

HALMAZOK FELADATOK

1. Legyen $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 9, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ és $C = \{2, 3, 4, 7, 8\}$. Határozza meg a $A \setminus (B \cup C)$, $(A \cup B) \setminus (C \setminus B)$, $(C \setminus A) \cup (B \setminus C)$, $(A \setminus C) \cup (B \cap C)$ halmazokat!

Megoldás

$$A \setminus (B \cup C) = \{6, 9, 10\}$$

$$(A \cup B) \setminus (C \setminus B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$$

$$(C \setminus A) \cup (B \setminus C) = \{1, 2, 5, 8\}$$

$$(A \setminus C) \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$$

2. Legyenek adottak a következő halmazok $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - x - 30 = 0\}$, $B = \left\{x \in \mathbb{N} : \frac{9-x}{2} - x \geq -6\right\}$ és $C = \{x \in \mathbb{Z} : -x^2 - 4x + 12 > 0\}$. Határozza meg a $B \setminus A$, $A \setminus B$, $(C \setminus A) \cap B$, $(B \setminus A) \cup C$ halmazokat!

Megoldás

$$B \setminus A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$A \setminus B = \{-5\}$$

$$B, \mathbf{V} (C \setminus A) \cap B = \{1\}$$

$$B, \mathbf{V} (B \setminus A) \cup C = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

3. Legyen $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^3 - 16x = 0\}$, $B = \left\{x \in \mathbb{N} : -\frac{x+2}{3} - x < 2\right\}$ és $C = \{x \in \mathbb{Z} : |2x - 5| \leq 6\}$.

Határozza meg a $A \cap B$, $B \setminus C$, $(A \cup C) \setminus B$, $(A \cup B) \cap C$ halmazokat!

Megoldás

$$B \setminus A = \{4\}$$

$$B \setminus C = \{6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

$$B, \mathbf{V} (A \cup C) \setminus B = \{-4, 0\}$$

$$B, \mathbf{V} (A \cup B) \cap C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

4. Legyenek adottak a következő halmazok $A = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 + 3x + 4 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 2| < 10\}$ és $C = \{x \in \mathbb{R} : (2x + 3)^2 \leq (2x + 4)^2 - 15\}$. Határozza meg a $A \cup B$, $A \setminus B$, $(A \setminus C) \cap B$, $B \setminus (C \cap A)$ halmazokat!

Megoldás

$$\text{B, V } A \cup B =]-2, 4]$$

$$\text{B, V } A \setminus B = [3, 4]$$

$$\text{V } (A \setminus C) \cap B = [-1, 2[$$

$$\text{V } B \setminus (C \cap A) =]-2, 2[$$

5. Legyenek adottak a következő halmazok $A = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 + 3x + 4 \leq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |4x - 2| > 10\}$ és $C = \{x \in \mathbb{R} : (-x - 5)^2 \leq 11(x + 5)\}$. Határozza meg az $A \cap B$, $C \setminus A$, $(C \setminus B) \cap A$, $(A \cup B) \cap C$ halmazokat!

Megoldás

$$\text{B, V } A \cap B =]-\infty, -2[\cup [4, \infty[$$

$$\text{B, V } C \setminus A =]-1, 4[$$

$$\text{V } (C \setminus B) \cap A = [-2, -1]$$

$$\text{V } (A \cup B) \cap C = [-5, -1] \cup]3, 6]$$

6. Legyenek adottak a következő halmazok $A = \{x \in \mathbb{R} : 3x^2 + 2x - 21 < 0\}$, $B = \left\{x \in \mathbb{R} : -x + 1 \geq -\frac{2 - 2x}{3}\right\}$ és $C = \{x \in \mathbb{R} : (2x + 5)(x - 3) < (x + 1)(2x + 1) - 8\}$. Határozza meg a $A \setminus B$, $B \cap C$, $B \setminus A$, $B \setminus (A \cup C)$, $A \setminus (B \cap C)$ halmazokat!

Megoldás

$$\text{B, V } A \setminus B = \left]1, \frac{7}{3}\right[$$

$$\text{B, V } B \cap C =]-2, 1]$$

$$\text{B, V } B \setminus A =]-\infty, -3]$$

$$\text{V } B \setminus (A \cup C) =]-\infty, -3]$$

$$\forall A \setminus (B \cap C) =]-3, -2] \cup \left] 1, \frac{7}{3} \right[$$

7. **B, V** Határozza meg az $A = \{x \in \mathbb{R} : 6x^2 - 12 \leq x\}$ halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmazát!

Megoldás

$$\bar{A} = \mathbb{R} \setminus A = \left] -\infty, -\frac{4}{3} \right[\cup \left] \frac{3}{2}, \infty \right[$$

8. **V** Legyen $A = \{x \in \mathbb{R} : -2x^2 - 11x + 6 < 0\}$ és $B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{7x+2}{4} - 1 > 2+x\right\}$ Határozza meg az $A \cap B$ halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmazát!

Megoldás

$$\overline{A \cap B} = \mathbb{R} \setminus (A \cap B) = \left] -\infty, \frac{10}{3} \right]$$

9. Legyen $A = \{x \in \mathbb{R} : (x+5)(x-2) > 0\}$ és $B = \{x \in \mathbb{R} : -x^2 + 1 \leq 0\}$ Határozza meg az A halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmazát! Határozza meg az $A \cup B$ halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmazát! Határozza meg az A halmaz B halmazra vonatkozó komplementerhalmazát!

Megoldás

V A halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmaza: $\bar{A} = \mathbb{R} \setminus A = [-5, 2]$

V $A \cup B$ halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmaza: $\overline{A \cup B} = \mathbb{R} \setminus (A \cup B) =]-1, 1[$

V A halmaz B halmazra vonatkozó komplementerhalmaza: $\bar{A} = B \setminus A = [-5, -1] \cup [1, 2]$

10. Legyenek adottak a következő halmazok $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x-3}{x+2} \leq 0\right\}$ és $B = \{x \in \mathbb{R} : |3x-2| > 7\}$. Határozza meg a $\bar{A} \cup B$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cup \bar{B}$, $A \cap \bar{B}$, $A \setminus \bar{B}$ és $B \setminus \bar{A}$ halmazokat! (\bar{A} az A halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmaza, \bar{B} a B halmaz valós számok halmazára vonatkozó komplementerhalmaza.)

Megoldás

$$\mathbf{B, V} \quad \bar{A} \cup B = \left] -\infty; -\frac{5}{3} \right[\cup \left] \frac{3}{2}; \infty \right[$$

$$\mathbf{B, V} \quad \bar{A} \cap B =]-\infty; -2]$$

$$\mathbf{B, V} \quad \bar{A} \cup \bar{B} =]-\infty; -2] \cup \left[-\frac{5}{3}; \infty\right[$$

$$\mathbf{B, V} \quad A \cap \bar{B} = \left[-\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right]$$

$$\mathbf{B, V} \quad A \setminus \bar{B} = \left]-2; -\frac{5}{3}\right[$$

$$\mathbf{B, V} \quad B \setminus \bar{A} = \left]-2; -\frac{5}{3}\right[$$

11. Legyenek adottak a következő halmazok $A = \{x \in \mathbb{R} : 69 - 11x \geq (2x - 3)^2 - 3x(x + 1)\}$,
 $B = \left\{x \in \mathbb{R} : \left|3 - \frac{x}{2}\right| \geq 2\right\}$ és $C = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3x - 1}{3} - \frac{x + 1}{2} > 0\right\}$. Határozza meg a $\bar{A} \cup B$, $\bar{A} \cap B$,
 $(\bar{A} \cup C) \cap B$, $\overline{B \cap C}$ és $\overline{(A \cap B) \setminus C}$ halmazokat! (A komplementerhalmazok a valós számok halmazára vonatkoznak.)

Megoldás

$$\mathbf{V} \quad \bar{A} \cup B =]-\infty; 2] \cup [10; \infty[$$

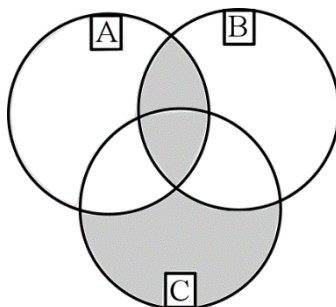
$$\mathbf{V} \quad \bar{A} \cap B =]-\infty; -6[\cup]10; \infty[$$

$$\mathbf{V} \quad (\bar{A} \cup C) \cap B =]-\infty; -6[\cup \left[\frac{5}{3}; 2\right] \cup [10; \infty[$$

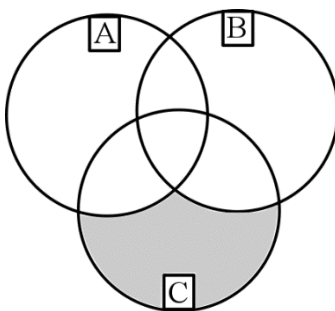
$$\mathbf{V} \quad \overline{B \cap C} = \left]-\infty; \frac{5}{3}\right] \cup]2; 10[$$

$$\mathbf{V} \quad \overline{(A \cap B) \setminus C} = \left]-\infty; \frac{5}{3}\right] \cup]2; 10[\cup]10; \infty[$$

12. **B, V** Legyenek A, B, C tetszőleges halmazok. Ábrázolja Venn-diagramon a $(A \cap B) \cup (C \setminus (A \cup B))$ halmazt!

Megoldás

13. **B, V** Legyenek A, B, C tetszőleges halmazok. Ábrázolja Venn-diagramon a $((A \cup B \cup C) \setminus A) \setminus B$ halmazt!

Megoldás

14. **V** Döntse el, hogy tetszőleges A, B, C halmazok esetén teljesül-e az alábbi egyenlőség! Ábrázolja Venn-diagramon!

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

Megoldás

igen

15. **V** Döntse el, hogy tetszőleges A, B, C halmazok esetén teljesül-e az alábbi egyenlőség! Ábrázolja Venn-diagramon!

$$(A \cup B) \setminus C = (A \cap B) \cup (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

Megoldás

nem

16. **V** Döntse el, hogy tetszőleges A, B, C halmazok esetén teljesül-e az alábbi egyenlőség! Ábrázolja Venn-diagramon!

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$$

Megoldás

igen

17. **V** Döntse el, hogy tetszőleges A, B, C halmazok esetén teljesül-e az alábbi egyenlőség! Ábrázolja Venn-diagramon!

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$$

Megoldás

igen

18. **V** Venn diagramok segítségével igazolja az unió disztributivitását a metszetre nézve!

19. **V** Venn diagramok segítségével igazolja a metszet disztributivitását az unióra nézve!