FÜGGVÉNYVIZSGÁLAT

1. B Hol metszi az x tengelyt az $f(x) = \ln(x^2 - 3)$ függvény grafikonja?
   Megoldás:-2;2

2. B Hol metszi az y tengelyt az $f(x) = \frac{x^3+2x+1}{x^4}$ függvény grafikonja?
   Megoldás: nem metszi

3. B Vizsgálja meg az $f(x) = xe^{-x^2}$ függvény szimmetria tulajdonságait!
   Megoldás: páratlan

4. B Vizsgálja meg az $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$ függvény szimmetria tulajdonságait!
   Megoldás: páros

5. B Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az $f(x) = x^3 - x^2 + x$ függvény lokális szélsőértékét(szélsőértékeit)!
   Megoldás: $D_f = R$, nincs lokális szélsőérték

6. B Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az $f(x) = x^3 - x^2 + x$ függvény inflexiós pontját(pontjait)!
   Megoldás:$D_f = R$, $\frac{1}{3}$

7. B Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ függvény lokális szélsőértékét(szélsőértékeit)!
   Megoldás:$D_f = R, -1; 0; 1$

8. B Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ függvény inflexiós pontját(pontjait)!
   Megoldás: $D_f = R, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

9. B Határozza meg az $f(x) = x + \frac{4}{x}$ függvény lokális minimumának függvényértékét!
   Megoldás:4

10. B Határozza meg az $f(x) = x + \frac{4}{x}$ függvény lokális maximumának függvényértékét!
    Megoldás: -4

11. B Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az $f(x) = \frac{6x}{x^2+2}$ függvény lokális szélsőértékét(szélsőértékeit)!
    Megoldás:$-\sqrt{2}; \sqrt{2}$

12. B Milyen intervallum(ok)on nő az $f(x) = -x^3 + 12x + 1$ függvény?
    Megoldás:$]-2, 2[$

13. B Milyen intervallum(ok)on csökken az $f(x) = -2x^3 + 6x - 4$ függvény?
    Megoldás: $]-\infty, -1[$ és $]1, \infty[$

14. B Milyen intervallum(ok)on nő az $f(x) = \frac{-2x}{x^2+4}$ függvény?
    Megoldás: $]-\infty, -2[$ és $]2, \infty[$

15. B Határozza meg az $f(x) = \frac{-2x}{x^2+4}$ függvény lokális minimumának függvényértékét!
Megoldás:-0,5

16. B Határozza meg az $f(x) = \frac{-2x}{x^2+4}$ függvény lokális maximumának függvényértékét!
Megoldás:0,5

17. B Hol konkáv az $f(x) = \frac{x^6}{30} - 8x^2$ függvény?
Megoldás: $]-2;2[$

18. V Végezzen teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = x^3 - 0,5x^4$ függvényen!
Megoldás

1. $D_f = R =]-\infty;\infty[$
2. $f(x)$ zérushelyei:$0;2$ (a függvény itt metszi az x tengelyt)
   y tengelyt metszi: 0
3. $f(x) \neq f(-x)$ nem páros a függvény
   $-f(x) \neq f(-x)$ nem páratlan a függvény
4. $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3 - 0,5x^4) = -\infty$
   $\lim\limits_{x\to\infty}(x^3 - 0,5x^4) = -\infty$
5. $f'(x) = 3x^2 - 2x^3$
   $f'(x)$ zérushelyei:$0;\frac{3}{2}$

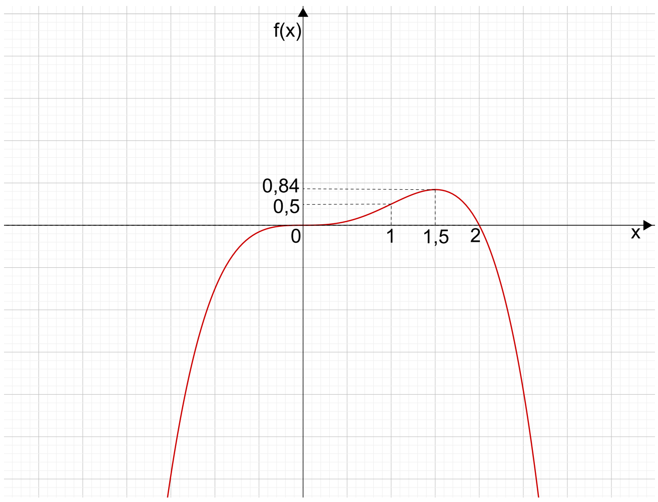
D_f	$]-\infty;0[$	0	$]0;\frac{3}{2}[$	$\frac{3}{2}$	$]\frac{3}{2};\infty[$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	mon.nő	X	mon. nő	lok.max.	mon.csökk.

   $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{32} \approx 0,84$

6. $f''(x) = 6x - 6x^2$
   $f''(x)$ zérushelyei:$0;1$

D_f	$]-\infty;0[$	0	$]0;1[$	1	$]1;\infty[$
$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	konkáv	infl.pont	konvex	infl.pont	konkáv

   $f(0) = 0, f(1) = 0,5$

7. 

8. $R_f = \left]-\infty; \frac{27}{32}\right]$

19. V Végezzen teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^3}$ függvényen!

Megoldás

1. $D_f = R \setminus \{0\} =]-\infty; 0[\cup]0; \infty[$
2. $f(x)$ zérushelyei:$1; -1$ (a függvény itt metszi az x tengelyt)
   Az y tengelyt nem metszi a függvény, mivel nincs értelmezve az $x = 0$ pontban.
3. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3}; f(-x) = \frac{(-x)^2-1}{(-x)^3} = \frac{x^2-1}{-x^3}; -f(x) = -\frac{x^2-1}{x^3}$
   $f(x) \neq f(-x)$ nem páros a függvény
   $-f(x) = f(-x)$ a függvény páratlan
4. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2-1}{x^3} = 0$
   $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{x^2-1}{x^3} = \infty$
   $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{x^2-1}{x^3} = -\infty$
   $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-1}{x^3} = 0$
5. $f'(x) = \frac{-x^4+3x^2}{x^6} = \frac{-x^2+3}{x^4}$
   $f'(x)$ zérushelyei:$-\sqrt{3} = -1,73; \sqrt{3} = 1,73$

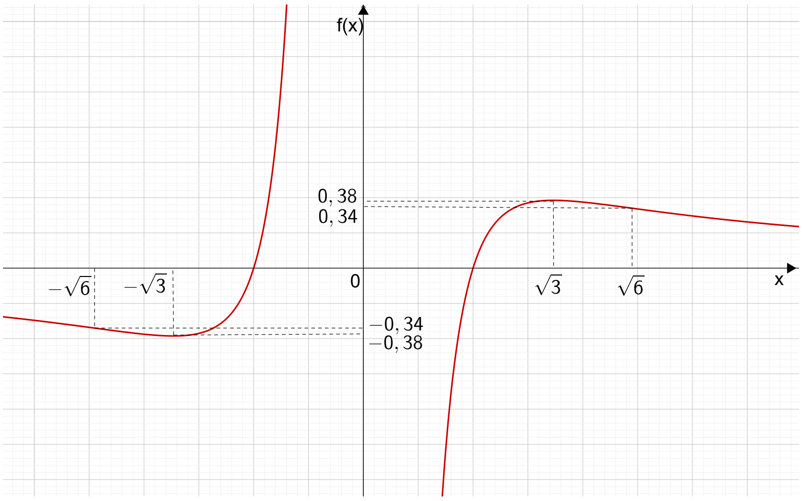
D_f	$]-\infty; -\sqrt{3}[$	$-\sqrt{3}$	$]-\sqrt{3}; 0[$	0	$]0; \sqrt{3}[$	$\sqrt{3}$	$]\sqrt{3}; \infty[$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	nincs ért.	$+$	0	$-$
$f(x)$	mon.csökk.	lok.min.	mon. nő	nincs ért.	mon.nő	lok.max.	mon.csökk.

$f\left(-\sqrt{3}\right) = \frac{-2}{3\sqrt{3}} \approx -0,38$
$f\left(\sqrt{3}\right) = \frac{2}{3\sqrt{3}} \approx 0,38$

6. $f''(x) = \frac{2x^5-12x^3}{x^8} = \frac{2x^2-12}{x^5}$
   $f''(x)$ zérushelyei:$-\sqrt{6} = -2,45$; $\sqrt{6} = 2,45$

D_f	$]-\infty;-\sqrt{6}[$	$-\sqrt{6}$	$]-\sqrt{6};0[$	0	$]0;\sqrt{6}[$	$\sqrt{6}$	$]\sqrt{6};\infty[$
$f''(x)$	$-$	0	$+$	nincs ért.	$-$	0	$+$
$f(x)$	konkáv	infl. pont	konvex	nincs ért.	konkáv	infl. pont	konvex

   $f\left(-\sqrt{6}\right) = \frac{-5}{6\sqrt{6}} \approx -0,34$
   $f\left(\sqrt{6}\right) = \frac{5}{6\sqrt{6}} \approx 0,34$

7. 

8. $R_f = R$

20. V Végezzen teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+4}$ függvényen!

Megoldás

1. $D_f = R$
2. $f(x)$ zérushelyei:0 (a függvény itt metszi az x tengelyt)
   y tengelyt metszi:$f(0) = 0$
3. $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$; $f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^2+4} = \frac{x^2}{x^2+4}$; $-f(x) = -\frac{x^2}{x^2+4}$
   $f(x) = f(-x)$ a függvény páros
   $-f(x) \neq f(-x)$ a függvény nem páratlan
4. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x^2+4} = 1$
   $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2}{x^2+4} = 1$
5. $f'(x) = \frac{8x}{(x^2+4)^2}$
   $f'(x)$ zérushelyei:0

D_f	$]-\infty;0[$	0	$]0;\infty[$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	mon.csökk.	lok.min.	mon. nő

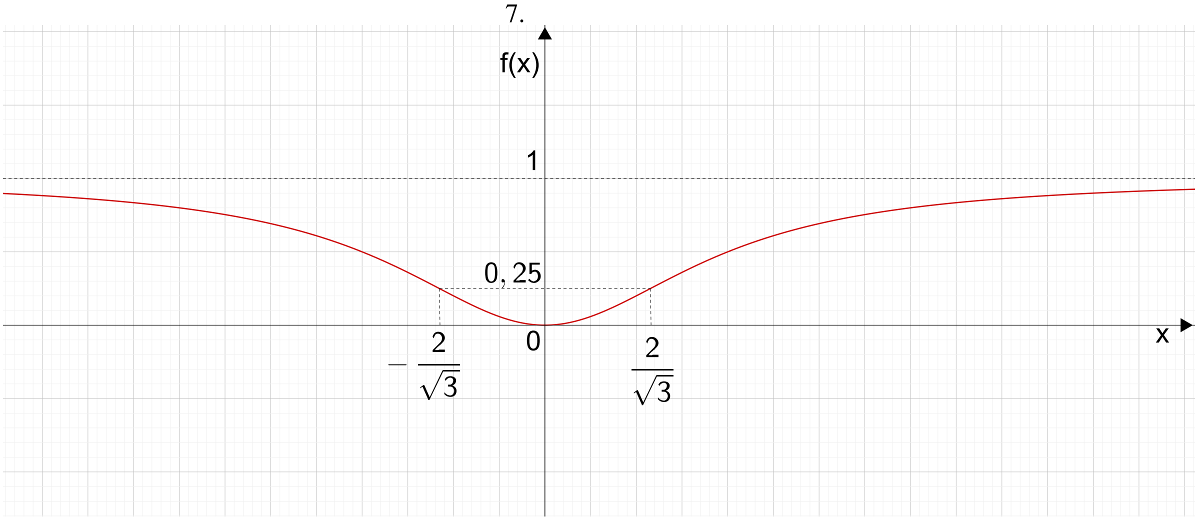
$f(0) = 0$

6. $f''(x) = \frac{8\cdot(x^2+4)^2-8x\cdot2\cdot(x^2+4)\cdot2x}{(x^2+4)^4} = \frac{8(x^2+4)^2-32x^2(x^2+4)}{(x^2+4)^4} = \frac{(x^2+4)(8(x^2+4)-32x^2)}{(x^2+4)^4} = \frac{-24x^2+32}{(x^2+4)^3}$
   $f''(x)$ zérushelyei:$-\frac{2}{\sqrt{3}} = -1,15$; $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15$

D_f	$]-\infty;-\frac{2}{\sqrt{3}}[$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	$]-\frac{2}{\sqrt{3}};\frac{2}{\sqrt{3}}[$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$]\frac{2}{\sqrt{3}};\infty[$
$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	konkáv	infl. pont	konvex	infl. pont	konkáv

$f\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{4} = 0,25$
$f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{4} = 0,25$

7.



8. $R_f = [0;1[$