Függvények

2014. október 22.

Határozza meg a következő határértékeket!

1. **Feladat:**
$$\lim_{x\to\infty}(2+7^{-x}-15^x)=\cdots=-\infty$$
Megoldás:
$$\lim_{x\to\infty}(2+7^{-x}-15^x)=(2+0-\infty)=-\infty$$

2. **Feladat:**
$$\lim_{x\to-\infty}(2+7^{-x}-15^x)=\cdots=\infty$$
Megoldás:
$$\lim_{x\to-\infty}(2+7^{-x}-15^x)=(2+\infty-0)=\infty$$

3. **Feladat:**
$$\lim_{x\to 0}(2+7^{x}-15^x)=\cdots=2$$
Megoldás:
$$\lim_{x\to 0}(2+7^{x}-15^x)=(2+7^0-15^0)=2+1-1=2$$

4. **Feladat:**
$$\lim_{x\to-\infty}(x^5-4x^7+4)=\cdots=\infty$$
Megoldás:
$$\lim_{x\to-\infty}(x^5-4x^7+4)=\lim_{x\to-\infty}x^7\left(\frac{1}{x^2}-4+\frac{4}{x^7}\right)=(\infty(-4))=-\infty$$

5. **Feladat:**
$$\lim_{x\to\infty}(x^5-4x^7+4)=\cdots=-\infty$$
Megoldás:
$$\lim_{x\to\infty}(x^5-4x^7+4)=\lim_{x\to\infty}x^7\left(\frac{1}{x^2}-4+\frac{4}{x^7}\right)=(-\infty(-4))=\infty$$

6. **Feladat:**

$$\lim_{x \to -1} (x^5 - 4x^7 + 4) = \dots = 7$$

Megoldás:

$$\lim_{x \to -1} (x^5 - 4x^7 + 4) = (-1)^5 - 4(-1)^5 + 4 = 7$$

7. **Feladat:**

$$\lim_{x \to 1} (5x^2 - 3x - 2) = \dots = 0$$

Megoldás:

$$\lim_{x \to 1} (5x^2 - 3x - 2) = 5 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 2 = 0$$

8. **Feladat:**

$$\lim_{x \to -\frac{2}{5}-} (5x^2 - 3x - 2) = \dots = 0$$

Megoldás:

$$\lim_{x \to -\frac{2}{5}-} \frac{5x^2 - 3x - 2}{15x + 7} = \frac{0}{5} = 0$$

9. **Feladat:**

$$\lim_{x \to -\frac{3}{2}+} \log_4(8x + 4) = \dots = 2$$

Megoldás:

$$\lim_{x \to -\frac{3}{2}+} \log_4(8x + 4) = \log_4 16 = 2$$

10. **Feladat:**

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} (\cos 2x - 2 \sin x + 5) = \dots = 2$$

Megoldás:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} (\cos 2x - 2 \sin x + 5) = \cos 2\frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{2} + 3 = -1 - 2 + 5 = 2$$

11. **Feladat:** Ábrázolja f függvényt és olvassa le az f jobb- és baloldali határértékét az $x = 1$ pontban!

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{ha} x \geq 1 \\ x^2 + 1 & \text{ha} x < 1 \end{cases}$$

12. **Feladat:** Ábrozolja f függvényt, majd határozza meg f jobb - és baloldali határértékét az $x = 0$ pontban!

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & \text{ha} x \geq 0 \\ 2 - x & \text{ha} x < 0 \end{cases}$$

13. **Feladat:**

$$\lim_{x\to 9-}(3-\sqrt{x}) = \cdots = 0+$$

Megoldás:

14. **Feladat:**

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+3x-5}{4x^2+7x-15} = \cdots = \frac{1}{4}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+3x-5}{4x^2+7x-15} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2\left(1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}\right)}{x^2\left(4+\frac{7}{x}-\frac{15}{x^2}\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}}{4+\frac{7}{x}-\frac{15}{x^2}} = \frac{1}{4}$$

15. **Feladat:**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+3x-5}{4x^2+7x-15} = \cdots = \frac{1}{4}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+3x-5}{4x^2+7x-15} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}\right)}{x^2\left(4+\frac{7}{x}-\frac{15}{x^2}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2}}{4+\frac{7}{x}-\frac{15}{x^2}} = \frac{1}{4}$$

16. **Feladat:**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{5-x} = \cdots = -4$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{4x+1}{5-x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(4+\frac{1}{x}\right)}{x\left(\frac{5}{x}-1\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{4+\frac{1}{x}}{\frac{5}{x}-1} = -4$$

17. **Feladat:**

$$\lim_{x\to 5+}\frac{4x+1}{5-x} = \cdots = -\infty$$

Megoldás: Véges helyen vizsgáljuk a határértéket, helyettesítsünk be 5-t.

$$\lim_{x\to 5+}\frac{4x+1}{5-x} = \frac{21}{0}$$

Mivel a számláló nem nulla, a nevező 0, további vizsgálatra van szükség. Ha meg tudjuk mondani, hogy a nevező milyen értékeken keresztül tart 0-hoz, akkor felhasználhatjuk, hogy

$$\frac{1}{0} = \begin{cases} \frac{1}{0+} = \infty \\ \frac{1}{0-} = -\infty \\ \frac{1}{0\pm} = \text{divergens} \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 5+}\frac{4x+1}{5-x} = \frac{21}{0} = \frac{21}{0-} = 21\frac{1}{0-} = 21\cdot(-\infty) = -\infty$$

18. **Feladat:**
$$\lim_{x\to 5-} \frac{4x+1}{5-x} = \cdots = \infty$$

Megoldás:
$$\lim_{x\to 5-} \frac{4x+1}{5-x} = \frac{21}{0} = \frac{21}{0+} = 21\frac{1}{0+} = 21\cdot\infty = \infty$$

19. **Feladat:**
$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^3+5x}{4x^4-x^2+7} = \cdots = 0$$

Megoldás:
$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^3+5x}{4x^4-x^2+7} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^3(1+\frac{5}{x^2})}{x^4(4-\frac{1}{x^2}+\frac{7}{x^4})} = \lim_{x\to -\infty} \frac{1}{x}\cdot\frac{1+\frac{5}{x^2}}{4-\frac{1}{x^2}+\frac{7}{x^4}} = 0\cdot\frac{1}{4} = 0$$

20. **Feladat:**
$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^{10}-x}{x-x^3} = \cdots = \infty$$

Megoldás:
$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^{10}-x}{x-x^3} = \lim_{x\to -\infty} \frac{x^{10}(1-\frac{1}{x^9})}{x^3(\frac{1}{x}-1)} = \lim_{x\to -\infty} x^7\cdot\frac{1-\frac{1}{x^9}}{\frac{1}{x}-1} = -\infty\cdot(-1) = \infty$$

21. **Feladat:**
$$\lim_{x\to \infty} \frac{2x+3}{3x+\sqrt{4x^2+3}} = \cdots = \frac{2}{5}$$

Megoldás:
$$\lim_{x\to \infty} \frac{2x+3}{3x+\sqrt{4x^2+3}} = \lim_{x\to \infty} \frac{x(2+\frac{3}{x})}{3x+\sqrt{x^2\left(4+\frac{3}{x^2}\right)}} = \lim_{x\to \infty} \frac{x(2+\frac{3}{x})}{x\left(3+\sqrt{4+\frac{3}{x^2}}\right)} = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$$

22. **Feladat:**
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^3+x^2+13}}{\sqrt{7x^2+3x+4}} = \cdots = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{7}}$$

Megoldás:
$$\lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^3+x^2+13}}{\sqrt{7x^2+3x+4}} = \lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3(2+\frac{1}{x}+\frac{13}{x^3})}}{\sqrt{x^2(7+\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2})}} =$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{x\sqrt[3]{2+\frac{1}{x}+\frac{13}{x^3}}}{x\sqrt{7+\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}} = \lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt[3]{2+\frac{1}{x}+\frac{13}{x^3}}}{\sqrt{7+\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{7}}$$

23. **Feladat:**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[5]{7x^6+x^4-5x^2-3}}{\sqrt{4x^3+x-11}} = \cdots = 0$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[5]{7x^6+x^4-5x^2-3}}{\sqrt{4x^3+x-11}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt[5]{x^6(7+\frac{1}{x^2}-\frac{5}{x^4}-\frac{3}{x^6})}}{\sqrt{x^3(4+\frac{1}{x^2}-\frac{11}{x^3})}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^{\frac{6}{5}}\cdot\sqrt[5]{7+\frac{1}{x^2}-\frac{5}{x^4}-\frac{3}{x^6}}}{x^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{4+\frac{1}{x^2}-\frac{11}{x^3}}} = \lim_{x\to\infty} x^{-\frac{3}{10}} \frac{\sqrt[5]{7+\frac{1}{x^2}-\frac{5}{x^4}-\frac{3}{x^6}}}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}-\frac{11}{x^3}}} = 0\cdot\frac{\sqrt[5]{7}}{2} = 0$$

24. **Feladat:**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-10x^3-4}{\sqrt[3]{5x^6+8x-9}+6x} = \cdots = \frac{5}{4}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-10x^3-4}{\sqrt[3]{5x^6+8x-9}+6x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3(\frac{1}{x^2}-10-\frac{4}{x^3})}{x^2\sqrt[3]{5+\frac{8}{x^5}-\frac{9}{x^6}}+6x} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3(\frac{1}{x^2}-10-\frac{4}{x^3})}{x^2(\sqrt[3]{5+\frac{8}{x^5}-\frac{9}{x^6}}+\frac{6}{x})} = \lim_{x\to\infty} x\frac{\frac{1}{x^2}-10-\frac{4}{x^3}}{\sqrt[3]{5+\frac{8}{x^5}-\frac{9}{x^6}}+\frac{6}{x}} = \infty\cdot\frac{-10}{\sqrt[3]{5}+0} = -\infty$$

25. **Feladat:**

$$\lim_{x\to-4-} \frac{1-x}{(x+4)^2} = \cdots = \infty$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to-4-} \frac{1-x}{(x+4)^2} = \frac{5}{0+} = \infty$$

26. **Feladat:**

$$\lim_{x\to3+} \frac{-x}{(2x-6)^3} = \cdots = -\infty$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to3+} \frac{-x}{(2x-6)^3} = \frac{-3}{0} = \frac{-3}{0+} = -\infty$$

27. **Feladat:**

$$\lim_{x\to-5-} \frac{1}{x^2-x-30} = \cdots = \infty$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to-5-} \frac{1}{x^2-x-30} = \frac{1}{0} = \frac{1}{0+} = \cdots = \infty$$

28. **Feladat:**

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2+2x}{x^2-x-6}=\dots=\frac{2}{5}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2+2x}{x^2-x-6}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)x}{(x-3)(x+2)}=\lim_{x\to -2}\frac{x}{x-3}=\frac{2}{5}$$

29. **Feladat:**

$$\lim_{x\to 4}\frac{2x^2-7x-4}{x^2-4x}=\dots=\frac{7}{4}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to 4}\frac{2x^2-7x-4}{x^2-4x}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 4}\frac{(2x-1)(x-4)}{x(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{2x-1}{x}=\frac{7}{4}$$

30. **Feladat:**

$$\lim_{x\to 5}\frac{7x-x^2-10}{x^2-25}=\dots=-\frac{3}{7}$$

Megoldás: Véges helyen vizsgáljuk a határértéket, kezdjük behelyettesítéssel.

$$\lim_{x\to 5}\frac{7x-x^2-10}{x^2-25}=\frac{0}{0}=$$

Ennél a típusnál alakítsuk szorzattá a számlálót és a nevezőt. Keressük meg a polinomok gyökeit és használjuk a gyöktényezős felírást.

$$7x-x^2-10=-(x-2)(x-5)\qquad \text{mivel}\qquad x_1=5\qquad x_2=2$$

$$x^2-25=x^2-5^2=(x-5)(x+5)$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{7x-x^2-10}{x^2-25}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 5}\frac{-(x-2)(x-5)}{(x-5)(x+5)}=\lim_{x\to 5}\frac{-(x-2)}{(x+5)}=-\frac{3}{10}$$

31. **Feladat:**

$$\lim_{x\to 0}\frac{6x-9x^2}{x^3+2x}=\dots=-\frac{3}{7}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to 0}\frac{6x-9x^2}{x^3+2x}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{x(6-9x)}{x(x^2+2)}=\lim_{x\to 0}\frac{6-9x}{x^2+2}=\frac{6}{2}=3$$

32. **Feladat:**

$$\lim_{x\to \infty}\frac{2\cdot 8^{x+1}-3}{9-2^{3x+4}}=\dots=-1$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to \infty}\frac{2\cdot 8^{x+1}-3}{9-2^{3x+4}}=\lim_{x\to \infty}\frac{2\cdot 8\cdot 8^x-3}{9-2^4\cdot 8^x}=\lim_{x\to \infty}\frac{8^x(16-3\left(\frac{1}{8}\right)^x)}{8^x(9\left(\frac{1}{8}\right)^x-16)}=\lim_{x\to \infty}\frac{16-3\left(\frac{1}{8}\right)^x}{9\left(\frac{1}{8}\right)^x-16}=-1$$

33. **Feladat:**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6^{x-1}-7^{-x}}{3^{2x+2}+4^x} = \cdots = -1$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6^{x-1}-7^{-x}}{3^{2x+2}+4^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{6^{-1}\cdot 6^x - 7^{-x}}{3^2\cdot 9^x + 4^x} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6^x(6^{-1}-\frac{1}{7^x\cdot 6^x})}{9^x(3^2+\left(\frac{4}{9}\right)^x)} = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{6}{9}\right)^x \cdot \frac{6^{-1}-\frac{1}{7^x\cdot 6^x}}{3^2+\left(\frac{4}{9}\right)^x} = 0\cdot \frac{6^{-1}}{9} = 0$$

34. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x^2+7x+9}-\sqrt{3x^2+9x-5}) = \cdots = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Megoldás: A határérték $\infty - \infty$ típusú, így alkalmazzuk a következő bővítést:

$$\sqrt{A}-\sqrt{B} = (\sqrt{A}-\sqrt{B})\frac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{A-B}{\sqrt{A}+\sqrt{B}}$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x^2+7x+9}-\sqrt{3x^2+9x-5}) =$$

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{3x^2+7x+9}-\sqrt{3x^2+9x-5})\frac{\sqrt{3x^2+7x+9}+\sqrt{3x^2+9x-5}}{\sqrt{3x^2+7x+9}+\sqrt{3x^2+9x-5}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2+7x+9-(3x^2+9x-5)}{\sqrt{3x^2+7x+9}+\sqrt{3x^2+9x-5}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x+14}{\sqrt{3x^2+7x+9}+\sqrt{3x^2+9x-5}} =$$

Egyszerűsítsünk x-szel:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-2+\frac{14}{n}}{\sqrt{3+\frac{7}{x}+\frac{9}{x^2}}-\sqrt{3+\frac{9}{x}-\frac{5}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

35. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{8x^2+13}-\sqrt{9x^2+7}) =$$

Megoldás: A határérték $\infty - \infty$ típusú, de x^2 együtthatói nem egyenlőek, így emeljük ki $\sqrt{x^2} = |x| = x.$:

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{8x^2+13}-\sqrt{9x^2+7}) = \lim_{x\to\infty} x\left(\sqrt{8+\frac{13}{x^2}}-\sqrt{9+\frac{7}{x^2}}\right) = \infty(\sqrt{8}-3) = -\infty$$

36. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6x^2 - x - 3}{\sqrt{6x^3 + 5x} + 10x^2 + 5} =$$

Megoldás:

37. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{9x^4 + 1} + \sqrt[3]{8x^6 + x^2}}{8x^2 - 11} =$$

Megoldás:

38. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt[5]{32x^6 + x^4 + 13x}}{\sqrt[3]{8x^4 + 3x^3 + 7x + 12}} =$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt[5]{32x^6 + x^4 + 13x}}{\sqrt[3]{8x^4 + 3x^3 + 7x + 12}} = \lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt[5]{x^6\left(32 + \frac{1}{x^2} + \frac{13}{x^5}\right)}}{\sqrt[3]{x^4\left(8 + \frac{3}{x} + \frac{7}{x^3} + \frac{12}{x^4}\right)}} =$$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^{\frac{6}{5}}\sqrt[5]{32 + \frac{1}{x^2} + \frac{13}{x^5}}}{x^{\frac{4}{3}}\sqrt[3]{8 + \frac{3}{x} + \frac{7}{x^3} + \frac{12}{x^4}}} = \lim_{x\to -\infty} x^{\frac{-2}{15}} \frac{\sqrt[5]{32 + \frac{1}{x^2} + \frac{13}{x^5}}}{\sqrt[3]{8 + \frac{3}{x} + \frac{7}{x^3} + \frac{12}{x^4}}} = 0\frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[3]{8}} = 0$$

39. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot 9^{x-2} - 4^{2x+1} + 5}{10^{-x} + 6^{x+2}} =$$

Megoldás:

40. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot 8^{x+1} - 3^{x-2} + 13}{5^x - 2^{3x+4}} =$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot 8^{x+1} - 3^{x-2} + 13}{5^x - 2^{3x+4}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2\cdot 8\cdot 8^x - 3^{-2}3^x + 13}{5^x - 16\cdot 8^x} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{8^x\left(16 - 3^{-2}\left(\frac{3}{8}\right)^x + 13\left(\frac{1}{8}\right)^x\right)}{8^x\left(\left(\frac{5}{8}\right)^x - 16\right)} = -1$$

41. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x-5}{4x+3}\right)^{7x+10} = \cdots$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x-5}{4x+3}\right)^{7x+10} = 1^{\infty} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{4x+3-8}{4x+3}\right)^{7x+10} =$$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-8}{4x+3}\right)^{4x+3}\right]^{\frac{7x+10}{4x+3}} = \left(e^{-8}\right)^{\frac{7}{4}} = \frac{1}{e^{14}}$$

Felhasználva, hogy

$$\frac{7x+10}{4x+3} = \frac{x(7+\frac{10}{x})}{x(4+\frac{3}{x})} = \frac{7+\frac{10}{x}}{4+\frac{3}{x}} \to \frac{7}{4}$$

42. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to 1-}\frac{3x^2+\sqrt{x}}{\ln x} =$$

Megoldás: Mivel

$$\lim_{x\to 1-}\frac{3x^2+\sqrt{x}}{\ln x} = \frac{4}{0-} = 4\cdot\frac{1}{0-} = 4(-\infty) = -\infty$$

43. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to 0+}\frac{4x+1}{2e^x-2} =$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to 0+}\frac{4x+1}{2e^x-2} = \frac{1}{0+} = \infty$$

44. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to 25-}\frac{e^x+7}{\sqrt{x}-5} =$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to 25-}\frac{7-e^x}{\sqrt{x}-5} = \frac{7-e^{25}}{0-} = \infty$$

45. **Vizsgafeladat:**

$$\lim_{x\to 16-}\frac{12}{5\log_2 x-20} =$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to 16-}\frac{12}{5\log_2 x-20} = \frac{12}{0-} = -\infty$$

46. **Feladat:**

$$\lim_{x\to -2-} \frac{x^2+3}{x^2-x-6} = \cdots = \frac{2}{5}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to -2-} \frac{x^2+3}{x^2-x-6} = \frac{7}{0+} = \infty$$

47. **Feladat:**

$$\lim_{x\to -2-} \frac{x^2+3}{x^2-x-6}$$

Megoldás:

$$\lim_{x\to -2-} \frac{x^2+3}{x^2-x-6} = \frac{7}{0+} = \infty$$