

Függvények határértéke

1. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (x^5 - 4x^7 + 4) & [-\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - 4x^7 + 4) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -1} (x^5 - 4x^7 + 4) & [7] \end{aligned}$$

2. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+1}{5-x} & [-4] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{5-x} & [-4] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{4x+1}{5-x} & [\infty] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{4x+1}{5-x} & [-\infty] \end{aligned}$$

3. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [\infty] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [-\infty] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & \left[\frac{1}{2}\right] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & \left[-\frac{8}{5}\right] \\ \text{V } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [\text{nem létezik}] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x - 6} & [\infty] \end{aligned}$$

4. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & [1] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & [1] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & [4] \\ \text{V } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3} & \left[\frac{7}{4}\right] \\ \text{V } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3} & [\text{nem létezik}] \\ \text{B } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3} & [-\infty] \end{aligned}$$

5. **V** Ábrázolja a függvényt és határozza meg a következő határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{ha } x \geq 1 \\ x^2 + 1 & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) & [-1] \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) & [\text{nem létezik}] \end{aligned}$$

6. **V** Ábrázolja a függvényt és határozza meg a következő határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & \text{ha } x < 0 \\ 2 - x & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) & [-\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & [0] \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) & [2] \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x) & [2] \end{aligned}$$

7. **V** Ábrázolja a függvényt és határozza meg a következő határértékeket!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{ha } x \geq 1 \\ 4^x & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) & [\infty] \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & [0] \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) & [5] \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) & [4] \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) & [\text{nem létezik}] \end{aligned}$$

8. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{aligned} \text{(a) B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 8x + 6}{x^2 - x^4 + 6} & [-\infty] \\ \text{(b) B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 7}{5x^3 + 7x^5 + 2} & [0] \\ \text{(c) B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4}{4x^2 - 7x^3 + 1} & \left[-\frac{2}{7}\right] \\ \text{(d) B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x^6 + 4x}{x^2 + 5x} & [\infty] \\ \text{(e) B } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 2x^4 + 4}{8x^3 - 5x^4 + 7} & \left[\frac{2}{5}\right] \end{aligned}$$

- (f) **B** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{10} - x}{x - x^3}$ $[\infty]$
- (g) **B** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{3x + \sqrt{4x^2 + 3}}$ $\left[\frac{2}{5}\right]$
- (h) **B** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^3 + x^2 + 13}}{\sqrt{7x^2 + 3x + 4}}$ $\left[\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{7}}\right]$
- (i) **B** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{7x^6 + x^4 - 5x^2 - 3}}{4x^2 + x - 11}$ $[0]$
- (j) **B** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 10x^3 - 4}{\sqrt[3]{5x^4 + 8x - 9} + 6x}$ $[-\infty]$
- (k) **V** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - x - 3}{\sqrt{6x^3 + 5x} + 10x^2 + 5}$ $\left[\frac{3}{5}\right]$
- (l) **V** $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^4 + 1} + \sqrt[3]{8x^6 + x^2}}{8x^2 - 11}$ $\left[\frac{5}{8}\right]$
- (m) **V** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{32x^6 + x^4 + 13x}}{\sqrt[3]{8x^4 + 3x^3 + 7x + 12}}$ $[0]$

9. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B** $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3 + 2x}{x - 2}$ $[\infty]$
- (b) **V** $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5 - 7x}{4 - x}$ [nem létezik]
- (c) **B** $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{2})^-} \frac{8 + 3x}{2x - 3}$ $[-\infty]$
- (d) **B** $\lim_{x \rightarrow (\frac{9}{4})^+} \frac{2 - 5x}{4x - 9}$ $[-\infty]$
- (e) **V** $\lim_{x \rightarrow (-\frac{7}{3})} \frac{2x - 1}{3x + 7}$ [nem létezik]
- (f) **B** $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{1 - x}{(x + 4)^2}$ $[\infty]$
- (g) **B** $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - x}{(x - 3)^2}$ $[-\infty]$
- (h) **V** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 3}{(x + 2)^2}$ $[-\infty]$
- (i) **B** $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5 - x}{(x + 1)^3}$ $[-\infty]$
- (j) **B** $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-x}{(2x - 6)^3}$ $[-\infty]$
- (k) **V** $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{3 + x}{(x + 5)^3}$ [nem létezik]

- (l) **B** $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-2x + 1}{x^2 - 3x - 4}$ $[\infty]$
- (m) **B** $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3 - x^2}{2x^2 - 3x - 2}$ $[-\infty]$
- (n) **V** $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + 3x}{x^2 - 2x - 3}$ [nem létezik]

10. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **V** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{7}{3 \sin x}$ $[\infty]$
- (b) **V** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3}{-2 \sin x}$ $[-\infty]$
- (c) **V** $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 2}{\ln x}$ $[\infty]$
- (d) **V** $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x^2 + \sqrt{x}}{\ln x}$ $[-\infty]$
- (e) **V** $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1}{\ln(x - 1)}$ $[-\infty]$
- (f) **V** $\lim_{x \rightarrow (-\frac{3}{2})^+} \frac{x + 5}{\ln(2x + 4)}$ $[\infty]$
- (g) **V** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x + 1}{2e^x - 2}$ $[\infty]$
- (h) **V** $\lim_{x \rightarrow 25^-} \frac{7 - e^x}{\sqrt{x} - 5}$ $[\infty]$
- (i) **V** $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - x^3}{\sqrt{x - 3}}$ $[-\infty]$
- (j) **V** $\lim_{x \rightarrow 16^-} \frac{12}{5 \log_2 x - 20}$ $[-\infty]$
- (k) **V** $\lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{15}{4 \log_3 x - 8}$ $[\infty]$

11. Határozza meg a következő határértékeket!

- (a) **B** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$ $[\frac{2}{5}]$
- (b) **B** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3x - 18}$ $[1]$
- (c) **B** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 + 3x - 18}$ $[\frac{0}{-18} = 0]$
- (d) **B** $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 8}{x^2 - 2x - 8}$ $[\frac{1}{3}]$
- (e) **B** $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - 4x}$ $[\frac{9}{4}]$

$$(f) \text{ B } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x + 3} \quad [-1]$$

$$(g) \text{ B } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{7x - x^2 - 10}{x^2 - 25} \quad \left[-\frac{3}{10}\right]$$

12. Határozza meg a következő határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 5^x \quad [\infty]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5^x \quad [0]$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 5^{-x} \quad [0]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 5^{-x} \quad [\infty]$$

13. Határozza meg a következő határértékeket!

$$(a) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} (7^{-x} + 2 \cdot 8^{x+1} - 42) \quad [\infty]$$

$$(b) \text{ B } \lim_{x \rightarrow -\infty} (7^{-x} + 2 \cdot 8^{x+1} - 42) \quad [\infty]$$

$$(c) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} (8 + 3^{-x} - 21^x) \quad [-\infty]$$

$$(d) \text{ B } \lim_{x \rightarrow -\infty} (8 + 3^{-x} - 21^x) \quad [\infty]$$

$$(e) \text{ B } \lim_{x \rightarrow 0} (8 + 3^x - 21^x) \quad [8]$$

14. Határozza meg a következő határértékeket!

$$(a) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7^{x+2} - 2 \cdot 4^{2x+1}}{5^{2x-1} + 2^{2+2x}} \quad [0]$$

$$(b) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^{2x+2} + 3 \cdot 6^{x-1}}{3 \cdot 4^{x-2} + 2^{1+4x}} \quad [8]$$

$$(c) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8^{2x+1} - 3 \cdot 5^{x+2}}{6^{x+1} + 4 \cdot 2^{3x+2}} \quad [\infty]$$

$$(d) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 8^{x+1} - 3}{9 - 2^{3x+4}} \quad [-1]$$

$$(e) \text{ B } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6^x - 7^{-x}}{9^{2x} + 4} \quad [0]$$

$$(f) \text{ V } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 9^{x-2} - 4^{2x+1} + 5}{10^{-x} + 6^{x+2}} \quad [-\infty]$$

$$(g) \text{ V } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 8^{x+1} - 3^{x-2} + 13}{5^x - 2^{3x+4}} \quad [-1]$$

15. Határozza meg a következő határértékeket!

$$(a) \text{ V } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x+3} - \sqrt{5x-7}) \quad [-\infty]$$

$$(b) \text{ V } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2-8} - \sqrt{5x^2+2}) \quad [0]$$

$$(c) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{8x^4 - 12 + 5x} - \sqrt{5x + 8x^4 - 2} \right) \quad [0]$$

$$(d) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{5x^4 - 2x + 3} - \sqrt{5 + 5x^4 - 4x^2} \right) \quad \left[\frac{2}{\sqrt{5}} \right]$$

$$(e) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3x^2 + 7x + 9} - \sqrt{3x^2 + 9x - 5} \right) \quad \left[-\frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

$$(f) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{8x^2 + 13} - \sqrt{9x^2 + 7} \right) \quad [-\infty]$$

$$(g) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{x^2 - 4x - 13} - \sqrt{x^2 + x + 2}} \quad \left[-\frac{4}{5} \right]$$

16. Határozza meg a következő határértékeket!

$$(a) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x + 6}{6x - 7} \right)^{4x-2} \quad [\infty]$$

$$(b) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3}{x^2 + 5} \right)^{x-2} \quad [e^0 = 1]$$

$$(c) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 5}{3x + 1} \right)^{5x^2+2} \quad [0]$$

$$(d) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 5}{4x + 3} \right)^{7x+10} \quad \left[e^{-14} = \frac{1}{e^{14}} \right]$$

$$(e) \quad \textcolor{red}{V} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 3}{2x + 4} \right)^{5x^2+3} \quad [e^{-\infty} = 0]$$