

## IMPLICIT ALAKBAN MEGADOTT SÍKGÖRBÉK

1. **B** Határozza meg az  $x - y^2 = xy$  implicit alakban megadott görbe deriváltját!

**Megoldás**

$$y' = \frac{1 - y}{x + 2y}$$

2. **B** Határozza meg az  $x^2y = e^x$  implicit alakban megadott görbe deriváltját!

**Megoldás**

$$y' = \frac{e^x - 2xy}{x^2}$$

3. **B** Határozza meg az  $\frac{y}{x} = y^2 - 1$  implicit alakban megadott görbe deriváltját!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y}{x - 2x^2y}$$

4. **B** Határozza meg az  $\ln(x - y) = xy$  implicit alakban megadott görbe deriváltját!

**Megoldás**

$$y' = \frac{1 - xy + y^2}{1 + x^2 - xy}$$

5. **B, V** Határozza meg az  $x^2 + 2y^2 = \sqrt{xy}$  implicit alakban megadott görbe deriváltját!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y - 4x\sqrt{xy}}{8y\sqrt{xy} - x}$$

6. **B** Határozza meg az  $x^2 + 2y^2 = 5x + 4$  implicit alakban megadott görbe deriváltját a  $P(1; 2)$  koordinátájú pontban!

**Megoldás**

$$y' = \frac{5 - 2x}{4y}; y' = \frac{3}{8}$$

7. **B** Határozza meg az  $x^2 + 3xy + y^3 = 11$  implicit alakban megadott görbe deriváltját a  $P(2; 1)$  koordinátájú pontban!

**Megoldás**

$$y' = \frac{-2x - 3y}{3(x + y^2)}; y' = -\frac{7}{9}$$

8. **B** Határozza meg az  $x^2y^2 + 4xy = 3x^2y + 24$  implicit alakban megadott görbe deriváltját a  $P(2; 3)$  koordinátájú pontban!

**Megoldás**

$$y' = \frac{6xy - 2xy^2 - 4y}{2x^2y - 3x^2 + 4x}; y' = -\frac{3}{5}$$

9. **B, V** Határozza meg az  $\sqrt{xy} + y = \sqrt{y} - 3x$  implicit alakban megadott görbe deriváltját a  $P(1; 1)$  koordinátájú pontban!

**Megoldás**

$$y' = \frac{-6\sqrt{x}\sqrt{y} - y\sqrt{y}}{2x\sqrt{y} + 2\sqrt{x}\sqrt{y} - \sqrt{x}}; y' = -\frac{7}{3}$$

10. **B, V** Határozza meg az  $\frac{1}{y} + 3y = \sqrt{y} - 2x$  implicit alakban megadott görbe deriváltját a  $P(-1; 1)$  koordinátájú pontban!

**Megoldás**

$$y' = \frac{-4y^2\sqrt{y}}{6y^2\sqrt{y} - 2\sqrt{y} - y^2}; y' = -\frac{4}{3}$$

11. **B, V** Határozza meg az  $x^3 + \frac{1}{y} = 1$  implicit alakban megadott görbe deriváltját a  $x = -1$  helyen!

**Megoldás**

$$y' = 3x^2y^2; y' = \frac{3}{4}$$

12. **B, V** Határozza meg az  $x^4 + y^2 = x + 4$  implicit alakban megadott görbe  $P(1; 2)$  pontbeli érintőjének az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{1 - 4x^3}{2y}; y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$$

13. **B, V** Határozza meg az  $x^2 - xy + y^2 = 4$  implicit alakban megadott görbe  $(0; 2)$  pontbeli érintőjének az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y - 2x}{2y - x}; y = \frac{1}{2}x + 2$$

14. **B, V** Határozza meg az  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{4} = -\frac{27}{28}$  implicit alakban megadott görbe  $(-3; -3)$  pontbeli érintőjének az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{4x}{7y}; y = \frac{4}{7}x - \frac{9}{7}$$

15. **B, V** Határozza meg az  $x - y^2 - 2y = 1$  implicit alakban megadott görbe  $(1; 0)$  pontbeli érintőjének az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{1}{2y + 2}; y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

16. **B, V** Határozza meg az  $\frac{1}{y} + y^2 = xy + 2x$  implicit alakban megadott görbe  $(0; -1)$  pontbeli érintőjének az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y^2(y + 2)}{-xy^2 + 2y^3 - 1}; y = -\frac{1}{3}x - 1$$

17. **V** Határozza meg az  $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{3} = 1$  implicit alakban megadott görbe érintőjének az egyenletét a  $P\left(2; \frac{1}{2}\right)$  pontban!

**Megoldás**

$$y' = \frac{9-3x}{4+4y}; y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

18. **V** Határozza meg az  $\frac{2}{y} + y = x$  implicit alakban megadott görbe  $m = -1$  meredekségű érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y^2}{y^2-2}; y = -x + 4; y = -x - 4$$

19. **V** Határozza meg az  $x + xy + y^2 = 1$  implicit alakban megadott görbe  $m = 2$  meredekségű érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = -\frac{1+y}{x+2y}; y = 2x - 5$$

20. **V** Határozza meg az  $x - y^2 - 2y = 1$  implicit alakban megadott görbe  $y = x - 3$  egyenessel párhuzamos érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{1}{2y+2}; y = x - \frac{3}{4}$$

21. **V** Határozza meg az  $x^2 + y^2 = 5y$  implicit alakban megadott görbe  $y = \frac{4}{3}x$  egyenessel párhuzamos érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{2x}{5-2y}; y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$$

22. **V** Határozza meg az  $x + \sqrt{y} = y + 1$  implicit alakban megadott görbe  $y = 2x - 3$  egyenessel párhuzamos érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{2\sqrt{y}}{2\sqrt{y}-1}; y = 2x - 1$$

23. **V** Határozza meg az  $x + 2 = xy + 1$  implicit alakban megadott görbe  $y = x - 3$  egyenesre merőleges érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$m = -1; y' = \frac{1-y}{x}; y = -x + 3; y = -x - 1$$

24. **V** Határozza meg az  $x^2 - xy + y^2 = 3$  implicit alakban megadott görbe vízszintes érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y - 2x}{2y - x}; y = -2; y = 2$$

25. **V** Határozza meg az  $x^3 + \frac{1}{y} = 1$  implicit alakban megadott görbe vízszintes érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y \neq 0; y' = 3x^2y^2; y = 1$$

26. **V** Határozza meg az  $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{3} = 1$  implicit alakban megadott görbe vízszintes érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{9-3x}{4+4y}; y = -1 - \sqrt{3}; y = -1 + \sqrt{3}$$

27. **V** Határozza meg az  $x^2 - xy + y^2 = 3$  implicit alakban megadott görbe függőleges érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y-2x}{2y-x}; x = -2; x = 2$$

28. **V** Határozza meg az  $x - 1 = (y - 3)^2$  implicit alakban megadott görbe függőleges érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{1}{2y-6}; x = 1$$

29. **V** Határozza meg az  $x^2 - xy + y^2 = 27$  implicit alakban megadott görbe függőleges érintőjének (érintőinek) az egyenletét!

**Megoldás**

$$y' = \frac{y-2x}{2y-x}; x = 6; x = -6$$

30. **V** Vegyük az  $x^5 - 2xy + y^5 = 0$  implicit alakban megadott görbét. Ellenőrizze, hogy a  $P(1; 1)$  pont illeszkedik a görbére és ennek felhasználásával határozza meg a görbe azon pontjának második koordinátáját, amelynek az első koordinátája  $x = 0, 99!$

**Megoldás**

$$y' = \frac{2y-5x^4}{5y^4-2x}; y = -x+2; y = 1, 01$$

31. **V** Vegyük az  $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}y^2 = 1$  implicit alakban megadott görbét. Ellenőrizze, hogy a  $P\left(1; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$  pont illeszkedik a görbére és ennek felhasználásával határozza meg a görbe azon pontjának második koordinátáját, amelynek az első koordinátája  $x = 1, 1!$

**Megoldás**

$$y' = -\frac{9x}{4y}; y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2\sqrt{3}; y = 2, 511473672$$

32. **V** Vegyük az  $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$  implicit alakban megadott görbét. Ellenőrizze, hogy a  $P(3; 1)$  pont illeszkedik a görbére és ennek felhasználásával határozza meg a görbe azon pontjának első koordinátáját, amelynek a második koordinátája  $y = 1,01$ !

**Megoldás**

$$y' = \frac{25x - 4x^3 - 4xy^2}{4x^2y + 4y^3 + 25y}; y = -\frac{9}{13}x + \frac{40}{13}; x = 2,986$$