

Klasszikus fizika

Termodinamika I.

Horváth András, SZE GIVK

v 0.95



Oktatási célra szabadon terjeszthető

A termodinamika tárgya

A termodinamika a testek olyan állapotváltozásaival foglalkozik, melyek hőátadáshoz, hőmérséklet-változáshoz kapcsolódnak.

A termodinamika tárgya

A termodinamika a testek olyan állapotváltozásaival foglalkozik, melyek hőátadáshoz, hőmérséklet-változáshoz kapcsolódnak.

Geometriai, mechanikai

mennyiségek: (lásd korábban)

- térfogat (V)
- tömeg (m)
- sűrűség (ρ)
- nyomás (p)

A termodinamika tárgya

A termodinamika a testek olyan állapotváltozásaival foglalkozik, melyek hőátadáshoz, hőmérséklet-változáshoz kapcsolódnak.

Geometriai, mechanikai

mennyiségek: (lásd korábban)

- térfogat (V)
- tömeg (m)
- sűrűség (ρ)
- nyomás (p)

Hőtani mennyiségek:

- hőmérséklet (T)
- belső energia (E_b)
- hőkapacitás (C)
- fajhő (c)
- entrópia (S)

A hőtani mennyiségek értelmezhetők a részletek ismerete nélkül, de az anyag részecskéinek mozgásán keresztül is.

(Pl. a belső energia a részecskék össz mozgási energiája.)

A hőmérséklet mérése

Hőérzet: vannak hidegebb és melegebb tárgyak.

Hogy lehet ezt mérhetővé, objektívvé tenni?

(Ugyanaz az ember is máshogy érzi a hőmérsékletet pl. a fáradtság függvényében!)

Kis általánosítás: a tűz nagyon meleg, mert melegíti a tárgyakat.

(A hőérzethez túl forró a tűz!)

A hőmérséklet mérése

Hőérzet: vannak hidegebb és melegebb tárgyak.

Hogy lehet ezt mérhetővé, objektívvé tenni?

(Ugyanaz az ember is máshogy érzi a hőmérsékletet pl. a fáradtság függvényében!)

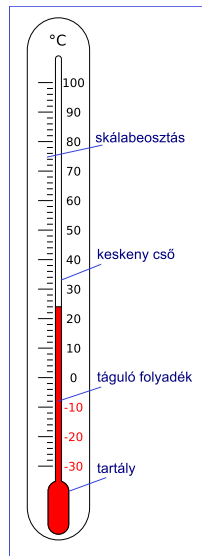
Kis általánosítás: a tűz nagyon meleg, mert melegíti a tárgyakat.

(A hőérzethez túl forró a tűz!)

Keresni kell tárgyakat, melyek mérhető tulajdonságukat változtatják, ha változik a hőmérséklet.

Első (és máig használt) ötlet: folyadékok hőtágulása.

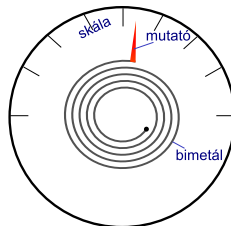
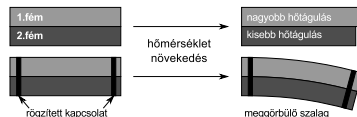
Problémák: méréshatár, eltérő ütemben táguló folyadékok.



A hőmérséklet mérése

Későbbi hőmérséklet-mérési elvek:

- gázok hőtágulása
- szilárd testek hőtágulása $\Rightarrow$
- vezetőképesség-változás
- termoelektromos hatás
- sugárzás intenzitása
- sugárzás színe
- ...

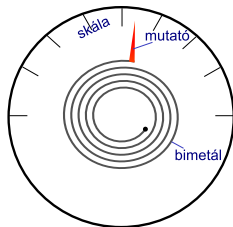


A gyakorlatban az alkalmazáshoz megfelelően választjuk meg az eszközt.

A hőmérséklet mérése

Későbbi hőmérséklet-mérési elvek:

- gázok hőtágulása
- szilárd testek hőtágulása $\Rightarrow$
- vezetőképesség-változás
- termoelektromos hatás
- sugárzás intenzitása
- sugárzás színe
- ...



A gyakorlatban az alkalmazáshoz megfelelően választjuk meg az eszközt.

Hőmérséklet-fogalom pontosítása:

Nem is egyszerű. Az anyagi tulajdonságok (méret, vezetőképesség, ...) nem lineárisan függnek a hőmérséklettől!

Nem tárgyaljuk.

Gyakori hőmérséklet-skálák

Sok skála volt a történelem során. A két „túlélő”:

- **Celsius-skála:** ez a szabványos.
A víz fagyáspontja: 0°C , forráspontja: 100°C .
- **Fahrenheit-skála:** sok helyen (pl. USA) még használják.
Ammónium-klorid-víz keverék: 0°F , emberi testhőmérséklet: 100°F .
($0^{\circ}\text{F} = -17,8^{\circ}\text{C}$, $100^{\circ}\text{F} = 37,8^{\circ}\text{C}$.)

Gyakori hőmérséklet-skálák

Sok skála volt a történelem során. A két „túlélő”:

- **Celsius-skála:** ez a szabványos.
A víz fagyáspontja: 0°C , forráspontja: 100°C .
- **Fahrenheit-skála:** sok helyen (pl. USA) még használják.
Ammónium-klorid-víz keverék: 0°F , emberi testhőmérséklet: 100°F .
($0^{\circ}\text{F} = -17,8^{\circ}\text{C}$, $100^{\circ}\text{F} = 37,8^{\circ}\text{C}$.)

Termodinamikai kutatások: **Van legalacsonyabb hőmérséklet!**

Abszolút hőmérsékleti skála: Kelvin-skála

- 0 K : a legalacsonyabb hőmérséklet
- $273,15\text{ K}$: a víz fagyáspontja normál légköri nyomáson

1 K hőmérséklet-változás megfelel 1°C változásnak.

$$T[\text{kelvin}] = T[\text{celsius}] + 273,15$$

$$\Delta T[\text{kelvin}] = \Delta T[\text{celsius}]$$

Mi is az a hőmérséklet?

Miben különbözik a meleg és a hideg test?

- Régi válasz: létezik egy folyadékszerű „hőanyag”, amiből ha sok van valahol, akkor meleg a test.
- Valódi válasz: **a meleg testek részecskéi gyorsabban mozognak.**

(Nem volt egyszerű rájönni!)

Mi is az a hőmérséklet?

Miben különbözik a meleg és a hideg test?

- Régi válasz: létezik egy folyadékszerű „hőanyag”, amiből ha sok van valahol, akkor meleg a test.
- Valódi válasz: **a meleg testek részecskéi gyorsabban mozognak.**

(Nem volt egyszerű rájönni!)

Egyszerű érv: dörzsöléskor hő keletkezik.

Mechanikai munkavégzéssel hőmérsékletet emelhetünk.

Mi is az a hőmérséklet?

Miben különbözik a meleg és a hideg test?

- Régi válasz: létezik egy folyadékszerű „hőanyag”, amiből ha sok van valahol, akkor meleg a test.
- Valódi válasz: **a meleg testek részecskéi gyorsabban mozognak.**

(Nem volt egyszerű rájönni!)

Egyszerű érv: dörzsöléskor hő keletkezik.

Mechanikai munkavégzéssel hőmérsékletet emelhetünk.

Igaz a fordítottja?

Hőmérséklet-csökkenéssel munkához juthatunk?

Igen, de korlátokkal. Lásd a hőerőgépekről szóló részt.

A belső energia

Tapasztalat: a testeken végzett munka a testek belsejében „összegyűlik”.
Egy test két állapota közti belső energiakülönbségnek nevezzük azt a munkamennyiséget, amellyel az egyikből a másikba átvihető, ha közben a test a környezetével nem cserél hőt.

A belső energia

Tapasztalat: a testeken végzett munka a testek belsejében „összegyűlik”. Egy test két állapota közti belső energiakülönbségnek nevezzük azt a munkamennyiséget, amellyel az egyikből a másikba átvihető, ha közben a test a környezetével nem cserél hőt.

Mikroszkopikusan: a belső energia a test mikroszkopikus részecskéinek összesített mozgási energiája.

A belső energiát azért nem mechanikai energiaként észleljük, mert:

- túl kicsik a részecskék (atomok, molekulák)
- túl sok van belőlük
- a mozgás rendezetlen

Egy test belső energiáját úgy is növelhetjük, ha magasabb hőmérsékletű testtel hozzuk kapcsolatba.

Ilyenkor makroszkópikus szinten nem látszik semmi, csak a melegebb test gyorsabban mozgó részecskéi rendezetlen mozgásukból adnak át energiát a hidegebbnek.

Egy test belső energiáját úgy is növelhetjük, ha magasabb hőmérsékletű testtel hozzuk kapcsolatba.

Ilyenkor makroszkópikus szinten nem látszik semmi, csak a melegebb test gyorsabban mozgó részecskéi rendezetlen mozgásukból adnak át energiát a hidegebbnek.

(A hőátadás módjairól egy későbbi fejezet szól.)

A termodinamika I. főtétele

Egy test belső energiájának megváltozása (ΔE) a külső erők munkavégzésének (W) és az átadott hőnek (Q) az összege:

$$\Delta E = Q + W$$

Egy test belső energiájának megváltozása (ΔE) a külső erők munkavégzésének (W) és az átadott hőnek (Q) az összege:

$$\Delta E = Q + W$$

Előjel-konvenció:

A mennyiségeket akkor vesszük pozitívnak, ha a test energiáját növelik.
(Nem minden könyv veszi így!)

Ez tulajdonképpen az energiamegmaradás egy olyan alakja, melyben a makroszkópikus és mikroszkópikus energiaátadás külön van választva.

Ideális gázok állapotegyenlete

Állapotegyenlet: termodinamikai változók közti kapcsolat.

Megfigyelés: ritka gázokra jó közelítéssel igaz, hogy

$$pV = nRT$$

ahol p a nyomás, V a térfogat, n a mólszám, $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol K})$ az univerzális gázállandó, T a hőmérséklet kelvinben.

(Ezekből a mérésekből jöttek rá az abszolút 0 fok létezésére.)

Ideális gázok állapotegyenlete

Állapotegyenlet: termodinamikai változók közti kapcsolat.

Megfigyelés: ritka gázokra jó közelítéssel igaz, hogy

$$pV = nRT$$

ahol p a nyomás, V a térfogat, n a mólszám, $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol K})$ az univerzális gázállandó, T a hőmérséklet kelvinben.

(Ezekből a mérésekből jöttek rá az abszolút 0 fok létezésére.)

Az n mólszámot kémiai mérésekből állapították meg.

(„A mól annak a rendszernek anyagmennyisége, amely annyi elemi egységet tartalmaz, mint ahány atom van 0,012 kg szén-12-izotópban.”)

Ideális gázok állapotegyenlete másképpen 1.

A gázok kis részecskékből (molekulák, atomok) állnak.

1 mól megfelel $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ db részecskének.

N_A neve: „Avogadro-szám”.

$$N = n \cdot N_A$$

Ideális gázok állapotegyenlete másképpen 1.

A gázok kis részecskékből (molekulák, atomok) állnak.

1 mól megfelel $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ db részecskének.

N_A neve: „Avogadro-szám”.

$$N = n \cdot N_A$$

Ezzel az ideális gázok állapotegyenlete:

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT = N \frac{R}{N_A} T$$

Ideális gázok állapotegyenlete másképpen 1.

A gázok kis részecskékből (molekulák, atomok) állnak.

1 mól megfelel $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ db részecskének.

N_A neve: „Avogadro-szám”.

$$N = n \cdot N_A$$

Ezzel az ideális gázok állapotegyenlete:

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT = N \frac{R}{N_A} T$$

$$pV = NkT$$

ahol $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K a „Boltzmann-állandó”.

Ez egyenértékű a $pV = nRT$ -vel, csak hol ezt, hol azt kényelmes használni.

Ideális gázok állapotegyenlete másképpen 2.

Érdemes lehet néha a gáz m tömegét direktbe bevezetni.

Nyilván $n = m/M$, ahol M a **relatív móltömeg**, azaz 1 mol anyag tömege.

Így az állapotegyenlet másik alakja:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

vagy sűrűséggel:

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \varrho \frac{RT}{M}.$$

Ideális gázok állapotegyenlete másképpen 2.

Érdemes lehet néha a gáz m tömegét direktbe bevezetni.

Nyilván $n = m/M$, ahol M a **relatív móltömeg**, azaz 1 mol anyag tömege.

Így az állapotegyenlet másik alakja:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

vagy sűrűséggel:

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{M} = \rho \frac{RT}{M}.$$

Az M relatív móltömeg táblázatokból vehető.

Pl. H_2 gázra 2 g/mol, N_2 -re 28 g/mol, ...

Ideális gázok: egyszerűsített törvények

Az állapotegyenletből következik, hogy:

- Állandó hőmérsékleten, adott mennyiségű gázra $pV = \text{áll.}$
(Boyle-Mariotte-törvény.)
- Állandó térfogaton, adott mennyiségű gázra $p/T = \text{áll.}$
(Gay-Lussac I. törvénye.)
- Állandó nyomáson, adott mennyiségű gázra $V/T = \text{áll.}$
(Gay-Lussac II. törvénye.)
- ...

Mind következik az állapotegyenletből. („Általános gáztörvény”)

Ideális gázok: egyszerűsített törvények

Az állapotegyenletből következik, hogy:

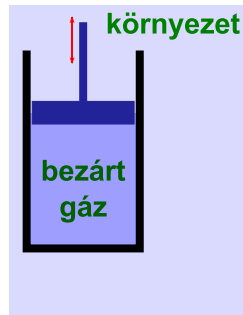
- Állandó hőmérsékleten, adott mennyiségű gázra $pV = \text{áll.}$
(Boyle-Mariotte-törvény.)
- Állandó térfogaton, adott mennyiségű gázra $p/T = \text{áll.}$
(Gay-Lussac I. törvénye.)
- Állandó nyomáson, adott mennyiségű gázra $V/T = \text{áll.}$
(Gay-Lussac II. törvénye.)
- ...

Mind következik az állapotegyenletből. („Általános gáztörvény”)

Tipikus elrendezés: dugattyúval bezárt gáz változásai.

Bezárt gáz mennyisége állandó.

Nyomás, térfogat, ...: a falaktól és a dugattyútól függ.



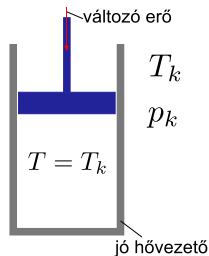
Ideális gázok: fontos állapotváltozások 1.

Izoterm állapotvált. „izo”=azonos, „term”=hőmérséklet.

Jó hővezető falú tartály és kellően lassú változás esetén a bezárt gáz hőmérséklete állandó marad.

$$pV = \text{áll.}$$

Változások oka: külső munkavégzés a dugattyún.

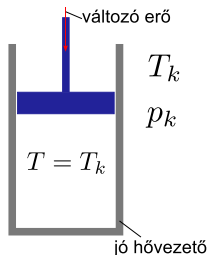


Ideális gázok: fontos állapotváltozások 1.

Izoterm állapotvált. „izo”=azonos, „term”=hőmérséklet.

Jó hővezető falú tartály és kellően lassú változás esetén a bezárt gáz hőmérséklete állandó marad.

$$pV = \text{áll.}$$

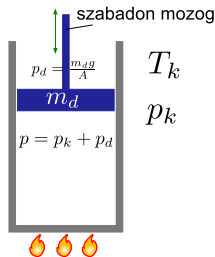


Változások oka: külső munkavégzés a dugattyún.

Izobár állapotvált. „bár”=nyomás.

Szabadon mozgó dugattyú esetén a bezárt gáz nyomása állandó marad.

$$V/T = \text{áll.}$$



Változások oka: külső hőátadás.

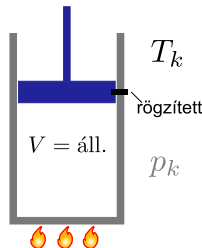
Ideális gázok: fontos állapotváltozások 2.

Izochor állapotvált. „chor”=térfogat.

Rögzített dugattyú esetén a gáz térfogata állandó marad.

$$p/T = \text{áll.}$$

Változások oka: külső hőátadás.



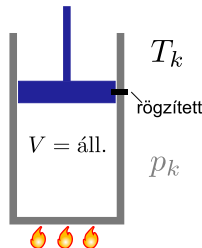
Ideális gázok: fontos állapotváltozások 2.

Izochor állapotvált. „chor”=térfogat.

Rögzített dugattyú esetén a gáz térfogata állandó marad.

$$p/T = \text{áll.}$$

Változások oka: külső hőátadás.

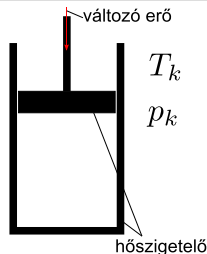


Adiabatus állapotvált. hőátadás nélküli.

Jó hőszigetelő tartály, dugattyú és gyors változás esetén a gáz nem kap hőt kívülről.

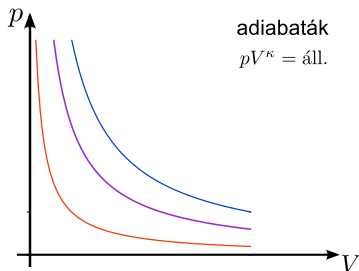
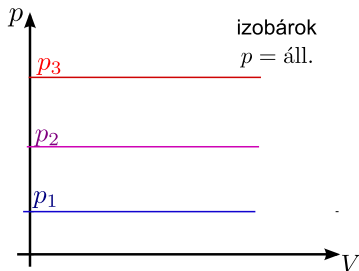
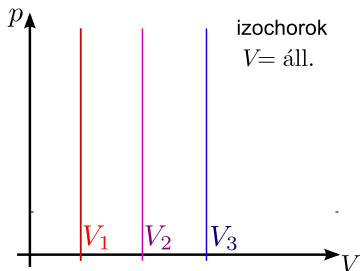
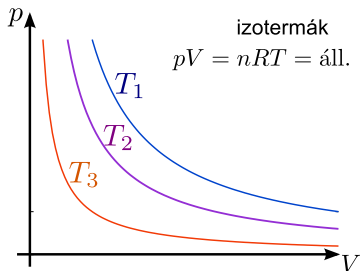
$$pV^\kappa = \text{áll.}$$

Változások oka: külső munkavégzés a dugattyún.
Bizonyítás később.



Egyszerű állapotváltozások a p - V diagramon

Igen fontos eszköz: térfogat függvényében ábrázolni a nyomást.



Munkavégzés gázokon

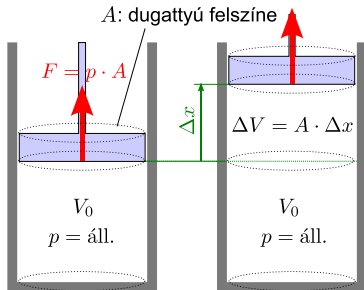
(Korábban: párhuzamos erő és elmozdulás esetén: $W = F\Delta r$.)

Egyszerű eset: dugattyúval lezárt tartály, **állandó nyomás**.

Munkavégzés gázokon

(Korábbi: párhuzamos erő és elmozdulás esetén: $W = F\Delta r$.)

Egyszerű eset: dugattyúval lezárt tartály, **állandó nyomás.**



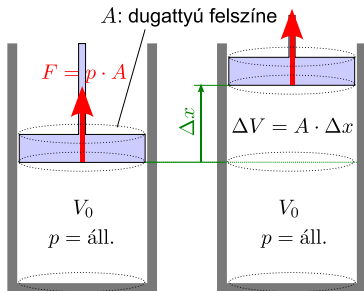
A gáz munkája:

$$W_g = F\Delta x$$

Munkavégzés gázokon

(Korábbi: párhuzamos erő és elmozdulás esetén: $W = F\Delta r$.)

Egyszerű eset: dugattyúval lezárt tartály, **állandó nyomás.**



A gáz munkája:

$$W_g = F\Delta x$$

Erő és gáz nyomás:

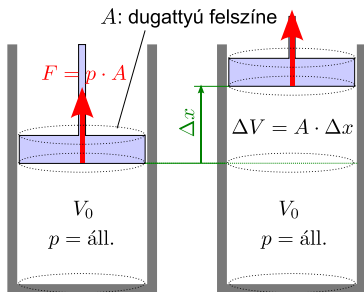
$$F = pA$$

$$W_g = (pA)\Delta x =$$

Munkavégzés gázokon

(Korábbi: párhuzamos erő és elmozdulás esetén: $W = F\Delta r$.)

Egyszerű eset: dugattyúval lezárt tartály, **állandó nyomás.**



A gáz munkája:

$$W_g = F\Delta x$$

Erő és gáz nyomás:

$$F = pA$$

$$W_g = (pA)\Delta x = p(A\Delta x) = p\Delta V.$$

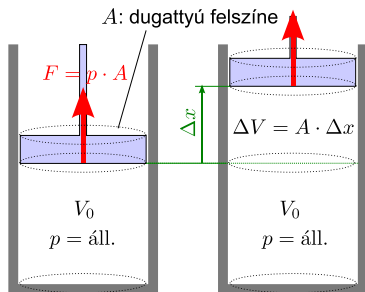
A környezet ennek -1 -szeresét végzi a gázon:

$$W = -p\Delta V$$

Munkavégzés gázokon

(Korábbi: párhuzamos erő és elmozdulás esetén: $W = F\Delta r$.)

Egyszerű eset: dugattyúval lezárt tartály, **állandó nyomás.**



A gáz munkája:

$$W_g = F\Delta x$$

Erő és gáz nyomás:

$$F = pA$$

$$W_g = (pA)\Delta x = p(A\Delta x) = p\Delta V.$$

A környezet ennek -1 -szeresét végzi a gázon:

$$W = -p\Delta V$$

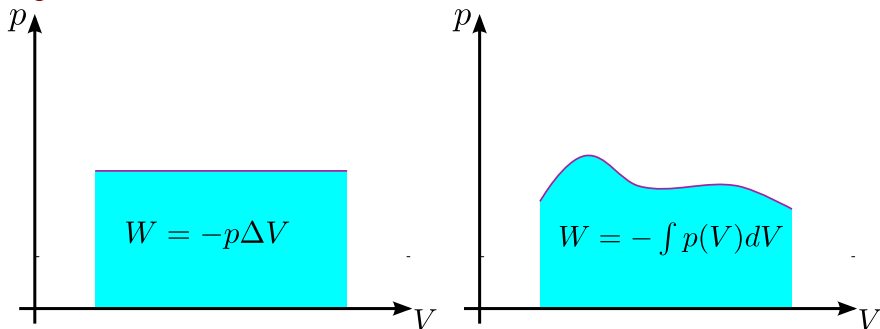
Ha a nyomás nem állandó, akkor kis szakaszokra bontjuk és összegezzük:

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

Munkavégzés a p - V diagramon

Az előző egyenlet szemléletes jelentése:

A munkavégzés nagysága a p - V diagram grafikon alatti területével egyezik meg.



Előjel rendben: ha V nő, akkor tágul a gáz, tehát ő végez munkát a környezetén.

Azaz: $\Delta V > 0$ azt eredményezi, hogy $W < 0$ lesz.

Hőkapacitás, fajhő, moláris hőkapacitás

Ha hőt közlünk a gázzal, akkor annak hőmérséklete emelkedni fog.
A kettő arányát fejezi ki a **hőkapacitás**:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

Hőkapacitás, fajhő, moláris hőkapacitás

Ha hőt közlünk a gázzal, akkor annak hőmérséklete emelkedni fog.

A kettő arányát fejezi ki a **hőkapacitás**:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

A hőkapacitás nyilván egyenesen arányos az anyagmennyiséggel. Érdekes az egységnyi mennyiségre vonatkozó hőkapacitásokat elnevezni:

- **Fajhő**: a hőkapacitás és a tömeg hányadosa.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

- **Moláris hőkapacitás**: (molhő) a hőkapacitás és a mólszám hányadosa.

$$c_m = \frac{C}{n} = \frac{\Delta Q}{n\Delta T}$$

Hőkapacitás: állandó nyomáson vagy térfogaton?

Az I. főtétel miatt nem mindegy, hogy milyen körülmények közt történik a melegítés.

- **Állandó térfogaton** nincs tágulás: minden hő a belső energiát növeli.

$$Q_V = \Delta E$$

- **Állandó nyomáson** a melegített gáz tágul: a hő egy része tágulási munkává alakul.

$$Q_p = \Delta E - W = \Delta E + p\Delta V$$

Hőkapacitás: állandó nyomáson vagy térfogaton

A hőkapacitás is eltér a két esetben:

$$C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta E}{\Delta T}$$

$$C_p = \frac{Q_p}{\Delta T} = \frac{\Delta E + p\Delta V}{\Delta T} = C_V + p\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Hőkapacitás: állandó nyomáson vagy térfogaton

A hőkapacitás is eltér a két esetben:

$$C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta E}{\Delta T}$$

$$C_p = \frac{Q_p}{\Delta T} = \frac{\Delta E + p\Delta V}{\Delta T} = C_V + p \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Az állapotegyenletből: $V = nRT/p$, ezért ha p állandó:

$$\Delta V / \Delta T = nR/p$$

Hőkapacitás: állandó nyomáson vagy térfogaton

A hőkapacitás is eltér a két esetben:

$$C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta E}{\Delta T}$$

$$C_p = \frac{Q_p}{\Delta T} = \frac{\Delta E + p\Delta V}{\Delta T} = C_V + p \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Az állapotegyenletből: $V = nRT/p$, ezért ha p állandó:

$$\Delta V / \Delta T = nR/p$$

Így az állandó nyomáson vett hőkapacitás:

$$C_p = C_V + nR = C_V + Nk$$

Hőkapacitás: állandó nyomáson vagy térfogaton

A hőkapacitás is eltér a két esetben:

$$C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta E}{\Delta T}$$

$$C_p = \frac{Q_p}{\Delta T} = \frac{\Delta E + p\Delta V}{\Delta T} = C_V + p \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Az állapotegyenletből: $V = nRT/p$, ezért ha p állandó:

$$\Delta V / \Delta T = nR/p$$

Így az állandó nyomáson vett hőkapacitás:

$$C_p = C_V + nR = C_V + Nk$$

Az eltérés érthető: ha állandó nyomáson melegítünk egy gázt, akkor az tágul, azaz a bevitt hő egy része nem a belső energiát növeli, hanem melegít.

(Hőből munka! Hőerőgép? :-) Csak a tágulás idejére... :-()

Fajhő és moláris fajhő: állandó nyomáson vagy térfogaton

Egységnyi tömegre:

$$c_p = c_V + \frac{n}{m}R = c_V + \frac{R}{M}$$

Egy mólra:

$$c_{m,p} = c_{m,V} + R$$

Ezek a korábbiakból következnek, csak néha egyszerűbb így számolni.

Állandó hőmérsékleten vett hőkapacitás?

Nincs értelme! Fizikailag sem és matematikailag sem (nevezőben 0.)

Állandó hőmérsékleten vett hőkapacitás?

Nincs értelme! Fizikailag sem és matematikailag sem (nevezőben 0.)

Adiabatikus hőkapacitás?

0, hisz $Q = 0$. Nincs értelme bevezetni.

Állandó hőmérsékleten vett hőkapacitás?

Nincs értelme! Fizikailag sem és matematikailag sem (nevezőben 0.)

Adiabatikus hőkapacitás?

0, hisz $Q = 0$. Nincs értelme bevezetni.

Speciális alkalmazások:

Néha felmerül, hogy nem V vagy p állandó, hanem más mennyiség.

Ilyenkor speciális hőkapacitás, fajhő, moláris fajhő fogalmak jönnek elő.

Ideális gázok fajhő értékei

Pontos érték: méréssel.

A legtöbb gáz esetén jó közelítés:

$$c_{m,V} = \frac{f}{2}R, \quad c_{m,p} = \frac{f+2}{2}R$$

- Egyatomos gázok (He, Ne, Ar, ...): $f = 3$
- Kéttatomos gázok (O_2 , N_2 , H_2 , ...): $f = 5$
- Bonyolultabb molekulák (H_2O , NH_3 , diesel-üzemanyag): $f \geq 6$

Ebből a hőkapacitás, fajhő könnyen meghatározható.

$$C = c_m \cdot n, \quad c = \frac{C}{m} = c_m \frac{n}{m} = \frac{c_m}{M}$$

Ideális gázok fajhő értékei

Pontos érték: méréssel.

A legtöbb gáz esetén jó közelítés:

$$c_{m,v} = \frac{f}{2}R, \quad c_{m,p} = \frac{f+2}{2}R$$

- Egyatomos gázok (He, Ne, Ar, ...): $f = 3$
- Kéttatomos gázok (O₂, N₂, H₂, ...): $f = 5$
- Bonyolultabb molekulák (H₂O, NH₃, diesel-üzemanyag): $f \geq 6$

Ebből a hőkapacitás, fajhő könnyen meghatározható.

$$C = c_m \cdot n, \quad c = \frac{C}{m} = c_m \frac{n}{m} = \frac{c_m}{M}$$

Miért ilyen a törvény? Rövidesen meglátjuk...

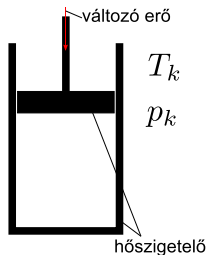
Az adiabatikus állapotváltozás

Adiabatikus állapotvált. $Q = 0$, $\Delta E = W$

Jó hőszigetelés, gyors változás.

Ha sűrítjük, akkor az izoterm változáshoz képest gyorsabban nő a nyomás.

Ok: nemcsak kisebb helyre lesz szorítva a gáz, hanem a hőmérséklete is nő!



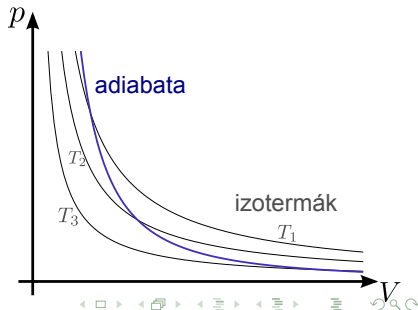
Levezetés nélkül:

$$pV^\kappa = \text{áll.}, \quad TV^{\kappa-1} = \text{áll.}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

κ neve: **specifikus fajhőhányados**.

A fentiek alapján:

$$\kappa = \frac{f+2}{f}$$



A politropikus állapotváltozás

Gyakorlatban nincs ideális adiabatikus állapotváltozás: mindig van kicsi hőcsere.

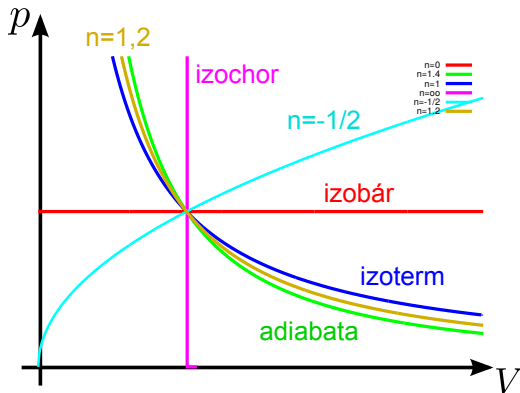
A változás hasonló az adiabatikushoz, de más a kitevő:

Sok korábbi esetet visszaad:

$$pV^n = \text{áll.}, \quad TV^{n-1} = \text{áll.}$$

n neve: **politropikus index**.

- $n = 0$: izobár
- $n = 1$: izoterm
- $n = \kappa$: adiabatikus
- $n = \infty$: izochor



Vigyázat! Ne keverjük ezt az n -et a mólszámmal!

A gázok főbb tulajdonságai megérthetők az alábbi feltevésekkel:

- A gázok kicsi részecskékből (atomokból, molekulákból) állnak, melyek ritkán ütköznek a fallal és egymással.
- A falnak átadott lendületből származik a gáz nyomása.
- A belső energia a gáZRészecskék energiájának összege.

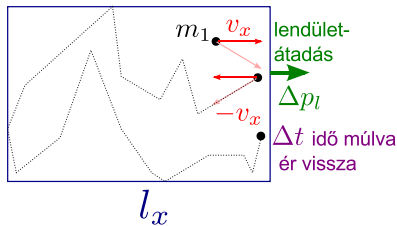
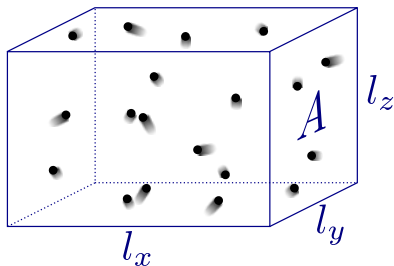
A gázok főbb tulajdonságai megérthetők az alábbi feltevésekkel:

- A gázok kicsi részecskékből (atomokból, molekulákból) állnak, melyek ritkán ütköznek a fallal és egymással.
- A falnak átadott lendületből származik a gáz nyomása.
- A belső energia a gázcsoport részecskéinek energiájának összege.

A pontos tárgyalás a statisztikus fizika eszköztárát igényli, de sok fontos összefüggés levezethető elemi eszközökkel.

Csak az átlagos értékeket fogjuk kiszámolni.

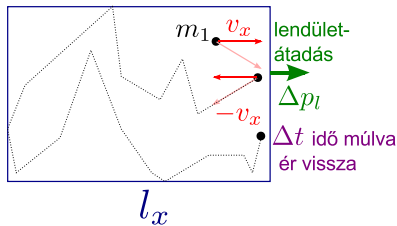
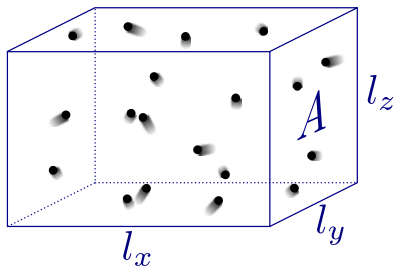
Molekuláris modell: a gáz (átlagos) nyomása



Molekulák tömege m_1 , átlagos sebességnagysága x irányban: v_x

- **Ütközés a falon:** $\Delta p_l = 2m_1 v_x$ lendületátadás.
- Két ütközés közti idő: $\Delta t = 2l_x / v_x$.

Molekuláris modell: a gáz (átlagos) nyomása

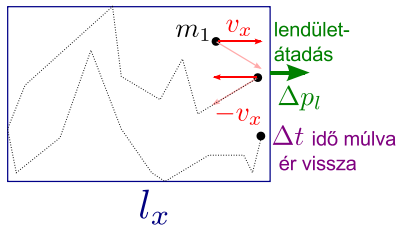
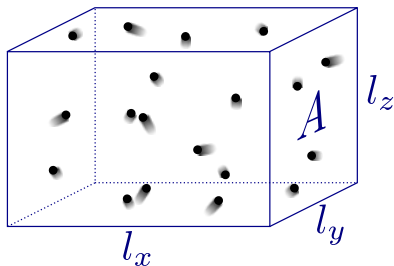


Molekulák tömege m_1 , átlagos sebességnagysága x irányban: v_x

- **Ütközés a falon:** $\Delta p_l = 2m_1 v_x$ lendületátadás.
- Két ütközés közti idő: $\Delta t = 2l_x / v_x$.

1 molekula átlagos ereje a falra:
$$\bar{F}_1 = \frac{\Delta p_l}{\Delta t} = \frac{m_1 v_x^2}{l_x}$$

Molekuláris modell: a gáz (átlagos) nyomása



Molekulák tömege m_1 , átlagos sebességnagysága x irányban: v_x

- **Ütközés a falon:** $\Delta p_l = 2m_1 v_x$ lendületátadás.
- Két ütközés közti idő: $\Delta t = 2l_x / v_x$.

1 molekula átlagos ereje a falra: $\bar{F}_1 = \frac{\Delta p_l}{\Delta t} = \frac{m_1 v_x^2}{l_x}$

Ennek megfelelő átlagnyomás: $\bar{p}_1 = \frac{\bar{F}_1}{A} = \frac{m_1 v_x^2}{l_x A} = \frac{m_1 v_x^2}{V}$

Molekuláris modell: a gáz (átlagos) nyomása

Ha nem 1, hanem N db hasonló molekulánk van:

$$p = \bar{p}_1 N = \frac{N}{V} m_1 v_x^2$$

azaz:

$$pV = N \cdot m_1 v_x^2$$

(Az átlagolást le hagytuk, mert a gyakorlatban N olyan nagy, hogy az átlagtól való eltérés elhanyagolható.)

Molekuláris modell: a gáz (átlagos) nyomása

Ha nem 1, hanem N db hasonló molekulánk van:

$$p = \bar{p}_1 N = \frac{N}{V} m_1 v_x^2$$

azaz:

$$pV = N \cdot m_1 v_x^2$$

(Az átlagolást le hagytuk, mert a gyakorlatban N olyan nagy, hogy az átlagtól való eltérés elhanyagolható.)

Ez nagyon hasonlít az egyetemes gáztörvényre!

Ha a molekulák átlagos mozgássebessége állandó, akkor $pV/N = \text{állandó}$.

Egyezés, ha: $m_1 v_x^2 = kT$.

A hőmérséklet egyenesen arányos a molekulák átlagsebességének négyzetével.

Az ekvipartíció tétele

Az előző egyenletben a mozgási energiához hasonló fogalmat fedezhetünk fel:

$$\frac{1}{2}kT = \frac{1}{2}m_1v_x^2 = E_{1,x}$$

azaz az x irányú mozgásban a molekula (átlagosan) $kT/2$ energiát tárol. Nyilván ugyanez van y és z irányban is.

A molekulák azonban nemcsak mozoghatnak (transzláció), hanem foroghatnak (rotáció) is! Ezek egymástól függetlenül történnek.

Az ekvipartíció tétele

Az előző egyenletben a mozgási energiához hasonló fogalmat fedezhetünk fel:

$$\frac{1}{2}kT = \frac{1}{2}m_1 v_x^2 = E_{1,x}$$

azaz az x irányú mozgásban a molekula (átlagosan) $kT/2$ energiát tárol. Nyilván ugyanez van y és z irányban is.

A molekulák azonban nemcsak mozoghatnak (transzláció), hanem foroghatnak (rotáció) is! Ezek egymástól függetlenül történnek.

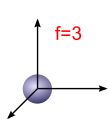
Fontos fogalom: **Egy rendszer szabadsági fokainak nevezzük a többitől független energiatárolási lehetőségeket.** (Példák később.)

Bebizonyítható az **ekvipartíció tétele**:

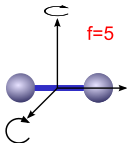
A testek egyensúlyi állapotban minden szabadsági fokon átlagosan $kT/2$ energiát tárolnak.

Az ekvipartíció tétele: szabadsági foksámok

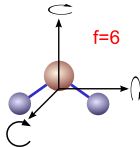
A molekulák szabadsági foksáma szerkezetüktől függ.



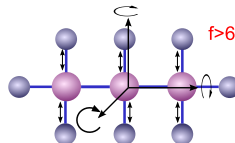
3 transzláció



3 transzláció
2 rotáció



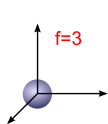
3 transzláció
3 rotáció



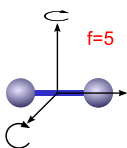
3 transzláció
3 rotáció
+néhány rezgési

Az ekvipartíció tétele: szabadsági foksámok

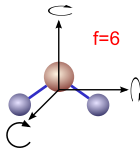
A molekulák szabadsági foksáma szerkezetüktől függ.



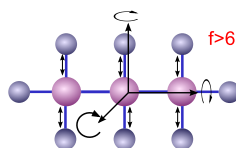
3 transzlációs



3 transzlációs
2 rotációs



3 transzlációs
3 rotációs



3 transzlációs
3 rotációs
+néhány rezgési

Molekulánként f szabadsági fok esetén az N atomos gáznak Nf szabadsági foka van, ezért össz belső energiája:

$$E = Nf \frac{1}{2} kT = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT$$

így moláris hőkapacitása állandó térfogaton: (ua., mint fentebb)

$$c_{m,V} = \frac{1}{n} \frac{\Delta E}{\Delta T} = \frac{f}{2} R$$

Most már értjük, hogy a korábbi f az 1 molekula szabadsági foksáma.

A szabadsági fokokról

A legtöbb egyszerű molekulánál a fenti 3, 5 vagy 6 érték valósul meg.
Kvantummechanika: **egy rezgés beindításának van egy minimális energiája.**
Ha ez a minimális energia meghaladja $kT/2$ -t, az a rezgés nem indul be.

A szabadsági fokokról

A legtöbb egyszerű molekulánál a fenti 3, 5 vagy 6 érték valósul meg.
Kvantummechanika: **egy rezgés beindításának van egy minimális energiája.**
Ha ez a minimális energia meghaladja $kT/2$ -t, az a rezgés nem indul be.

Általános név: **A szabadsági fokok befagyása.**

Elmélete bonyolult.

- a transzlációs szab. fokok sosem fagynak be
- a rotációs szab. fokok többnyire 50–150 K alatt fagynak be
- a rezgési szab. fokok 300–600 K alatt fagynak be.

A legtöbb molekula szobahőmérsékleten csak transzlációban és rotációban tárol energiát.

(De vannak kivételek és pár száz fokon már sok a rezgési szab. fok is.)

Egy molekula átlagsebessége v , de ez 3 irányú transzlációból tevődik össze:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

Ezért az (átlagos) össz mozgási energia az ekvipartíció tétel miatt:

$$E_1 = \frac{1}{2}m_1v^2 = \frac{1}{2}m_1v_x^2 + \frac{1}{2}m_1v_y^2 + \frac{1}{2}m_1v_z^2 = E_{1,x} + E_{1,y} + E_{1,z} = \frac{3}{2}kT$$

Egy molekula átlagsebessége v , de ez 3 irányú transzlációból tevődik össze:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2.$$

Ezért az (átlagos) össz mozgási energia az ekvipartíció tétel miatt:

$$E_1 = \frac{1}{2}m_1v^2 = \frac{1}{2}m_1v_x^2 + \frac{1}{2}m_1v_y^2 + \frac{1}{2}m_1v_z^2 = E_{1,x} + E_{2,x} + E_{3,x} = \frac{3}{2}kT$$

Innen a molekulák átlagsebessége:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

A hangsebesség és a molekulák mozgása

A fentieket N_2 molekulákra 300 K-en alkalmazva: $v = 517 \text{ m/s}$.

Ez nem véletlenül esik a 300 K-en érvényes hangsebesség nagyságrendjébe!

A hangot, azaz a levegőbeli sűrűsödést-ritkulást a molekulák adják tovább.

A hangsebesség azért kisebb ennél, mert a molekulák nem rendezetten, egy irányban haladnak.

A hangsebesség és a molekulák mozgása

A fentieket N_2 molekulákra 300 K-en alkalmazva: $v = 517 \text{ m/s}$.

Ez nem véletlenül esik a 300 K-en érvényes hangsebesség nagyságrendjébe!

A hangot, azaz a levegőbeli sűrűsödést-ritkulást a molekulák adják tovább.

A hangsebesség azért kisebb ennél, mert a molekulák nem rendezetten, egy irányban haladnak.

Érdekesség: $v = \sqrt{3RT/M}$ -ből látszik, hogy:

- v egyenesen arányos $\sqrt{T}$ -vel, azaz hidegben lassabban mennek a molekulák és kisebb a hangsebesség is.
- v fordítottan arányos $\sqrt{M}$ -mel, azaz nagyobb móltömegű gázban (nehezebb molekulák) kisebb a hangsebesség.

A hangsebesség és az információ átadási sebesség

A fentiek következménye:

A gázon belül minden változás hangsebességgel adódik tovább.

A hangsebesség és az információ átadási sebesség

A fentiek következménye:

A gázon belül minden változás hangsebességgel adódik tovább.

Példák:

- Egy álló dugattyú megmozdításának hatása nem egyből érződik a tartályban, hanem hangsebességgel halad a változás.
- Egy nyíláson át vákuumba legfeljebb hangsebességgel áramlik ki a gáz.

Ezek hatással vannak a mérnöki gyakorlatra:

- Gyors változások nem egyből éreztetik hatásukat a rendszer távoli részein.
- Nyomáskülönbséggel csak hangsebességig tudom a gázt gyorsítani.

(Belső égésű motoroknál, kipufogórendszerénél, ... ezek jelentkeznek.)