



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

A hőátadás módjai I. A hővezetés

Horváth András
SZE, Fizika és Kémia Tsz.

2006. szeptember 29.

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával



A hőátadás módjai

- A hőátadás módjai
- Hővezetés
- Hőáramlás
- Hősugárzás

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

A hőátadás módjai



A hőátadás módjai

• A hőátadás módjai

- Hővezetés
- Hőáramlás
- Hősugárzás

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőátadás módjai

A hőátadás módjai:

- **Hővezetés**: nincs részecskeáramlás, a nagyobb energiájú állapot adódik át.
- **Hőáramlás**: a közeg áramlása okozza egy adott helyen az energiaváltozást.
- **Hősugárzás**: a hőátadást elektromágneses hullámok közvetítik.



A hőátadás módjai

- **A hőátadás módjai**

- Hővezetés
- Hőáramlás
- Hősugárzás

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőátadás módjai

A hőátadás módjai:

- **Hővezetés**: nincs részecskeáramlás, a nagyobb energiájú állapot adódik át.
- **Hőáramlás**: a közeg áramlása okozza egy adott helyen az energiaváltozást.
- **Hősugárzás**: a hőátadást elektromágneses hullámok közvetítik.

A gyakorlatban ezek gyakran keverednek, de lássunk pár jellemző példát mindegyikre!



A hőátadás módjai

- A hőátadás módjai
- **Hővezetés**
- Hőáramlás
- Hősugárzás

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

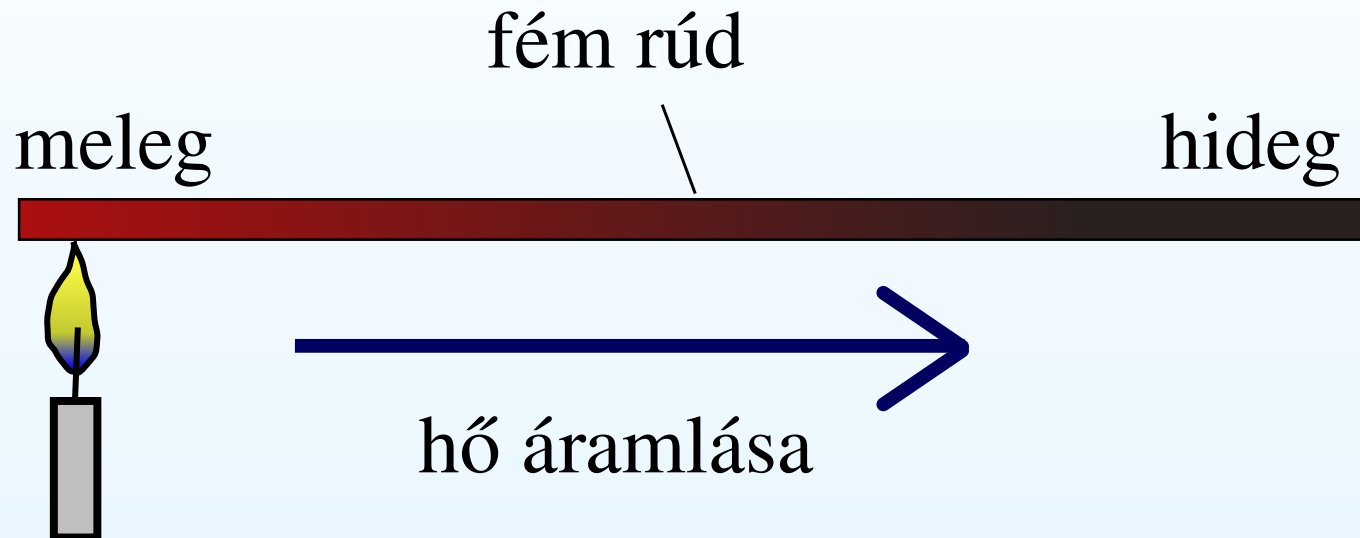
A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Hővezetés

Elsősorban a szilárd testekre jellemző.

Egy fémrúd egyik végét melegítve egy idő múltán a másik vége is felmelegszik.



Az anyag részecskéi nem változtatnak helyet, csak a melegebbek (erősebben rezgők) meglökik a szomszédokat, így adódik tovább a hő.



A hőátadás módjai

- A hőátadás módjai
- Hővezetés
- **Hőáramlás**
- Hősugárzás

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

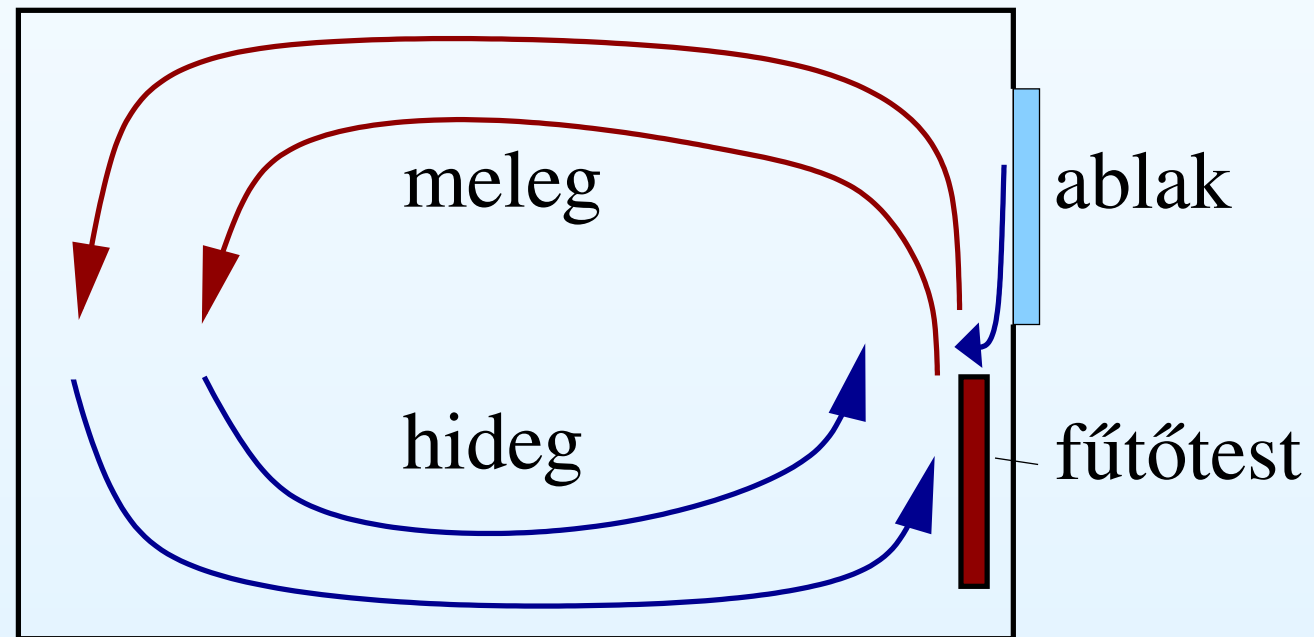
A stacionárius állapot
beállásának ideje

Hőáramlás

A folyadékokra és a gázokra jellemző.

Sokszor maga a hőmérséklet-különbség hozza létre az áramlást is, ami ezt kiegyenlíteni igyekszik.

Például egy szoba fűtésekor télen ez a jellemző hőátadási mód a levegőben:



Itt maguk a magas energiájú részecskék áramlanak.



A hőátadás módjai

- A hőátadás módjai
- Hővezetés
- Hőáramlás
- **Hősugárzás**

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

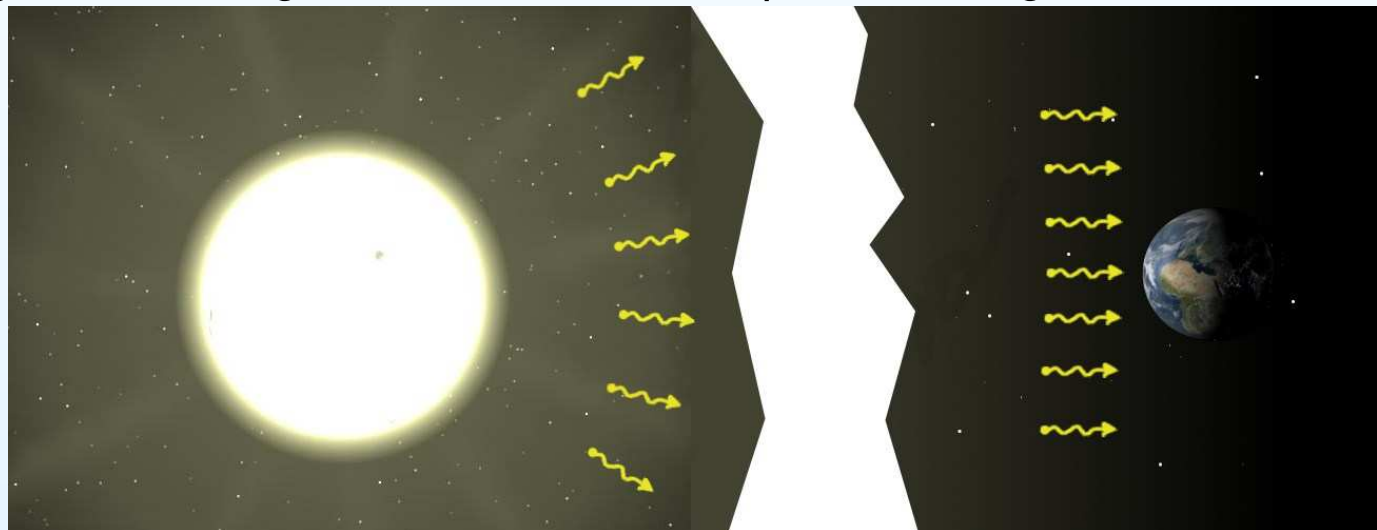
Hősugárzás

Légüres téren keresztül is megtörténik.

Minden test bocsát ki és nyel el elektromágneses sugárzást. Ez energiacserével is jár.

Forró tárgyak közelében bőrünkön érezhetjük hatását, még akkor is, ha a levegő körülöttünk hideg.

Egy tiszta hőszugárzásos hőcsere: Nap-Föld energiaátadás:





A hőátadás módjai

Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Alapfogalmak



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőáram

Hőáram: Egy közegben egy kiválasztott felületen mért hőáramnak nevezzük az ott átáramló hő és az átáramlási idő hányadosát.

Szokásos jelölésekkel:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőáram

Hőáram: Egy közegben egy kiválasztott felületen mért hőáramnak nevezzük az ott átáramló hő és az átáramlási idő hányadosát.

Szokásos jelölésekkel:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

Felület hőáram-sűrűsége: Egy közegben egy kiválasztott felületen mért hőáram-sűrűségnek nevezzük a hőáram és a felület hányadosát:

$$J_f = \frac{\Phi}{A}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőáram

Hőáram: Egy közegben egy kiválasztott felületen mért hőáramnak nevezzük az ott átáramló hő és az átáramlási idő hányadosát.

Szokásos jelölésekkel:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}$$

Felület hőáram-sűrűsége: Egy közegben egy kiválasztott felületen mért hőáram-sűrűségnek nevezzük a hőáram és a felület hányadosát:

$$J_f = \frac{\Phi}{A}$$

Ezek egymásból könnyen számolhatók, de hol egyik, hol másik a szemléletesebb.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

A hőáram-sűrűség vektor

A felület hőáram-sűrűsége függ a felület irányától.

A hőáram-sűrűség vektormennyiségként viselkedik, és a felület normálvektorával párhuzamos komponense lesz a felület hőáram-sűrűsége.

Hőáram-sűrűség vektor: Keressük meg azt a felületet, amelyik esetén a felület hőáram-sűrűsége a legnagyobb. Az ekkor mérhető hőáram-sűrűség mértéke lesz a hőáram-sűrűség vektor nagysága, a vektor iránya pedig párhuzamos ezen felület normálvektorával és arra mutat, amerre a hő áramlik.



A hőátadás módjai

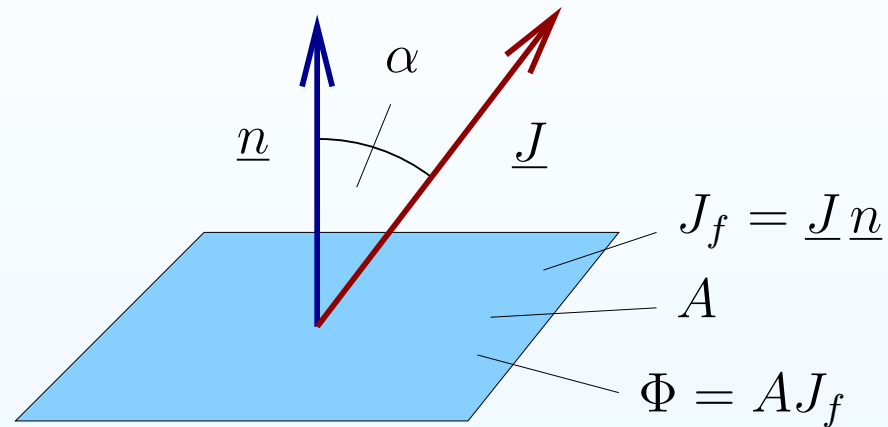
Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje



$$J_f = \underline{J} \cdot \underline{n} = J \cdot \cos \alpha$$

$$\Phi = J_f A = J \cos \alpha \cdot A$$



A hőátadás módjai

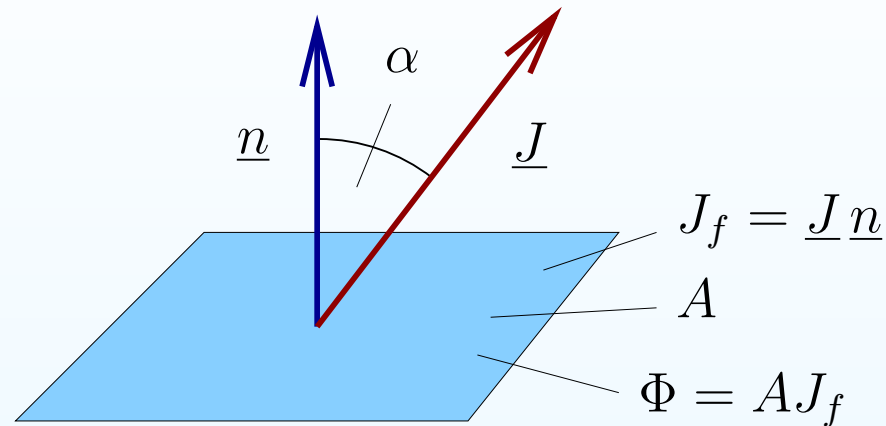
Alapfogalmak

- A hőáram
- A hőáram-sűrűség vektor

Egyenes menti hővezetés

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje



$$J_f = \underline{J} \cdot \underline{n} = J \cdot \cos \alpha$$

$$\Phi = J_f A = J \cos \alpha \cdot A$$

$\underline{J}$ -t a közeg termodinamikai paraméterei határozzák meg. Pl. nyugvó közegben a termodinamika II. főtétele miatt $\underline{J}$ mindenképp a meleg helyről a hideg felé mutat.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

**Egyenes menti
hővezetés**

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Egyenes menti hővezetés



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

• Egyenes menti
hővezetés

• Néhány anyag
hővezetési tényezője és
fajhője

• Stacionárius
hővezetés egyenes
mentén

• Szakaszonként
változó hővezetési
tényező

• A hőellenállás

• Alapvető

összefüggések a
hőellenállásra

• Közeghatárok
hőellenállása

• Szemléltetés

• A hőérzet

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Egyenes menti hővezetés

Hosszú egyenes rúd vagy olyan eset leírása, amikor keresztirányban nincs hőmérséklet-változás, így hőáram sem. (Pl. egy fal esetén.)

Jellemzés: $T(x, t)$.

$\underline{J}$ mindenképp x irányú, ezért itt előjeles mennyiségként kezelhetjük.

Tapasztalat és elméleti megfontolások: **Fick-törvény:**

$$J = -\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x}$$

Negatív előjel: a hő áramlása a melegebb helytől a hidegebb irányába történik.

λ : **hővezetési tényező**. (Anyagi állandó.)



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- **Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője**

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező

- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

Anyag	λ [W/(m K)]	c [J/(kg K)]	ρ [kg/m ³]
acél	48	460	7 850
alumínium	204	900	2 710
ezüst	430	235	10 500
gyémánt	2 300	509	3 500
ólom	35	130	11 210
réz	386	385	8 960
vas (nyers)	83	460	7 210
beton	1,1	650	2 500
fenyőfa	0,11	2 805	510
gumi	0,16	2 010	960
poliuretán hab	0,035	1 130	29
szilikon aerogél	0,017	—	2
tölgyfa	0,15	2 386	610
üveg	0,8	795	2 580
levegő	0,026	1 000	1,2
víz	0,61	4 190	1 000



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

- Egyenes menti
hővezetés
- Néhány anyag
hővezetési tényezője és
fajhője

• **Stacionárius
hővezetés egyenes
mentén**

- Szakaszonként
változó hővezetési
tényező

- A hőellenállás
- Alapvető
összefüggések a
hőellenállásra
- Közeghatárok
hőellenállása

- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Stacionárius hővezetés egyenes mentén

Ha a külső hatások időben állandóak, egy idő múltán a hőmérséklet-eloszlás nem fog időben változni: **stacionárius hővezetés**.

Pl. egy fal belső részén mindig 20°C , a külsőn 0°C -a hőmérséklet, akkor egy idő múltán a hőmérséklet-eloszlás egy adott függvény szerint áll be.

A Fick-törvény értelmében homogén rúdban a stacionárius állapotban:

$$\frac{\Phi}{A} = J = -\lambda \frac{dT}{dx} = \text{áll.}$$

Ha λ állandó, akkor $dT/dx = \text{áll.}$, azaz $T(x)$ lineáris függvény.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

- Egyenes menti
hővezetés
- Néhány anyag
hővezetési tényezője és
fajhője

• **Stacionárius
hővezetés egyenes
mentén**

- Szakaszonként
változó hővezetési
tényező

- A hőellenállás
- Alapvető
összefüggések a
hőellenállásra
- Közeghatárok
hőellenállása

- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Stacionárius hővezetés egyenes mentén

Lineáris hőmérséklet-eloszlás:

Ha a széleken $T(0) = T_1$ illetve $T(l) = T_2$:

$$T(x) = T_1 + (T_2 - T_1) \frac{x}{l}$$

(l a rúd hossza, két végpontja $x = 0$ -nál és $x = l$ -nél van.)

$$J = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{l}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

- Egyenes menti
hővezetés
- Néhány anyag
hővezetési tényezője és
fajhője

- Stacionárius
hővezetés egyenes
mentén

- Szakaszonként
változó hővezetési
tényező

- A hőellenállás
- Alapvető
összefüggések a
hőellenállásra
- Közeghatárok
hőellenállása

- Szemléltetés

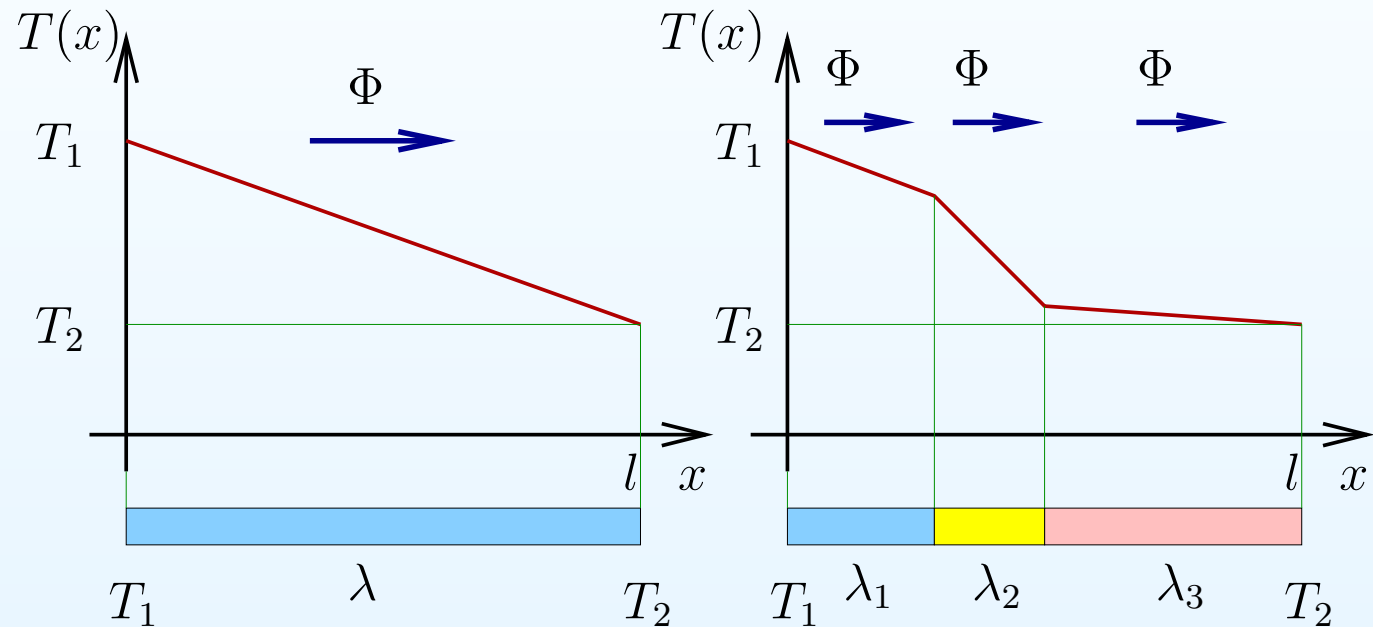
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Szakaszonként változó hővezetési tényező

Ekkor a szakaszok belsejében lineáris eloszlás lesz, de szakaszonként különböző meredekséggel.



$$(\lambda_2 < \lambda_1 < \lambda_3)$$

Stacionárius állapotban J állandó mindenütt, ezért ha λ nagy, dT/dx lesz kicsi.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén

- Szakaszonként változó hővezetési tényező

- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalának hőmérsékletkülönbsége 20°C . Hány watt teljesítményű hő jut át 1 m^2 ilyen betonon?



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

• Stacionárius hővezetés egyenes mentén

• Szakaszonként változó hővezetési tényező

- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

• Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalának hőmérsékletkülönbsége 20°C . Hány watt teljesítményű hő jut át 1 m^2 ilyen betonon?

Megoldás: $J = -\lambda(T_2 - T_1)/l$ kell alkalmazni, ahol $A = 1\text{ m}^2$, $\lambda = 1,1\text{ W/(m K)}$, $T_2 - T_1 = 20\text{ K}$, $l = 0,2\text{ m}$:

$$\Phi = J \cdot A = -1,1 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \cdot 1\text{ m}^2 \cdot \frac{20\text{ K}}{0,2\text{ m}} = -110\text{ W}$$

A fal minden négyzetméterén 110 W teljesítménnyel történik a hőtranszportja.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

- Egyenes menti
hővezetés
- Néhány anyag
hővezetési tényezője és
fajhője

- Stacionárius
hővezetés egyenes
mentén

- Szakaszonként
változó hővezetési
tényező

- A hőellenállás
- Alapvető
összefüggések a
hőellenállásra
- Közeghatárok
hőellenállása

- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalának hőmérséklet-különbsége 20°C . Hány watt teljesítményű hő jut át 1 m^2 ilyen betonon?

Megoldás: $J = -\lambda(T_2 - T_1)/l$ kell alkalmazni, ahol $A = 1\text{ m}^2$, $\lambda = 1,1\text{ W/(m K)}$, $T_2 - T_1 = 20\text{ K}$, $l = 0,2\text{ m}$:

$$\Phi = J \cdot A = -1,1 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \cdot 1\text{ m}^2 \cdot \frac{20\text{ K}}{0,2\text{ m}} = -110\text{ W}$$

A fal minden négyzetméterén 110 W teljesítménnyel történik a hő transzportja.

Vegyük észre, hogy a két oldali falhőmérsékleteket adtuk meg, nem a két oldalon a levegő hőmérsékletét. Később látni fogjuk, hogy ez nagy különbséget jelent.

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ \text{C}$?

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ \text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 ,

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ \text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 , fa réteg szabad oldala: T_2 ,

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ \text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 , fa réteg szabad oldala: T_2 , érintkezési felület: T_k .

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ \text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 , fa réteg szabad oldala: T_2 , érintkezési felület: T_k .

Tegyük fel, hogy $T_1 < T_2$. Ekkor: $T_2 - T_1 = \Delta T$.

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ\text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 , fa réteg szabad oldala: T_2 , érintkezési felület: T_k .

Tegyük fel, hogy $T_1 < T_2$. Ekkor: $T_2 - T_1 = \Delta T$.

A betonban (1-es index): $J = -\lambda_1(T_k - T_1)/l_1$.

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ \text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 , fa réteg szabad oldala: T_2 , érintkezési felület: T_k .

Tegyük fel, hogy $T_1 < T_2$. Ekkor: $T_2 - T_1 = \Delta T$.

A betonban (1-es index): $J = -\lambda_1(T_k - T_1)/l_1$.

A fában (2-es index): $J = -\lambda_2(T_2 - T_k)/l_2$.

Még egy példa

Példa: Az előző feladatbeli betonfalra 1 cm vastag fenyőfa réteg kerül szoros illesztéssel. Feltéve, hogy a beton és a fenyő burkolat illesztésénél a hőmérséklet mindkét anyagban azonos, mekkora lesz a hőáram, ha az összetett fal két oldalának hőmérséklet-különbsége $\Delta T = 20^\circ\text{C}$?

Megoldás: Beton szabad oldala: T_1 , fa réteg szabad oldala: T_2 , érintkezési felület: T_k .

Tegyük fel, hogy $T_1 < T_2$. Ekkor: $T_2 - T_1 = \Delta T$.

A betonban (1-es index): $J = -\lambda_1(T_k - T_1)/l_1$.

A fában (2-es index): $J = -\lambda_2(T_2 - T_k)/l_2$.

3 egyenlet, 3 ismeretlen: T_2 , T_k és J .

(T_1 szabadon választható, csak a hőmérséklet-különbségek számítanak.)

Terjedelmi okokból nem részletezve a megoldás lépéseit:

$$J = \frac{\Delta T}{\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2}} = 73,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén

- Szekaszonként változó hővezetési tényező

• A hőellenállás

- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

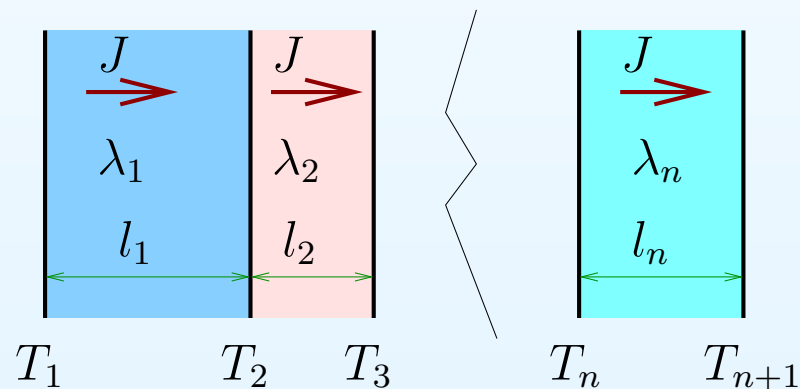
A hőellenállás

Az előző példa alapján látszik, hogy nehéz lenne így sokrétegű falak kezelése.

Ötlet: Rendezzük át a stacionárius hővezetés alapegyenletét:

$$T_2 - T_1 = -Jl/\lambda.$$

Több réteg egymás után: J azonos, l és λ különbözik a rétegekben.



Az 1. rétegben: $T_2 - T_1 = -Jl_1/\lambda_1$

A 2. rétegben: $T_3 - T_2 = -Jl_2/\lambda_2$

Az i . rétegben: $T_{i+1} - T_i = -Jl_i/\lambda_i$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén

- Szakaszonként változó hővezetési tényező

• A hőellenállás

- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

...

Az n darab egyenletet összeadva:

$$(T_2 - T_1) + (T_3 - T_2) + \dots + (T_{n+1} - T_n) = -J \frac{l_1}{\lambda_1} - J \frac{l_2}{\lambda_2} - \dots - J \frac{l_n}{\lambda_n}.$$

Összevonva:

$$T_{n+1} - T_1 = -J \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{l_n}{\lambda_n} \right).$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező

• A hőellenállás

- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

...

Az n darab egyenletet összeadva:

$$(T_2 - T_1) + (T_3 - T_2) + \dots + (T_{n+1} - T_n) = -J \frac{l_1}{\lambda_1} - J \frac{l_2}{\lambda_2} - \dots - J \frac{l_n}{\lambda_n}.$$

Összevonva:

$$T_{n+1} - T_1 = -J \left(\frac{l_1}{\lambda_1} + \frac{l_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{l_n}{\lambda_n} \right).$$

Az l_i / λ_i mennyiségek összeadódnak:

Hőellenállás:

$$R = \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{\Delta T}{JA} = \frac{l}{\lambda A}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- **Alapvető összefüggések a hőellenállásra**
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Alapvető összefüggések a hőellenállásra

Előbb igazoltuk, hogy:

A hőellenállás egymás után elhelyezkedő rétegek esetén összeadható.

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén

- Szakaszonként változó hővezetési tényező

- A hőellenállás
- **Alapvető összefüggések a hőellenállásra**

- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Alapvető összefüggések a hőellenállásra

Előbb igazoltuk, hogy:

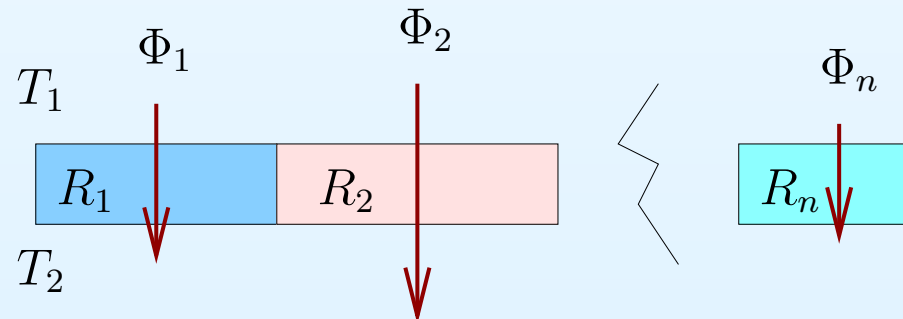
A hőellenállás egymás után elhelyezkedő rétegek esetén összeadható.

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Könnyen bizonyítható, hogy:

Egymás melletti (párhuzamosan kötött) hőellenállások reciproka adódik össze.:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$





A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- **Közeghatárok hőellenállása**
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Közeghatárok hőellenállása

Eddig elhanyagoltuk, hogy a különböző anyagok érintkezésénél hőmérséklet-különbség lép fel.

A tapasztalat szerint: $J = -\alpha(T_2 - T_1)$, ahol α a **hőátadási tényező**.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- **Közeghatárok hőellenállása**
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Közeghatárok hőellenállása

Eddig elhanyagoltuk, hogy a különböző anyagok érintkezésénél hőmérséklet-különbség lép fel.

A tapasztalat szerint: $J = -\alpha(T_2 - T_1)$, ahol α a **hőátadási tényező**.

Könnyű belátni, hogy a **közeghatár hőellenállása**:

$$R = \frac{1}{A\alpha}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- **Közeghatárok hőellenállása**
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Közeghatárok hőellenállása

Eddig elhanyagoltuk, hogy a különböző anyagok érintkezésénél hőmérséklet-különbség lép fel.

A tapasztalat szerint: $J = -\alpha(T_2 - T_1)$, ahol α a **hőátadási tényező**.

Könnyű belátni, hogy a **közeghatár hőellenállása**:

$$R = \frac{1}{A\alpha}$$

α tipikus értékei:

Nyugvó, normál levegő és szilárd testek között: $3\text{--}20 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$.

Gyorsan áramló levegő és szilárd testek között: $50\text{--}150 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$.

Víz és szilárd testek közt: $200\text{--}300 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$.



Szemléltetés

A hőátadás módjai

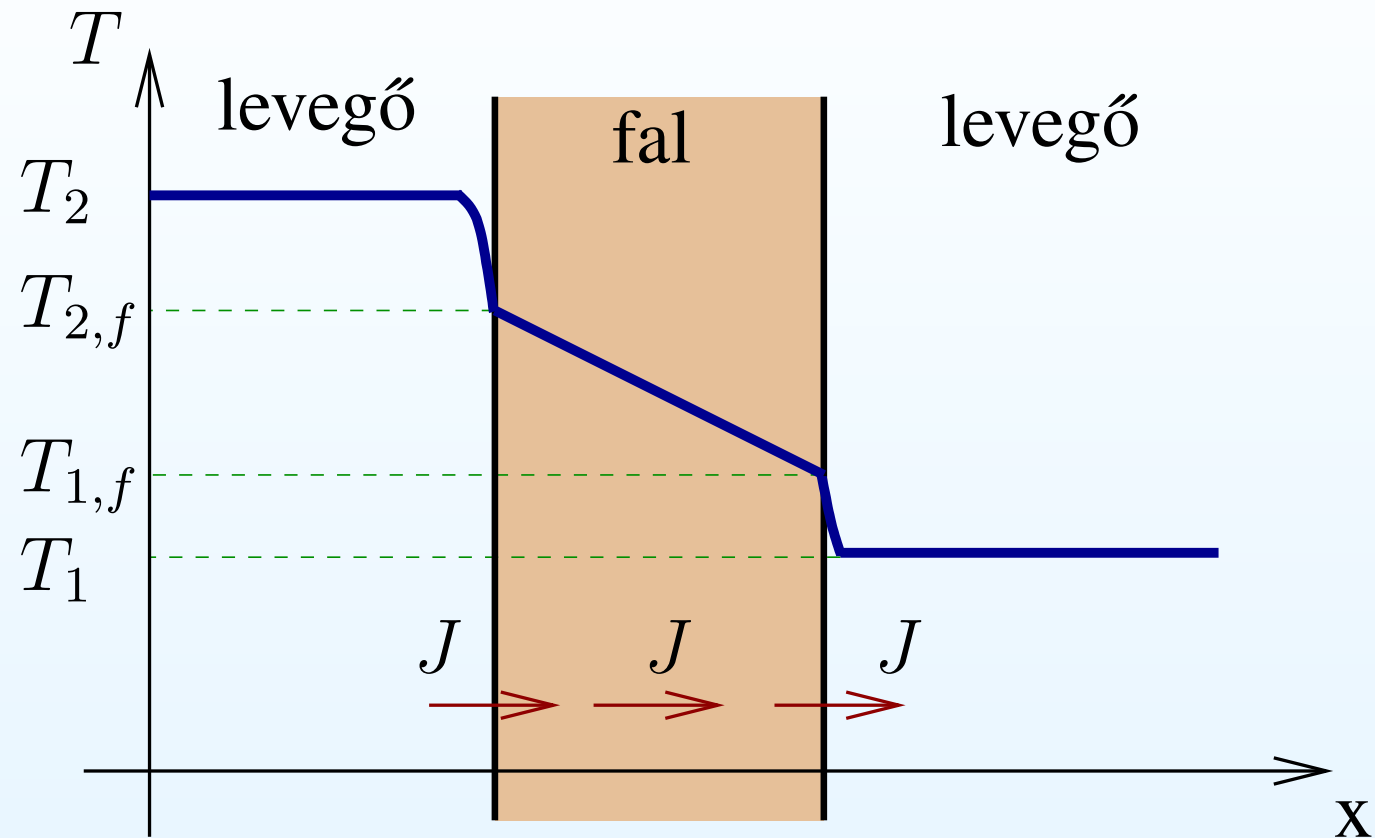
Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje





A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalán 20°C -kal eltér a levegő hőmérséklete. Mekkora lesz a hőáram 1 m^2 felületen? Mekkora lesz a falfelületek hőmérséklet-különbsége?

A beton-levegő hőátadási tényezőt vegyük $10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -nek.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalán 20°C -kal eltér a levegő hőmérséklete. Mekkora lesz a hőáram 1 m^2 felületen? Mekkora lesz a falfelületek hőmérséklet-különbsége?

A beton-levegő hőátadási tényezőt vegyük $10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -nek.

Megoldás: $A = 1\text{ m}^2$ beton hőellenállása :

$$R_1 = 0,2 / (1,1 \cdot 1) = 0,182\text{ K/W}.$$

A beton-levegő határfelületé: $R_2 = 1 / (10 \cdot 1) = 0,1\text{ K/W}.$

2 db beton-levegő határ és egy belső hővezetés van, így az eredő hőellenállás: $R_e = R_1 + 2R_2 = 0,382\text{ K/W}.$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

- Egyenes menti
hővezetés
- Néhány anyag
hővezetési tényezője és
fajhője

- Stacionárius
hővezetés egyenes
mentén

- Szakaszonként
változó hővezetési
tényező

- A hőellenállás
- Alapvető
összefüggések a
hőellenállásra
- Közeghatárok
hőellenállása

- Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalán 20°C -kal eltér a levegő hőmérséklete. Mekkora lesz a hőáram 1 m^2 felületen? Mekkora lesz a falfelületek hőmérséklet-különbsége?

A beton-levegő hőátadási tényezőt vegyük $10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -nek.

Megoldás: $A = 1\text{ m}^2$ beton hőellenállása :

$$R_1 = 0,2 / (1,1 \cdot 1) = 0,182\text{ K/W}.$$

A beton-levegő határfelületé: $R_2 = 1 / (10 \cdot 1) = 0,1\text{ K/W}.$

2 db beton-levegő határ és egy belső hővezetés van, így az eredő hőellenállás: $R_e = R_1 + 2R_2 = 0,382\text{ K/W}.$

Így a hőáram: $\Phi = \Delta T / R_e = 52,4\text{ W}.$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén

- Szakaszonként változó hővezetési tényező

- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

• Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy 20 cm vastag betonfal két oldalán 20°C -kal eltér a levegő hőmérséklete. Mekkora lesz a hőáram 1 m^2 felületen? Mekkora lesz a falfelületek hőmérséklet-különbsége?

A beton-levegő hőátadási tényezőt vegyük $10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -nek.

Megoldás: $A = 1\text{ m}^2$ beton hőellenállása :

$$R_1 = 0,2 / (1,1 \cdot 1) = 0,182\text{ K/W}.$$

A beton-levegő határfelületé: $R_2 = 1 / (10 \cdot 1) = 0,1\text{ K/W}.$

2 db beton-levegő határ és egy belső hővezetés van, így az eredő hőellenállás: $R_e = R_1 + 2R_2 = 0,382\text{ K/W}.$

Így a hőáram: $\Phi = \Delta T / R_e = 52,4\text{ W}.$

A falon belül ugyanez a hőáram, így $\Phi = \Delta T_f / R_1$, ahonnan a fal két oldala közti hőmérséklet-különbség: $\Delta T_f = \Phi R_1 = 9,5\text{ K}.$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

Még egy példa

Példa: Mennyi egy olyan, $0,5 \text{ m}^2$ felületű ablak hőellenállása, mely dupla, egyenként 4 mm vastag üveget és közéjük zárva 3 cm vastag légréteget tartalmaz, ha feltételezzük, hogy a levegő és az üvegek közt mindenütt $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ a hőátadási tényező és az üvegek közé zárt levegő áramlása elhanyagolható?



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

Még egy példa

Példa: Mennyi egy olyan, $0,5 \text{ m}^2$ területű ablak hőellenállása, mely dupla, egyenként 4 mm vastag üveget és közéjük zárva 3 cm vastag légréteget tartalmaz, ha feltételezzük, hogy a levegő és az üvegek közt mindenütt $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ a hőátadási tényező és az üvegek közé zárt levegő áramlása elhanyagolható?

Megoldás: 4 levegő-üveg határ, 2 üveg- és egy levegőréteg hőellenállását kell összeadni.

...

A levegő-üveg átmenetek ellenállása egyenként: $R_1 = \frac{1}{\alpha A} = \frac{1}{10 \cdot 0,5} = 0,2 \frac{\text{K}}{\text{W}}.$

Az üvegek hőellenállása egyenként: $R_2 = \frac{d}{\lambda A} = \frac{0,004}{0,8 \cdot 0,5} = 0,01 \frac{\text{K}}{\text{W}}.$

A légrétegé pedig: $R_3 = \frac{d_l}{\lambda_l A} = \frac{0,03}{0,026 \cdot 0,5} = 2,31 \frac{\text{K}}{\text{W}}.$

Az együttes hőellenállás:

$$R_e = 4R_1 + 2R_2 + R_3 = 3,13 \frac{\text{K}}{\text{W}}.$$

Látszik, hogy a légrétegé a legjelentősebb, az üvegek belsejének a hatása pedig elhanyagolható.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- **A hőérzet**

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállásának ideje

A hőérzet

Az ember hőérzete nem egyértelműen a környezet hőmérsékletétől függ. (Szélben fázunk még 20°C -os levegő esetén is, szélcsendben pedig nem.)



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője
- Stacionárius hővezetés egyenes mentén
- Szakaszonként változó hővezetési tényező
- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása
- Szemléltetés
- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőérzet

Az ember hőérzete nem egyértelműen a környezet hőmérsékletétől függ. (Szélben fázunk még 20°C-os levegő esetén is, szélcsendben pedig nem.)

Jó közelítés: **a hőérzet a test környezetnek átadott hőáram-sűrűségétől függ.**

Optimális érték: 100–120 W/m². (Személyfüggő.)

Ennél nagyobb hőáram-sűrűség esetén fázunk, kisebb esetén melegünk van.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti hővezetés

- Egyenes menti hővezetés
- Néhány anyag hővezetési tényezője és fajhője

- Stacionárius hővezetés egyenes mentén

- Szakaszonként változó hővezetési tényező

- A hőellenállás
- Alapvető összefüggések a hőellenállásra
- Közeghatárok hőellenállása

- Szemléltetés

- A hőérzet

A Newton-féle lehűlési törvény

A stacionárius állapot beállításának ideje

A hőérzet

Az ember hőérzete nem egyértelműen a környezet hőmérsékletétől függ. (Szélben fázunk még 20°C-os levegő esetén is, szélcsendben pedig nem.)

Jó közelítés: **a hőérzet a test környezetnek átadott hőáram-sűrűségétől függ.**

Optimális érték: 100–120 W/m². (Személyfüggő.)

Ennél nagyobb hőáram-sűrűség esetén fázunk, kisebb esetén melegünk van.

A hőáram-sűrűség szabályozása:

Hővezetés: Ruházattal szabályozható, függ a környezet áramlásától és anyagától.

Hősugárzás: Ruházat és bőr szintől függ. (Ld. következő fejezet.)

Párolgás: Az izzadsággal szabályozza testünk. Erősen függ a környező levegő állapotától.



A hűtadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

A Newton-féle lehűlési törvény



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

● **Bevezetés**

● A lehűlési törvény
levezetése

● Szemléltetés,
összefoglalás

● Lehűlés egy állandó
forrástag esetében

● Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Bevezetés

Egyszerű nem stacionárius hővezetési probléma:

Hogyan hűl le egy olyan test, mely környezetével hővezetéssel tartja a kapcsolatot, és a testen belül olyan erős a hőáramlás, hogy a test anyagának minden pontjában azonosnak vehető a hőmérséklet.

(Pl. lezárt kuktafazék vagy vízbe dobott kicsi, forró fémdarab hűlése.)



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

● **Bevezetés**

● A lehűlési törvény
levezetése

● Szemléltetés,
összefoglalás

● Lehűlés egy állandó
forrástag esetében

● Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Bevezetés

Egyszerű nem stacionárius hővezetési probléma:

Hogyan hűl le egy olyan test, mely környezetével hővezetéssel tartja a kapcsolatot, és a testen belül olyan erős a hőáramlás, hogy a test anyagának minden pontjában azonosnak vehető a hőmérséklet.

(Pl. lezárt kuktafazék vagy vízbe dobott kicsi, forró fémdarab hűlése.)

Egy T_k hőmérsékletű, nagyméretű környezetben T_0 hőmérsékletről indul a hűlés. A környezettel való hőcserét egy R hőellenállás jellemzi.

Hogyan határozható meg $T(t)$?

Ami biztos: $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = T_k$.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- **A lehűlési törvény
levezetése**
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

A lehűlési törvény levezetése

A hőellenállás definíciója szerint a hőáram:

$$\Phi(t) = \frac{T_k - T(t)}{R}$$



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

- Bevezetés
- **A lehűlési törvény
levezetése**
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

A lehűlési törvény levezetése

A hőellenállás definíciója szerint a hőáram:

$$\Phi(t) = \frac{T_k - T(t)}{R}$$

Ha más formában a test nem kap energiát, akkor $\Phi(t)$ a belső energiát változtatja:

$$\frac{dE}{dt} = \Phi(t) = \frac{T_k - T}{R}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- **A lehűlési törvény
levezetése**
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

A lehűlési törvény levezetése

A hőellenállás definíciója szerint a hőáram:

$$\Phi(t) = \frac{T_k - T(t)}{R}$$

Ha más formában a test nem kap energiát, akkor $\Phi(t)$ a belső energiát változtatja:

$$\frac{dE}{dt} = \Phi(t) = \frac{T_k - T}{R}$$

Ha a fajhő állandó, akkor: $E = cm(T - T_r)$ (c a fajhő, m a test tömege, T_r egy viszonyítási hőmérséklet.)



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- **A lehűlési törvény
levezetése**
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

A lehűlési törvény levezetése

A hőellenállás definíciója szerint a hőáram:

$$\Phi(t) = \frac{T_k - T(t)}{R}$$

Ha más formában a test nem kap energiát, akkor $\Phi(t)$ a belső energiát változtatja:

$$\frac{dE}{dt} = \Phi(t) = \frac{T_k - T}{R}$$

Ha a fajhő állandó, akkor: $E = cm(T - T_r)$ (c a fajhő, m a test tömege, T_r egy viszonyítási hőmérséklet.) Így:

$$\frac{d(cm(T - T_r))}{dt} = \frac{T_k - T}{R}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_k - T}{Rcm}$$

A lehűlési törvény levezetése

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_k - T}{Rcm}$$

Ami biztos: $T = T_k$ =állandó az egyenlet megoldása.

Ötlet: $U = T - T_k$ hőmérséklet-különbséget tekintsük változónak.

$T = U + T_k$ -t beírva:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{Rcm}U$$

A lehűlési törvény levezetése

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_k - T}{Rcm}$$

Ami biztos: $T = T_k$ = állandó az egyenlet megoldása.

Ötlet: $U = T - T_k$ hőmérséklet-különbséget tekintsük változónak.

$T = U + T_k$ -t beírva:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{Rcm}U$$

Átalakítva:

$$\int \frac{1}{U} \frac{dU}{dt} dt = \int -\frac{1}{Rcm} dt + C$$

A lehűlési törvény levezetése

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_k - T}{Rcm}$$

Ami biztos: $T = T_k$ = állandó az egyenlet megoldása.

Ötlet: $U = T - T_k$ hőmérséklet-különbséget tekintsük változónak.

$T = U + T_k$ -t beírva:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{Rcm}U$$

Átalakítva:

$$\int \frac{1}{U} \frac{dU}{dt} dt = \int -\frac{1}{Rcm} dt + C$$

$$\ln U = -\frac{t}{Rcm} + C$$

(C egy ismeretlen jelentésű integrálási állandó.)

A lehűlési törvény levezetése

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_k - T}{Rcm}$$

Ami biztos: $T = T_k$ = állandó az egyenlet megoldása.

Ötlet: $U = T - T_k$ hőmérséklet-különbséget tekintsük változónak.

$T = U + T_k$ -t beírva:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{Rcm}U$$

Átalakítva:

$$\int \frac{1}{U} \frac{dU}{dt} dt = \int -\frac{1}{Rcm} dt + C$$

$$\ln U = -\frac{t}{Rcm} + C$$

(C egy ismeretlen jelentésű integrálási állandó.)

$$U(t) = e^C e^{-\frac{t}{Rcm}}$$

(A jól ismert exponenciális lecsengés.)

A lehűlési törvény levezetése

A tagok jelentése és elnevezése:

Időállandó: $\tau = Rcm$.

Jelentése: ennyi idő alatt csökken e -ad részére a hőmérséklet-különbség.

A lehűlési törvény levezetése

A tagok jelentése és elnevezése:

Időállandó: $\tau = Rcm$.

Jelentése: ennyi idő alatt csökken e -ad részére a hőmérséklet-különbség.

Mi lesz C jelentése? $t = 0$ -kor: $U(0) = e^C e^0 = e^C$, így:

$$U(t) = U(0)e^{-t/\tau}$$

A lehűlési törvény levezetése

A tagok jelentése és elnevezése:

Időállandó: $\tau = Rcm$.

Jelentése: ennyi idő alatt csökken e -ad részére a hőmérséklet-különbség.

Mi lesz C jelentése? $t = 0$ -kor: $U(0) = e^C e^0 = e^C$, így:

$$U(t) = U(0)e^{-t/\tau}$$

Visszaírva $U = T - T_k$ -t:

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k)e^{-t/\tau}$$

Ez a **Newton-féle lehűlési törvény**.

A lehűlési törvény levezetése

A tagok jelentése és elnevezése:

Időállandó: $\tau = Rcm$.

Jelentése: ennyi idő alatt csökken e -ad részére a hőmérséklet-különbség.

Mi lesz C jelentése? $t = 0$ -kor: $U(0) = e^C e^0 = e^C$, így:

$$U(t) = U(0)e^{-t/\tau}$$

Visszaírva $U = T - T_k$ -t:

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k)e^{-t/\tau}$$

Ez a **Newton-féle lehűlési törvény**.

Ez a „lehűlési törvény” felmelegedést is leírhat, ha $T_0 < T_k$.



Szemléltetés, összefoglalás

A hőátadás módjai

Alapfogalmak

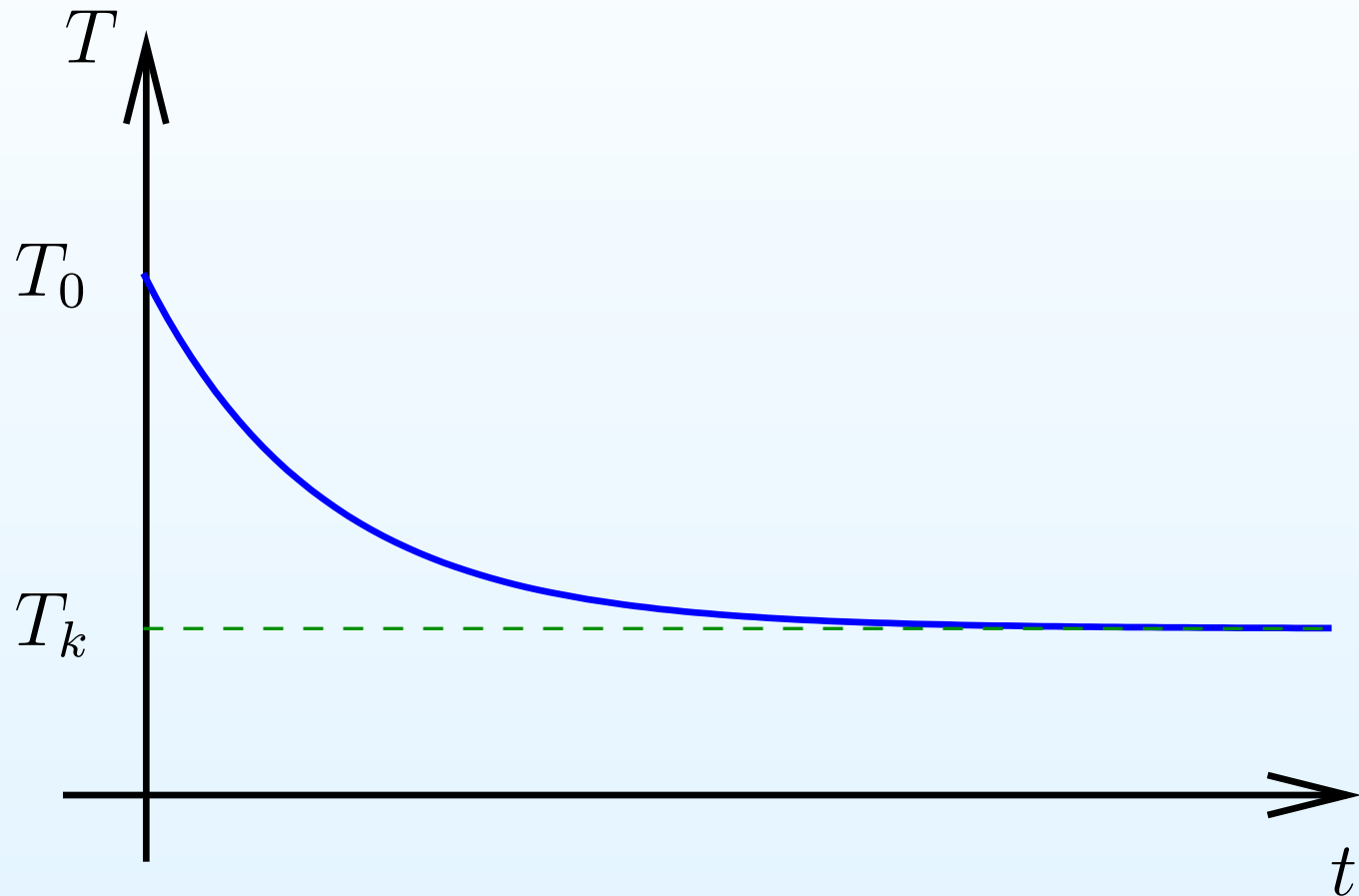
Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k)e^{-t/\tau}, \quad \tau = Rcm$$





A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy teafőzőben $0,8\text{ l}$ víz van. A teafőző teste félgömb alakú, melynek átmérője 25 cm . Mekkora az időállandója, ha a hőszugárzástól és hővezetéstől eltekinthetünk, és a hőátadási tényező a kanna és a környező levegő között $6\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$? (A kiöntő és egyéb kis részek felszíne valamint a vékony fém test hőellenállása elhanyagolható.)
Mennyi idő alatt hűl le 100° C -ról 40° C -ra a teáskanna, ha a környezet 20° C -os?



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Egy példa

Példa: Egy teafőzőben 0,8 l víz van. A teafőző teste félgömb alakú, melynek átmérője 25 cm. Mekkora az időállandója, ha a hősugárzástól és hővezetéstől eltekinthetünk, és a hőátadási tényező a kanna és a környező levegő között $6 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$? (A kiöntő és egyéb kis részek felszíne valamint a vékony fém test hőellenállása elhanyagolható.) Mennyi idő alatt hűl le 100°C -ról 40°C -ra a teáskanna, ha a környezet 20°C -os?

Megoldás: A teáskanna felszíne: 25 cm átmérőjű körlap (alja) + ugyanilyen átmérőjű félgömb. Ezért

$$A = r^2 \pi + \frac{1}{2} 4r^2 \pi = 3r^2 \pi = 0,147 \text{ m}^2$$

A hőellenállás:

$$R = \frac{1}{\alpha A} = 1,13 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

...

Így az időállandó: ($m = 0,8 \text{ kg}$, $c = 4190 \text{ J/(kg K)}$.)

$$\tau = cmR = 3790 \text{ s}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

...

Így az időállandó: ($m = 0,8 \text{ kg}$, $c = 4190 \text{ J/(kg K)}$.)

$$\tau = cmR = 3790 \text{ s}$$

A Newton-féle lehűlési törvény szerint:

$$40 = 20 + (100 - 20)e^{-t/3790},$$

ahonnan

$$t = 3790 \ln \frac{100 - 20}{40 - 20} = 5250 \text{ s} \approx 1,5 \text{ óra.}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

...

Így az időállandó: ($m = 0,8 \text{ kg}$, $c = 4190 \text{ J/(kg K)}$.)

$$\tau = cmR = 3790 \text{ s}$$

A Newton-féle lehűlési törvény szerint:

$$40 = 20 + (100 - 20)e^{-t/3790},$$

ahonnan

$$t = 3790 \ln \frac{100 - 20}{40 - 20} = 5250 \text{ s} \approx 1,5 \text{ óra.}$$

A valóságban ennél kisebb idő várható, mivel elhanyagoltuk a sugárzási veszteséget és a réseken itt-ott kiszökő gőzből adódó veszteséget. De tökéletesen záró és teljesen fényes kanna esetén ez jó közelítést jelent.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástág esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Még egy példa

Példa: *Hogyan függ egy homogén gömb lehűlését jellemző időállandó a gömb sugarától?*



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Még egy példa

Példa: *Hogyan függ egy homogén gömb lehűlését jellemző időállandó a gömb sugarától?*

Megoldás: A gömb tömege és felszíne:

$$m = \rho V = \rho \frac{4\pi}{3} r^3, \quad A = 4\pi r^2$$

A hőellenállás:

$$R = \frac{1}{\alpha A} = \frac{1}{\alpha 4\pi r^2}$$

Így az időállandó:

$$\tau = Rcm = \frac{c\rho \frac{4\pi}{3} r^3}{\alpha 4\pi r^2} = \frac{c\rho}{3\alpha} r.$$

Az időállandó tehát egyenesen arányos a gömb sugarával.
(Nagyobb test lassabban hűl ki.)



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- **Lehűlés egy állandó
forrástag esetében**
- Érdekességek,
megjegyzések

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

Lehűlés egy állandó forrástag esetében

Fontos eset: a hűlésen kívül egy állandó hőáram melegíti a vizsgált testet.

Pl. egy mikrohullámú sütőben melegített víz esete: a mikrohullámok állandó forrástagként hőt szállítanak a vízbe, de az közben környezetének hőt ad le.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- **Lehűlés egy állandó
forrástag esetében**
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Lehűlés egy állandó forrástag esetében

Fontos eset: a hűlésen kívül egy állandó hőáram melegíti a vizsgált testet.

Pl. egy mikrohullámú sütőben melegített víz esete: a mikrohullámok állandó forrástagként hőt szállítanak a vízbe, de az közben környezetének hőt ad le.

Az előzőekhez hasonlóan:

$$\frac{dE}{dt} = \Phi(t) + \Phi_0 = \frac{T_k - T}{R} + \Phi_0,$$

ahol Φ_0 az állandó hőforrástag.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

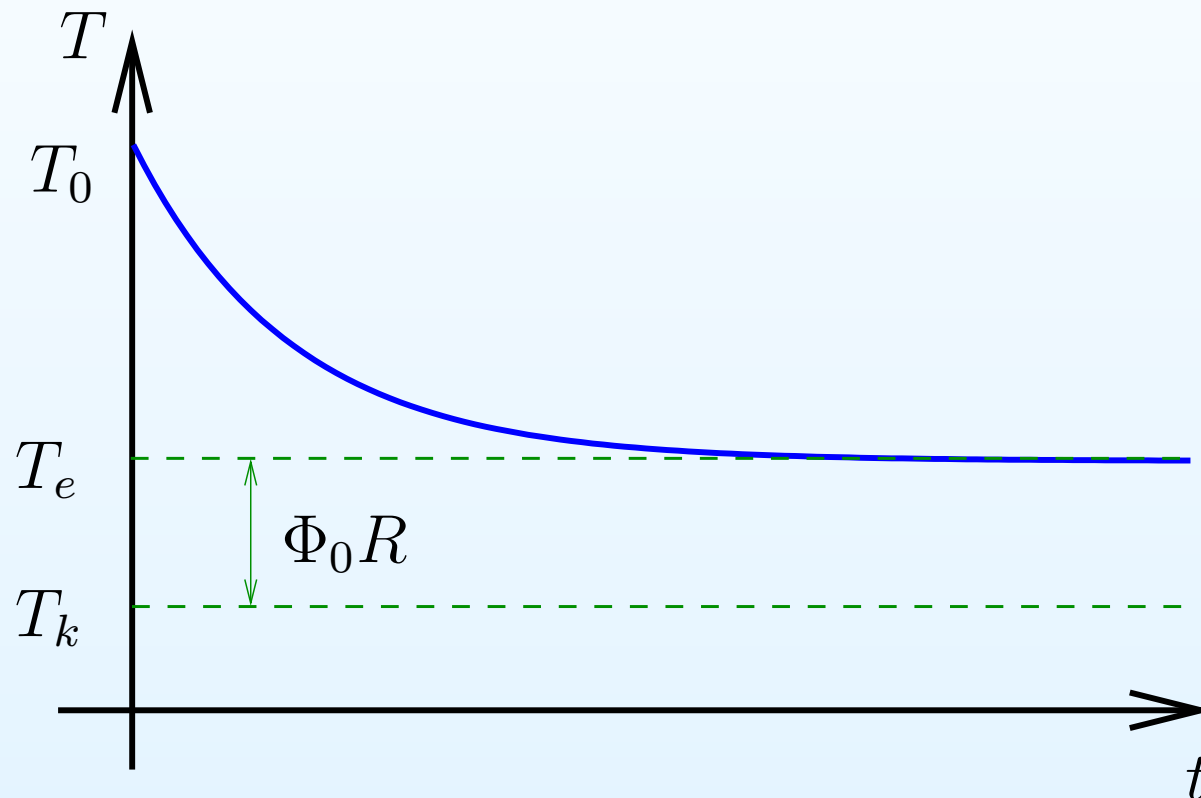
- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- **Lehűlés egy állandó
forrástag esetében**
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállásának ideje

Lehűlés egy állandó forrástag esetében

Egyszerűen bizonyítható:

$$T(t) = T_e + (T_0 - T_e)e^{-t/\tau}, \quad T_e = T_k + \Phi_0 R$$



Csak az egyensúlyi hőmérséklet lesz más, mint a Newton-féle lehűlési törvény esetében.

Egy példa

Példa: Egy fazékban 1,5l víz van. A fazékon fedő található, így a párolgás elhanyagolható, de a fazék 12 dm^2 nagyságú felülete a 20°C -os környezettel $10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -es hőátadási tényezőjű kapcsolatban van. (Az edény fala olyan vékony és olyan jó hővezető, hogy annak hőellenállása elhanyagolható.) Legalább mekkora teljesítménnyel kell melegíteni, hogy a víz fel tudjon forrni benne? Ha ennek a teljesítménynek a kétszeresével melegítjük, mennyi idő alatt forr fel a víz?

Egy példa

Példa: Egy fazékban 1,5l víz van. A fazékon fedő található, így a párolgás elhanyagolható, de a fazék 12 dm^2 nagyságú felülete a 20°C -os környezettel $10\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ -es hőátadási tényezőjű kapcsolatban van. (Az edény fala olyan vékony és olyan jó hővezető, hogy annak hőellenállása elhanyagolható.) Legalább mekkora teljesítménnyel kell melegíteni, hogy a víz fel tudjon forrni benne? Ha ennek a teljesítménynek a kétszeresével melegítjük, mennyi idő alatt forr fel a víz?

Megoldás: A hőellenállás:

$$R = \frac{1}{\alpha A} = \frac{1}{10 \cdot 0,12} = 0,833 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Épphogy felforr: $T_e = 100^\circ\text{C}$, de $T_e = T_k + \Phi_0 R$ ahonnan a forraláshoz szükséges hőáram:

$$\Phi_0 = \frac{T_e - T_k}{R} = 96\text{ W}$$

(Ez azonban csak $t \rightarrow \infty$ esetén éri el a 100°C -t.)



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- **Lehűlés egy állandó
forrástag esetében**
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

...

Fűtsük most kétszeres teljesítménnyel a fazekat: $\Phi_0^* = 2\Phi_0$.

$$T_e^* = T_k + \Phi_0^* R = 180^\circ\text{C}$$

$$\tau = Rcm = 0,833 \cdot 4190 \cdot 1,5 = 5240 \text{ s}$$



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- **Lehűlés egy állandó
forrástag esetében**
- Érdekességek,
megjegyzések

A stacionárius állapot
beállításának ideje

...

Fűtsük most kétszeres teljesítménnyel a fazekat: $\Phi_0^* = 2\Phi_0$.

$$T_e^* = T_k + \Phi_0^* R = 180^\circ\text{C}$$

$$\tau = Rcm = 0,833 \cdot 4190 \cdot 1,5 = 5240 \text{ s}$$

A Newton-féle lehűlési törvényből egyszerű átrendezéssel:

$$t = \tau \ln \frac{T_0 - T_e^*}{T(t) - T_e^*} = 5240 \ln \frac{20 - 180}{100 - 180} = 3630 \text{ s} \approx 1 \text{ óra.}$$

Tanulság: 500 W fűtőteljesítmény alatt elég nehézkes 1,5 l vizet felforralni.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- **Érdekességek,
megjegyzések**

A stacionárius állapot
beállításának ideje

Érdekességek, megjegyzések

A gyakorlatban sokszor találkozunk ilyen esetekkel: pl. lázmérő felmelegedése, vízforralás.



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

- Bevezetés
- A lehűlési törvény
levezetése
- Szemléltetés,
összefoglalás
- Lehűlés egy állandó
forrástag esetében
- **Érdekességek,
megjegyzések**

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

Érdekességek, megjegyzések

A gyakorlatban sokszor találkozunk ilyen esetekkel: pl. lázmérő felmelegedése, vízforralás.

Figyelem! Komoly elhanyagolásokat tettünk:

- hőszugárzás elhanyagolása
- a testen belül nem mindig állandó a hőmérséklet
- a környezetet állandónak tételeztük fel

Ha ezek nem teljesülnek, nem alkalmazható a Newton-féle lehűlési törvény.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállításának ideje

- A stacionárius állapot
beállításának ideje

A stacionárius állapot beállításának ideje



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

● [A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

A stacionárius állapot beállításának ideje

Ahhoz, hogy alkalmazhassuk a stacionárius közelítést, tudni kell, jogos-e a közelítés.



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

● [A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

A stacionárius állapot beállításának ideje

Ahhoz, hogy alkalmazhassuk a stacionárius közelítést, tudni kell, jogos-e a közelítés.

Itt nem részletezett számítások szerint egy rúdban a stacionárius állapot beállításának üteme egy

$$\tau_1 = \frac{c\rho d^2}{\pi^2 \lambda}$$

karakterisztikus idővel jellemezhető.

Itt c az anyag fajhője, ρ a sűrűsége, d a rúd hosszúsága, λ a hővezetési tényezője.



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

● [A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

A stacionárius állapot beállításának ideje

Ahhoz, hogy alkalmazhassuk a stacionárius közelítést, tudni kell, jogos-e a közelítés.

Itt nem részletezett számítások szerint egy rúdban a stacionárius állapot beállításának üteme egy

$$\tau_1 = \frac{c\rho d^2}{\pi^2 \lambda}$$

karakterisztikus idővel jellemezhető.

Itt c az anyag fajhője, ρ a sűrűsége, d a rúd hosszúsága, λ a hővezetési tényezője.

Ez azt mondja meg, mennyi idő alatt csökken e -ad részére a stacionárius állapottól való eltérés, azaz ennek néhányszorosa alatt az eltérés elhanyagolható lesz.



[A hőátadás módjai](#)

[Alapfogalmak](#)

[Egyenes menti
hővezetés](#)

[A Newton-féle lehűlési
törvény](#)

[A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

● [A stacionárius állapot
beállításának ideje](#)

A stacionárius állapot beállításának ideje

Ahhoz, hogy alkalmazhassuk a stacionárius közelítést, tudni kell, jogos-e a közelítés.

Itt nem részletezett számítások szerint egy rúdban a stacionárius állapot beállításának üteme egy

$$\tau_1 = \frac{c\rho d^2}{\pi^2 \lambda}$$

karakterisztikus idővel jellemezhető.

Itt c az anyag fajhője, ρ a sűrűsége, d a rúd hosszúsága, λ a hővezetési tényezője.

Ez azt mondja meg, mennyi idő alatt csökken e -ad részére a stacionárius állapottól való eltérés, azaz ennek néhányszorosa alatt az eltérés elhanyagolható lesz.

Közelítőleg alkalmas ez gömb vizsgálatára is, ha d helyére a gömb átmérőjét írjuk.



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállásának ideje

- A stacionárius állapot
beállásának ideje

Egy példa

Példa: *Mennyi a stacionárius állapot beállásának karakterisztikus ideje egy 30 cm vastag betonfalban? (A szükséges adatokat vegyük táblázatból.)*



A hőátadás módjai

Alapfogalmak

Egyenes menti
hővezetés

A Newton-féle lehűlési
törvény

A stacionárius állapot
beállásának ideje

• A stacionárius állapot
beállásának ideje

Egy példa

Példa: *Mennyi a stacionárius állapot beállásának karakterisztikus ideje egy 30 cm vastag betonfalban? (A szükséges adatokat vegyük táblázatból.)*

Megoldás: Egyszerű behelyettesítéssel van dolgunk:

$$\tau_1 = \frac{c\rho d^2}{\pi^2 \lambda} = \frac{650 \cdot 2500 \cdot 0,3^2}{\pi^2 1,1} = 13\,500 \text{ s} \approx 3,7 \text{ óra}$$

Egy 30 cm vastag betonfalban a stacionárius állapot tehát csak sok óra alatt áll be.

Egy nap alatt a kinti levegő hőmérséklet-változásai nem azonnal éreztetik hatásukat egy ilyen épület belsejében.