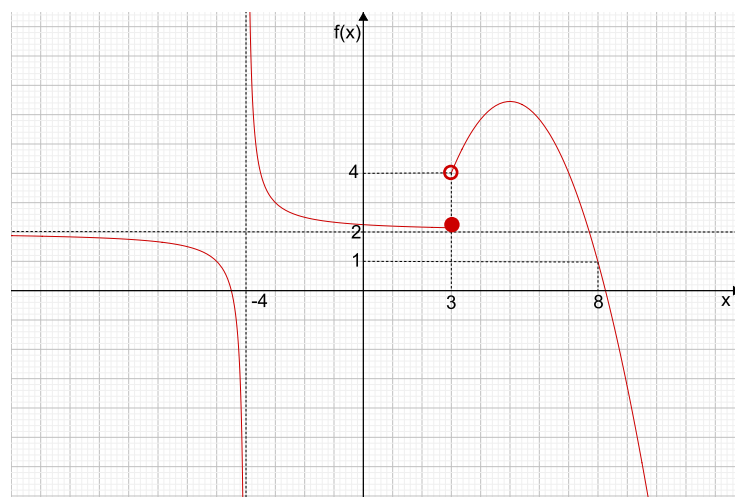


## Függvények határértéke

1. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

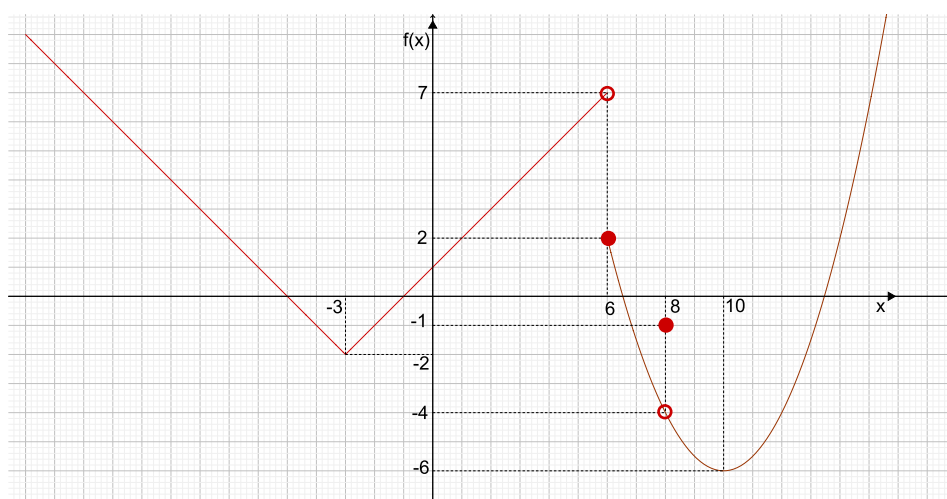
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x), \lim_{x \rightarrow -4} f(x), \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 8} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



$$[\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -4} f(x) \text{-nem létezik, } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4, \lim_{x \rightarrow 8} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty]$$

2. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

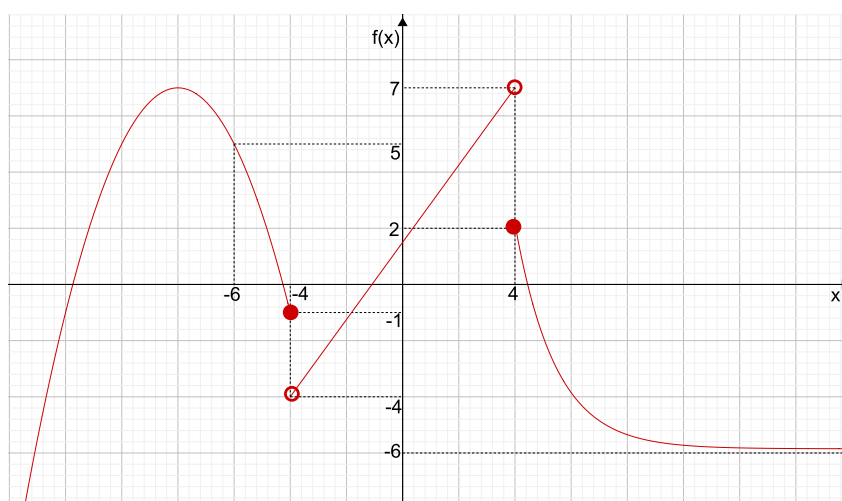
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -3} f(x), \lim_{x \rightarrow 6} f(x), \lim_{x \rightarrow 8} f(x), \lim_{x \rightarrow 10} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



$$\left[ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 6} f(x) \text{-nem létezik}, \lim_{x \rightarrow 8} f(x) = -4, \right. \\ \left. \lim_{x \rightarrow 10} f(x) = -6, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \right]$$

3. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

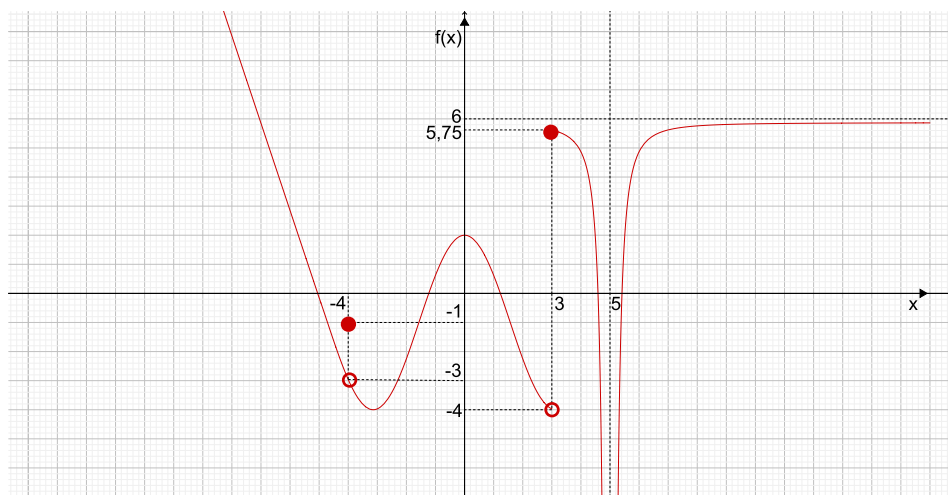
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -6} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x), \lim_{x \rightarrow -4} f(x), \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x), \\ \lim_{x \rightarrow 4} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



$$\left[ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -6} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -4, \lim_{x \rightarrow -4} f(x) \text{-nem} \right. \\ \left. \text{létezik}, \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 7, \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 4} f(x) \text{-nem létezik}, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -6 \right]$$

4. **B, V** Az ábra segítségével határozza meg a következő határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -4} f(x), \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 3} f(x), \\ \lim_{x \rightarrow 5} f(x), \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$



[ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -3$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5,75$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ -nem létezik,  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 6$ ]

5. **V** Ábrázolja a függvényt és határozza meg a következő határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{ha } x \geq 1 \\ x^2 + 1, & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -3} f(x) & [10] \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) & [-1] \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) & [\text{nem létezik}] \\ \lim_{x \rightarrow 7} f(x) & [11] \end{aligned}$$

6. **V** Ábrázolja a függvényt és határozza meg a következő határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+1}, & \text{ha } x < 0 \\ 2 - x, & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) & [-\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & [0] \\ \lim_{x \rightarrow -2} f(x) & [\frac{1}{2}] \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 4} f(x) & [-2] \end{aligned}$$

7. **V** Ábrázolja a függvényt és határozza meg a következő határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4, & \text{ha } x \geq 1 \\ 4^x, & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & [0] \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x) & [1] \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) & [5] \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) & [4] \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) & [\text{nem létezik}] \\ \lim_{x \rightarrow 4} f(x) & [20] \end{aligned}$$

8. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^5 - 4x^7 + 4) \quad [-\infty]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 4x^7 + 4) \quad [\infty]$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^5 - 4x^7 + 4) \quad [7]$$

9. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 1}{5 - x} \quad [-4]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{5 - x} \quad [-4]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{4x + 1}{5 - x} \quad [\infty]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{4x + 1}{5 - x} \quad [-\infty]$$

10. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} \quad [\infty]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} \quad [-\infty]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} \quad \left[-\frac{8}{5}\right]$$

$$\text{V} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} \quad [\text{nem létezik}]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} \quad [\infty]$$

11. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} \quad [1]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} \quad [1]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} \quad [4]$$

$$\text{V} \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} \quad \left[\frac{7}{4}\right]$$

$$\text{V} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3} \quad [\text{nem létezik}]$$

$$\text{B} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3} \quad [-\infty]$$

12. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\text{(a) B} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 8x + 6}{x^2 - x^4 + 6} \quad [-\infty]$$

$$\text{(b) B} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 7}{5x^3 + 7x^5 + 2} \quad [0]$$

- (c) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4}{4x^2 - 7x^3 + 1}$   $\left[-\frac{2}{7}\right]$
- (d) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x^6 + 4x}{x^2 + 5x}$   $[\infty]$
- (e) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x^4 + 4}{8x^3 - 5x^4 + 7}$   $\left[\frac{2}{5}\right]$
- (f) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{10} - x}{x - x^3}$   $[\infty]$
- (g) **B**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{3x + \sqrt{4x^2 + 3}}$   $\left[\frac{2}{5}\right]$
- (h) **B**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{7x^6 + x^4 - 5x^2 - 3}}{4x^2 + x - 11}$   $[0]$

13. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3 - 2x}{4x - 8}$   $[\infty]$
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{8 + 3x}{6 - 2x}$   $[-\infty]$
- (c) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 2}{\ln x}$   $[\infty]$
- (d) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x^2 + \sqrt{x}}{\ln x}$   $[-\infty]$
- (e) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2}{\sin x}$   $[-\infty]$
- (f) **B**  $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{1 - x}{(x + 4)^2}$   $[\infty]$
- (g) **B**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - x}{(x - 3)^2}$   $[-\infty]$
- (h) **V**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 3}{(x + 2)^2}$   $[-\infty]$
- (i) **B**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5 - x}{(x + 1)^3}$   $[-\infty]$
- (j) **B, V**  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{8}{\cos x}$   $[\infty]$
- (k) **V**  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{3 + x}{(x + 5)^3}$  [nem létezik]
- (l) **B**  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-2x + 1}{x^2 - 3x - 4}$   $[\infty]$
- (m) **B**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3 - x^2}{2x^2 - 3x - 2}$   $[-\infty]$
- (n) **V**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + 3x}{x^2 - 2x - 3}$  [nem létezik]

14. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7}{3 \sin x}$   $[\infty]$
- (b) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{-2 \sin x}$   $[-\infty]$
- (c) **V**  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{-1}{-3 \cos x}$   $[-\infty]$
- (d) **V**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1}{\ln(x - 1)}$   $[-\infty]$
- (e) **V**  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x + 5}{\ln(x + 3)}$   $[\infty]$
- (f) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x + 1}{2e^x - 2}$   $[\infty]$
- (g) **V**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7}{1 - 2^x}$   $[-\infty]$
- (h) **V**  $\lim_{x \rightarrow 25^-} \frac{7 - e^x}{\sqrt{x} - 5}$   $[\infty]$
- (i) **V**  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - x^3}{\sqrt{x} - 3}$   $[-\infty]$

15. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B**  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$   $[\frac{2}{5}]$
- (b) **B**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3x - 18}$   $[1]$
- (c) **B**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3x - 18}$   $[\frac{0}{-18} = 0]$
- (d) **B**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 8}{x^2 - 2x - 8}$   $[\frac{1}{3}]$
- (e) **B**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - 4x}$   $[\frac{9}{4}]$
- (f) **B**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x + 3}$   $[-1]$
- (g) **B**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{7x - x^2 - 10}{x^2 - 25}$   $[-\frac{3}{10}]$