 = 4T_k^3(T - T_k) \end{aligned}$$

Így az eredő hőáram-sűrűség:

$$J_s \approx (1 - R)\sigma 4T_k^3(T - T_k)$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- **A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén**
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén

Ha a környezet közel azonos hőmérsékletű a testtel, akkor $|(T - T_k)/T_k| \ll 1$.

Ekkor egy közelítéssel élhetünk:

$$\begin{aligned} T^4 - T_k^4 &= (T^2 - T_k^2)(T^2 + T_k^2) = (T - T_k)(T + T_k)(T^2 + T_k^2) \approx \\ &\approx (T - T_k)2T_k2T_k^2 = 4T_k^3(T - T_k) \end{aligned}$$

Így az eredő hőáram-sűrűség:

$$J_s \approx (1 - R)\sigma 4T_k^3(T - T_k)$$

Sugárzási hőátadási tényező: $\alpha_s = (1 - R)\sigma 4T_k^3$.



Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet
sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram
kis hőmérséklet-
különbségek
esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése
sugárzás útján

Egy példa

Példa: Milyen sugárzási hőátadási tényező van egy 0,5 visszaverési tényezőjű fal és a 0°C -os hőmérsékletű környezete között? Lényeges lehet ez a hatás a szokásos körülmények között?



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

- A szürke test fogalma
- A Kirchhoff-törvény
- A környezet sugárzásának hatása
- A sugárzási környezet
- A sugárzási hőáram kis hőmérséklet-különbségek esetén
- A Föld hőháztartása

Testek lehűlése sugárzás útján

Egy példa

Példa: Milyen sugárzási hőátadási tényező van egy 0,5 visszaverési tényezőjű fal és a 0° C-os hőmérsékletű környezete között? Lényeges lehet ez a hatás a szokásos körülmények között?

Megoldás: A sugárzási hőátadási tényező egyszerű behelyettesítéssel meghatározható:

$$\alpha_s = (1 - R)\sigma 4T_k^3 = (1 - 0,5) \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot 273^3 = 2,31 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}.$$

Ez számottevő, ha figyelembe vesszük, hogy nyugodt levegő és szilárd testek közt a hőátadási tényező 5–10 W/(m²K) közt szokott lenni. A sugárzási kapcsolat a környezettel tehát számottevően emeli a hőátadási tényezőt.

A Föld hőháztartása

A Nap sugárzásának hőáram-sűrűsége a Földnél: $J_N = 1368 \text{ W/m}^2$.

Az r sugarú Földgolyót jó közelítéssel párhuzamosan érik a Nap sugarai: A Föld egy r sugarú kör alakú részből gyűjti be a sugárzást:

$$\Phi_N = J_N r^2 \pi$$

Ennek $(1 - R)$ -szeresét nyeli el.

A Föld hőháztartása

A Nap sugárzásának hőáram-sűrűsége a Földnél: $J_N = 1368 \text{ W/m}^2$.

Az r sugarú Földgolyót jó közelítéssel párhuzamosan érik a Nap sugarai: A Föld egy r sugarú kör alakú részről gyűjti be a sugárzást:

$$\Phi_N = J_N r^2 \pi$$

Ennek $(1 - R)$ -szeresét nyeli el.

A Föld viszont a teljes $4r^2\pi$ nagyságú felületén sugároz $T_k \approx 0$ környezetbe:

$$\Phi_s = (1 - R)\sigma T^4 \cdot 4r^2\pi$$

A Föld hőháztartása

A Nap sugárzásának hőáram-sűrűsége a Földnél: $J_N = 1368 \text{ W/m}^2$.

Az r sugarú Földgolyót jó közelítéssel párhuzamosan érik a Nap sugarai: A Föld egy r sugarú kör alakú részből gyűjti be a sugárzást:

$$\Phi_N = J_N r^2 \pi$$

Ennek $(1 - R)$ -szeresét nyeli el.

A Föld viszont a teljes $4r^2\pi$ nagyságú felületén sugároz $T_k \approx 0$ környezetbe:

$$\Phi_s = (1 - R)\sigma T^4 \cdot 4r^2\pi$$

Egyensúlyban:

$$(1 - R)J_N r^2 \pi = (1 - R)\sigma T^4 \cdot 4r^2 \pi,$$

ahonnan a Föld középfőmérséklete:

$$T = \sqrt[4]{\frac{J_N}{4\sigma}} = 278,7 \text{ K} = 5,7^\circ \text{C}$$

...

Ez nagyságrendileg helyes érték, de a valódi középhőmérséklet ennél kissé nagyobb: az általánosan elfogadott érték 287 K, azaz 14°C.

...

Ez nagyságrendileg helyes érték, de a valódi középhőmérséklet ennél kissé nagyobb: az általánosan elfogadott érték 287 K, azaz 14°C.

Az eltérés az élet szempontjából lényeges!

Az eltérések oka: több elhanyagolásunk, közelítésünk jogtalan volt.

- A Föld hőmérséklet-eloszlása nem homogén.
- A Földre nem igaz a szürke-test közelítés.
Látható- és infravörös tartományban R értéke eltérő és utóbbit már kis koncentrációjú gázok jelentősen befolyásolják. (Üvegház-hatás.)
- Elhanyagoltuk a Föld belsejéből származó hőt is.

A Föld energia-háztartását nehéz pontosan modellezni. 1°C pontosság: az abszolút hőmérsékleti skálán 3 ezrelékes pontosság!

Egyelőre nincs pontos modell a sok kölcsönhatás feltérképezetlensége miatt.



Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

Testek lehűlése
sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés
időbeli lefolyása

Testek lehűlése sugárzás útján



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

● Alapegyenlet

- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

Alapegyenlet

Vegyünk egy testet, melynek felülete A , tömege m , anyagának fajhője c , felszínének reflexiós tényezője R és egy T_k hőmérsékletű környezetben helyezkedik el. Ekkor a test által kisugárzott hőáram:

$$\Phi_{\text{ki}} = (1 - R)\sigma T^4 A,$$

a környezettől felvett pedig:

$$\Phi_{\text{be}} = (1 - R)\sigma T_k^4 A$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

● Alapegyenlet

- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

Alapegyenlet

Vegyünk egy testet, melynek felülete A , tömege m , anyagának fajhője c , felszínének reflexiós tényezője R és egy T_k hőmérsékletű környezetben helyezkedik el. Ekkor a test által kisugárzott hőáram:

$$\Phi_{\text{ki}} = (1 - R)\sigma T^4 A,$$

a környezettől felvett pedig:

$$\Phi_{\text{be}} = (1 - R)\sigma T_k^4 A$$

Eredő energia-mérleg:

$$\frac{dE}{dt} = \Phi_{\text{be}} - \Phi_{\text{ki}} = (1 - R)\sigma A(T_k^4 - T^4).$$

$$cm \frac{dT}{dt} = (1 - R)\sigma A(T_k^4 - T^4).$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet

- **A megoldás menete**

- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

A megoldás menete

Ezt átrendezve:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(1 - R)\sigma A}{cm} (T_k^4 - T^4) = \frac{1}{\tau} \frac{T_k^4 - T^4}{4T_k^3}$$

$$\tau = \frac{cm}{(1 - R)\sigma 4T_k^3 A}$$

jellemzi, milyen gyorsan történik a lehűlés. (Hasonló, mint a korábbi időállandó a Newton-féle lehűlési törvényben.)

Vegyük észre: $\tau = cm/(\alpha_s A)$.

...

Átrendezve:

$$\frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}$$

...

Átrendezve:

$$\frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}$$

Integráljuk ennek mindkét oldalát az idő szerint:

$$\int \frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} dt = \frac{t}{\tau} + C,$$

ahol C egy egyelőre ismeretlen fizikai jelentésű integrációs állandó.

...

Átrendezve:

$$\frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}$$

Integráljuk ennek mindkét oldalát az idő szerint:

$$\int \frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} dt = \frac{t}{\tau} + C,$$

ahol C egy egyelőre ismeretlen fizikai jelentésű integrációs állandó.

Alkalmazzunk helyettesítéses integrálást a bal oldalon:

$$\int \frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} dT = \frac{t}{\tau} + C$$

...

Átrendezve:

$$\frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{\tau}$$

Integráljuk ennek mindkét oldalát az idő szerint:

$$\int \frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} \frac{dT}{dt} dt = \frac{t}{\tau} + C,$$

ahol C egy egyelőre ismeretlen fizikai jelentésű integrációs állandó.

Alkalmazzunk helyettesítéses integrálást a bal oldalon:

$$\int \frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} dT = \frac{t}{\tau} + C$$

Elvégezve az integrálást:

$$\int \frac{4T_k^3}{T_k^4 - T^4} dT = 2 \operatorname{arctg} \frac{T}{T_k} - \ln \frac{T - T_k}{T + T_k}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

Az előzőek szerint:

$$2\arctg \frac{T}{T_k} - \ln \frac{T - T_k}{T + T_k} = \frac{t}{\tau} + C$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

Az előzőek szerint:

$$2\arctg \frac{T}{T_k} - \ln \frac{T - T_k}{T + T_k} = \frac{t}{\tau} + C$$

$t = 0$ -kor:

$$2\arctg \frac{T_0}{T_k} - \ln \frac{T_0 - T_k}{T_0 + T_k} = C$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

Az előzőek szerint:

$$2\arctg \frac{T}{T_k} - \ln \frac{T - T_k}{T + T_k} = \frac{t}{\tau} + C$$

$t = 0$ -kor:

$$2\arctg \frac{T_0}{T_k} - \ln \frac{T_0 - T_k}{T_0 + T_k} = C$$

Sajnos a fenti egyenletből nem lehet egyenletrendezéssel kifejezni T -t.

Adott hőmérséklethez viszont megmondható, mikor éri el azt hűlés közben a test.



Bevezetés

Az abszolút fekete test
sugárzása

Szürke testek
sugárzása

Testek lehűlése
sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés
időbeli lefolyása

Egy példa

Példa: Egy szikrában kipattanó, $0,1\text{ mm}$ sugarú vasgömböcske kezdeti hőmérséklete 1200°C . Ez egy 20°C hőmérsékletű környezetben főként sugárzás útján hűl le. Mennyi idő alatt csökken a hőmérséklete 500°C -ra?

A gömböcske felszínét vegyük $0,4$ -es reflexiós tényezőjűnek, a vas szükséges adatait vegyük táblázatból.



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

Egy példa

Példa: Egy szikrában kipattanó, $0,1 \text{ mm}$ sugarú vasgömböcske kezdeti hőmérséklete 1200°C . Ez egy 20°C hőmérsékletű környezetben főként sugárzás útján hűl le. Mennyi idő alatt csökken a hőmérséklete 500°C -ra?

A gömböcske felszínét vegyük $0,4$ -es reflexiós tényezőjűnek, a vas szükséges adatait vegyük táblázatból.

Megoldás: A gömböcske tömegére:

$$m = \rho V = \rho \frac{4\pi}{3} r^3,$$

ahol $r = 10^{-4} \text{ m}$, a gömb sugara, ρ a nyersvas sűrűsége. A felszíne:

$$A = 4\pi r^2$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

...

A karakterisztikus idő:

$$\tau = \frac{cm}{(1 - R)\sigma 4T_k^3 A} = \frac{c\rho 4\pi/3r^3}{(1 - R)\sigma 4T_k^3 4\pi r^2} = \frac{c\rho r}{(1 - R)\sigma 12T_k^3}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

...

A karakterisztikus idő:

$$\tau = \frac{cm}{(1-R)\sigma 4T_k^3 A} = \frac{c\rho 4\pi/3r^3}{(1-R)\sigma 4T_k^3 4\pi r^2} = \frac{c\rho r}{(1-R)\sigma 12T_k^3}$$

Ide $c = 460 \text{ J/(kg K)}$ -t, $\rho = 7210 \text{ kg/m}^3$ -t, $r = 10^{-4}$ -t, $R = 0,4$ -et és $T_k = 293 \text{ K}$ -t behelyettesítve

$$\tau = 32,30 \text{ s}$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

...

Az ismeretlen C integrációs állandó:

$$C = 2 \operatorname{arctg} \frac{T_0}{T_k} - \ln \frac{T_0 - T_k}{T_0 + T_k} = 3,15209$$

$$(T_0 = 1473 \text{ K.})$$



Bevezetés

Az abszolút fekete test sugárzása

Szürke testek sugárzása

Testek lehűlése sugárzás útján

- Alapegyenlet
- A megoldás menete
- A sugárzási lehűlés időbeli lefolyása

...

Az ismeretlen C integrációs állandó:

$$C = 2\operatorname{arctg}\frac{T_0}{T_k} - \ln\frac{T_0 - T_k}{T_0 + T_k} = 3,15209$$

$$(T_0 = 1473 \text{ K})$$

A fenti összefüggés szerint:

$$2\operatorname{arctg}\frac{T}{T_k} - \ln\frac{T - T_k}{T + T_k} = \frac{t}{\tau} + C,$$

ahonnan: $(T = 773 \text{ K})$

$$t = \tau \left(2\operatorname{arctg}\frac{T}{T_k} - \ln\frac{T - T_k}{T + T_k} - C \right) = 2,03 \text{ s}$$

Ez a szikra fénylésének közelítő ideje.