

KLASSZIKUS ÉS GEOMETRIAI VALÓSZÍNŰSÉGI MEZŐ

1. Két különböző szabályos dobókockát feldobunk.

- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 7? $\left[\frac{6}{36}\right]$
 (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy legalább az egyikkel hármast dobunk? $\left[\frac{11}{36}\right]$
 (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a két kockával egyforma számokat dobunk? $\left[\frac{6}{36}\right]$
 (d) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege páros? $\left[\frac{18}{36}\right]$
 (e) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok szorzata páros? $\left[\frac{27}{36}\right]$

2. **B,V** Nyolc lapra felírjuk a számjegyeket egytől nyolcig. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy két lapot találomra kiválasztva és egymás mellé téve a kapott szám osztható 19-cel! $\left[\frac{3}{56}\right]$

3. Feldobunk három különböző szabályos pénzérmét.

- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy legalább két érmevel fejet dobunk? $\left[\frac{4}{8}\right]$
 (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy pontosan két érmevel fejet dobunk? $\left[\frac{3}{8}\right]$
 (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb két érmevel fejet dobunk? $\left[\frac{7}{8}\right]$

4. Egy szabályos dobókockát egymás után háromszor feldobunk.

- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy két hatost dobunk? $\left[\frac{15}{216}\right]$
 (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy csak páros számot dobunk? $\left[\frac{27}{216}\right]$
 (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy dobunk páros számot? $\left[1 - \frac{27}{216}\right]$
 (d) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 8? $\left[\frac{21}{216}\right]$
 (e) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a dobott számok szorzata páros? $\left[1 - \frac{27}{216}\right]$

5. **B,V** Egy kalapban három cédula van, amelyekre az 1, 2, 3 számjegyek vannak felírva. Véletlenszerűen egyesével kihúzzuk a cédulákat. Mennyi a valószínűsége, hogy húzáskor lesz olyan cédula, amelyikre éppen az a szám van felírva, ahányadikként kihúztuk? $\left[\frac{4}{6}\right]$

6. **B,V** Mi a valószínűsége annak, hogy egy szelvényvel játszva kettes találatunk lesz az ötös lottón?

$$\left[\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{85}{3}}{\binom{90}{5}} = 0,0225\right]$$

7. **B,V** Mi a valószínűsége annak, hogy egy szelvényvel játszva lesz találatunk az ötös lottón?

$$\left[1 - \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{85}{5}}{\binom{90}{5}}\right]$$

8. Egy osztályban 20 fiú és 15 lány van. Kiválasztunk közülük hat embert.

- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy négy fiút és két lányt választunk? $\left[\frac{\binom{20}{4} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{35}{6}}\right]$
 (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy legalább öt fiút választunk? $\left[\frac{\binom{20}{5} \cdot \binom{15}{1} + \binom{20}{6} \cdot \binom{15}{0}}{\binom{35}{6}}\right]$

- (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb két lányt választunk? $\left[\frac{\binom{20}{4} \cdot \binom{15}{2} + \binom{20}{5} \cdot \binom{15}{1} + \binom{20}{6} \cdot \binom{15}{0}}{\binom{35}{6}} \right]$
- (d) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy van közöttük fiú? $\left[1 - \frac{\binom{20}{0} \cdot \binom{15}{6}}{\binom{35}{6}} \right]$
9. **B,V** 32 lapos magyar kártyát megkeverjük. Mi a valószínűsége, hogy a keverés után a pakli tetején és alján is ász van? $\left[\frac{4 \cdot 30! \cdot 3}{32!} = 0,0121 \right]$
10. A telefon PIN kódja négy számjegyből áll. Válasszuk ki ezt véletlenszerűen!
- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kód mind a négy számjegye különböző? $\left[\frac{5040}{10000} = 0,504 \right]$
- (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kódban van kettes számjegy? $\left[1 - \frac{6561}{10000} = 0,3439 \right]$
- (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kódban egy darab hatos számjegy van?
[A kódban a pontosan egy darab hatos négyféleképp valósulhat meg.] $\left[\frac{2916}{10000} = 0,2916 \right]$
11. A telefon PIN kódja legyen négyjegyű szám. Válasszuk ki ezt véletlenszerűen!
- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kód mind a négy számjegye különböző? $\left[\frac{4536}{9000} = \right]$
- (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kódban van kettes számjegy? $\left[1 - \frac{5832}{9000} = \right]$
- (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kódban egy darab hatos számjegy van?
[A kódban a pontosan egy darab hatos négyféleképp valósulhat meg.] $\left[\frac{2673}{9000} = \right]$
12. Eladtak 100 sorsjegyet, melyek közül 50 nyerő. Gyuri 1 darabot, Peti pedig 20 darabot vásárolt.
- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy Gyuri nyer? $\left[\frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{99}{49}}{\binom{100}{50}} = 0,5 \right]$
- (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy Peti nyer? $\left[1 - \frac{\binom{20}{0} \cdot \binom{80}{50}}{\binom{100}{50}} = \right]$
13. 200 csavarból 20 hibás. Mi a valószínűsége, hogy 10 csavart kiválasztva
- (a) **B,V** lesz benne hibás $\left[1 - \frac{\binom{180}{10} \cdot \binom{20}{0}}{\binom{200}{10}} = 0,66023 \right]$
- (b) **B,V** legfeljebb kettő hibás $\left[\frac{\binom{180}{10} \cdot \binom{20}{0} + \binom{180}{9} \cdot \binom{20}{1} + \binom{180}{8} \cdot \binom{20}{2}}{\binom{200}{10}} = 0,9347 \right]$
14. 32 lapos magyar kártyából 5 lapot véletlenszerűen kiválasztunk.
- (a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között három piros van? $\left[\frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{32}{5}} \right]$
- (b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között legfeljebb egy alsó? $\left[\frac{\binom{4}{0} \cdot \binom{28}{5} + \binom{4}{1} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{5}} \right]$
- (c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között négy ász van? $\left[\frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{28}{1}}{\binom{32}{5}} \right]$
- (d) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között legalább négy zöld van? $\left[\frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{24}{1} + \binom{8}{5} \cdot \binom{24}{0}}{\binom{32}{5}} \right]$

(e) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között pontosan egy piros és egy ász van?
 [A piros ász a kihúzott lapok között van vagy a piros ász nincs a kihúzott lapok között.]

$$\left[\frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{21}{4} + \binom{3}{1} \cdot \binom{7}{1} \cdot \binom{21}{3}}{\binom{32}{5}} \right]$$

(f) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között piros is és ász is van? $\left[1 - \frac{\binom{21}{5}}{\binom{32}{5}} \right]$

15. Egy dobozban 12 fehér és 8 zöld golyó van.

(a) **B,V** Visszatevéssel öt golyót húzunk. Mi a valószínűsége, hogy 2 zöld van benne?

$$\left[\binom{5}{2} \cdot \left(\frac{8}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{12}{20}\right)^3 = 0,3456 \right]$$

(b) **B,V** Visszatevés nélkül öt golyót húzunk. Mi a valószínűsége, hogy 2 zöld van benne?

$$\left[\frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{12}{3}}{\binom{20}{5}} = 0,3973 \right]$$

16. 32 lapos magyar kártyából 6 lapot húzunk.

(a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között 4 zöld van, ha visszatevéssel húzunk?

$$\left[\binom{6}{4} \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^4 \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^2 \right]$$

(b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között 4 zöld van, ha visszatevés nélkül húzunk?

$$\left[\frac{\binom{8}{4} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{32}{6}} \right]$$

(c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között 2 felső van, ha visszatevéssel húzunk?

$$\left[\binom{6}{2} \cdot \left(\frac{4}{32}\right)^2 \cdot \left(\frac{28}{32}\right)^4 \right]$$

(d) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között 2 felső van, ha visszatevés nélkül húzunk?

$$\left[\frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{6}} \right]$$

(e) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között van zöld, ha visszatevéssel húzunk?

$$\left[1 - \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^0 \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^6 \right]$$

(f) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között van zöld, ha visszatevés nélkül húzunk?

$$\left[1 - \frac{\binom{8}{0} \cdot \binom{24}{6}}{\binom{32}{6}} \right]$$

(g) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között legalább 5 piros van, ha visszatevéssel húzunk?

$$\left[\binom{6}{5} \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^5 \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^1 + \binom{6}{6} \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^6 \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^0 \right]$$

(h) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az 6 lap között legalább 5 piros van, ha visszatevés nélkül húzunk?

$$\left[\frac{\binom{8}{5} \cdot \binom{24}{1} + \binom{8}{6} \cdot \binom{24}{0}}{\binom{32}{6}} \right]$$

17. 100 termék közül 30 selejtes. Visszatevéses mintavétellel kiválasztunk 10 terméket.

(a) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az első 4 termék selejtes a többi jó? $\left[\left(\frac{30}{100}\right)^4 \cdot \left(\frac{70}{100}\right)^6 \right]$

(b) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy a kiválasztott termékek közül 4 termék selejtes?

$$\left[\binom{10}{4} \left(\frac{30}{100}\right)^4 \cdot \left(\frac{70}{100}\right)^6 \right]$$

(c) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy az első 2 termék jó a többi selejtes? $\left[\left(\frac{70}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{30}{100}\right)^8 \right]$

(d) **B,V** Mi a valószínűsége, hogy 2 termék jó a többi selejtes? $\left[\binom{10}{2} \left(\frac{70}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{30}{100}\right)^8 \right]$

18. Egy dobozban 120 hibás és 300 jó alkatrész van.

(a) **B,V** Visszatevéssel kiválasztunk nyolc alkatrészt. Mi a valószínűsége, hogy nem lesz köztük hibás? $\left[\binom{8}{0} \left(\frac{120}{420}\right)^0 \cdot \left(\frac{300}{420}\right)^8 \right]$

(b) **B,V** Visszatevés nélkül kiválasztunk nyolc alkatrészt. Mi a valószínűsége, hogy nem lesz köztük hibás? $\left[\frac{\binom{120}{0} \cdot \binom{300}{8}}{\binom{420}{8}} \right]$

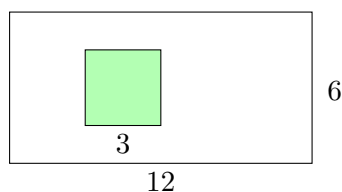
(c) **B,V** Visszatevéssel kiválasztunk nyolc alkatrészt. Mi a valószínűsége, hogy 3 hibás lesz? $\left[\binom{8}{3} \left(\frac{120}{420}\right)^3 \cdot \left(\frac{300}{420}\right)^5 \right]$

(d) **B,V** Visszatevés nélkül kiválasztunk nyolc alkatrészt. Mi a valószínűsége, hogy 3 hibás lesz? $\left[\frac{\binom{120}{3} \cdot \binom{300}{5}}{\binom{420}{8}} \right]$

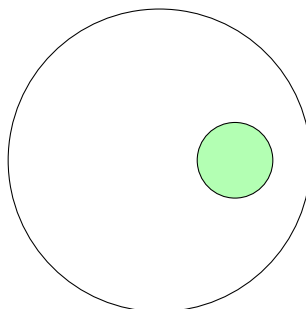
(e) **B,V** Visszatevéssel kiválasztunk nyolc alkatrészt. Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 hibás lesz? $\left[\binom{8}{0} \left(\frac{120}{420}\right)^0 \cdot \left(\frac{300}{420}\right)^8 + \binom{8}{1} \left(\frac{120}{420}\right)^1 \cdot \left(\frac{300}{420}\right)^7 + \binom{8}{2} \left(\frac{120}{420}\right)^2 \cdot \left(\frac{300}{420}\right)^6 \right]$

(f) **B,V** Visszatevés nélkül kiválasztunk nyolc alkatrészt. Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 hibás lesz? $\left[\frac{\binom{120}{0} \cdot \binom{300}{8} + \binom{120}{1} \cdot \binom{300}{7} + \binom{120}{2} \cdot \binom{300}{6}}{\binom{420}{8}} \right]$

19. **B,V** Az ábrán látható céltáblára lövünk, amelyet biztosan eltalálunk. Mi a valószínűsége, hogy a négyzetet találjuk el? $\left[\frac{9}{72} \right]$



20. **B,V** Az ábrán látható céltáblára lövünk, melynek sugara 8cm és amelyet biztosan eltalálunk. Mi a valószínűsége, hogy a zöld körbe találunk bele, melynek sugara 2cm ? $\left[\frac{4}{64} \right]$



21. **B,V** Az egyetemre két busszal lehet eljutni. Az egyik 5 percenént a másik 9 percenként jár. 7 órakor mindkettő egyszerre indul. Mi a valószínűsége, hogy ha 7 : 00 és 7 : 30 között találokra kimegyek a buszmegállóba, nem kell 2 percnél többet várnom? $\left[\frac{17}{30}\right]$
22. **B,V** A $[0, 5]$ intervallumból kiválasztok két tetszőleges számot. Mi a valószínűsége, hogy az összegük háromnál kisebb lesz? $\left[\frac{4,5}{25}\right]$
23. **B,V** A $[0, 4]$ intervallumból kiválasztok két tetszőleges számot. Mi a valószínűsége, hogy az összegük kettőnél nagyobb lesz? $\left[\frac{14}{16}\right]$